

Funktionen

Die Funktion ist eine Zuordnung, bei der jedem x -Wert aus einem Bereich genau ein y -Wert eindeutig zugeordnet wird.

Monotonie (bei Zahlenfolgen):

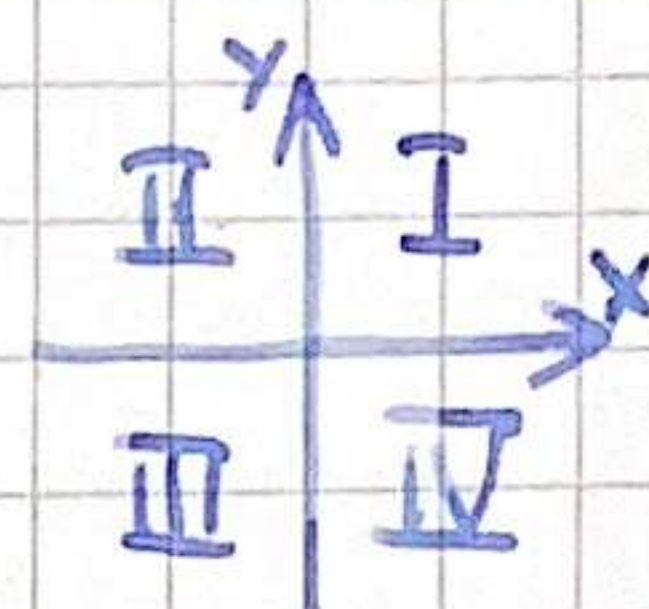
mon. steigend: für jedes a_n gilt $a_n \geq a_{n-1}$

mon. fallend: $a_n \leq a_{n-1}$

streng mon. steigend: $a_n > a_{n-1}$

streng mon. fallend: $a_n < a_{n-1}$

Quadranten



Schnittwinkel (bei linearen Funktionen):

Bei $y = mx + c$ ist der Schnittwinkel zur x -Achse

$\alpha = \tan^{-1}(m)$ Grad.

arithmetische Reihe $\left\{ \begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} (2 \cdot a_1 + (n-1)d) \\ S_n &= \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \end{aligned} \right.$

geometrische Reihe $\left\{ \begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \\ S_n &= \frac{a_1(q^n-1)}{q-1} \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} q &\neq 1 \end{aligned} \right.$

(Zahlen) Folgen

= sequence

Eine Folge ist eine spezielle Funktion, bei der der Definitionsbereich aus \mathbb{N}^+ und der Wertebereich aus \mathbb{R} besteht. Jeder natürlichen Zahl wird somit eine reelle zugeordnet.

Bsp. Klausurnummern

Summe der Glieder einer Folge wird Reihe (series) genannt.

Darstellung: Bildungsverordnung, Wertvorschrift, Wertetabelle, Graph (Punkte nicht verbinden)

	explizit	rekursiv	
arithmetische F.	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$	$a_{n+1} = a_n + d$	$d = \text{common difference}$
geometrische F.	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_{n+1} = a_n \cdot q$	$q/r = \text{common ratio}$

Monotonie:

(streng) mon. wachsend:

$a_n \leq (<) a_{n+1}$ oder $a_{n-1} - n \geq (>) 0$

(streng) mon. fallend:

$a_n \geq (>) a_{n+1}$ oder $a_{n-1} - n \leq (<) 0$

Grenzwert

Wenn die Folgeglieder mit steigendem n immer weiter an einen Wert ankommen, diesen aber nicht erreichen, heißt diese Folge konvergent und dieser Wert der Grenzwert. Ansonsten ist die Folge divergent.
Man schreibt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

und sagt, „ a_n strebt mit wachsendem n gegen den Grenzwert 0“.

Wenn eine Folge gegen 0 strebt, heißt sie Nullfolge. Wenn $a_n = c$ gilt, liegt eine konstante Folge vor, deren Grenzwert c ist.

Grenzwertbildung

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$

Vorgehen: Variable mit der höchsten Potenz ausklammern \rightarrow kürzen \rightarrow auf Nullfolgen u.

konstante Folgen reduzieren \rightarrow „auseinandernehmen“ \rightarrow zusammenrechnen

Bsp.:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n(2 - \frac{1}{n})}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{n} \right) = 2 - 0 = 2$$