

Wahrscheinlichkeitsrechnung I

Wsk = Wahrscheinlichkeit

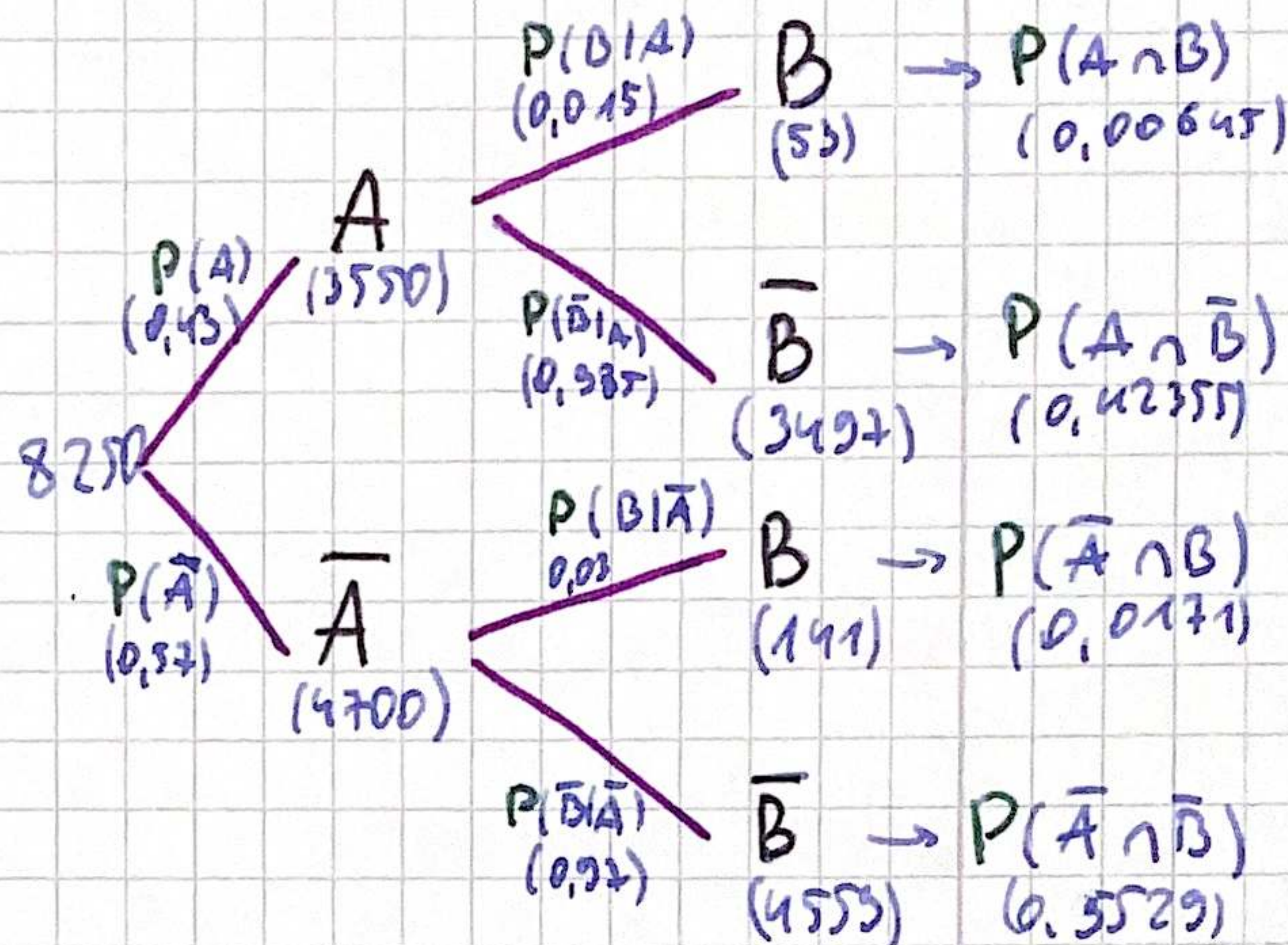
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Vierfeldertafel

Baumdiagramm

absolut

	B	\bar{B}	ges.
A	53	3497	3550
\bar{A}	141	4559	4700
ges.	194	8056	8250



relativ

	B	\bar{B}	
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
\bar{A}	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$P(B|A) = P(B \text{ wenn } A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Mehrstufige Zufallsexperimente

stochastisch

unabhängig

$$P(B|A) = P(B)$$

ziehen mit Zurücklegen

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

stochastisch

abhängig

$$P(B|A) \neq P(B)$$

ziehen ohne Zurücklegen

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$$

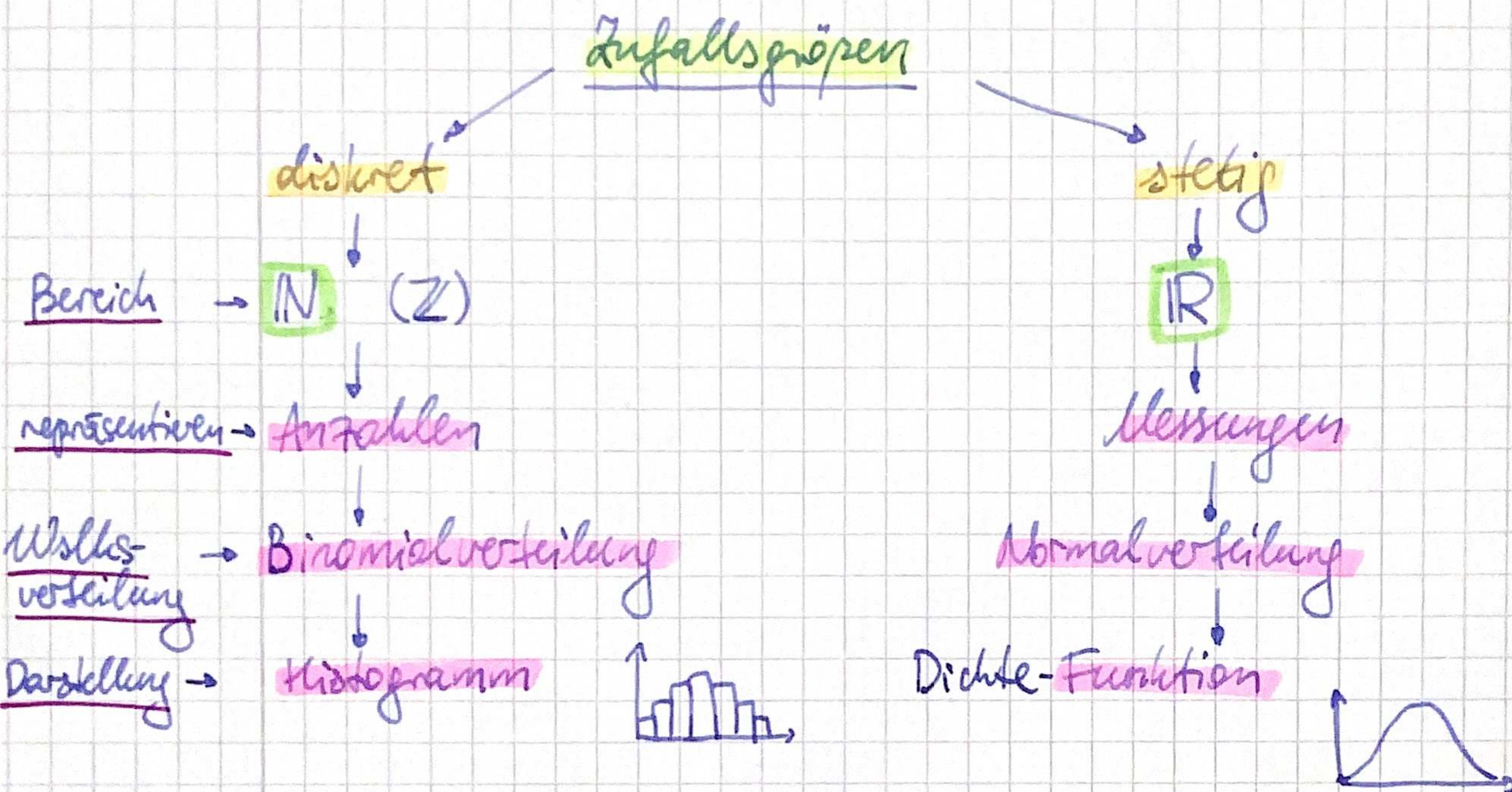
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

→ nicht unbedingt
kausale Abhängigk.
→ kann auch un-
rechter Zusammen-
hang oder we-
stoch. Variablen
sein

Zufallsgröße X :

reelle Zahl, die einem Ergebnis des Zufallsexperiments zugeordnet wird. z.B.: drei Münzen geworfen

$\Rightarrow X = \text{Anzahl von "Kopf"}$



Wichtige Werte

Erwartungswert μ (mean)

\rightarrow wo pendelt sich die Zufallsgröße im Mittel ein

$$\mu(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Standardabweichung σ (standard deviation)

\rightarrow Maß der Streuung der Zufallsgröße um μ

$$\sigma(X) = \sqrt{(x_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + (x_2 - \mu)^2 \cdot p_2 + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot p_n}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot p_i}$$

Varianz σ^2 (variance)

Wslk-rechnung II

Bernoulli-Experiment:

Zufallsexperiment

mit nur zwei möglichen Ausgängen (Treffer u. Fehlschlag)
= T = F

Bernoulli-Kette (der Länge n): Kette von Zufallsexperimenten, wo

- jedes Experiment ist Bernoulli-Experiment
- p bei jedem Versuch gleich
- stochastisch unabhängig
- Anzahl der Experimente ist n

Die Anzahl der Treffer in einer Bernoulli-Kette beschreiben wir mithilfe der Binomialverteilung

Binomialverteilung

- Bernoulli-Kette der Länge n

- Wslk Treffer: p

- Wslk Fehlschlag: $1-p$

• #Pfade mit k Treffern:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

→ Binomialkoeffizient

• Wslk für einen Pfad mit k Treffern:

$$p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

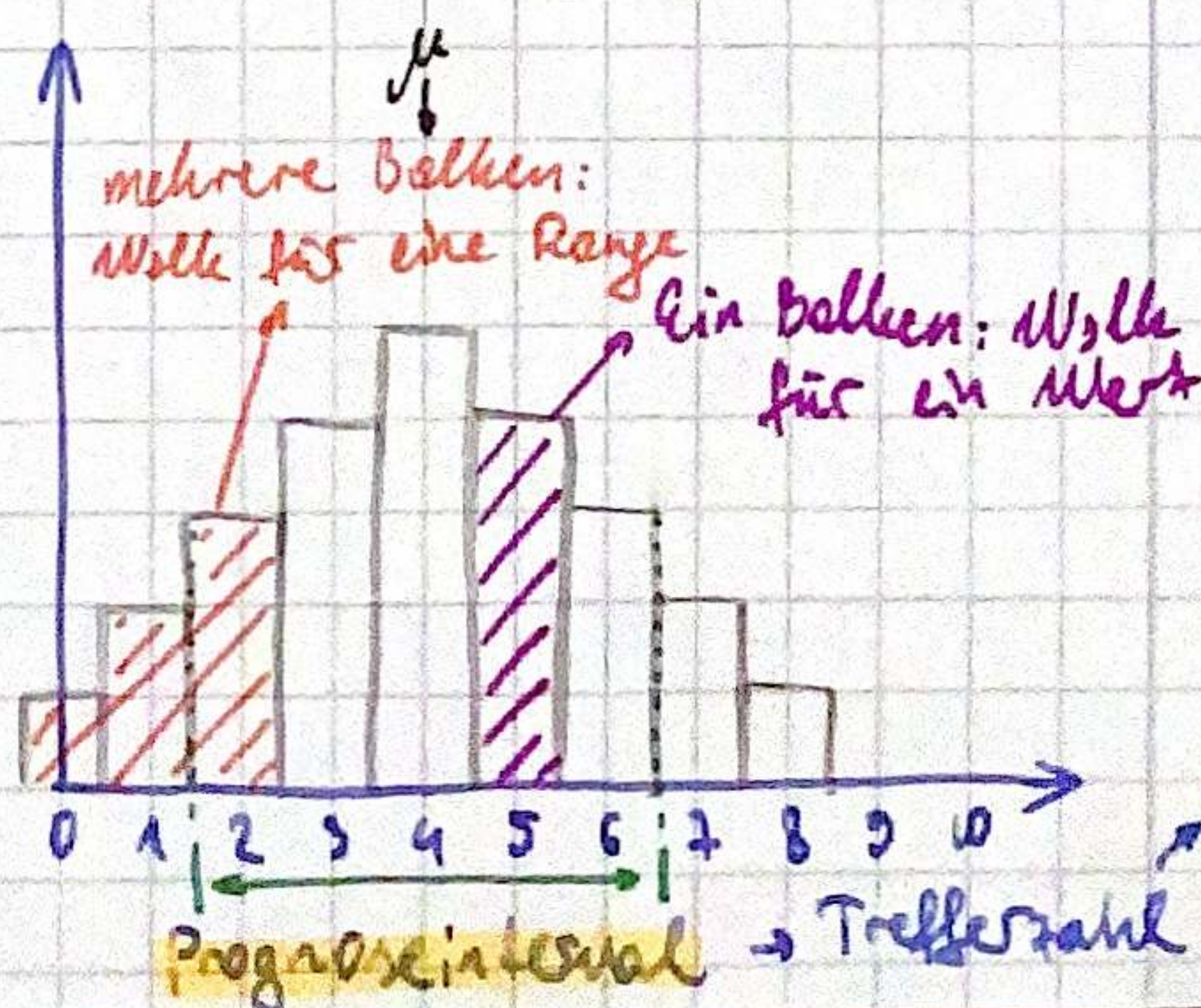
Treffer Fehlschläge

• Wslk für k Treffer:

$$P(X=k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\text{\#Pfade}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\text{Wslk ein Pfad}}$$

$$\mu = n \cdot p$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

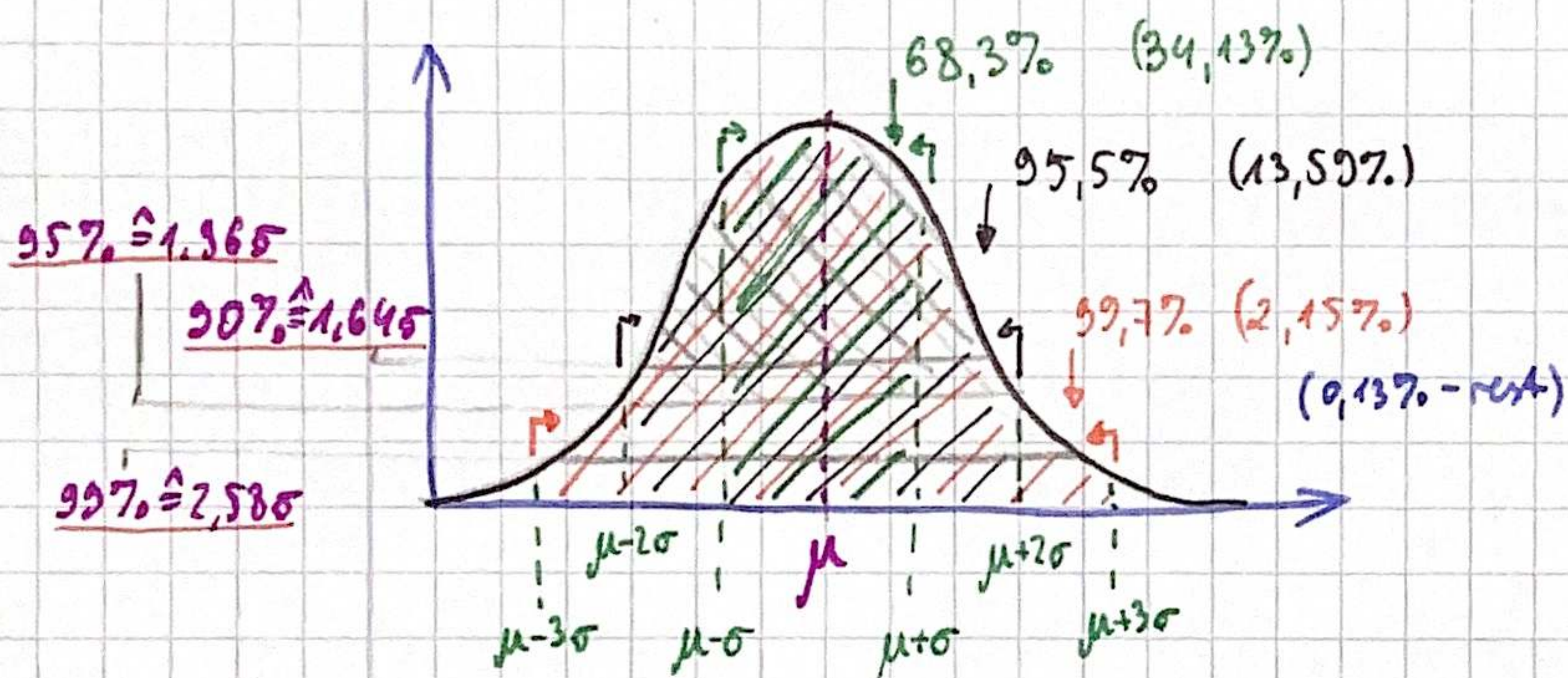


Normalverteilung

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- Fläche unter der Kurve ist 1
- μ ist Maximum
- σ ist Abstand Maximum-Wendepunkt
- Fläche in einem Bereich entspricht Wsk für diesen Bereich
- Wsk für einzelnen Wert ist 0
- ist auch Approximation für Binomialverteilung (für $\sigma > 3$)

→ auch σ -Regeln können angewandt werden
(Runden → ± 1)



Berechnungen

mathematisch	Erklärung	GTR Binom.-Vert.	Nr.	GTR Norm.-Vert.	Nr.
$P(X=k)$	genau k	$\text{binompdf}(n, p, k)$	55A	—	—
$P(X \leq k)$	höchstens k	$\text{binomcdf}(n, p, -\infty, k)$	55B	$\text{normcdf}(-\infty, k, \mu, \sigma)$	55Z
$P(X < k)$	weniger als k	$\text{binomcdf}(n, p, -\infty, k-1)$			
$P(X \geq k)$	mindestens k	$\text{binomcdf}(n, p, k, \infty)$		$\text{normcdf}(k, \infty, \mu, \sigma)$	
$P(X > k)$	mehr als k	$\text{binomcdf}(n, p, k+1, \infty)$			
$P(k_1 \leq X \leq k_2)$	mindestens k_1 , u. höchstens k_2	$\text{binomcdf}(n, p, k_1, k_2)$		$\text{normcdf}(k_1, k_2, \mu, \sigma)$	