

Při řešení příkladu dbejte na správný zápis a respektujte pravidla pro práci s náhodnou veličinou a matematickými symboly obecně. Nevynechávejte kroky, integrály rozepište, řešení musí dávat smysl i pro nezávislého pozorovatele. Nedodržení výše uvedeného může značně ovlivnit výsledné hodnocení.

Příklad

Náhodný vektor (X, Y) má spojité rozdělení určené funkcí

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x-y) & (x, y) \in \langle 0; 1 \rangle \times \langle 0; 3 \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Určete c a sdruženou distribuční funkci pro $(x, y) \in \langle 1; \infty \rangle \times \langle 0; 3 \rangle$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$$

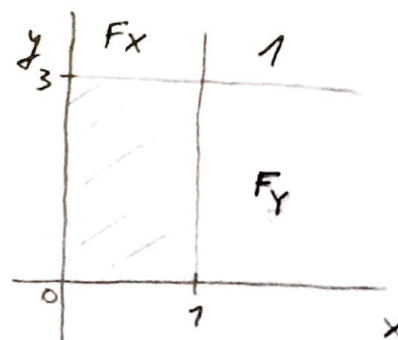
$$\Rightarrow \int_0^1 \int_0^3 c(x-y) dx dy = \int_0^3 \frac{c}{2} - cy dy = -3c$$

$$-3c = 1 \quad | \cdot (-1)$$

$$3c = -1 \quad | : 3$$

$$| c = -\frac{1}{3}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} -\frac{x-y}{3} & (x, y) \in \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



$$(x, y) \in \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle:$$

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(u, v) du dv = \int_0^x \int_0^y \left(-\frac{u-v}{3}\right) du dv = \int_0^x \left[-\frac{y}{6}(y-2v)\right] dv = -\frac{xy(y-x)}{6}$$

$$(x, y) \in \langle 0, 1 \rangle \times (3, \infty):$$

$$F(x, y) = F_X(x) = -\frac{(x \cdot 3)(3-x)}{6}$$

$$(x, y) \in (1, \infty) \times \langle 0, 3 \rangle:$$

$$F(x, y) = F_Y(y) = -\frac{y \cdot (y-1)}{6}$$

$$F(x, y) = \begin{cases} -\frac{xy(y-x)}{6} & (x, y) \in \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle \\ \frac{(x \cdot 3)(3-x)}{6} & (x, y) \in \langle 0, 1 \rangle \times (3, \infty) \end{cases}$$

$$\frac{-y \cdot (y-1)}{6}$$

$$(x, y) \in (1, \infty) \times \langle 0, 3 \rangle$$

$$1$$

$$(x, y) \in (1, \infty) \times (3, \infty)$$

$$0$$

jinak

$$(x, y) \in (1, \infty) \times (3, \infty):$$

$$F(x, y) = 1$$