

jméno a příjmení	login
------------------	-------

IMA1, zadání M

1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	---

Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek. Každý příklad je za 15 bodů. V případě, že 3 nebo více příkladů bude hodnoceno 0 body, bude celá písemka hodnocena 0 body bez ohledu na ostatní příklady.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A4 popsany jakkoli a čímkoli (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačka) nejsou povoleny.

- Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2-\sqrt{x^2-1})}$ a najděte všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která je $f(x) > 0$.
- Nakreslete grafy funkcí f a g , pro které platí:
 - $D(f) = \mathbb{R}$, asymptota v $-\infty$ má předpis $2y - x = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$, $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $f(-1) = f(1) = 0$,
 $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty$, $f'_+(-1) = f'_+(1) = \infty$.
 - $D(g) = \mathbb{R}$, g je spojitá, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x - 3} = \frac{1}{2}$.
- Najděte všechny tečny grafu funkce $f(x) = \ln(5 - x^2)$, které jsou rovnoběžné s přímkou $y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{3}$.
- Vypočtěte integrál $\int x \sin(4x - \sqrt{3}) dx$.
- Určete obsah plochy mezi osou x a grafem funkce $f(x) = \frac{1}{x+2} - \frac{2}{2x+5}$ na intervalu $\langle 0, \infty \rangle$.
- Načrtněte funkci, pro kterou *neplatí* následující tvrzení:
Jestliže bod c je inflexním bodem funkce f , potom $f''(c) = 0$.
 - Napište, jakou vlastnost funkce g popisuje následující tvrzení, a tvrzení znegujte:
 $\forall x, y \in D(g): x > y \Rightarrow g(x) \neq g(y)$.
 - Rozhodněte o pravdivosti následujícího tvrzení (v případě nepravdivého tvrzení udejte protipříklad, v případě pravdivého tvrzení uveďte stručné zdůvodnění):
Jestliže je funkce f spojitá na intervalu $\langle a, b \rangle$ a platí $f(a) \cdot f(b) < 0$, potom na intervalu $\langle a, b \rangle$ má rovnice $f(x) = 0$ lichý počet kořenů.