IMA1 6. **DÚ 5.** Roland Schulz xschul06

Lokální extrémy funkce $f(x) = \sqrt[3]{x+2} \cdot e^{-x}$: $D(f) = \mathbb{R}$

$$\boxed{f'(x) = \left(\sqrt[3]{x+2} \cdot e^{-x}\right)'} = \left(\sqrt[3]{x+2}\right)' \cdot e^{-x} + \sqrt[3]{x+2} \cdot -e^{-x} = \left[(x+2)^{\frac{1}{3}}\right]' \cdot e^{-x} + \sqrt[3]{x+2} \cdot -e^{-x} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (x+2)^{-\frac{2}{3}} \cdot \underbrace{(x+2)'}_{1+0} \cdot e^{-x} + \sqrt[3]{x+2} \cdot -e^{-x} = \frac{1}{3} \cdot (x+2)^{-\frac{2}{3}} \cdot 1 \cdot e^{-x} + \sqrt[3]{x+2} \cdot -e^{-x} = \frac{e^{-x}}{3 \cdot (x+2)^{\frac{2}{3}}} - e^{-x} \cdot \sqrt[3]{x+2}$$

položit $\boxed{f'(x) = 0}$

$$\frac{e^{-x}}{3(x+2)^{\frac{2}{3}}} - e^{-x} \cdot \sqrt[3]{x+2} = 0 \quad / + e^{-x} \cdot \sqrt[3]{x+2}$$

$$\frac{e^{-x}}{3 \cdot \sqrt[3]{(x+2)^2}} = e^{-x} \cdot \sqrt[3]{x+2} \quad / \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

$$e^{-x} \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+2)^2}} = e^{-x} \cdot \sqrt[3]{x+2} \quad / \cdot \frac{1}{e^{-x}}$$

$$\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+2)^2}} = \sqrt[3]{x+2} \quad / - \sqrt[3]{x+2}$$

$$\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+2)^2}} - \sqrt[3]{x+2} = 0$$

$$-\frac{(3x+5) \cdot \sqrt[3]{x+2}}{3 \cdot (x+2)} = 0 \implies x \neq -2$$

$$(3x+5) \cdot \sqrt[3]{x+2} = 0$$

$$\left\{-\frac{5}{3}, -2\right\}$$

$x = -\frac{5}{3}$: $0 \cdot \sqrt[3]{-\frac{5}{3}+2} = 0$ ✓

$x \neq 2$: X

$f(x)$: $+$ ↗ on $(-\infty, -2)$; $+$ ↗ on $(-2, -\frac{5}{3})$; $-$ ↘ on $(-\frac{5}{3}, \infty)$

$-1{,}666$

→ funkce $f(x)$ má lokální maximum v bodě $x = -\frac{5}{3}$, $f(-\frac{5}{3}) \doteq 3{,}671$