

Út 15-17

Při řešení příkladu dbejte na správný zápis a respektujte pravidla pro práci s náhodnou veličinou a matematickými symboly obecně. Nevynechávejte kroky, řešení musí dávat smysl i pro nezávislého pozorovatele. Nedodržení výše uvedeného může značně ovlivnit výsledné hodnocení.

Příklad

Náhodný vektor (X, Y) má diskrétní rozdělení určené sdruženou pravděpodobnostní funkcí p , která je zadána tabulkou:

$x \backslash y$	-1	1	2	$p_X(x)$
0	0,1	0,1	0,05	0,25
1	0,1	0,2	0,1	0,4
2	0,3	0,05	0	0,35
$p_Y(y)$	0,5	0,25	0,15	1

Určete korelační koeficient mezi veličinami X, Y .

$$\rho(X, Y) = \frac{C(X, Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}} = ?$$

$$E(X) = \sum_x x \cdot p_X(x) = 0 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,35 = \boxed{1,1}$$

$$E(X^2) = \sum_x x^2 \cdot p_X(x) = 1^2 \cdot 0,4 + 2^2 \cdot 0,35 = \boxed{1,8}$$

$$D(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 1,8 - 1,1^2 = \boxed{0,59}$$

$$E(Y) = \sum_y y \cdot p_Y(y) = -1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,15 = \boxed{0,75}$$

$$E(Y^2) = \sum_y y^2 \cdot p_Y(y) = 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,15 = \boxed{1,45}$$

$$D(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = 1,45 - 0,75^2 = \boxed{1,4275}$$

$$E(XY) = \sum_x \sum_y x \cdot y \cdot p(x, y) = 1 \cdot (-1) \cdot 0,1 + 1 \cdot 1 \cdot 0,2 + 1 \cdot 2 \cdot 0,1 + 2 \cdot (-1) \cdot 0,3 + 2 \cdot 1 \cdot 0,05 = -2 \cdot 0 = \boxed{-0,2}$$

$$C(X, Y) = E(XY) - E(X) \cdot E(Y) = -0,2 - 1,1 \cdot 0,75 = \boxed{-0,365}$$

$$\rho(X, Y) = \frac{C(X, Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}} = \frac{-0,365}{\sqrt{0,59 \cdot 1,4275}} = \boxed{-0,39772}$$