



IEL – protokol k projektu

Roland Schulz
xschul06

21. prosince 2019

Obsah

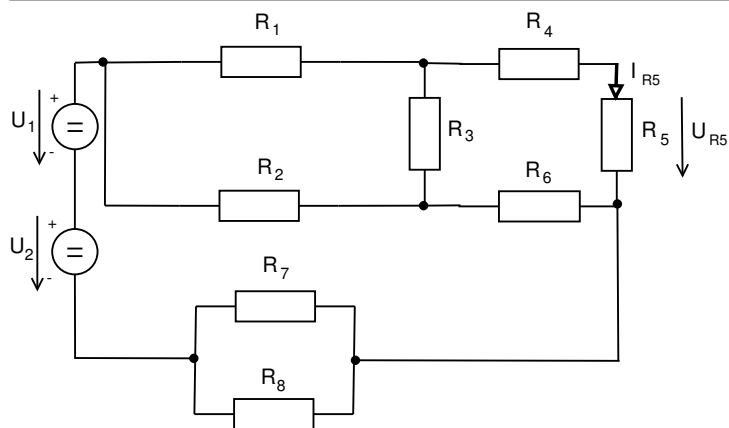
1	Příklad 1	3
1.1	1. Krok - Zjednodušování	4
1.1.1	Postup:	4
1.1.2	Vzorečky:	4
1.2	2. Krok	4
1.2.1	Postup:	4
1.2.2	Vzorečky:	4
1.3	3. Krok	5
1.3.1	Postup:	5
1.3.2	Vzorečky:	5
1.4	4. Krok	5
1.4.1	Postup:	5
1.4.2	Vzorečky:	5
1.5	5. Krok	6
1.5.1	Postup:	6
1.5.2	Vzorečky:	6
1.6	6. Krok - Seskládání obvodu nazpátek	6
1.6.1	Postup:	6
1.6.2	Vzorečky:	6
1.6.3	Kontrola pomocí II. Kirchhoffova zákona:	6
1.7	7. Krok	7
1.7.1	Postup:	7
1.7.2	Vzorečky:	7
1.7.3	Kontrola pomocí I. Kirchhoffova zákona:	7
1.8	8. Krok - Řešení	7
1.8.1	Postup:	7
1.8.2	Vzorečky:	7
2	Příklad 2	8
2.1	Předpoklad Théveninova teorému	9
2.2	1. Krok - Zkratování zdroje napětí a zjednodušování zapojení s odpojeným rezistorem	9
2.2.1	Postup:	9

2.2.2	Vzorečky:	9
2.3	2. Krok	10
2.3.1	Postup:	10
2.4	3. Krok	10
2.4.1	Postup:	10
2.4.2	Vzorečky:	10
2.5	4. Krok	11
2.5.1	Postup:	11
2.5.2	Vzorečky:	11
2.6	5. Krok - Zjištění hodnoty odporu z obvodu předpokladu	11
2.6.1	Postup:	11
2.6.2	Vzorečky:	11
2.7	6. Krok - Zjednodušování s odpojeným rezistorem a se zdrojem napětí pro zjištění napětí z předpokladu	12
2.7.1	Postup:	12
2.7.2	Vzorečky:	12
2.8	7. Krok	12
2.8.1	Postup:	12
2.8.2	Vzorečky:	12
2.9	8. Krok	13
2.9.1	Postup:	13
2.9.2	Vzorečky:	13
2.10	9. Krok	13
2.10.1	Postup:	13
2.10.2	Vzorečky:	13
2.11	10. Krok - Aplikování na předpoklad	14
2.11.1	Postup:	14
2.11.2	Vzorečky:	14
3	Příklad 3	15
3.1	1. Krok - Vyjádření uzlových proudů	16
3.1.1	Převedení odporů na vodivosti pro snadnější výpočet	16
3.2	2. Krok - Vyjádření proudů na rezistorech v obvodu	17
3.3	3. Krok - Dosazení rovnic proudů odporů do rovnic uzlových proudů	18
3.4	4. Krok - Řešení soustavy rovnic Cramerovým pravidlem k výpočtu napětí uzlů k referenčnímu uzlu	19
4	Příklad 4	20
5	Příklad 5	21
6	Shrnutí výsledků	22

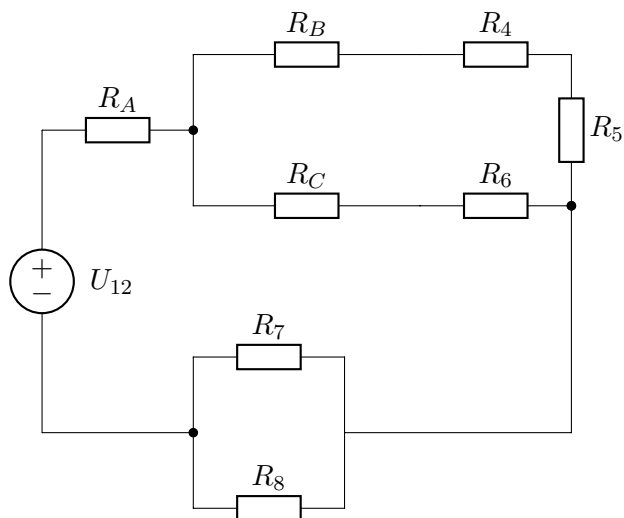
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
A	80	120	350	650	410	130	360	750	310	190



1. Krok - Zjednodušování



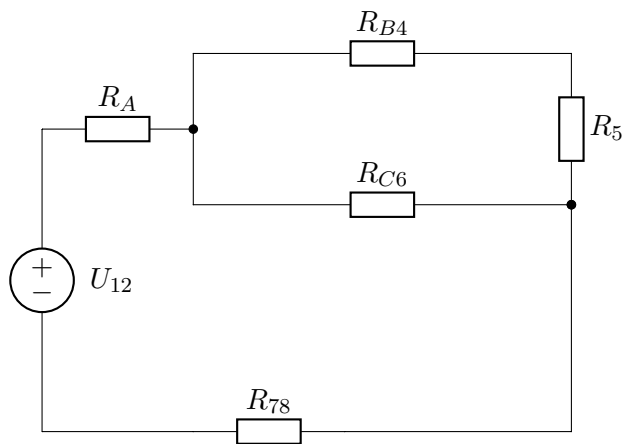
Postup:

1. Spojíme U_1 a U_2 do jednoho zdroje U_{12} .
2. Převedeme zapojení z trojúhelníku na hvězdu.

Vzorečky:

1. $U_{12} = U_1 + U_2 = 200V$
2. $R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 161.347518\Omega$
 $R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 101.773050\Omega$
 $R_C = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 189.007092\Omega$

2. Krok



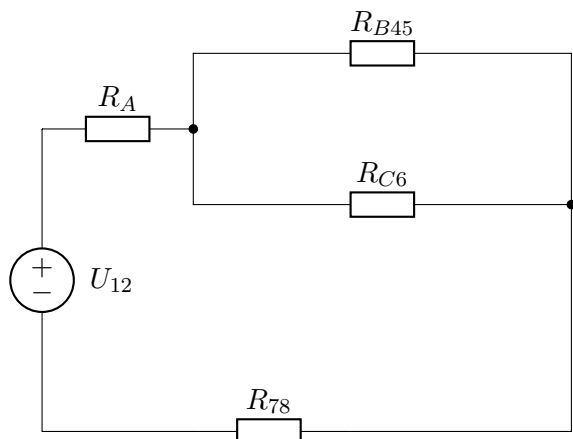
Postup:

1. Zjednodušení par. rezistorů R_7 a R_8 na R_{78} .
2. Zjednodušení ser. rezistorů R_B a R_4 na R_{B4} .

Vzorečky:

1. $R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = 117.8\Omega$
2. $R_{B4} = R_B + R_4 = 231.77305\Omega$

3. Krok



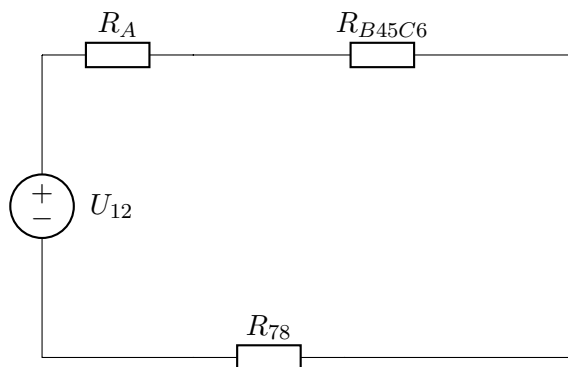
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_{B4} a R_5 na R_{B45} .

Vzorečky:

1. $R_{B45} = R_{B4} + R_5 = 591.77305\Omega$

4. Krok



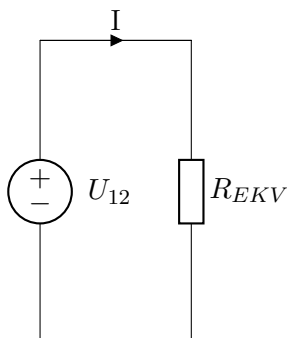
Postup:

1. Zjednodušení par. rezistorů R_{B45} a R_{C6} na R_{B45C6} .

Vzorečky:

1. $R_{B45C6} = \frac{R_{B45} * R_{C6}}{R_{B45} + R_{C6}} = 363.003854\Omega$

5. Krok



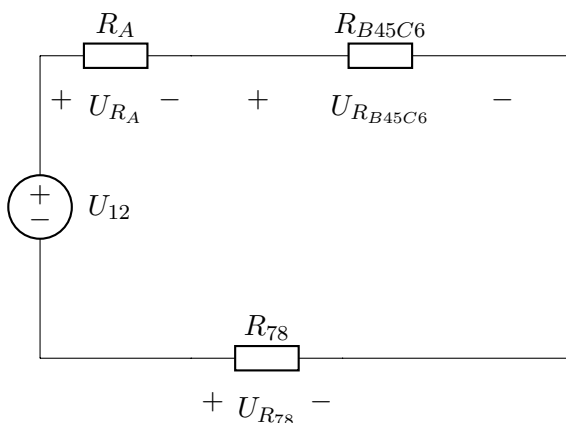
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_{B45C6} , R_{78} a R_A na R_{EKV} .
2. Vypočtení celkového proudu obvodem.

Vzorečky:

1. $R_{EKV} = R_A + R_{B45C6} + R_7 = 642.151371\Omega$
2. $I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = 0.311453A$

6. Krok - Seskládání obvodu nazpátek



Postup:

1. Výpočet napětí na R_A , R_{RB45C6} a R_{78} .

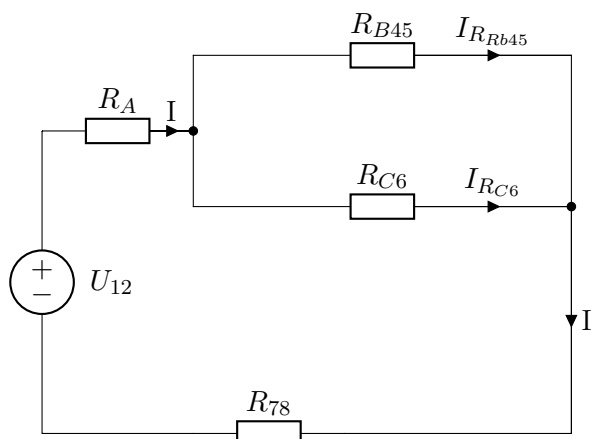
Vzorečky:

1. $U_{R_A} = I * R_A = 50.25216852V$
 $U_{R_{B45C6}} = I * R_{B45C6} = 113.058656V$
 $U_{R_{78}} = I * R_{78} = 36.6891634V$

Kontrola pomocí II. Kirchhoffova zákona:

$$U_{12} = U_{R_{B45C6}} + U_{R_{78}} + U_{R_A}$$

7. Krok



Postup:

1. Vyjádření proudu na rezistorech R_{C6} a R_{B45} .

Vzorečky:

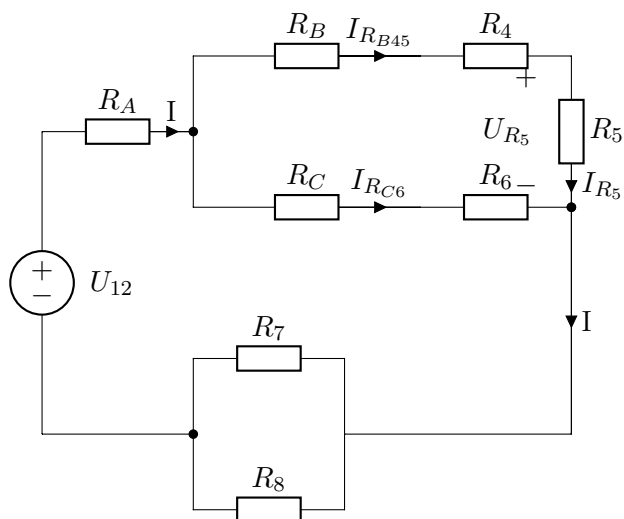
$$1. \quad I_{R_{B45}} = \frac{U_{R_{B45}C6}}{R_{B45}} = 0.191051A$$

$$I_{R_{C6}} = \frac{U_{R_{B45}C6}}{R_{C6}} = 0.120402A$$

Kontrola pomocí I. Kirchhoffova zákona:

$$I = I_{R_{B45}} + I_{R_{C6}}$$

8. Krok - Řešení



Postup:

1. Vyjádření napětí U_{R5} .
2. Vyjádření proudu I_{R5} .

Vzorečky:

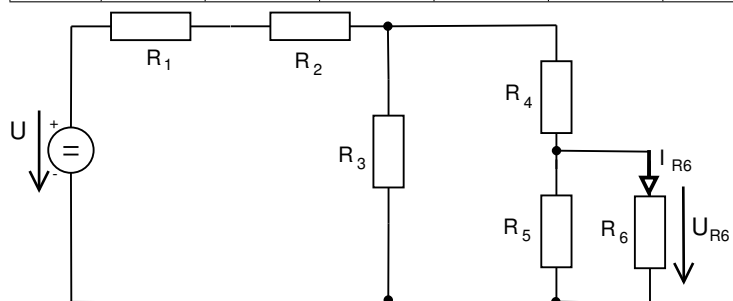
$$1. \quad U_{R5} = I_{R_{B45}} * R_5 = 68.778252V$$

$$2. \quad I_{R5} = I_{R_{B45}} = \frac{U_{R5}}{R_5} = 0.191051A$$

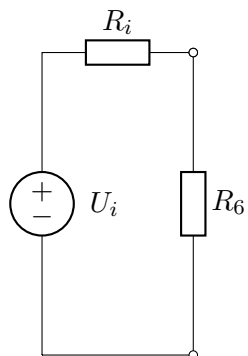
Příklad 2

Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu Théveninovy věty.

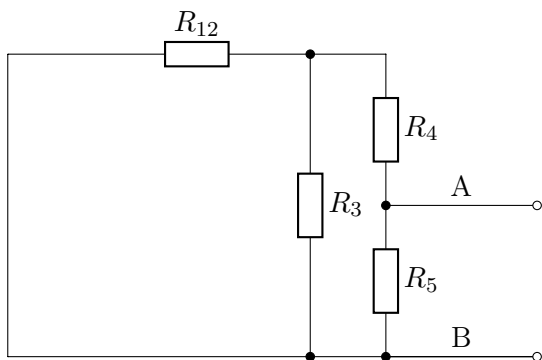
sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
E	250	150	335	625	245	600	150



Předpoklad Théveninova teorému



1. Krok - Zkratování zdroje napětí a zjednodušování zapojení s odpojeným rezistorem



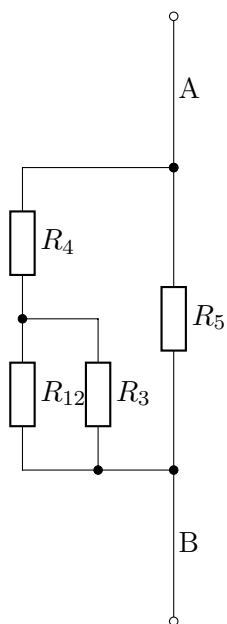
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_1 a R_2 na R_{12} .
2. Zkratování napěťového zdroje.
3. Odpojení rezistoru R_6

Vzorečky:

1. $R_{12} = R_1 + R_2 = 485\Omega$

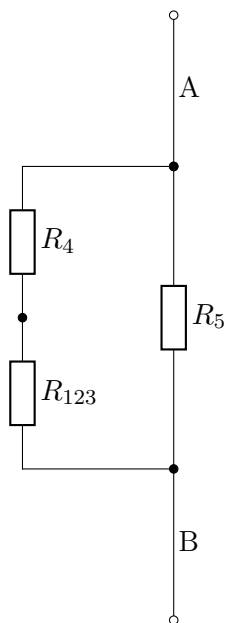
2. Krok



Postup:

1. Roztáhnutí obvodu.

3. Krok



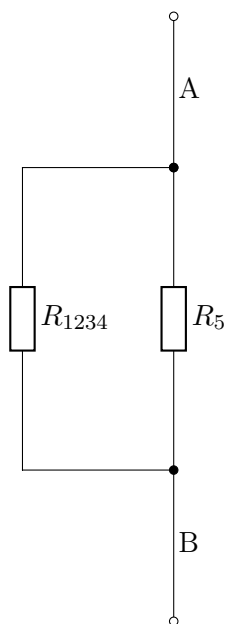
Postup:

1. Zjednodušení par. rezistorů R_{12} a R_3 na R_{123}

Vzorečky:

$$1. R_{123} = \frac{R_{12} * R_3}{R_{12} + R_3} = 273.085586\Omega$$

4. Krok



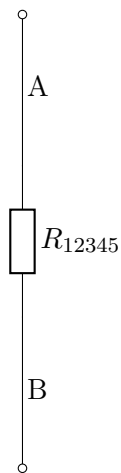
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_{123} a R_4 na R_{1234}

Vzorečky:

1. $R_{1234} = R_{123} + R_4 = 518.085586\Omega$

5. Krok - Zjištění hodnoty odporu z obvodu předpokladu



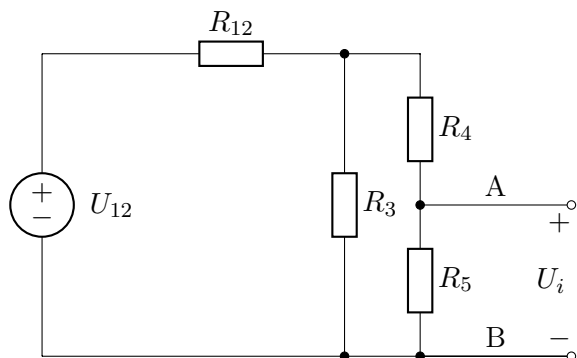
Postup:

1. Zjednodušení par. rezistorů R_{1234} a R_5 na R_{12345}

Vzorečky:

1. $R_i = R_{12345} = \frac{R_{1234} * R_5}{R_{1234} + R_5} = 278.021070\Omega$

6. Krok - Zjednodušování s odpojeným rezistorem a se zdrojem napětí pro zjištění napětí z předpokladu



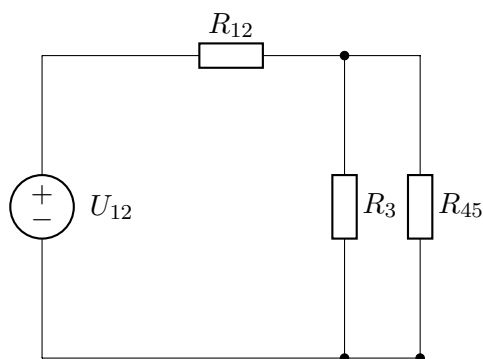
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_1 a R_2 na R_{12} .
2. Vyjádření U_i .

Vzorečky:

1. $R_{12} = R_1 + R_2 = 485\Omega$
2. $U_i = U_{R_5} = R_5 * I_{45} = 75.539351V$

7. Krok



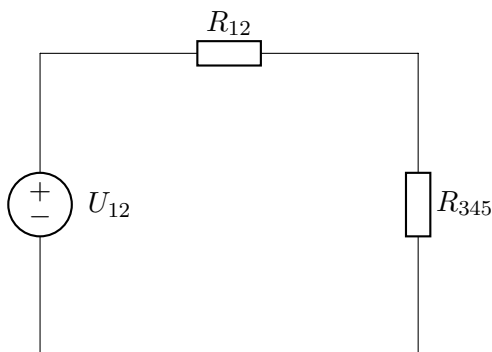
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_4 a R_5 na R_{45} .
2. Vyjádření napětí U_{45} na rezistoru R_{45}
3. Vyjádření proudu I_{45} na rezistoru R_{45} .

Vzorečky:

1. $R_{45} = R_4 + R_5 = 845\Omega$
2. $U_{45} = U_{345} = 106.384586V$
3. $I_{45} = \frac{U_{345}}{R_{45}} = 0.125899A$

8. Krok



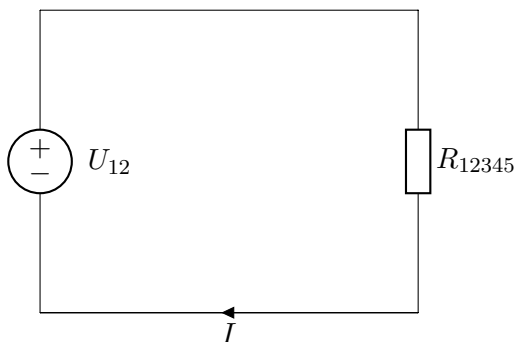
Postup:

1. Zjednodušení par. rezistorů R_3 a R_{45} na R_{345} .
2. Vyjádření napětí U_{345} na rezistoru R_{345} .

Vzorečky:

1. $R_{345} = \frac{R_3 * R_{45}}{R_3 + R_{45}} = 359.268707\Omega$
2. $U_{345} = I * R_{345} = 106.384586V$

9. Krok



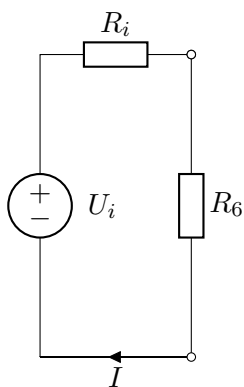
Postup:

1. Zjednodušení ser. rezistorů R_{12} a R_{345} na R_{12345} .
2. Vyjádření proudu I .

Vzorečky:

1. $R_{12345} = R_{12} + R_{345} = 844.268707\Omega$
2. $I = \frac{U}{R_{12345}} = 0.296114A$

10. Krok - Aplikování na předpoklad



Postup:

1. Vyjádření proudu z obvodu předpokladu pomocí Ohmova zákona.
2. Vyjádření napětí z obvodu předpokladu pomocí Ohmova zákona.

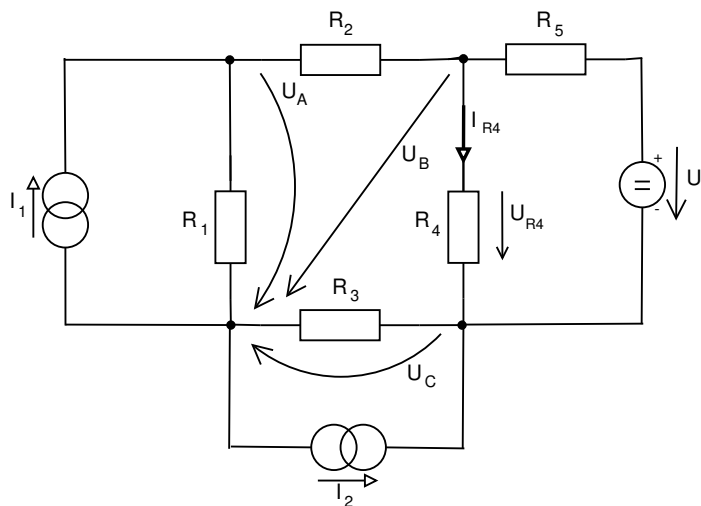
Vzorečky:

1. $I = I_{R_6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = 0.176485A$
2. $U_i = R_6 * I = 26.472768V$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34



1. Krok - Vyjádření uzlových proudů

Vyjádříme si proudy dle I. K.Z. na uzlech A-C vzhledem k referenčnímu uzlu D

$$A : +I_1 - I_{R_1} - I_{R_2} = 0$$

$$B : +I_{R_2} - I_{R_4} - I_{R_5} = 0$$

$$C : +I_{R_4} - I_{R_3} - I_{R_5} + I_{R_2} = 0$$

Převedení odporů na vodivosti pro snadnější výpočet

podle axiomu:

$$G_x = \frac{1}{R_x} \Omega^{-1}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = 0.02040816326530612 \Omega^{-1}$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = 0.02222222222222223 \Omega^{-1}$$

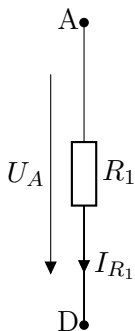
$$G_3 = \frac{1}{R_3} = 0.01639344262295082 \Omega^{-1}$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = 0.029411764705882353 \Omega^{-1}$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = 0.029411764705882353 \Omega^{-1}$$

2. Krok - Vyjádření proudů na rezistorech v obvodu

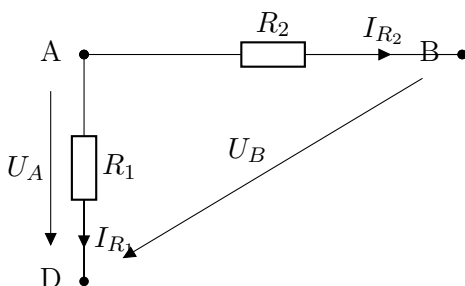
Vyjádření I_{R_1}



$$R_1 * I_{R_1} - U_A = 0$$

$$I_{R_1} = \frac{U_A}{R_1}$$

Vyjádření I_{R_2}

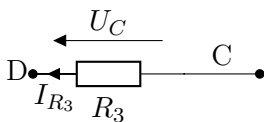


$$-R_2 * I_{R_2} + R_1 * I_{R_1} - U_B = 0$$

$$-R_2 * I_{R_2} + R_1 * \frac{U_A}{R_1} - U_B = 0$$

$$I_{R_2} = \frac{U_A - U_B}{R_2}$$

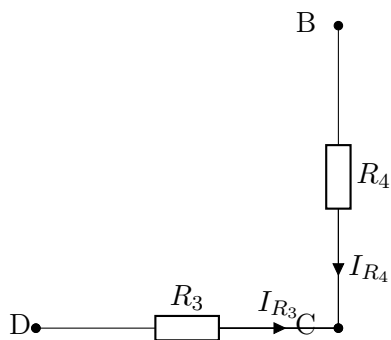
Vyjádření I_{R_3}



$$R_3 * I_{R_3} - U_C = 0$$

$$I_{R_3} = \frac{U_C}{R_3}$$

Vyjádření I_{R_4}

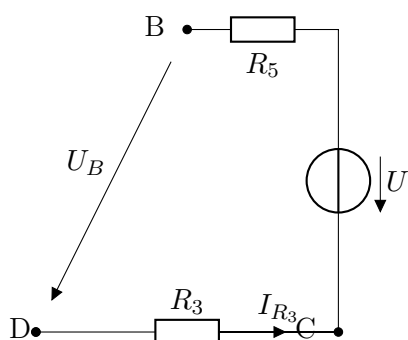


$$R_4 * I_{R_4} + R_3 * I_{R_3} - U_B = 0$$

$$R_4 * I_{R_4} + R_3 * \frac{U_C}{R_3} - U_B = 0$$

$$I_{R_4} = \frac{U_B - U_C}{R_4}$$

Vyjádření I_{R_5}



$$U_{R_5} + U_B - U_C - U = 0$$

$$I_{R_5} * R_5 + U_B - U_C - U = 0$$

$$I_{R_5} = \frac{U + U_C - U_B}{R_5}$$

3. Krok - Dosazení rovnic proudů odporů do rovnic uzlových proudů

A:

$$-I_1 = -G_1 * U_A - G_2(U_A - U_B) = -G_1 * U_A - G_2 * U_A + G_2 * U_B$$

$$-I_1 = -U_A(G_1 + G_2) + U_B * G_2 + U_C * 0$$

B:

$$-G_5 * U = U_A * G_2 - U_B(G_2 + G_4 + G_5) + U_C(G_4 + G_5)$$

C:

$$G_5 * U - I_2 = U_A * 0 + U_B(G_4 + G_5) - U_C(G_4 + G_3 + G_5)$$

4. Krok - Řešení soustavy rovnic Cramerovým pravidlem k výpočtu napětí uzlů k referenčnímu uzlu

$$\det A = \begin{bmatrix} -U_A(G_1 + G_2) & U_B * G_2 & U_C * 0 \\ U_A * G_2 & U_B(G_2 + G_4 + G_5) & U_C(G_4 + G_5) \\ U_A * 0 & U_B(G_4 + G_5) & U_C(G_4 + G_3 + G_5) \end{bmatrix}$$

$$\det A_{U_A} = \begin{bmatrix} -I_1 & U_B * G_2 & U_C * 0 \\ -G_5 * U & U_B(G_2 + G_4 + G_5) & U_C(G_4 + G_5) \\ G_5 * U - I_2 & U_B(G_4 + G_5) & U_C(G_4 + G_3 + G_5) \end{bmatrix}$$

$$\det A_{U_B} = \begin{bmatrix} -U_A(G_1 + G_2) & -I_1 & U_C * 0 \\ U_A * G_2 & -G_5 * U & U_C(G_4 + G_5) \\ U_A * 0 & G_5 * U - I_2 & U_C(G_4 + G_3 + G_5) \end{bmatrix}$$

$$\det A_{U_C} = \begin{bmatrix} -U_A(G_1 + G_2) & U_B * G_2 & -I_1 \\ U_A * G_2 & U_B(G_2 + G_4 + G_5) & -G_5 * U \\ U_A * 0 & U_B(G_4 + G_5) & G_5 * U - I_2 \end{bmatrix}$$

$$U_A = \frac{\det A_{U_A}}{\det A} = 59.79709302325585V$$

$$U_B = \frac{\det A_{U_B}}{\det A} = 83.21279069767449V$$

$$U_C = \frac{\det A_{U_C}}{\det A} = 17.058720930232546V$$

Vyjádření napětí a proudu působících na rezistor R_4

$$U_{R_4} = U_B - U_C = 66.15406976744194V$$

$$I_{R_4} = \frac{U_{R_4}}{R_4} = 1.9457079343365276A$$

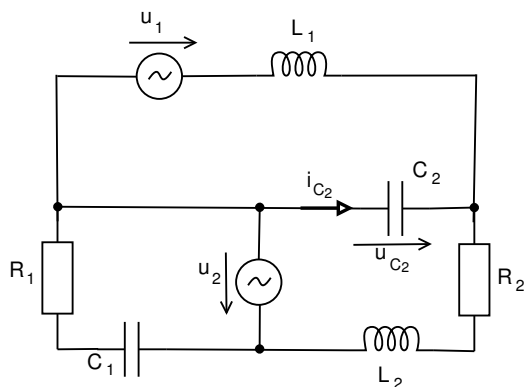
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
A	35	55	12	14	120	100	200	105	70

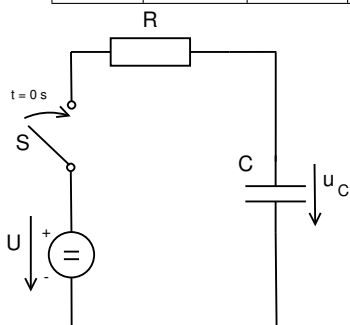


Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[\text{s}]$ sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
E	40	30	40	11



Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	A	$U_{R5} = 68.7783V$ $I_{R5} = 0.1911A$
2	E	$U_{R6} = 26.4728V$ $I_{R6} = 0.1765A$
3	B	$U_{R4} = 66.1541V$ $I_{R4} = 1.9457A$
4	A	$ U_{C2} =$ $\varphi_{C2} =$
5	E	$u_C =$