

jméno a příjmení	login
------------------	-------

IMA1, zadání K

1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	----------

Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek. Každý příklad je za 15 bodů. V případě, že 3 nebo více příkladů bude hodnoceno 0 body, bude celá písemka hodnocena 0 body bez ohledu na ostatní příklady.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A4 popsany jakkoli a čímkoli (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačka) nejsou povoleny.

- Funkce f je dána předpisem $f(x) = \sqrt{x} - 2$.
 - Určete funkční předpis a definiční obor inverzní funkce $f^{-1}(x)$.
 - Určete $f(\langle 0, 2 \rangle)$, $f^{-1}(\{2\})$.
 - Nakreslete grafy funkcí $f(x)$, $f^{-1}(x)$, $f(-x)$, $f(|x|)$, $|f(x)|$.
- Nakreslete grafy funkcí f a g , pro které platí:
 - $D(f) = \mathbb{R}$, f je lichá, asymptota v ∞ má předpis $x - 2y = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$, $f'_+(0) = 1$, $f(2) = -1$,
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$, $f'_-(2) = -\infty$.
 - $\forall \varepsilon > 0: \exists \delta > 0: \forall x \in \mathbb{R}: 0 < |x - 2| < \delta \implies |g(x) - 3| < \varepsilon$.
- Najděte lokální extrémy funkce $f(x) = \frac{5x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.
- Vypočtěte integrál $\int e^{-4x}(3x - e^x) dx$.
- Určete obsah plochy ohraničené křivkami $xy = 6$ a $x + y = -7$.
- Načrtněte funkci, pro kterou *neplatí* následující tvrzení:
Jestliže má funkce f v bodě c lokální minimum, potom $f'(c) = 0$.
 - Napište, jakou vlastnost funkce g popisuje následující tvrzení, a tvrzení znegujte:
 $\forall x \in D(g): g(x) = g(-x)$.
 - Rozhodněte o pravdivosti následujícího tvrzení (v případě nepravdivého tvrzení udejte protipříklad, v případě pravdivého tvrzení uveďte stručné zdůvodnění):
Jestliže je funkce f spojitá na intervalu $\langle a, b \rangle$ a platí $f(a) \cdot f(b) < 0$, potom na intervalu $\langle a, b \rangle$ existuje právě jedno řešení rovnice $f(x) = 0$.