

## FMC III - Trabalho 10

Alexandre Ribeiro      José Ivo      Marina Leite

21 de novembro de 2025

1. Dado um número natural  $n$ , o seguinte programa calcula a soma dos primeiros  $n$  números naturais. Prove que a fórmula bem formada está totalmente correta. Dica: Seja o invariante de laço  $(s = i(i + 1)/2 \wedge (i \leq n))$

```
{ $n > 0$ }  
   $i := 0$   
   $s := 0$   
  while  $i < n$  do  
     $i := i + 1$   
     $s := s + i$   
  end while  
{ $s = n(n + 1)/2$ }
```

2. O programa a seguir implementa o algoritmo de divisão para números naturais. Ele calcula o quociente e o resto da divisão de um número natural por um número natural positivo. Prove que a fórmula bem formada (fbf) está totalmente correta. Dica: seja o invariante de laço  $(a = yb + x) \wedge (0 \leq x$

```
{(a ≥ 0) ∧ (b > 0)}
  x := a;
  y := 0;
  while b ≤ x do
    x := x - b;
    y := y + 1
  end while
  r := x;
  q := y;
  {(a = qb + r) ∧ (0 ≤ r < b)}
```

3. (Máximo Divisor Comum). O programa a seguir afirma encontrar o máximo divisor comum  $\text{mdc}(a,b)$  de dois inteiros positivos a e b. Prove que a fórmula bem formada (fbf) está totalmente correta.

```
{(a > 0) ∧ (b > 0)}
  x := a
  y := b
  while x ≠ y do
    if x > y then
      x := x - y
    else
```

```
         $y := y - x$   
    end if  
end while  
 $max := x$   
 $\{max = \text{mdc}(a, b)\}$ 
```