

FMC III - Trabalho 5

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite

29 de setembro de 2025

Questão 1

Dadas as fórmulas:

i) $Q \wedge \neg P \rightarrow P$

ii) $(P \vee Q) \wedge R$

(a) Use equivalências para transformá-las em FNC.

i.

$$\begin{aligned}(Q \wedge \neg P) \rightarrow P &\Leftrightarrow \neg(Q \wedge \neg P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee P)\end{aligned}$$

ii.

$$(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (R \wedge P) \vee (R \wedge Q)$$

(b) Use equivalências para transformá-las em uma FNC.

i.

$$\begin{aligned}(Q \wedge \neg P) \rightarrow P \\ \Leftrightarrow \neg(Q \wedge \neg P) \vee P \\ \Leftrightarrow \neg Q \wedge \neg(\neg P) \vee P \\ \Leftrightarrow \neg Q \wedge P \vee P \\ \Leftrightarrow \neg Q \wedge P\end{aligned}$$

ii.

A fbf $(P \vee Q) \wedge R$ já é uma FNC, pois é a conjunção de uma disjunção de literais e um literal.

(c) Transforme as fbfs em uma FND completa, se possível

i.

Podemos fazer a transformação por meio do método da tabela verdade, utilizando a equivalência demonstrada anteriormente:

Q	P	$\neg Q$	$\neg Q \vee P$
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

Portanto, a FND completa é:

$$(Q \wedge P) \vee (\neg Q \wedge P) \vee (\neg Q \wedge \neg P)$$

ii.

Podemos fazer a transformação por meio do método da tabela verdade, utilizando a equivalência demonstrada anteriormente:

P	Q	R	$(R \wedge P) \vee (R \wedge Q)$
V	V	V	V
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	F	F
F	F	V	F
F	V	F	F
V	F	F	F
F	F	F	F

Portanto, a FND completa é:

$$(P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R)$$

(d) Transforme as fbfs em uma FNC completa, se possível

i.

A fbf $\neg Q \wedge P$ já é uma FNC completa, pois é a conjunção de dois literais. Segue a prova por tabela verdade:

Q	P	$\neg Q$	$\neg Q \wedge P$
V	V	F	F
F	V	V	V
V	F	F	F
F	F	V	F

ii.

Podemos fazer a transformação por meio do método da tabela verdade, utilizando a equivalência demonstrada anteriormente:

P	Q	R	$(P \vee Q) \wedge R$
V	V	V	V
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	F	F
F	F	V	F
F	V	F	F
V	F	F	F
F	F	F	F

Portanto, a FNC completa é:

$$(P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$$

Questão 2

Para cada função, escreva as representações da FND completa e da FNC completa.

a) $f(P, Q) = \text{Verdadeiro}$ sse Q for Verdadeiro

Primeiro, a tabela-verdade:

P	Q	$f(P, Q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Note que a função é equivalente a Q .

FNC completa

$$\begin{aligned}
 Q &\Leftrightarrow Q \vee \text{Falso} \\
 &\Leftrightarrow Q \vee (P \wedge \neg P) \\
 &\Leftrightarrow (Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P)
 \end{aligned}$$

FND completa

$$\begin{aligned}
 Q &\Leftrightarrow Q \wedge \text{Verdadeiro} \\
 &\Leftrightarrow Q \wedge (P \vee \neg P) \\
 &\Leftrightarrow (Q \wedge P) \vee (Q \wedge \neg P)
 \end{aligned}$$

b) $f(P, Q, R) = \text{Verdadeiro}$ sse P for Verdadeiro ou Q for Falso

Tabela-verdade:

P	Q	R	$f(P, Q)$	$P \vee \neg Q$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

Observe que a função é equivalente a $P \vee \neg Q$.

FND completa

$$\begin{aligned}P \vee \neg Q &\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg \neg Q) \\&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \\&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \wedge \text{Verdadeiro} \\&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \wedge (R \vee \neg R) \\&\Leftrightarrow [(\neg P \wedge Q) \wedge R] \vee [(\neg P \wedge Q) \wedge \neg R] \\&\Leftrightarrow [\neg P \wedge Q \wedge R] \vee [\neg P \wedge Q \wedge \neg R]\end{aligned}$$

FNC completa

$$\begin{aligned}P \vee \neg Q &\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \vee \text{Falso} \\&\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \vee (R \wedge \neg R) \\&\Leftrightarrow [(P \vee \neg Q) \vee R] \wedge [(P \vee \neg Q) \vee \neg R] \\&\Leftrightarrow [P \vee \neg Q \vee R] \wedge [P \vee \neg Q \vee \neg R]\end{aligned}$$

Questão 3

Dê uma prova formal, nas duas notações (tabelas e árvores), para cada uma das tautologias a seguir usando a regra CP.

(a) $(A \vee B)$

Tabela

Árvore

(b) $(A \vee B)$

Tabela

Árvore