

FMC III - Trabalho 10

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite

21 de novembro de 2025

1. Dado um número natural n , o seguinte programa calcula a soma dos primeiros n números naturais. Prove que a fórmula bem formada está totalmente correta. Dica: Seja o invariante de laço ($s = i(i + 1)/2 \wedge (i \leq n)$)

```
{ $n > 0$ }  
i := 0  
s := 0  
while  $i < n$  do  
    i :=  $i + 1$   
    s :=  $s + i$   
end while  
{ $s = n(n + 1)/2$ }
```

2. O programa a seguir implementa o algoritmo de divisão para números naturais. Ele calcula o quociente e o resto da divisão de um número natural por um número natural positivo. Prove que a fórmula bem formada (fbf) está totalmente correta. Dica: seja o invariante de laço ($a = yb + x$) \wedge ($0 \leq x$)

```
{( $a \geq 0$ )  $\wedge$  ( $b > 0$ )}
x := a;
y := 0;
while  $b \leq x$  do
    x := x - b;
    y := y + 1
end while
r := x;
q := y;
{( $a = qb + r$ )  $\wedge$  ( $0 \leq r < b$ )}
```

3. (Máximo Divisor Comum). O programa a seguir afirma encontrar o máximo divisor comum $\text{mdc}(a,b)$ de dois inteiros positivos a e b . Prove que a fórmula bem formada (fbf) está totalmente correta.

```
{( $a > 0$ )  $\wedge$  ( $b > 0$ )}
x := a
y := b
while  $x \neq y$  do
    if  $x > y$  then
        x := x - y
    else
```

```
    y := y - x
end if
end while
max := x
{max = mdc(a, b)}
```