

FMC III - Trabalho 8

6,0

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite

17 de outubro de 2025

i. $A \rightarrow A$

1. $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$ [A2]
2. $A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$ [A1]
3. $(A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A)$ [1,2 MP]
4. $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ [A1]
5. $A \rightarrow A$ [3,4 MP]

ii) $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$

1. $(\neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$ [A3]
2. $\neg A \rightarrow \neg A$ [i] (Teorema anterior)]
3. $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$ [1, 2 MP]

iii. Digamos que já tenhamos provado os teoremas $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow C$. Mostre que $A \rightarrow C$.

- | | |
|--|----------------------|
| 1. $(A \rightarrow B)$ | <i>P T (Teorema)</i> |
| 2. $(B \rightarrow C)$ | <i>P T</i> |
| 3. $(B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ | <i>A1</i> |
| 4. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ | <i>2, 3, MP</i> |
| 5. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ | <i>A2</i> |
| 6. $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ | <i>4, 5, MP</i> |
| 7. $A \rightarrow C$ | <i>1, 6, MP</i> |
| 8. QED | |

iv. Digamos que já tenhamos provado $A \rightarrow (B \rightarrow C)$. Mostre que $B \rightarrow (A \rightarrow C)$. (0,0) Errado!

- | | |
|--|-------------------------|
| 1. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ | <i>P- T</i> |
| 2. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C)))$ | <i>A2- A1</i> |
| 3. $B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$ | <i>1, 2, MP</i> |
| 4. $B \rightarrow [(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))]$ | <i>A2 <- Errado!</i> |
| 5. $(B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))) \rightarrow (B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$ | <i>A2</i> |
| 6. $B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ | <i>3, 5 MP</i> |
| 7. $(B \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$ | <i>A2</i> |
| 8. B | <i>P</i> |
| 9. $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ | <i>A1</i> |
| 10. $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ | <i>7, 9, MP</i> |
| 11. QED | |

- | | |
|--|------------------------|
| 1. $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ | <i>T</i> |
| 2. $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ | <i>Axioma 1</i> |
| 3. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ | <i>Axioma 2</i> |
| 4. $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$ | <i>1, 3, MP</i> |
| 5. $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ | <i>2, 4, Por (iii)</i> |
- QED.

v. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$ (0,0) Errado!

1. $\neg B \rightarrow \neg A$	-----P-- Não temos premissa Pois não temos PC!
2. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A))$	Axioma 1
3. $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$	1,2, MP
4. $A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$	Axioma 1
5. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$	Axioma 3
6. $(\neg B \rightarrow A) \rightarrow B$	1,5, MP
7. $A \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$	3,5, Questão III
8. $(A \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)) \rightarrow ((A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow B))$	Axioma 2
9. $(A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow B)$	7,8, MP
10. $A \rightarrow B$	4,9, MP
<i>QED</i>	

1. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$	Axioma 3
2. $(\neg B \rightarrow A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow B)$	1, Por (iv)
3. $A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$	Axioma 1
4. $A \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow B)$	3, 2, Por (iii)
5. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$	4, Por (iv)
<i>QED</i>	