FMC III - Trabalho 12

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite

28 de novembro de 2025

1.Prove que as fbfs a seguir estão corretas

$$\text{I) } \{par(a[i]) \wedge (i = j + 1)\}a[j] := a[i] + 1\{impar(a[i - 1])\}$$

$$\text{II) } \{a[2] = 2 \wedge a[1] = 1\}a[a[2]] := 1\{\exists z, (a[z] = 1) \wedge (a[2] = z)\}$$

2. Use o algoritmo de Skolem para transformar a fbf a seguir em uma forma clausulal

.

$$\forall x\, \exists y\, \exists z\, [\, (\neg p(x, y) \wedge q(x, z)) \vee r(x, y, z)\,].$$

Utilizando o algoritmo de Skolen, teremos:

$$\forall x\, \exists y\, \exists z\, [\, (\neg p(x, y) \wedge q(x, z)) \vee r(x, y, z)\,] \equiv$$

$$\forall x\, [\, (\neg p(x, f(x)) \wedge q(x, g(x))) \vee r(x, f(x), g(x))\,] \equiv$$

$$\forall x\, [\, (\neg p(x, f(x)) \vee r(x, f(x), g(x)) \wedge\ q(x, g(x)) \vee r(x, f(x), g(x))\,] \equiv$$

3. Encontre uma prova de resolução para mostrar que o conjunto a seguir de cláusulas proposicionais é insatisfatório:

$$\{p \vee q,\ \neg p \vee r,\ \neg r \vee \neg p,\ \neg q\}.$$

1.	$p \vee q$	P
2.	$\neg p \vee r$	P
3.	$\neg r \vee \neg p$	P
4.	$\neg q$	P
5.	p	1, 4, R
6.	r	2, 5, R
7.	$\neg p$	3, 6, R
8.	$\square$	5, 7, R

QED

Como a resolução produziu a cláusula vazia, o conjunto é insatisfatível.

4. Calcule a composição $\theta\sigma$ de cada um dos pares de substituições a seguir

$$\theta = \{x/f(z), y/a\}, \sigma = \{z/b\}.$$

1. Aplique σ aos termos (denominadores) de θ. Resulta em

$$\{x/f(z)\sigma, y/a\sigma\} = \{x/f(b), y/a\}$$

2. Exclua quaisquer ligações no formato x_i/x_i do conjunto do Passo 1. Resulta em

$$\{x/f(b), y/a\}$$

3. Exclua qualquer y_i/s_i de σ se y_i for uma variável em $dom(\theta) = \{x, y\}$.
O conjunto $\sigma = \{z/b\}$. A variável z não pertence ao domínio $\{x, y\}$ de θ.

$$\{z/b\}$$

4. $\theta\sigma$ é a união dos conjuntos construídos dos Passos 2 e 3

$$\theta\sigma = \{x/f(b), y/a, z/b\}$$

Verificação
Para verificar, usaremos o átomo $p(x, y, z)$, pois x, y e z são as variáveis distintas que ocorrem no domínio e contradomínio de θ e σ.
Primeiro cálculo:

$$(p(x, y, z)\theta)\sigma = p(f(z), a, z)\sigma = p(f(b), a, b)$$

Segundo cálculo:

$$p(x, y, z)(\theta\sigma) = p(f(b), a, b)$$

Assim. como os resultados são os mesmos, isso confirma que a composição está correta.

5. Use o algoritmo de unificação de Robinson para encontrar um unificador geral para o conjunto de átomos a seguir.

$$\{p(x, f(x), y), p(x, y, z), p(w, f(a), b)\}.$$

Vamos aplicar o algoritmo ao conjunto $S = \{p(x, f(x), y), p(x, y, z), p(w, f(a), b)\}$.
1. Defina $k = 0$ e $\theta_0 = \epsilon$ e vá para a Etapa 2

$$\theta_0 = \epsilon$$

2. Calcule $S\theta_k$

$$S\theta_0 = S\epsilon = \{p(x, f(x), y), p(x, y, z), p(w, f(a), b)\} \text{ não é um conjunto unitário}$$

2.2 Seja D_k o conjunto de desacordo de $S\theta_k$ e vá para a Etapa 3.

$$D_0 = \{x, w\}$$

3.1 Se D_k contém uma variável v e um termo t, tal que v não ocorre em t, então calcule a composição $\theta_{k+1} = \theta_k\{v/t\}$, defina $k := k + 1$ e vá para o Passo 2

A variável w não ocorre no termo x de D_0.

Coloque $\theta_1 = \theta_0\{w/x\} = \{w/x\}$

2. Calcule $S\theta_k$

$$S\theta_1 = \{p(x, f(x), y), p(x, y, z), p(x, f(a), b)\}$$

Não é um conjunto unitário
2.2 Seja D_k o conjunto de desacordo de $S\theta_k$ e vá para a Etapa 3. O desacordo ocorre no segundo argumento:

$$D_1 = \{f(x), y, f(a)\}$$

3.1 Se D_k contém uma variável v e um termo t, tal que v não ocorre em t, então calcule a composição $\theta_{k+1} = \theta_k\{v/t\}$, defina $k := k + 1$ e vá para o Passo 2

A variável y não ocorre no termo $f(a)$ de D_1

Coloque $\theta_2 = \theta_1\{y/f(a))\} = \{w/x, y/f(a)\}$

2. Calcule $S\theta_k$

$$S\theta_2 = \{p(x, f(x), f(a)), p(x, f(a), z), p(x, f(a), b)\}$$

Não é um conjunto unitário
2.2 Seja D_k o conjunto de desacordo de $S\theta_k$ e vá para a Etapa 3.

$$D_2 = \{x, a\}$$

3.1 Se D_k contém uma variável v e um termo t, tal que v não ocorre em t, então calcule a composição $\theta_{k+1} = \theta_k\{v/t\}$, defina $k := k + 1$ e vá para o Passo 2

A variável x não ocorre no termo a de D_2

Coloque $\theta_3 = \theta_2\{x/a\} = \{w/a, y/f(a), x/a\}$

2. Calcule $S\theta_k$

$$S\theta_3 = \{p(a, f(a), f(a)), p(a, f(a), z), p(a, f(a), b)\}$$

Não é um conjunto unitário
2.2 Seja D_k o conjunto de desacordo de $S\theta_k$ e vá para a Etapa 3.

$$D_3 = \{f(a), z, b\}$$

3.1 Se D_k contém uma variável v e um termo t, tal que v não ocorre em t, então calcule a composição $\theta_{k+1} = \theta_k\{v/t\}$, defina $k := k + 1$ e vá para o Passo 2

A variável z não ocorre no termo b de D_3

Coloque $\theta_4 = \theta_3\{z/b\} = \{w/a, y/f(a), x/a, z/b\}$

2. Calcule $S\theta_k$

$$S\theta_4 = \{p(a, f(a), f(a)), p(a, f(a), b)\}$$

Não é um conjunto unitário
2.2 Seja D_k o conjunto de desacordo de $S\theta_k$ e vá para a Etapa 3.

$$D_4 = \{f(a), b\}$$

O conjunto D_4 contém apenas a função composta $f(a)$ e a constante b. Logo, S não é unificável.