

## FMC III - Trabalho 8

Alexandre Ribeiro      José Ivo      Marina Leite

16 de outubro de 2025

i.  $A \rightarrow A$

ii.  $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$

1.	$(B \rightarrow C)$	$P$
2.	$(A \wedge B)$	$P$
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	$B$	2, <i>Simp</i>
5.	$C$	1, 4 <i>MP</i>
6.	$A$	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>

iii. Digamos que já tenhamos provado os teoremas  $A \rightarrow B$  e  $B \rightarrow C$ . Mostre que  $A \rightarrow C$ .

- |    |   |          |
|----|---|----------|
| 1. | $(A \rightarrow B)$   | $P$      |
| 2. | $(B \rightarrow C)$   | $P$      |
| 3. | $(B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$                                 | $A1$     |
| 4. | $A \rightarrow (B \rightarrow C)$   | 2, 3, MP |
| 5. | $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ | $A2$     |
| 6. | $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$   | 4, 5, MP |
| 7. | $A \rightarrow C$   | 1, 6, MP |
| 8. | $QED$   |          |

iv. Digamos que já tenhamos provado  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ . Mostre que  $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ .

- |     |   |          |
|-----|---|----------|
| 1.  | $A \rightarrow (B \rightarrow C)$   | $P$      |
| 2.  | $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C)))$                                 | $A2$     |
| 3.  | $B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$   | 1, 2, MP |
| 4.  | $B \rightarrow [(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))]$                 | $A2$     |
| 5.  | $(B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))) \rightarrow (B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$ | $A2$     |
| 6.  | $B \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$   | 3, 5 MP  |
| 7.  | $(B \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$   | $A2$     |
| 8.  | $B$   | $P$      |
| 9.  | $B \rightarrow (A \rightarrow B)$   | $A1$     |
| 10. | $B \rightarrow (A \rightarrow C)$   | 7, 9, MP |
| 11. | $QED$   |          |

v.  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

1.	$(B \rightarrow C)$	$P$
2.	$(A \wedge B)$	$P$
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	$B$	2, <i>Simp</i>
5.	$C$	1, 4 <i>MP</i>
6.	$A$	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>