

# FMC III - Trabalho 5

Alexandre Ribeiro      José Ivo      Marina Leite

28 de setembro de 2025

## Questão 1

Dadas as fórmulas:

i)  $Q \wedge \neg P \rightarrow P$

ii)  $(P \vee Q) \wedge R$

(a) Use equivalências para transformá-las em FNC.

i.

$$\begin{aligned}(Q \wedge \neg P) \rightarrow P &\Leftrightarrow \neg(Q \wedge \neg P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee P)\end{aligned}$$

ii.

$$(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (R \wedge P) \vee (R \wedge Q)$$

(b) Use equivalências para transformá-las em uma FNC.

i.

ii.

(c) Transforme as fbfs em uma FND completa, se possível

i.

ii.

(d) Transforme as fbfs em uma FNC completa, se possível

i.

ii.

## Questão 2

Para cada função, escreva as representações da FND completa e da FNC completa.

**a)  $f(P, Q) = \text{Verdadeiro}$  sse  $Q$  for Verdadeiro**

Primeiro, a tabela-verdade:

$P$	$Q$	$f(P, Q)$
$V$	$V$	$V$
$V$	$F$	$F$
$F$	$V$	$V$
$F$	$F$	$F$

Note que a função é equivalente a  $Q$ .

**FNC completa**

$$\begin{aligned} Q &\Leftrightarrow Q \vee \text{Falso} \\ &\Leftrightarrow Q \vee (P \wedge \neg P) \\ &\Leftrightarrow (Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P) \end{aligned}$$

**FND completa**

$$\begin{aligned}Q &\Leftrightarrow Q \wedge \text{Verdadeiro} \\&\Leftrightarrow Q \wedge (P \vee \neg P) \\&\Leftrightarrow (Q \wedge P) \vee (Q \wedge \neg P)\end{aligned}$$

**b)  $f(P, Q, R) = \text{Verdadeiro}$  sse  $P$  for Verdadeiro ou  $Q$  for Falso**

Tabela-verdade:

$P$	$Q$	$R$	$f(P, Q)$	$P \vee \neg Q$
$V$	$V$	$V$	$V$	$V$
$V$	$V$	$F$	$V$	$V$
$V$	$F$	$V$	$V$	$V$
$V$	$F$	$F$	$V$	$V$
$F$	$V$	$V$	$F$	$F$
$F$	$V$	$F$	$F$	$F$
$F$	$F$	$V$	$V$	$V$
$F$	$F$	$F$	$V$	$V$

Observe que a função é equivalente a  $P \vee \neg Q$ .

**FND completa**

$$\begin{aligned}P \vee \neg Q &\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg \neg Q) \\&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \\&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \wedge \text{Verdadeiro} \\&\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \wedge (R \vee \neg R) \\&\Leftrightarrow [(\neg P \wedge Q) \wedge R] \vee [(\neg P \wedge Q) \wedge \neg R] \\&\Leftrightarrow [\neg P \wedge Q \wedge R] \vee [\neg P \wedge Q \wedge \neg R]\end{aligned}$$

**FNC completa**

$$\begin{aligned}P \vee \neg Q &\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \vee \text{Falso} \\&\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \vee (R \wedge \neg R) \\&\Leftrightarrow [(P \vee \neg Q) \vee R] \wedge [(P \vee \neg Q) \vee \neg R] \\&\Leftrightarrow [P \vee \neg Q \vee R] \wedge [P \vee \neg Q \vee \neg R]\end{aligned}$$

### Questão 3

Dê uma prova formal, nas duas notações (tabelas e árvores), para cada uma das tautologias a seguir usando a regra CP.

(a)  $(A \vee B)$

**Tabela**

**Árvore**

(b)  $(A \vee B)$

**Tabela**

**Árvore**