

FMC III - Trabalho 8

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite

16 de outubro de 2025

i. $A \rightarrow A$

1.	$(B \rightarrow C)$	P
2.	$(A \wedge B)$	P
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	B	2, <i>Simp</i>
5.	C	1, 4 <i>MP</i>
6.	A	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>

ii. $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$

1.	$(B \rightarrow C)$	P
2.	$(A \wedge B)$	P
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	B	2, <i>Simp</i>
5.	C	1, 4 <i>MP</i>
6.	A	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>

iii. Digamos que já tenhamos provado os teoremas $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow C$. Mostre que $A \rightarrow C$.

1.	$(B \rightarrow C)$	P
2.	$(A \wedge B)$	P
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	B	2, <i>Simp</i>
5.	C	1, 4 <i>MP</i>
6.	A	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>

iv. Digamos que já tenhamos provado $A \rightarrow (B \rightarrow C)$.
Mostre que $B \rightarrow (A \rightarrow C)$.

1.	$(B \rightarrow C)$	P
2.	$(A \wedge B)$	P
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	B	2, <i>Simp</i>
5.	C	1, 4 <i>MP</i>
6.	A	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>

v. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

1.	$(B \rightarrow C)$	P
2.	$(A \wedge B)$	P
3.	$\neg(A \wedge C)$	P para $(A \wedge C)$ Prova por absurdo
4.	B	2, <i>Simp</i>
5.	C	1, 4 <i>MP</i>
6.	A	2, <i>Simp</i>
7.	$A \wedge C$	5, 6 <i>Conj.</i>
8.	<i>Falso</i>	3, 7 <i>Contra.</i>
9.	$(A \wedge C)$	3 – 8, <i>PI</i>
10.	$(A \wedge B \rightarrow A \wedge C)$	2, 9 <i>PC</i>
	<i>QED</i>	1, 10 <i>P</i>