

FMC III - Trabalho 8

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite

18 de outubro de 2025

1. Prove (usando argumentos de validade [interpretações e modelos/contramodelos]) que:

- a. Uma fbf é válida se e somente se o seu fecho universal for válido
- b. Uma fbf é insatisfatória se e somente se o seu fecho existencial for insatisfatório

2. Use equivalências para construir uma forma normal conjuntiva prenexa e uma forma disjuntiva prenexa para cada uma das seguintes fbfs.

a) $\forall x(p(x) \vee q(x)) \rightarrow \forall xp(x) \vee \forall xq(x)$

$$\begin{aligned} \forall x(p(x) \vee q(x)) \rightarrow \forall xp(x) \vee \forall xq(x) &\equiv \\ \forall x(p(x) \vee q(x)) \rightarrow \forall yp(y) \vee \forall zq(z) &\equiv \text{Renom.} \\ \neg \forall x(p(x) \vee q(x)) \vee \forall yp(y) \vee \forall zq(z) &\equiv \text{Rem. } \rightarrow \\ \exists x \neg(p(x) \vee q(x)) \vee \forall yp(y) \vee \forall zq(z) &\equiv \neg \forall \\ \exists x(\neg p(x) \wedge \neg q(x)) \vee \forall yp(y) \vee \forall zq(z) &\equiv \neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B \\ \exists x((\neg p(x) \wedge \neg q(x)) \vee \forall yp(y) \vee \forall zq(z)) &\equiv \text{Adicionando } () \\ \exists x \forall y((\neg p(x) \wedge \neg q(x)) \vee p(y) \vee \forall zq(z)) &\equiv \text{iv (b)} \\ \exists x \forall y \forall z((\neg p(x) \wedge \neg q(x)) \vee p(y) \vee q(z)) &\equiv \text{iv (b)} \end{aligned}$$

b) $\exists xp(x) \wedge \exists xq(x) \rightarrow \exists x(p(x) \wedge q(x))$