FMC III - Trabalho 5

Alexandre Ribeiro José Ivo Marina Leite 28 de setembro de 2025

Questão 1

Dadas as fórmulas:

i)
$$Q \land \neg P \to P$$

ii)
$$(P \lor Q) \land R$$

(a) Use equivalências para transformá-las em FND.

i.

$$\begin{split} (Q \wedge \neg P) &\to P \Leftrightarrow \neg (Q \wedge \neg P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee \neg \neg P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee P) \vee P \\ &\Leftrightarrow (\neg Q \vee P) \end{split}$$

ii.

$$(P \lor Q) \land R \Leftrightarrow (R \land P) \lor (R \land Q)$$

Questão 2

Para cada função, escreva as representações da FND completa e da FNC completa.

a) f(P,Q) =Verdadeiro sse Q for Verdadeiro

Primeiro, a tabela-verdade:

P	Q	f(P,Q)
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Note que a função é equivalente a Q.

FNC completa

$$\begin{split} Q &\Leftrightarrow Q \vee \mathsf{Falso} \\ &\Leftrightarrow Q \vee (P \wedge \neg P) \\ &\Leftrightarrow (Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg P) \end{split}$$

FND completa

$$\begin{aligned} Q &\Leftrightarrow Q \wedge \text{Verdadeiro} \\ &\Leftrightarrow Q \wedge (P \vee \neg P) \\ &\Leftrightarrow (Q \wedge P) \vee (Q \wedge \neg P) \end{aligned}$$

b) f(P,Q,R)= Verdadeiro sse P for Verdadeiro ou Q for Falso

Tabela-verdade:

P	Q		f(P,Q)	$P \vee \neg Q$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

Observe que a função é equivalente a $P \vee \neg Q$.

FND completa

$$\begin{split} P \vee \neg Q &\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg \neg Q) \\ &\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \\ &\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \wedge \text{Verdadeiro} \\ &\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q) \wedge (R \vee \neg R) \\ &\Leftrightarrow [(\neg P \wedge Q) \wedge R] \vee [(\neg P \wedge Q) \wedge \neg R] \\ &\Leftrightarrow [\neg P \wedge Q \wedge R] \vee [\neg P \wedge Q \wedge \neg R] \end{split}$$

FNC completa

$$\begin{split} P \vee \neg Q &\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \vee \text{Falso} \\ &\Leftrightarrow (P \vee \neg Q) \vee (R \wedge \neg R) \\ &\Leftrightarrow [(P \vee \neg Q) \vee R] \wedge [(P \vee \neg Q) \vee \neg R] \\ &\Leftrightarrow [P \vee \neg Q \vee R] \wedge [P \vee \neg Q \vee \neg R] \end{split}$$