Séries de Taylor
ANN - 25 de Fevereiro de 2017 (Atividade)
Fernando Deeke Sasse
Acadêmico Marlon Henry Schweigert

Tarefa 002

1. Determine a série de Taylor até O(x^7) de $fx := \frac{\sin(x)}{x-1}$ em torno de x=0 e determine o erro na aproximação fx ~ P6 em x = 1/2.
Determine o correspondente E(x) na fórmula do resto de Lagrange.

2. Calcule Integral [1,2] ln(x²)dx usando como aproximação para o integrando um polinômio de grau 6, dado pela série de Taylor. Estime o Erro.

with(*plots*)

[*animate*, *animate3d*, *animatecurve*, *arrow*, *changecoords*, *complexplot*, *complexplot3d*, *conformal*, *conformal3d*, *contourplot*, *contourplot3d*, *coordplot*, *coordplot3d*, *densityplot*, *display*, *dualaxisplot*, *fieldplot*, *fieldplot3d*, *gradplot*, *gradplot3d*, *implicitplot*, *implicitplot3d*, *inequal*, *interactive*, *interactiveparams*, *intersectplot*, *listcontplot*, *listcontplot3d*, *listdensityplot*, *listplot*, *listplot3d*, *loglogplot*, *logplot*, *matrixplot*, *multiple*, *odeplot*, *pareto*, *plotcompare*, *pointplot*, *pointplot3d*, *polarplot*, *polygonplot*, *polygonplot3d*, *polyhedra_supported*, *polyhedraplot*, *rootlocus*, *semilogplot*, *setcolors*, *setoptions*, *setoptions3d*, *shadebetween*, *spacecurve*, *sparsematrixplot*, *surfdata*, *textplot*, *textplot3d*, *tubeplot*] **(1)**

Atividade 1

a) Determinar a série de Taylor até O(x^7) de fx := sin(x)/(x-1)

$fx := \frac{\sin(x)}{x-1}$

$$\frac{\sin(x)}{x-1} \quad \textbf{(2)}$$

$sfx := series(fx, x = 0, 7)$

$$-x - x^2 - \frac{5}{6}x^3 - \frac{5}{6}x^4 - \frac{101}{120}x^5 - \frac{101}{120}x^6 + O(x^7) \quad \textbf{(3)}$$

b) Determinar o erro na aproximação fx ~ P6 em $x = \frac{1}{2}$.

$P6 := convert(sfx, polynom)$

$$-x - x^2 - \frac{5}{6}x^3 - \frac{5}{6}x^4 - \frac{101}{120}x^5 - \frac{101}{120}x^6 \quad \textbf{(4)}$$

$fErro := |fx - P6|$

$$\left|\frac{\sin(x)}{x-1} + x + x^2 + \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{6}x^4 + \frac{101}{120}x^5 + \frac{101}{120}x^6\right| \quad \textbf{(5)}$$

$erro := eval\left(fErro, x = \frac{1}{2}\right)$

$$2\sin\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{2421}{2560} \tag{6}$$

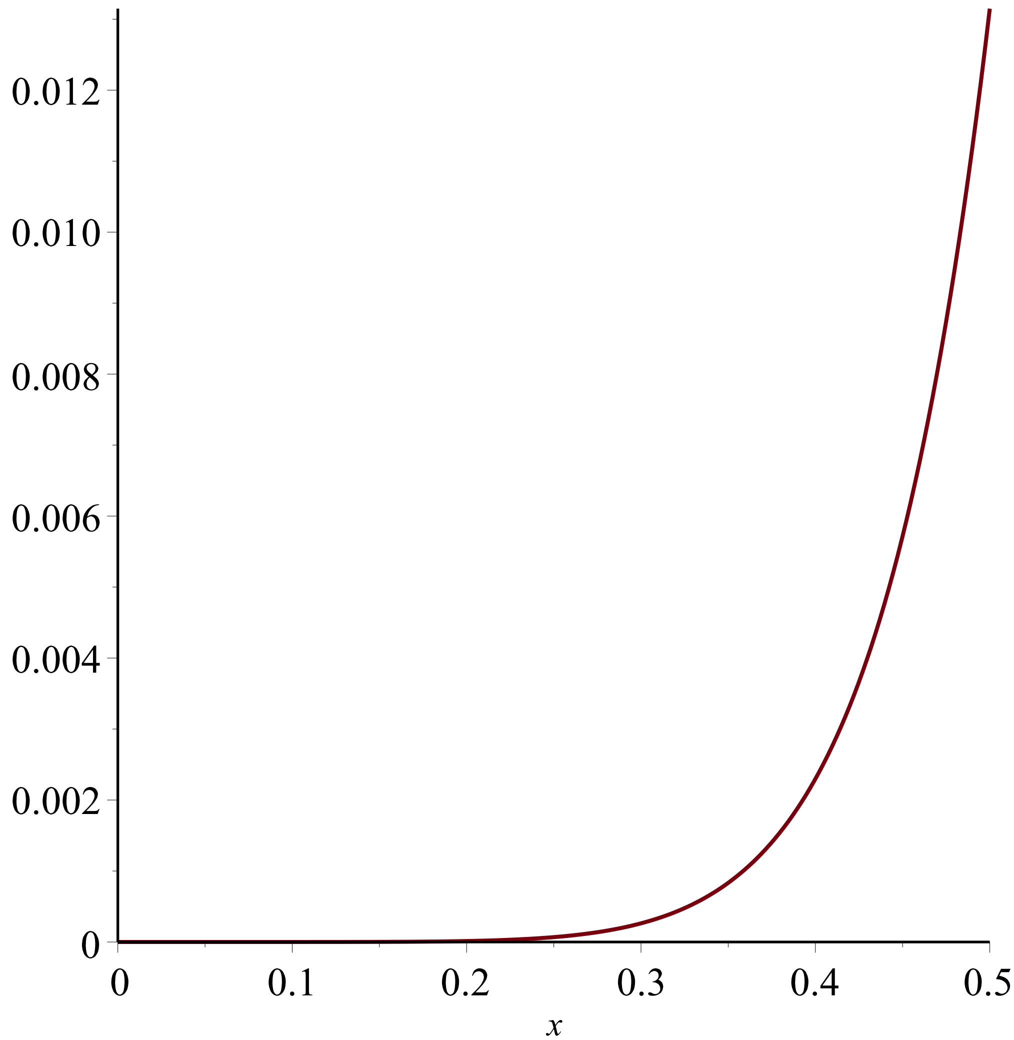
$evalf(erro)$

$$0.0131479522 \tag{7}$$

Este é o erro na posição $x=\frac{1}{2}$ é de ~ 0.01314

Plotando a função fErro para encontrar o maior valor entre 0 e $\frac{1}{2}$.

$plot\left(fErro, x=0\,..\,\frac{1}{2}\right)$



Pelo gráfico sabemos que o maior erro é no próprio ponto x = $\frac{1}{2}$.

Logo, E$\left(\frac{1}{2}\right)=eval\left(fErro, x=\frac{1}{2}\right)$

$$2\sin\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{2421}{2560} \tag{8}$$

Atividade 2

a) Encontrando o P6 para f(x) = ln(x^2)

$gx := \ln(x \cdot x)$

$$\ln(x^2) \qquad (9)$$

$gxs := series(gx, x = 2, 7)$

$$2\ln(2) + x - 2 - \frac{1}{4}(x-2)^2 + \frac{1}{12}(x-2)^3 - \frac{1}{32}(x-2)^4 + \frac{1}{80}(x-2)^5 - \frac{1}{192}(x-2)^6 + \mathrm{O}((x-2)^7) \qquad (10)$$

$P6 := convert(gxs, polynom)$

$$2\ln(2) + x - 2 - \frac{1}{4}(x-2)^2 + \frac{1}{12}(x-2)^3 - \frac{1}{32}(x-2)^4 + \frac{1}{80}(x-2)^5 - \frac{1}{192}(x-2)^6 \qquad (11)$$

$ip := int(P6, x = 1..2)$

$$-\frac{4121}{6720} + 2\ln(2) \qquad (12)$$

Sendo ip o resultado da integral utilizando polinômios.

$i := int(gx, x = 1..2)$

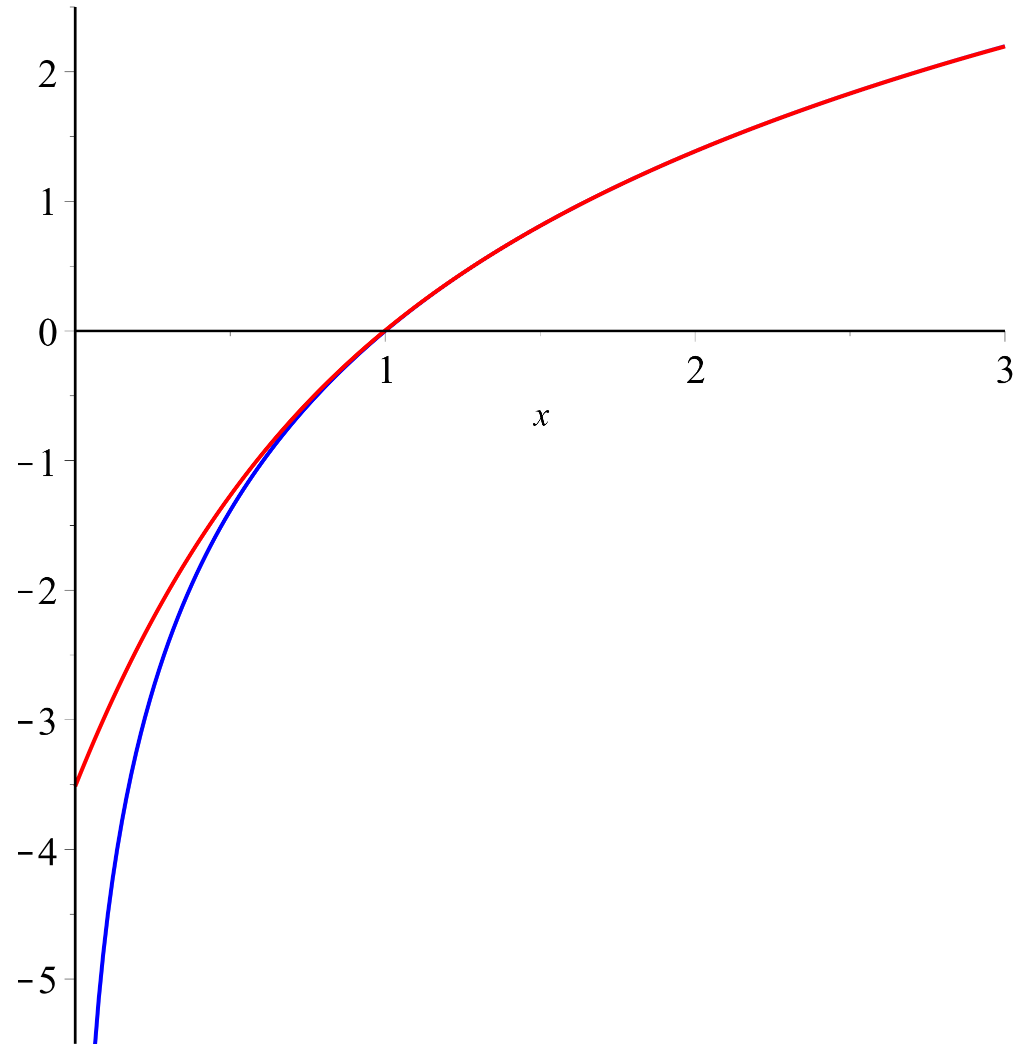
$$-2 + 4\ln(2) \qquad (13)$$

Então, o erro é dado por:

$erro := |evalf(i) - evalf(ip)|$

$$0.0004615914 \qquad (14)$$

$plot([gx, P6], x = 0..3, color = [blue, red])$


2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
1
2
3
x