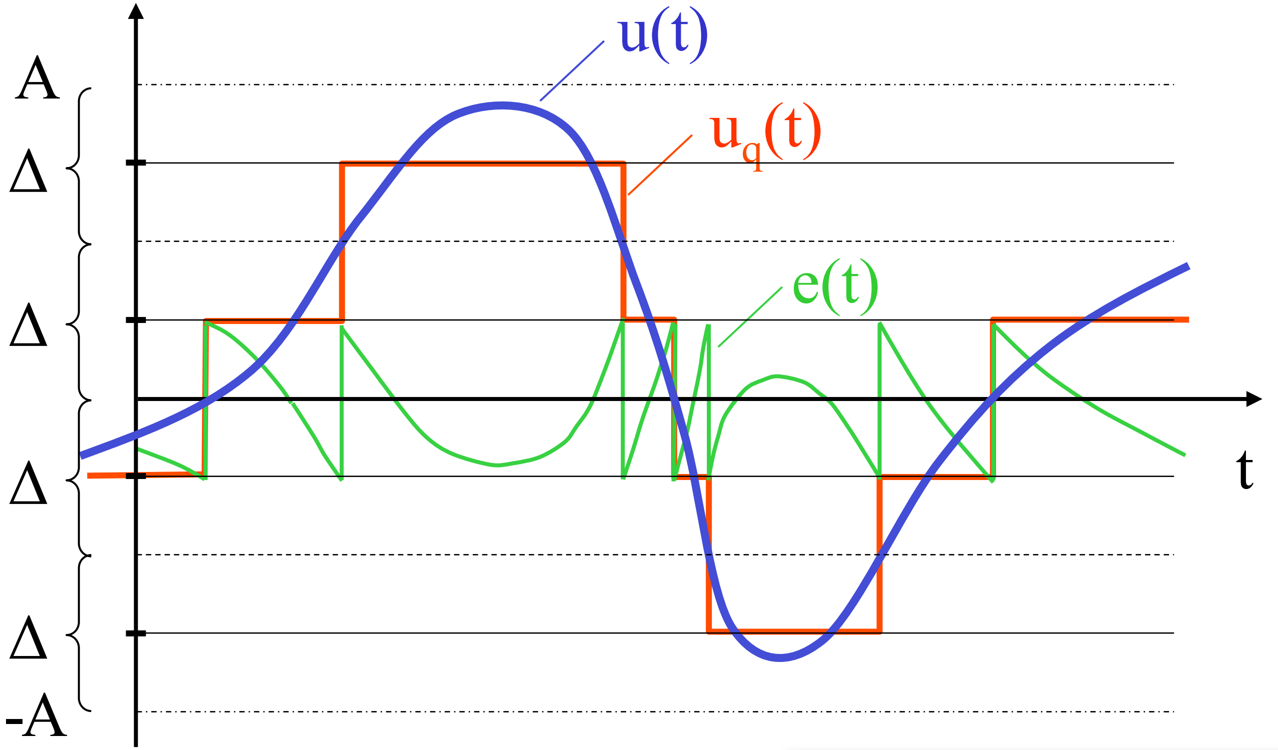
Quantisierung wertkontinuierlicher Signale

Umwandlung von analogen Signalen in wertdiskrete Signale:



Quantisierungs-Interval: $\Delta = A / 2^{b-1}$

b: Anzahl Bits

max. Fehler: $e_{max} = \pm\Delta / 2$

Fehler: $e(t) = u_q(t) - u(t)$

Amplitude des Fehler-/Rauschsignals hängt vom Quantisierungsinterval Δ ab

Quantisierungsrauschen

Berechnung der Rauschleistung:

$$P_r = \overline{e^2(t)} \simeq \frac{1}{T} \cdot \int_0^T e^2(t)\, dt$$

Leistung des Rauschens hängt von der Bitauflösung b ab:

$$\frac{e_{\max}(b)}{e_{\max}(b=1)} = \frac{A}{2^{b-1}} \cdot \frac{2^0}{A} = \frac{1}{2^{b-1}} = 20\log\left(\frac{1}{2^{b-1}}\right) dB = -(b-1)\cdot 6\ dB$$

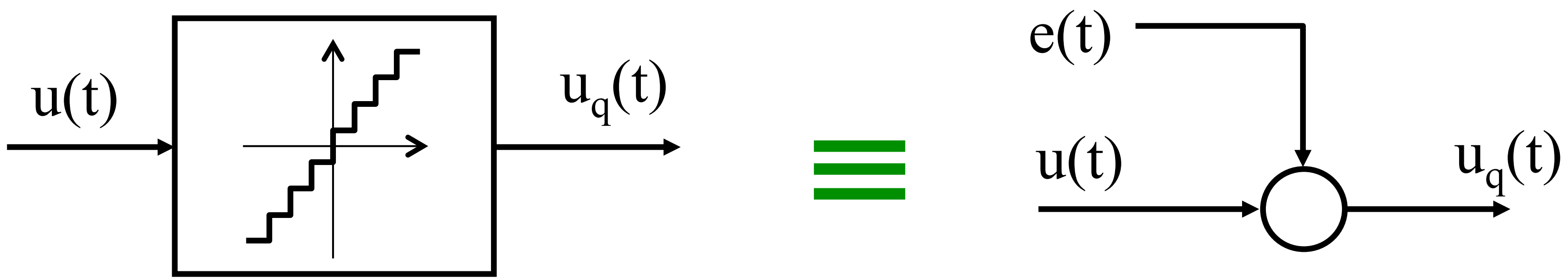
$\Rightarrow$ Jede Erhöhung der Auflösung um 1 Bit verringert die Rauschleistung um 6 dB

Quantisierungsfehler dürfen bei großer Wortbreite vernachlässigt werden, dies erfordert allerdings hohe Präzision, um Verzerrungen zu vermeiden

Modellierung des Quantisierungsrauschens

Eine Quantisierung der Signalamplitude im A/D-Wandler ist eine nichtlineare Operation und deshalb nicht durch LTI-Systeme beschreibbar

Allerdings lässt sich der Quantisierungsfehler durch Addition einer Rauschquelle abhängig von der Bitauflösung näherungsweise beschreiben:



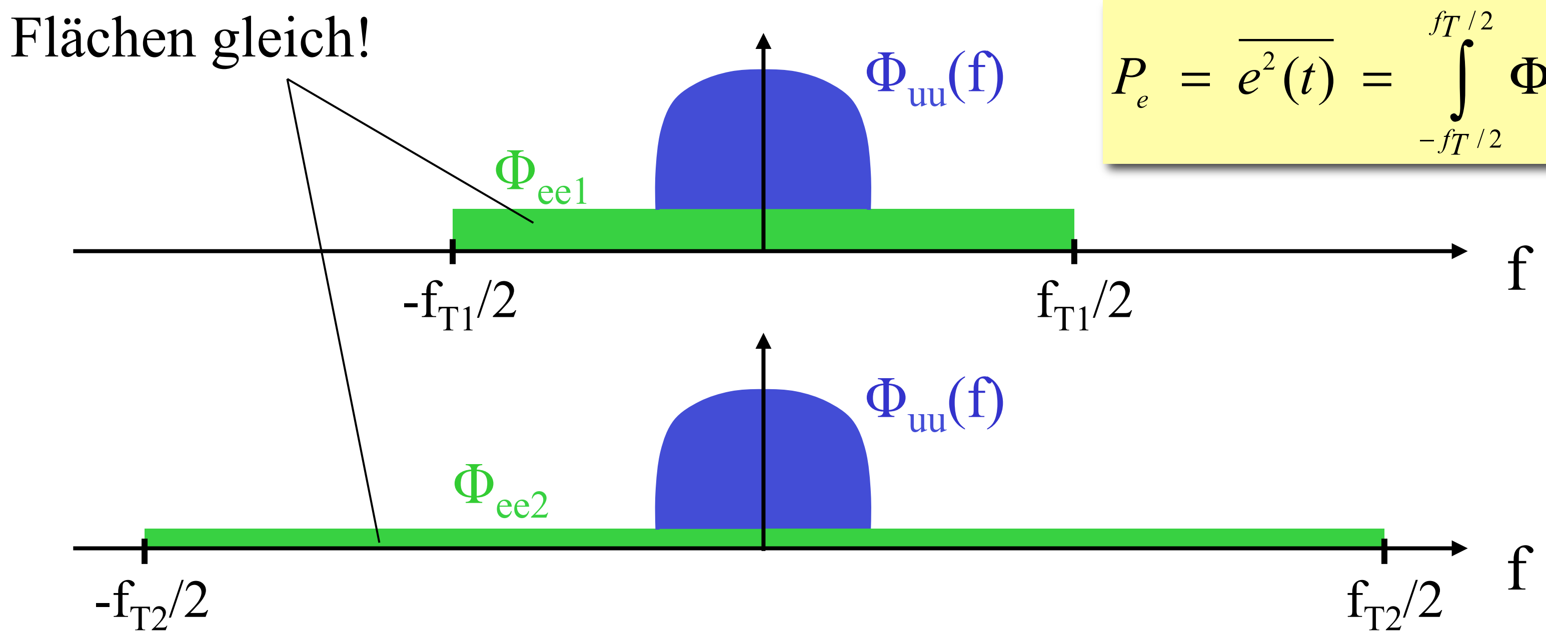
Dieses äquivalente Rauschsignal weist näherungsweise eine konstante Leistungsdichte über den gesamten Spektralbereich auf (weißes Rauschen)

Betrachtung des Quantisierungsrauschens im Frequenzbereich

Die Rauschleistung P_e hängt nur von dem Quantisierungsinterval Δ ab

Das Abtastsignal weist eine konstante Rauschleistungsdichte $\Phi_{ee}(f)$ auf, deren Integral im Bereich von $-f_T/2$ bis $f_T/2$ die Rauschleistung P_e ergibt

$$P_e = \overline{e^2(t)} = \int_{-fT/2}^{fT/2} \Phi_{ee}\, df = f_T \cdot \Phi_{ee}$$



Einfluss der Abtastrate auf das Rauschen

Bei einer Erhöhung der Abtastrate verteilt sich die Rauschleistung über einen größeren Frequenzbereich

Durch ein geeignetes digitales Tiefpassfilter kann das Quantisierungsrauschen wirkungsvoll reduziert werden

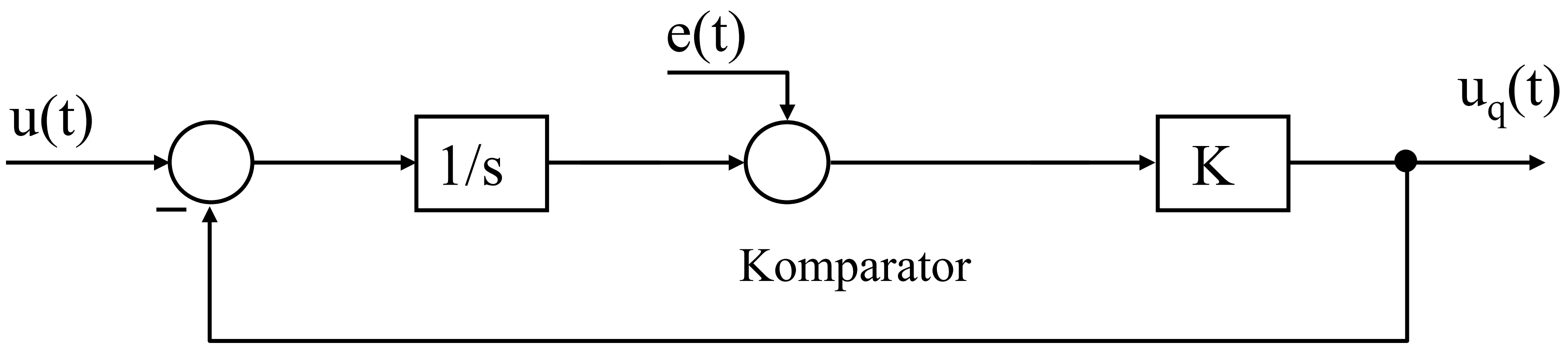
Allerdings sind für eine gute Rauschunterdrückung sehr hohe Abtastraten erforderlich:

$$\Phi \sim 1/f_T \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\Phi(2 f_T)}{\Phi(f_T)} = \frac{1}{2} = -3dB$$

Beispiel:

Oversampling von 64 ergibt eine Rauschunterdrückung von nur 18 dB

Grundstruktur eines Delta-Sigma Modulators



Getrennte Betrachtung der Übertragungsfunktionen für u und e:

$$G_u(s) = \left.\frac{U_q(s)}{U(s)}\right|_{E(s)=0} = \frac{K/s}{1+K/s} = \frac{1}{\frac{s}{K}+1}$$

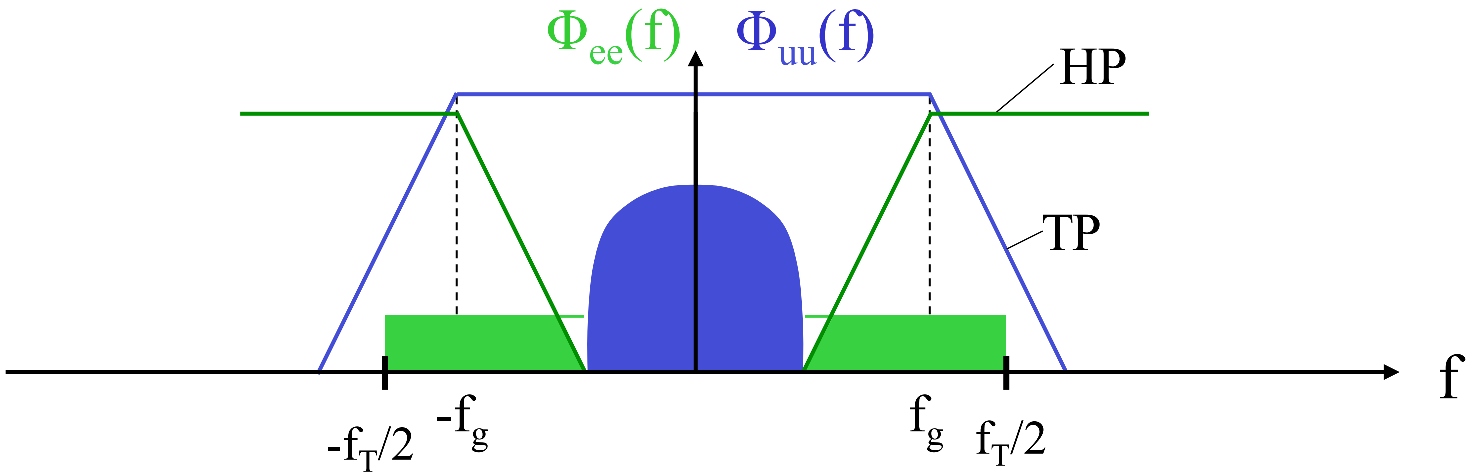
Tiefpass mit $\omega_g = K$

$$G_e(s) = \left.\frac{U_q(s)}{E(s)}\right|_{U(s)=0} = s \cdot \frac{K/s}{1+K/s} = \frac{s}{\frac{s}{K}+1}$$

Hochpass mit $\omega_g = K$

$u_q(t)$ ist ein binäres Signal und wird Bitstream genannt

Delta-Sigma Wandler: Noise Shaping



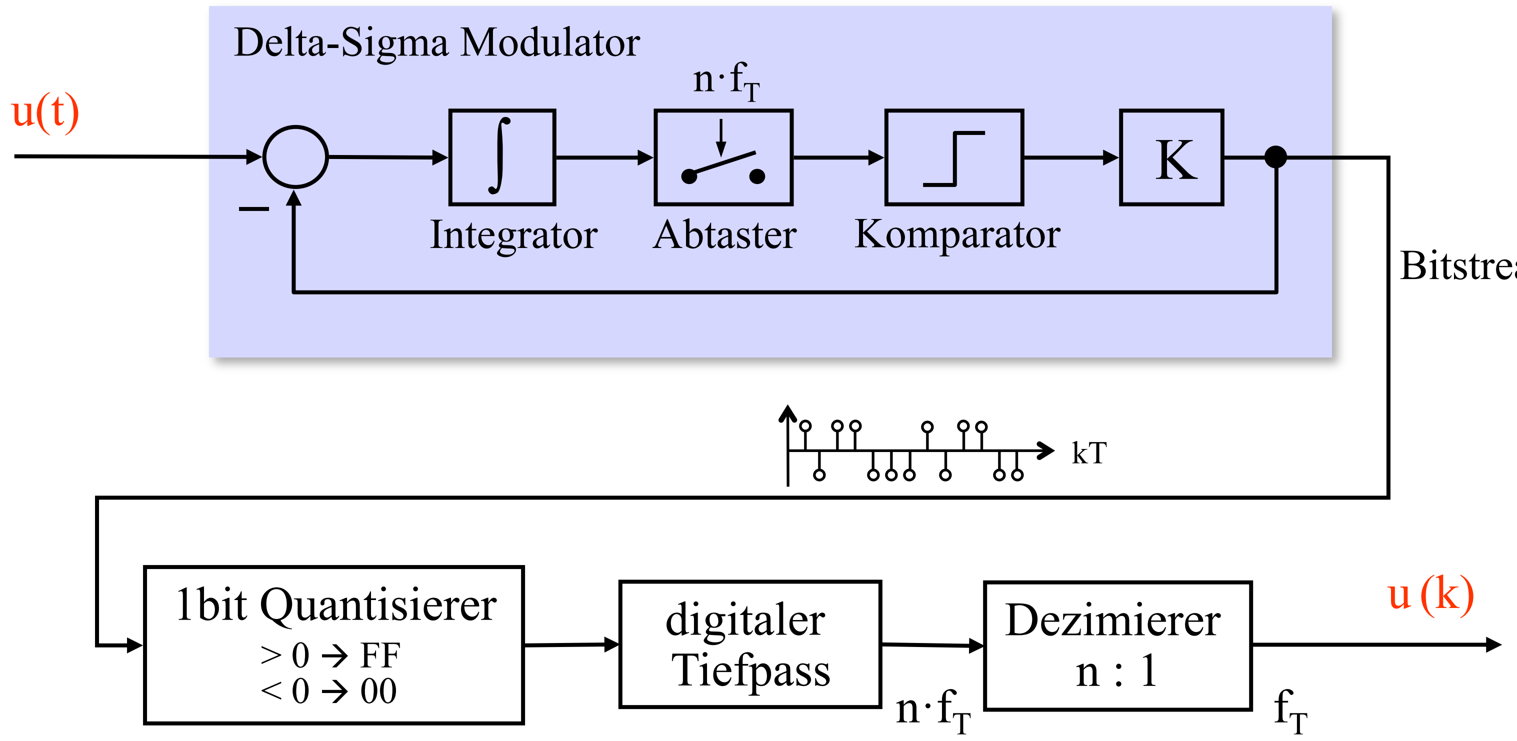
Das Quantisierungsrauschen wird durch den Sigma-Delta Wandler wirkungsvoll unterdrückt, während das Nutzsignal nicht beeinflusst wird

Durch Veränderung von f_g , der Filterordnung und des Oversampling-faktors kann der Wandler quasi an beliebige Signale angepasst werden

Aufgrund der simplen 1 Bit Quantisierung können Delta-Sigma ADC und -DAC mit hoher Genauigkeit zu geringen Kosten hergestellt werden

ADC-Realisierung mit Delta-Sigma Modulator

n-bit Analog Digital Wandler (ADC):



DAC-Realisierung mit Delta-Sigma Modulator

n-bit Digital Analog Wandler (DAC):