

# Задание №22, Процессы

## Теория

**Программа** — последовательность инструкций компьютеру.

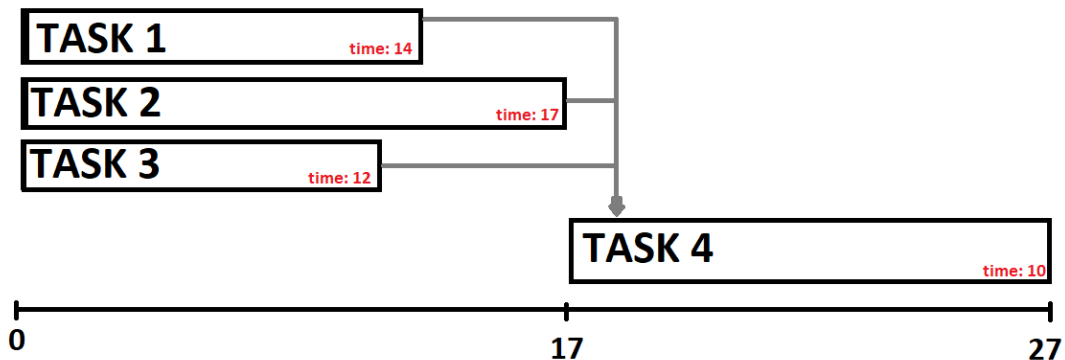
**Процесс** — это выполняющаяся программа, непосредственное выполнение инструкций компьютера во времени.

**Последовательными процессами** называют такие процессы, которые могут начать своё выполнение только после завершения другого процесса, т.к., как правило, зависят от результатов его выполнения.

**Параллельные процессы** — процессы, которые выполняются одновременно. В реальном мире параллельность  $\neq$  независимость, т.к. параллельные относительно друг друга процессы вполне могут работать с общими данными, а также влиять на время выполнения друг друга.



Совокупность процессов считается завершённой тогда, когда выполняются все процессы группы. Т.к. они идут параллельно, то момент завершения совокупности процессов равен моменту завершения последнего процесса.



*4 процесс, зависящий от процессов 1, 2 и 3, начинает своё выполнение только после того, как все процессы, от которых он зависит, завершат свою работу: в момент завершения работы 2 процесса*

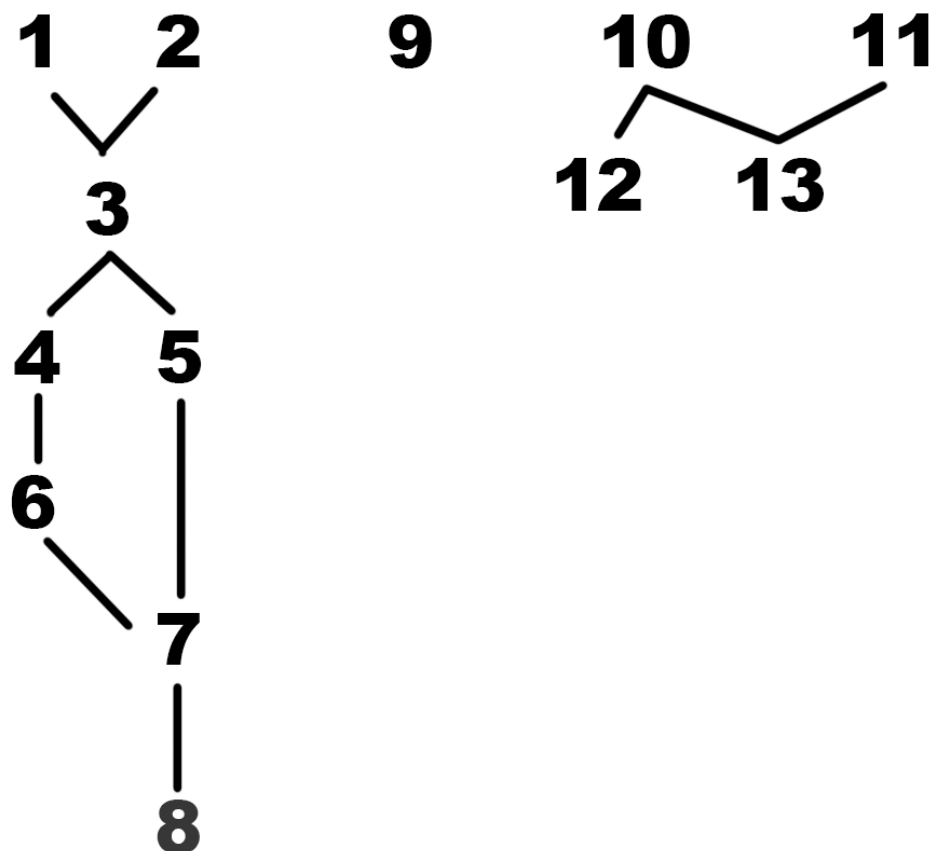
В зависимости от того, что требуется найти, в ЕГЭ есть два основных типа задач:

- На минимальное время, через которая завершится вся совокупность процессов
- На максимальный отрезок времени, в течение которого возможно одновременное выполнение  $n$  процессов

Первый тип легко решается через нахождение времени конца каждого процесса (начало выполнения + время выполнения) и времени начала (максимум из времени завершения процессов, от которых зависит текущий процесс: **ВПР(ячейка с id процессов-зависимостей; таблица; номер столбца с временем завершения; 0)**). Тогда ответом будет максимальное время завершения из всех процессов.

Второй тип требует дополнительный этап решения, в котором нужно логически менять время начала работы процессов для достижения ответа. Такие задачи могут быть абсолютно разного уровня сложности и сам процесс решения сложно алгоритмизировать, но существуют следующие инструменты, которые сильно облегчают задачу:

- **Графы:** можно легко визуализировать дерево зависимостей процессов. Особенно полезно, если в изначальной таблице зависимые процессы идут в разброс и не одной "ветвью".



*Граф для задачи, алгоритм решения которой будет показан далее*

- **Диаграмма Ганта:** полосы, обозначающие время работы процесса и ориентированные вдоль оси времени. Если правильно её построить в

excel, то можно легко искать решение, изменяя время начала процессов.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ			
ID процесса	Время выполнения	ID процессов A	начало	конец		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37			
1	6	0			6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
2	5	0		1	6	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	9	1	2	6	15	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	8	3		15	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	9	3		15	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	5	4		23	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
7	4	5	6	28	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	2	7		32	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	10	0		6	16	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	9	0		0	9	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	8	0		1	9	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	7	10		9	16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	6	10	11	9	15	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0				0		2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0		

Таблица для задачи, алгоритм решения которой будет показан далее. 1 обозначает, что процесс выполняется в конкретную секунду, указанную сверху. Если момент времени сверху больше начала и меньше или равен концу процесса, то ставим 1. Внизу сумма этих единиц.

## Алгоритм решения

Ссылка на файлы:

## Первый тип, ЕГЭ 2023, время завершения всех процессов, необычная

[https://drive.google.com/drive/folders/1Miv8a\\_AcD7yzT9pov6vJx6RiTKlRBlNp?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1Miv8a_AcD7yzT9pov6vJx6RiTKlRBlNp?usp=drive_link)

## Задание 8

В файле [22\\_4.xls](#) содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс B зависит от процесса A, если для выполнения процесса B необходимы результаты выполнения процесса A. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0. При составлении таблицы была потеряна информация, после какого процесса A начался процесс B с ID = 10. Однако известно, что вся совокупность процессов завершилась за минимальное время 22 мс. Определите ID процесса, после которого начался процесс с ID = 10. В ответе укажите только число.

	A	B	C	
	ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A	
1				
2	1	5	0	
3	2	6	0	
4	3	1	0	
5	4	3	2	
6	5	4	3	
7	6	7	1;3	
8	7	10	4	
9	8	3	6	
10	9	4	0	
11	10	10	?	
12	11	1	7	
13	12	5	5;9	
14				

1. Необычность этой задачи заключается в том, что время завершения совокупности процессов нам уже дано: 22 мс. Надо вместо выделенной подобрать такой номер процесса, чтобы не нарушалось данное условие. В другой типичной задаче на время завершения всей совокупности процессов мы бы проделали все те же самые шаги 2-5, но в конце бы просто выбрали максимум из столбца со временем окончания процесса.
2. Выделим столбец с ID процессов, от которых зависит текущий в строке. Применим к нему **"текст по столбцам"** со следующими параметрами:  
Укажите формат данных:  
**с разделителями**  
Символом-разделителем является:  
**точка с запятой**

## Формат данных столбца: **общий**

Мастер распределения текста по столбцам — шаг 1 из 3

Данные восприняты как список значений с разделителями.  
Если это верно, нажмите кнопку "Далее >", в противном случае укажите формат данных.

Формат исходных данных:  
☒ с разделителями — значения полей отделяются знаками-разделителями  
☐ фиксированной ширины — поля имеют заданную ширину

Предварительный просмотр выбранных данных:

1	ID процесса (ов) А
2	0
3	0
4	0
5	2
6	3
7	1;3
8	4
9	6
10	0
11	?
12	7
13	5;9

Отмена < Назад **Далее >** Готово

- Добавляем к получившейся таблице столбцы НАЧАЛО и КОНЕЦ. В столбец КОНЕЦ вписываем формулу суммы ячеек начала и времени выполнения: **=E2+B2**

A	B	C	D	E	F
ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A		НАЧАЛО	КОНЕЦ
1	5	0			=E2+B2
2	6	0			
3	1	0			
4	3	2			
5	4	3			
6	7	1	3		
7	10	4			
8	3	6			
9	4	0			
10	10	?			
11	1	7			
12	5	5	9		

4. В столбец НАЧАЛО вписываем формулу максимума от времени окончания процессов, от которых зависит текущий в строке. Для этого в функцию МАКС передаем 2 функции ВПР (т.к. и зависимых процессов максимум 2 у любого процесса в таблице), ищущие шестой столбец КОНЕЦ по ID процесса, от которого зависит текущий:
- =МАКС(ВПР(C2;A:F;6;0);ВПР(D2;A:F;6;0))**

=МАКС(ВПР(C2;A:F;6;0);ВПР(D2;A:F;6;0))					
A	B	C	D	E	F
ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса (ов) А		НАЧАЛО	КОНЕЦ
1	5	0		F;6;0))	#ИМЯ?
2	6	0			
3	1	0			
4	3	2			
5	4	3			
6	7	1	3		
7	10	4			
8	3	6			
9	4	0			
10	10	?			
11	1	7			
12	5	5	9		

5. В самый конец добавляем 0-ой процесс, чтобы ВПР не выдавал ошибку при попытке его найти (0 - это отсутствие зависимостей, поэтому можно просто добавить нулевой процесс с нулевым временем выполнения и нулевыми началом и концом). Для этого достаточно просто вписать "0" в столбец "ID процесса В". Растягиваем формулы начала и конца до строчки с нулевым процессом не включительно:



	A	B	C	D	E	F	
	ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса (ов) A		НАЧАЛО	КОНЕЦ	
1							
2	1	5	0		0	5	
3	2	6	0		0	6	
4	3	1	0		0	1	
5	4	3	2		6	9	
6	5	4	3		1	5	
7	6	7	1	3	5	12	
8	7	10	4		9	19	
9	8	3	6		12	15	
10	9	4	0		0	4	
11	10	10	?		#Н/Д	#Н/Д	
12	11	1	7		19	20	
13	12	5	5	9	5	10	
14	0						
15							

6. Т.к. по условию совокупность процессов завершилась за 22 мс, а текущий максимум в столбце КОНЕЦ - 19 мс, то очевидно, что в строке с неизвестным ID процесса в третьем столбце должен быть такой номер процесса, чтобы КОНЕЦ равнялся 22 мс. Для этого начало должно равняться разности ожидаемого конца и времени выполнения:  $22 - 10 = 12$ . Процесс с ID 6 как раз имеет подходящее время завершения. Получаем, что вместо знака вопроса должен быть ответ 6.

	A	B	C	D	E	F	
	ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса (ов) А		НАЧАЛО	КОНЕЦ	
1							
2	1	5	0		0	5	
3	2	6	0		0	6	
4	3	1	0		0	1	
5	4	3	2		6	9	
5	5	4	3		1	5	
7	6	7	1	3	5	12	
8	7	10	4		9	19	
9	8	3	6		12	15	
10	9	4	0		0	4	
11	10	10	6		12	22	
12	11	1	7		19	20	
13	12	5	5	9	5	10	
14	0						

## Второй тип, ЕГЭ 2024, максимальное время выполнения нескольких процессов одновременно

<https://drive.google.com/drive/folders/1VIC82Y6vV27r6Stz5iTynv4ltnEwSmBA?usp=sharing>

## Задание 4

В файле содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс В зависит от процесса А, если для выполнения процесса В необходимы результаты выполнения процесса А. В этом случае процессы А и В могут выполняться только последовательно. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы - время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс независимый, то в таблице указано значение 0.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса(ов) А
1	4	0
2	3	1
3	1	1; 2

Определите максимальную продолжительность отрезка времени (в мс), в течение которого возможно одновременное выполнение четырёх процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

	A	B	C
1	ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процессов А
2	1	6	0
3	2	5	0
4	3	9	1; 2
5	4	8	3
6	5	9	3
7	6	5	4
8	7	4	5; 6
9	8	2	7
10	9	10	0
11	10	9	0
12	11	8	0
13	12	7	10
14	13	6	10; 11

1. Прodelываем шаги 2-5 из предыдущего алгоритма решения. Получаем следующую таблицу:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	ID процесса B	Время выполнения	ID процессов A		начало	конец						
2	1	6	0		0	=E2+B2						
3	2	5	0		1	6						
4	3	9	1	2	6	15						
5	4	8	3		15	23						
6	5	9	3		15	24						
7	6	5	4		23	28						
8	7	4	5	6	28	32						
9	8	2	7		32	34						
10	9	10	0		6	16						
11	10	9	0		0	9						
12	11	8	0		1	9						
13	12	7	10		9	16						
14	13	6	10	11	9	15						
15	0				=МАКС(ВПР(C15;A:F;6;0);ВПР(D15;A:F;6;0))							
16					МАКС(число1; [число2]; [число3]; ...)							

- Создаём временную ось для нашей диаграммы Ганта. Для этого начинаем справа последовательность 1, 2 и, выделив обе ячейки, растягиваем их так, чтобы получилось чуть больше максимального значения из столбца КОНЕЦ.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
в A		начало	конец	1	2																		
0		0	6																				
0		0	5																				
1	2	6	15																				
3		15	23																				
3		15	24																				
4		23	28																				
5	6	28	32																				
7		32	34																				
0		0	10																				
0		0	9																				
0		0	8																				
10		9	16																				
10	11	9	15																				
		0																					

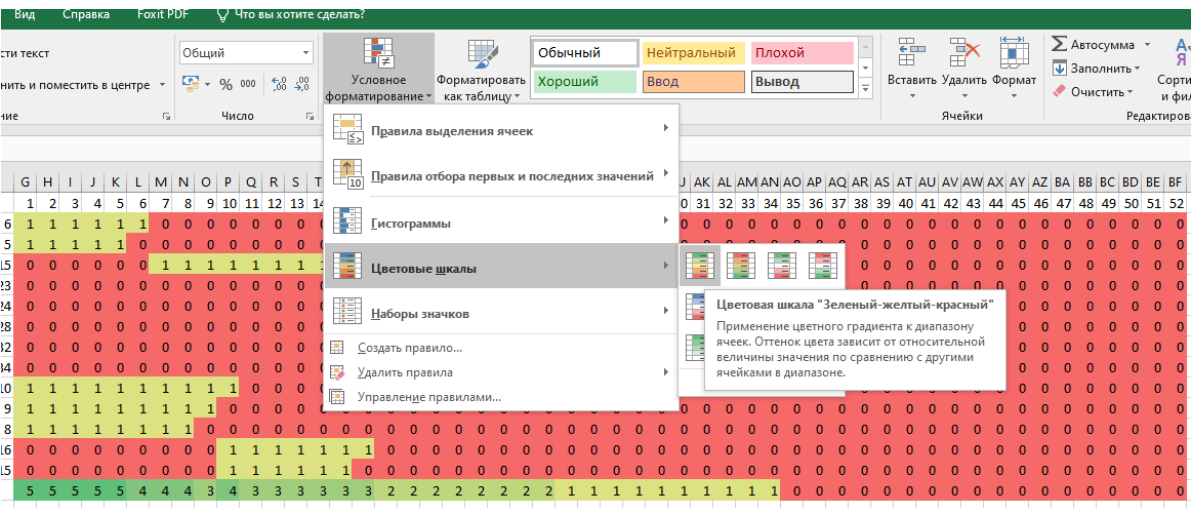
- Выделяем столбцы у всей получившейся оси и "укорачиваем их"



начала и конца не сдвигался столбец. Для самой первой ячейки получается формула: **=ЕСЛИ(И(G\$1>\$E2;G\$1<=\$F2);1;0)**

[illegible]

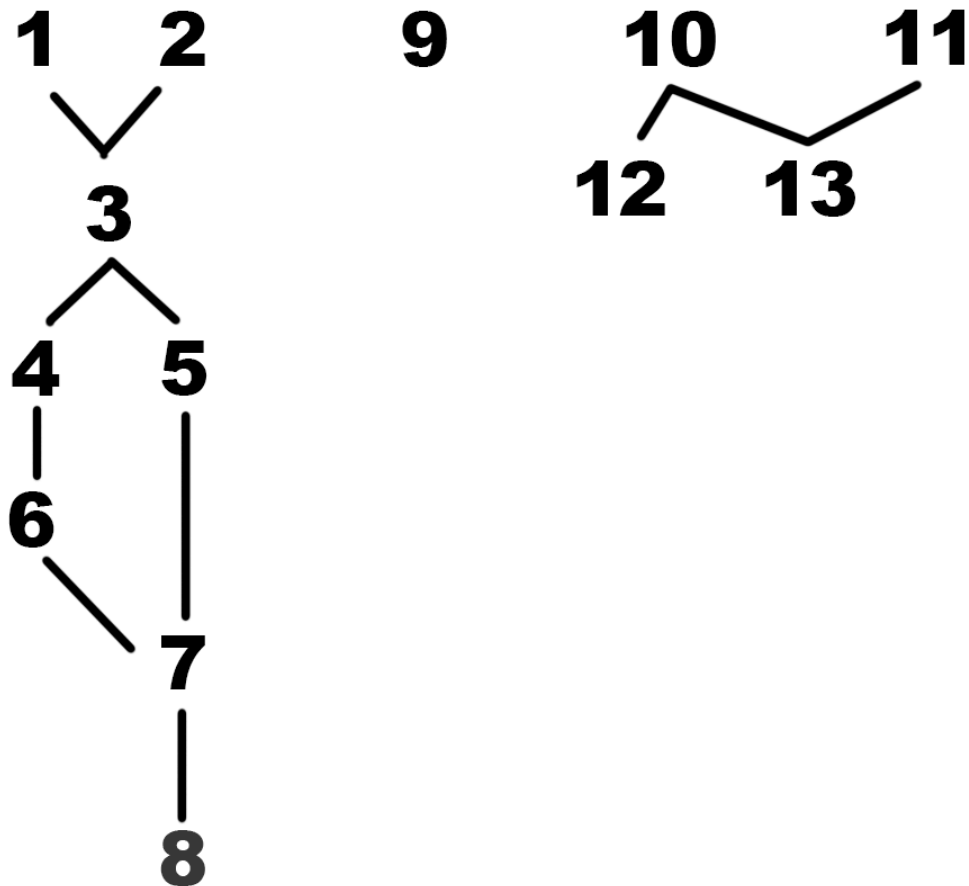
6. Выделяем получившуюся диаграмму и в "Главное" → "Условное форматирование" выбираем понравившуюся цветовую шкалу для наглядности.



7. Получилась такая таблица. Диаграмма Ганта готова, можно приступить к поиску решения посредством добавления к ячейкам начала работы процесса нужного количества миллисекунд, чтобы сдвинуть процесс во времени. Само собой отнимать время и нарушать связь процессов нельзя.

[illegible]

8. Можем также для наглядности нарисовать графы зависимостей процессов:



9. Чтобы получить наиболее длительный отрезок времени, в течение которого будут выполняться одновременно 4 процесса, нужно прежде всего максимизировать непрерывность такого отрезка на наиболее "большом" дереве зависимостей процессов (в нашем случае самое левое на графе, процессы с 1 по 8), ведь процессы с меньшим хвостом зависимостей (9 и с 10 по 13) будет легче двигать к ним, чем наоборот. Нет смысла двигать зависимые процессы от ближайшего процесса, после которого они начинают своё выполнение, ведь тогда получается "пропасть" во времени, которая совсем не способствует максимизации

непрерывного отрезка. Но есть смысл в ситуации, когда процесс зависит от двух и более других процессов, двигать все эти процессы вплотную к началу выполнения зависимого, чтобы получался отрезок с нужным количеством одновременно работающих процессов. Придерживаясь данных принципов, начнём решение. Чтобы не расписывать тонны текста, предлагаю посмотреть видео решения этой задачи, в которых озвучен примерный ход мыслей: <https://youtu.be/SU6M1aegtQQ>

10. Один из способов решения. Ответ: 15

процесс А		Время выполнения процесса В (мс)	ID процессов А	начало	конец	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42		
1		6	0		6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
2		5	0		5	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3		9	1	2	6	15	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4		8	3		15	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5		9	3		15	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6		5	4		23	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7		4	5	6	28	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8		2	7		32	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9		10	0		6	16	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10		9	0		7	16	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11		8	0		7	15	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12		7	10		16	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13		6	10	11	16	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0							2	2	2	2	1	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0