

# Quantum errors and error correction techniques

Alessio Delli Colli

September 2024

# Scopo del calcolo quantistico

**Permette di affrontare problemi computazionali "difficili"**

# Scopo del calcolo quantistico

**Permette di affrontare problemi computazionali "difficili"**

- problemi di ricerca con l'algoritmo di Grover

# Scopo del calcolo quantistico

**Permette di affrontare problemi computazionali "difficili"**

- problemi di ricerca con l'algoritmo di Grover
- fattorizzazione e calcolo del logaritmo discreto con l'algoritmo di Shor.

# Scopo del calcolo quantistico

## **Permette di affrontare problemi computazionali "difficili"**

- problemi di ricerca con l'algoritmo di Grover
- fattorizzazione e calcolo del logaritmo discreto con l'algoritmo di Shor.

Ma presenta delle criticità...

# Scopo del calcolo quantistico

## **Permette di affrontare problemi computazionali "difficili"**

- problemi di ricerca con l'algoritmo di Grover
- fattorizzazione e calcolo del logaritmo discreto con l'algoritmo di Shor.

Ma presenta delle criticità... gli errori.

# Qubits

- semplici sistemi quantistici

# Qubits

- semplici sistemi quantistici
- modellati da uno spazio di Hilbert 2-dimensionale



# Qubits

- semplici sistemi quantistici
- modellati da uno spazio di Hilbert 2-dimensionale
- il loro stato può essere rappresentato in vari modi:

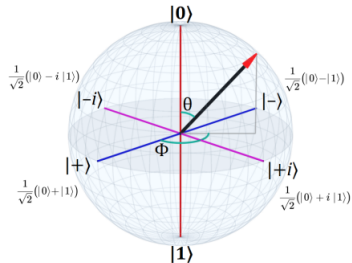
## Vettore di stato

$$\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

le due rappresentazioni sono legate dalla seguente relazione:

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$

## Sfera di Bloch



# Porte quantistiche

- i qubit sono fatti interagire grazie a delle porte.

# Porte quantistiche

- i qubit sono fatti interagire grazie a delle porte.
- queste modificano lo stato applicando ad esso un operatore unitario.

# Porte quantistiche

- i qubit sono fatti interagire grazie a delle porte.
- queste modificano lo stato applicando ad esso un operatore unitario.
- possono essere viste come rotazioni della sfera di Bloch.

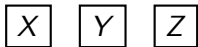
# Porte quantistiche

- i qubit sono fatti interagire grazie a delle porte.
- queste modificano lo stato applicando ad esso un operatore unitario.
- possono essere viste come rotazioni della sfera di Bloch.
- vengono composte a formare reti

# Porte quantistiche

- i qubit sono fatti interagire grazie a delle porte.
- queste modificano lo stato applicando ad esso un operatore unitario.
- possono essere viste come rotazioni della sfera di Bloch.
- vengono composte a formare reti
- le porte più comuni sono:

## Porte di Pauli



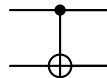
## Porte di Fase



## Porta di Hadamard

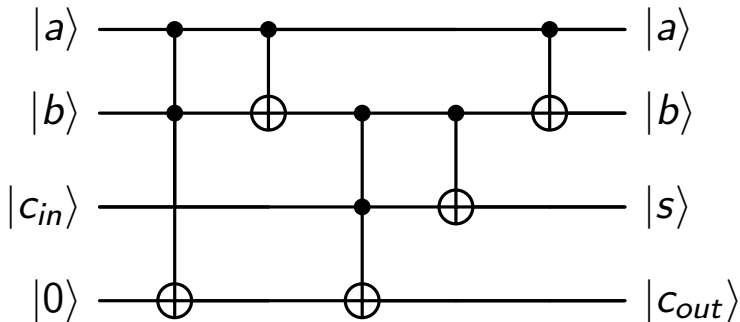


## Not controllato



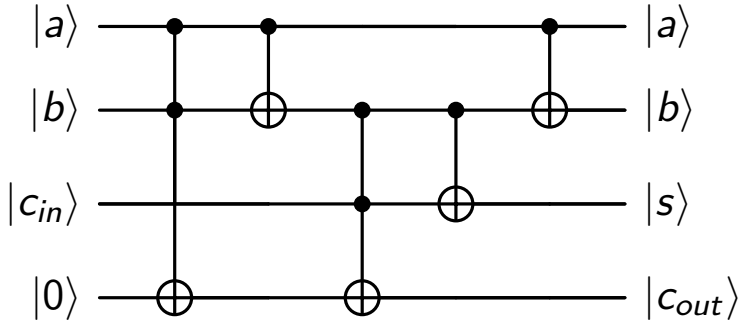
# Esempi di reti

Full adder quantistico



## Esempi di reti

Full adder quantistico



Radice quadrata del not





## Interferometro di Ramsey

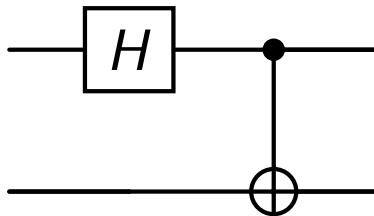


# Esempi di reti

Interferometro di Ramsey



Generatore degli stati di Bell



# Correzione degli errori su sistemi classici e quantistici

## Calcolatore digitale



finiti stati,  
finite sindromi

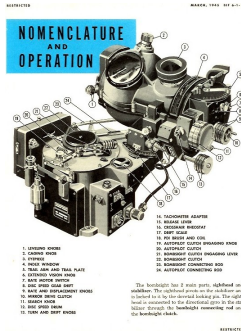
# Correzione degli errori su sistemi classici e quantistici

## Calcolatore digitale



finiti stati,  
finite sindromi

## Calcolatore analogico



infiniti stati,  
infinite sindromi

# Correzione degli errori su sistemi classici e quantistici

## Calcolatore digitale



finiti stati,  
finite sindromi

## Calcolatore analogico



infiniti stati,  
infinite sindromi

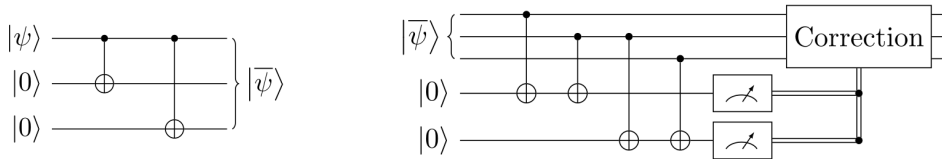
## Calcolatore quantistico



infiniti stati,  
finite sindromi

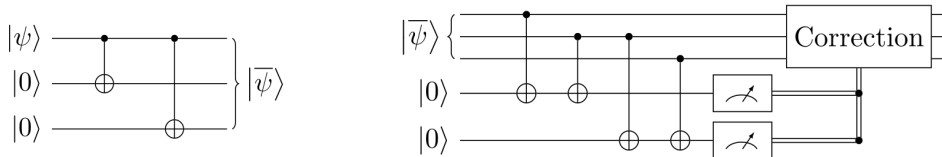
# Codici di correzione quantistici

## Codice di correzione di bit-flip a 3 qubit

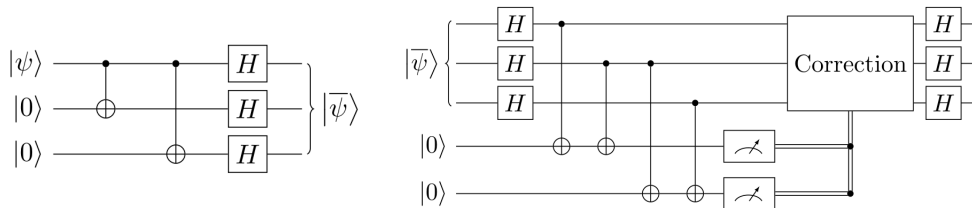


# Codici di correzione quantistici

## Codice di correzione di bit-flip a 3 qubit

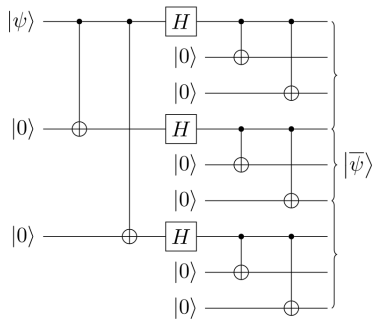


## Codice di correzione di phase-flip a 3 qubit



# Codici di correzione quantistici

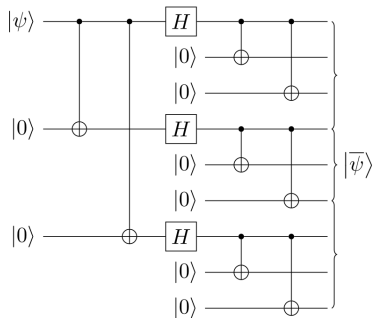
## Codice di Shor



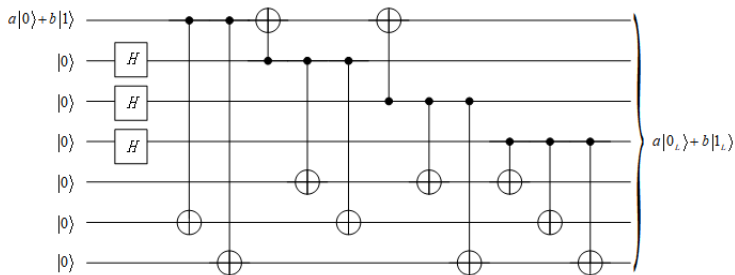


# Codici di correzione quantistici

## Codice di Shor



## Codice di Steane



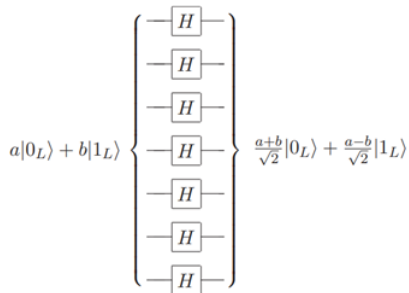
# Teorema di soglia per la computazione quantistica

## Porta Hadamard sul codice di Steane

$$a|0_L\rangle + b|1_L\rangle \left\{ \begin{array}{c} \boxed{H} \\ \boxed{H} \\ \boxed{H} \\ \boxed{H} \\ \boxed{H} \\ \boxed{H} \\ \boxed{H} \end{array} \right\} \frac{a+b}{\sqrt{2}}|0_L\rangle + \frac{a-b}{\sqrt{2}}|1_L\rangle$$

# Teorema di soglia per la computazione quantistica

## Porta Hadamard sul codice di Steane



## Teorema di soglia

Un circuito quantistico contenente  $p(n)$  può essere simulato con errore al più  $\epsilon$  usando

$O(\log^c(p(n)/\epsilon)p(n))$  porte, data una costante intera  $c$ , su hardware i quali componenti falliscono con probabilità al più  $p$  assunto che  $p$  sia minore di una soglia costante  $p_{th}$ .

**Grazie per l'attenzione.**