Геометрические примитивы.

Алгоритм построения прямых линий и окружностей

Положение пикселей вдоль прямой линии определяется исходя из геометрических свойств прямой линии.
Пусть уравнение имеет вид:

$$y = kx + b$$

Растеризация - алгоритм развертки векторного изображения в растровый.

С одной стороны, алгоритмы скоростные, с другой стороны, возникают неровные ребра (зазубрены)

Проблема толщины линии

в квадрате 2×2 не больше двух пикселей

$$y = mx + b$$

m - тангенс угла наклона

b - т. пересечения с осью y

Задача: нарисовать прямую

Дано: (x_0, y_0) и (x_1, y_1)

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$$ каноничн. форма

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{dy}{dx}, \quad b = y_0 - m x_0$$

Метод ЦDA

Цифровой дифференциальный анализатор

$\delta y = m \cdot \delta x$, при $|m| < 1$ $(m < 45^\circ)$

$\delta x = \frac{\delta y}{m}$, при $|m| > 1$

$\delta x = \frac{\Delta y}{m}$, при $|m| > 1$

т.е. $y_{k+1} = y_k + m$, $x_{k+1} = x_k + 1$

$x_{k+1} = x_k + 1/m$, $y_{k+1} = y_k + 1$

Недостаток

1) округление, ф-ия медленная
2) вещественные числа используются

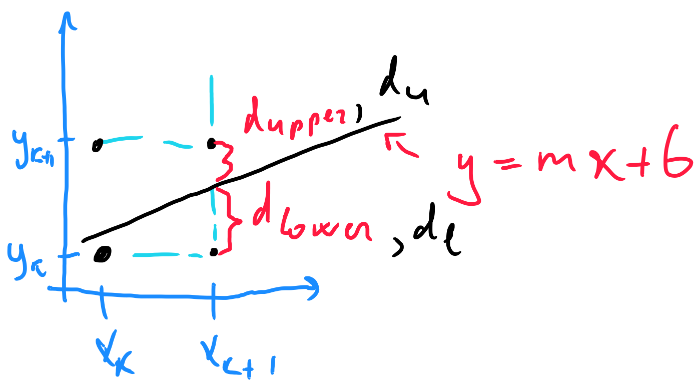
Решение

Алгоритм Брезенхема (Bresenham) IBM, 1962 г

Сведем задачу к след. проблеме

x_k, y_k

$$(x_{k+1}, y_{k+1}) = \begin{cases} (x_k + 1, y_k) & d_{upper} \\ (x_{k+1}, y_{k+1}) & d_{lower} \end{cases}$$



$y = m(x_k + 1) + b$

$$d_l = y - y_k = m(x_k+1) + b - y_k$$

$$d_u = y_{k+1} - y = (y_k+1) - m(x_k+1) + b$$

Сравниваем, какая больше

$$d_l - d_u = 2m(x_k+1) + 2b - 2y_k - 1 =$$

$$= 2\frac{dy}{dx}x_k + \underbrace{2\frac{dy}{dx}}_{c} - 2y_k + \underbrace{2b-1}_{c}$$

Избавляемся от деления на dx

$$p_k = dx(d_l - d_u) = 2dy\cdot x_k - 2dx\cdot y_k + c,$$

где $c = 2dy + (2b-1)dx$

параметр принятия решения, целые значения

$$p_{k+1} - p_k = 2dy(x_{k+1} - x_k) - 2dx(y_{k+1} - y_k)$$

$$p_{k+1} = p_k + 2dy - 2dx(y_{k+1} - y_k)$$

$$y_{k+1} - y_k = \begin{cases} 0, & \text{при } p_k < 0 \\ 1, & \text{при } p_k \geq 0 \end{cases}$$

p_k – параметр расчёт от шага к шагу, поэтому нужно сбрасывать до отриц. значения уравнение

Алгоритм

Шаг 1. Установить (x_0, y_0)

Шаг 2. Вычислить $\Delta x, \Delta y,$

$2\Delta y, 2\Delta y - 2\Delta x$

и $p_0 = 2\Delta y - \Delta x$ из C при $b=0$

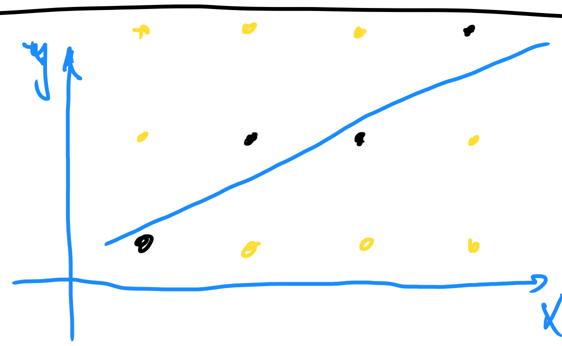
Шаг 3. Если $p_k < 0$,

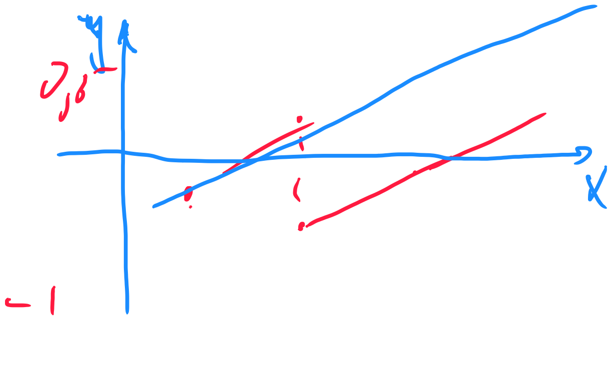
то $p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$ и (x_k+1, y_k),

иначе $p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x$ и (x_{k+1}, y_{k+1})

$i = i+1$

Шаг 4. Если $i \le dx$, то выход





Отрисовали только в 1/8 части, необходимо рассмотреть другие случаи.

Подробнее Херн. Комп. графика и стандарт OpenGL

Алгоритм Брезенхема для генерации окружности

$$m_d = |(x_i + 1)^2 + (y_i) - R^2)$$