2024-10-12

Наблюдение и проецирование

Преобразования наблюдения и проецирования

Быковских Дмитрий Александрович 12.10.2024

Преобразования наблюдения и проецирования

Быковских Дмитрий Александрович

12.10.2024

- glm::lookAt(glm::vec3 position, glm::vec3 target, glm::vec3 up);
- glm::ortho(float left, float right, float bottom, float top, float near, float far);
- glm::perspective(float fovy, float aspect, float near, float far);
- glm::frustum(float left, float right, float bottom, float top, float near, float far);

Наблюдение и проецирование Введение

2024

-Преобразования наблюдения и проецирования

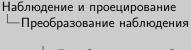
Преобразования наблюдения и проецирования

- glm:lookAt(glm:vec3 position, glm:vec3 target, glm:vec3 up); · glm::ortho(float left, float right, float bottom, float top, float near
- · glm::perspective(float fovy, float aspect, float near, float far); e glm: frustum(float left, float right, float bottom, float top, float nea

Преобразование наблюдения

```
glm::lookAt(glm::vec3 position, glm::vec3 target, glm::vec3 up);
Аргументы функции
```

- position точка наблюдения;
- target базовая точка нашей сцены;
- up вектор верха.



2024-

□Преобразование наблюдения

Преобразование наблюдения

glm:/lookAt(glm:/vec3 position, glm:/vec3 target, glm:/vec3 up); Apryments: dyneupm

target — базовая точка нашей up — вектор верка.

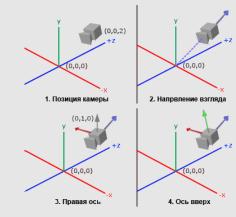


Рис. 1: Этапы преобразования наблюдения

$$n = \frac{N}{|N|} = (n_x, n_y, n_z)$$

$$u = \frac{V \times n}{|V|} = (v_x, v_y, v_z)$$

$$v = n \times u = (v_x, v_y, v_z)$$

// 1. Вычисление направление
наблюдения;
glm::vec3 zaxis = glm::normalize(position target);

// 3. Определение вектора верха.

glm::vec3 yaxis = glm::cross(zaxis, xaxis);

Векторы являются базисными и поэтому должны быть нормированные.

Наблюдение и проецирование —Преобразование наблюдения

Преобразования наблюдения

Преобразования наблюдения $n=\frac{N}{N}=(\alpha_n, \alpha_n, \alpha_n)$ // 1. Вичаснями напривоням $a=\frac{N}{N}=(\alpha_n, \alpha_n, \alpha_n)$ // 2. Вичаснями направоми $a=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha_n, \alpha_n)$ // 2. Вичаснями направоми и престоя образований ($\alpha_n=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha_n, \alpha_n)$) ($\alpha_n=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha_n, \alpha_n)$) ($\alpha_n=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha_n)$ ($\alpha_n=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha_n)$) ($\alpha_n=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha_n)$) ($\alpha_n=\frac{V\times a}{n}=(\alpha_n, \alpha$

vpn

 $\vec{n} = \text{norm}(\vec{T} - \vec{C})$ $\vec{v} = \text{norm}(\vec{n} \times (\vec{u}\vec{p} \times \vec{n}))$ $\vec{u} = \vec{n} \times \vec{v}$

Рис. 2: uvn-система

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ■ 9000

Примечание.

Преобразования наблюдения

$$M_{\text{view}} = M_t \times M_{\text{uvn}}$$

$$M_{view} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -p_{x} & -p_{y} & -p_{z} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{x} & u_{y} & u_{z} & 0 \\ v_{x} & v_{y} & v_{z} & 0 \\ n_{x} & n_{y} & n_{z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{x} & u_{y} & u_{z} & 0 \\ v_{x} & v_{y} & v_{z} & 0 \\ n_{x} & n_{y} & n_{z} & 0 \\ -p_{x} & -p_{y} & -p_{z} & 1 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование Преобразование наблюдения

Преобразования наблюдения



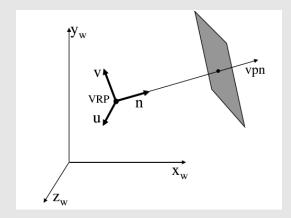


Рис. 3: uvn-система

Аргументы функции:

- left, right расположены на оси х
- bottom, top расположены на оси у
- near, far расположены на оси z

Примечание.

Параллельные линии остаются параллельными, но при этом пропадает ощущение глубины, т.е. близко и далеко расположенные объекты относительно камеры имеют одинаковые размеры.

Все, что находится за пределами границы ортографической проекции, отсекается.

2024-10-12

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

Ортографическое проецирование

Optorpaфическое проецирование glm:ortho(float left, float right, float bottom, float top, float near, float far); — Juft, right расположены на сое х

 пеит, таг расположены на оси 2
 Примечание.
 Правляельные линии остаются парадлельными, но при этом пропадает ощущение глубины, т.е. близно и далек

амеры. е, что находится за пределами границы ортографич

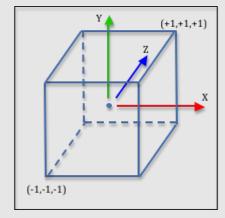


Рис. 4: Граница ортографической проекции (куб)

Этапы преобразований

- Центрирование границ ортографической проекции относительно начала системы координат в зависимости от заданных параметров.
- Масштабирование границ ортографической проекции так, чтобы получился куб с размерами сторон, равными 2.
- Изменение направления оси z на противоположное, чтобы она соответствовала системе координат отсекающего пространства.

Наблюдение и проецирование Преобразование проецирования -Ортографическое проецирование

Ортографическое проецирование

 Центрирование границ ортографической проекции относительно начала системы координат в зависимости от заданных

 Масштабирование границ ортографической проекции так, чтобы получился куб с размерами сторон, равными 2

 Изменение направления оси z на противоположное, чтобы она соответствовала системе координат отсекающего пространства

2024

1. Центрирование границ ортографической проекции относительно начала системы координат в зависимости от заданных параметров.

$$c_{x} = rac{left + right}{2}$$
 $c_{y} = rac{bottom + top}{2}$
 $c_{z} = -rac{near + far}{2}$

$$M_t = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ -c_x & -c_y & -c_z & 1 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

└─Ортографическое проецирование

Ортографическое проецирование

Центрирование границ ортографической проекции относительно кала системы координат в зависимости от заданных параметров.

 $c_y = \frac{bottom + top}{2}$ $c_z = -\frac{baiar + far}{2}$ $c_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Параметрическое уравнение прямой в пространстве

$$\begin{cases} x = x_{l} + (x_{r} - x_{l})t \\ y = y_{b} + (y_{t} - y_{b})t \\ z = z_{n} + (z_{f} - z_{n})t \end{cases}$$

Параметрическое уравнение прямой в пространстве

$$\begin{cases} x = (1-t)x_{l} + x_{r}t \\ y = (1-t)y_{b} + y_{t}t \\ z = (1-t)z_{n} + z_{f}t \end{cases}$$

2. Масштабирование границ ортографической проекции так, чтобы получился куб с размерами сторон, равными 2.

$$s_x = rac{2}{right - left}$$
 $s_y = rac{2}{top - bottom}$
 $s_z = rac{2}{far - near}$
 $M_s = egin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \ 0 & s_y & 0 & 0 \ 0 & 0 & s_z & 0 \ 0 & 0 & 0 & 1 \ \end{bmatrix}$

Наблюдение и проецирование Преобразование проецирования

2024

Ортографическое проецирование

Optor pathweence in procupo cause 2. Meant Meyer are training operation of the conversation of the pathweence of the pathweence operation of the pathweence of the pathweence

Чтобы значения были в диапазоне от -1 до 1

9 / 22

3. Изменение направления оси z на противоположное, чтобы она соответствовала системе координат отсекающего пространства.

$$M_{lh} = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \ 0 & 0 & -1 & 0 \ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование

Преобразование проецирования

Ортографическое проецирование



Левосторонняя система координат (left hand) inversion z-axis

$$M_t M_s M_{lh} =$$

$$= \begin{bmatrix} rac{2}{right-left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rac{2}{top-bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -rac{2}{far-near} & 0 \\ left+right & bottom+top & near+far & 1 \end{bmatrix}$$

top-bottom

far-near

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

└Ортографическое проецирование

$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{left+right}{2} & -\frac{bottom+top}{2} & \frac{near+far}{2} & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{top-bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{far-near} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

2024

glm::perspective(float fovy, float aspect, float near, float far); glm::frustum(float left, float right, float bottom, float top, float near, float far);

Примечание.

Параллельные линии остаются параллельными, но при этом пропадает ощущение глубины, т.е. близко и далеко расположенные объекты относительно камеры имеют одинаковые размеры.

Все что находится за пределами границы ортографической проекции отсекается.

4□ > 4@ > 4 ≥ > 4 ≥ > ≥ 990

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

> Camera (Center of Projection)

Перспективное проецирование

glm:perspective(float fory, float aspect, float max, float far);
glm:finstum(float left, float right, float bottom, float top, float max, float
far);
Примачиние.
Примачиние.
Примачиние линии остаются параллельными,
но при этом пропарает ощущение глубиных, так, ближо и далено
расположение объекты этностительным камерыя минот одинановые

Перспективное проецировани

aspect = width/height

At width

height

zFar

Рис. 5: Перспективная проекция

fovv

2024

Eye

Camera

glm::perspective(float fovy, float aspect, float near, float far); glm::frustum(float left, float right, float bottom, float top, float near, float far);

Эти функции делают одно и тоже, но различаются аргументами.

Переход от glm::frustum к glm::perspective имеет вид:

Первый аргумент fovy (field of view in y) обозначает «поле обзора по вертикали» (или угол обзора) и вычисляется как:

$$fovy = 2 \cdot \arctan(top/near);$$

Второй аргумент aspect (или aspectratio) обозначает «соотношение сторон» (отношение высоты к ширине, например, 16:9 или 4:3) и вычисляется как:

4D > 4B > 4B > B 990

2024-1

Наблюдение и проецирование
Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

Перспективное проецирование связь функций репестие и frustum

μά persective a frustum

far);
Эти функции делают одно и тоже, но различаются аргументами.
Переход от glm::frustum к glm::perspective имеет выд:
Повот is necessory from (field of view in v) of possessory areas of possessory.

Переход от glm::frustum к glm::perspective имеет вид: Первый аргумент fovy (field of view in y) обозначает «поле обзора п вертикали» (или угол обзора) и вычисляется как:

> fovy = 2-arctan(top/near); мент aspect (или aspectratio) обозначает «соот

Второй аргумент авресс (или авресстать) обозначает «соотношен сторон» (отношение высоты к ширине, например, 16:9 или 4:3) и вычисляется как: aspect = right/top

В дальнеем же будет применяться обратные преобразования, а именно:

$$\mathsf{top} = \mathsf{near} \cdot \mathsf{tan}\left(\frac{\mathsf{fovy}}{2}\right)$$

$$bottom = -top$$

$$right = top \cdot aspect$$

$$left = -right$$

Этапы преобразований

- Центрирование границ усеченной пирамиды относительно начала двумерной системы координат XoY.
- Масштабирование значения глубины z в нормализованный диапазон (-1, +1).
- Расчет перспективы.
- **4** Масштабирование двумерных величин (x', y') к квадратной области размером $[-1,1]^2$

Наблюдение и проецирование -Преобразование проецирования Перспективное проецирование

Масштабирование значения глубины z в ноомализованны Расчет перспективы

 Масштабирование двумерных величин (x', y') к квадратной области размером [-1,1]2

Перспективное проецирования

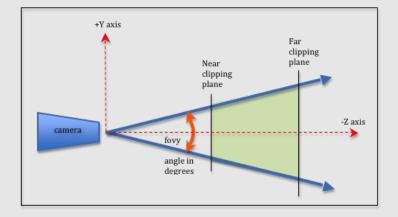


Рис. 6: Перспективная проекция

14 / 22

1. Центрирование границ усеченной пирамиды относительно началы двумерной системы координат $X \circ Y$.

$$c_{x} = \frac{\textit{left} + \textit{right}}{2}$$

$$c_y = \frac{bottom + top}{2}$$

$$M_t = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ -c_x & -c_y & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

Перспективное проецирования

 $M_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -c_x & -c_y & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. Масштабирование значения глубины z в нормализованный диапазон (-1,+1)

В основе лежит нелинейное уравнение (модифицированное уравнение гиперболы) и имеет вид:

$$z'=\frac{c_1}{-z}+c_2,$$

где c_1 и c_2 - это константы, которые вычисляются на основе диапазона (-near, -far).

Когда z=-near, уравнение должно давать -1. Когда z=-far, уравнение должно давать +1. Это дает нам два уравнения для решения c_1 и c_2 .

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

Перспективное проецирование

 Масштабирование значения глубины z в нормализованный диапа (-1,+1)
 В основе лежит налинейное уравнение (модифицированное уравнен

$$z' = \frac{c_1}{-z} + \epsilon$$

где c_1 и c_2 - это константы, которые вычисляются на основе диаг (-max, -fax). Когда z = -max, уравнение должно давать -1. Когда z = -fax, уравнение должно давать +1. Это дает нам два уравнения для решения c_1 и c_2 .

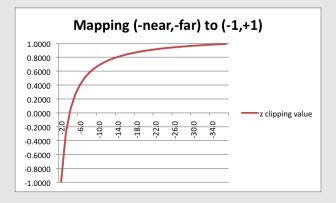


Рис. 7: Кривая нелинейного уравнения

2024

$$\begin{cases} -1 = c_1 / - (-\textit{near}) + c_2 \\ +1 = c_1 / - (-\textit{far}) + c_2 \end{cases}$$

Т.е. получили СЛАУ, где c_1 и c_2 теперь неизвестные. Зная, чему равняются near и far в каждом частном случае, найдем константы c_1 и c_2 .

$$\begin{cases} c_1 = 2 far \cdot near / (near - far) \\ c_2 = (far + near) / (far - near) \end{cases}$$

Но куда же их подставлять в нашу матрицу?

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

Перспективное проецирование

В разумьтата колучана сладующе систему: $\begin{cases}
-1 - \alpha(J - (nam J) + C) \\
+1 - \alpha(J - (nam J) + C)
\end{cases}$ Та. получана СЛМУ, гор. с з су типры неговестния.
Зани, чаму разиментост наят в ве закорам частное случак, найдами менетили с з су $\begin{cases}
c_1 - 2fx - nam/(nam - fx) \\
c_2 - (fx - nam)/(fx - nam)
\end{cases}$ Но суда на их подглавател на мизираму

Нельзя просто отбросить значение z, так как оно указывает на расстояние между вершиной и камерой, что позволяет нам определить, какие объекты находятся перед другими. Мы могли бы сделать линейное отображение между диапазоном (-near, -far) и (-1, +1). Однако числа с плавающей запятой подвержены погрешностям округления при выполнении математических операций. В графических приложениях иногда разница между 0.1234568 и 0.1234567 может оказать визуальное воздействие на рендеринг. Мы хотели бы использовать большую точность для значений, близких к камере, и меньшую точность для вершин, находящихся дальше от камеры. Это означает, что нам нужно нелинейное отображение между (-near, -far) и (-1, +1).

Рассмотрим правую часть нелинейного уравнения и вынесем знаменатель -z за скобки:

$$z' = \frac{1}{-z}(-c2 \cdot z + c1)$$

Используем матричные преобразования, чтобы перейти от конкретного значения z к модифицированному значению z': перемещение, т.е. прибавление c1,

масштабирование, т.е. умножение на -c2,

проецирование, т.е. деление -z.

Тогда получим следующую матрицу.

$$M_{sz} = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \ 0 & 1 & 0 & 0 \ 0 & 0 & -c_2 & -1 \ 0 & 0 & c_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

Перспективное проецировани

Рассмотрим правую часть нелинейного уравнения и вынесеь

 $z' = \frac{1}{-c}(-c2 \cdot z + c1)$

 $M_{ii} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & -1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} p_{x} \\ p_{y} \\ p_{z} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{2} & -1 \\ 0 & 0 & c_{1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{x} \\ p_{y} \\ -c_{2}p_{z} + c_{1} \\ -z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_{x}^{*} \\ p_{y}^{*} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} p_{x}/(-z) \\ p_{y}/(-z) \end{bmatrix}^{T}$$

$$\begin{bmatrix} p_x^* \\ p_y^* \\ p_z^* \\ 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} p_x/(-z) \\ p_y/(-z) \\ (-c_2p_z + c_1)/(-z) \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

3. Расчет перспективы

Пусть (x, y, z) — координаты вершины.

Задача: отобразить на 2D окне просмотра.

Спроецируем вершину на ближнюю плоскость окна просмотра, т.е.

нужно перейти от (x, y, z) к (x', y', near).

Интерпретация.

Здесь near - это значение, представляющее ближнюю плоскость отсечения. Значения у и z различаются для каждой вершины в сцене и представляют ее трехмерные координаты. Результатом этих вычислений будут координаты (x', y', near), которые представляют положение вершины на ближней плоскости окна просмотра.

4 D > 4 D > 4 D > 4 D >

Наблюдение и проецирование -Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

адача: отобразить на 2D окне просмотра роешируем вершину на ближною плоскость окна просмотра. т.е. нужно перейти от $(x, y, z) \times (x', y', near)$.

Перспективное проецировани

вычислений будут координаты (x', y', near), которые представляю положение вершины на ближней плоскости окна просмотра

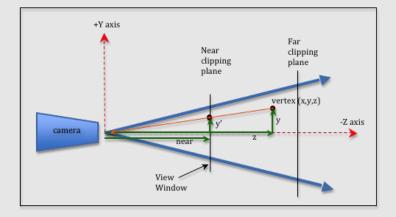


Рис. 8: Схема смещения значений

19 / 22

Тогда матрица будет иметь вид:

$$M_p = egin{bmatrix} near & 0 & 0 & 0 \ 0 & near & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Перспективное проецирование

Наблюдение и проецирование □Преобразование проецирования

Тогда матоица будет иметь вид:

Перспективное проецирования

Тогда можно составить следующие пропорции:

$$\frac{x'}{x} = \frac{-near}{z}$$
 $\frac{y'}{y} = \frac{-near}{z}$

В результате получаем следующие формулы:

$$x' = \frac{\text{near}}{-z}x$$
 $y' = \frac{\text{near}}{-z}y$

Учитывая предыдущий шаг, получается, что не хватает лишь множителя *near*.

4. Масштабирование двумерных величин (x',y') к квадратной области размером $[-1,1]^2$

$$s_{x} = \frac{2}{right - left}$$

$$s_{y} = \frac{2}{top - bottom}$$

$$M_{s2d} = egin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \ 0 & s_y & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & 0 \ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование

Преобразование проецирования

Перспективное проецирование

Перспективное проецирование

4. Мысилбирович двумерых выячик (x',y') к кадратной области размирок $[-1,1]^2$ $s_c = \frac{2}{-\text{right} - \text{inft}}$ $s_t = \frac{2}{\text{tag} - \text{button}}$ [$s_t = 0$ o 0]

$$M_t M_{sz} M_p M_{s2d} =$$

$$=\begin{bmatrix} \frac{2near}{right-left} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{2near}{top-bottom} & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{far+near}{far-near} & -1\\ -near\frac{right+left}{right-left} & -near\frac{top+bottom}{top-bottom} & \frac{2near\cdot far}{near-far} & 0 \end{bmatrix}$$

Наблюдение и проецирование —Преобразование проецирования

 $\begin{array}{c} M_{1}M_{2}M_{2}M_{3}M_{4}M_{3d}=\\ \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\log 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\log 1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\log 1} & 0 & 0 \\ -\frac{\log 1}{\log 1} & -\frac{\log 1}{\log 1} & -\frac{\log 1}{\log 1} & -\frac{\log 1}{\log 1} \\ -\frac{\log 1}{\log 1} & \frac{\log 1}{\log 1} & -\frac{\log 1}{\log 1} & -\frac{\log 1}{\log 1} & -\frac{\log 1}{\log 1} \\ \end{bmatrix} \end{array}$

Перспективное проектирование

Перспективное проектирование

Промежуточные расчеты

2024

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{left+right}{2} & -\frac{bottom+top}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{far+near}{far-near} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{2far+near}{near-far} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} near & 0 & 0 & 0 \\ 0 & near & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{top-bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$