

Монте-Карло метод

Быковских Дмитрий Александрович

16.09.2023

- Определение, понятия, история
- Генератор псевдослучайных чисел
- Estimator
- Квази МКМ
- Скорость сходимости
- MISER метод и др.
- Применение метода в компьютерной графике

- Определение, понятия, история
- Генератор псевдослучайных чисел
- Estimator
- Квази МКМ
- Скорость сходимости
- MISER метод и др.
- Применение метода в компьютерной графике

Monte-Carlo Method (MCM)

Теоритечкская основа известна давно.

└ Краткая справка

Бурное развитие и применение методов статистического моделирования (Монте-Карло) в различных областях прикладной математики началось с середины прошлого столетия. Это было связано с решением качественно новых задач, возникших при исследовании новых процессов. Одним из первых, кто применил ММК для моделирования траекторий нейтронов был Дж. фон Нейман. Первая работа с систематическим изложением была опубликована в 1949 году Н.К. Метрополисом и С.М. Уламом [87]. Метод Монте-Карло применялся для решения линейных интегральных уравнений, в котором решалась задача о прохождении нейтронов через вещество.

Особенности метода:

- 1 Простая структура вычислительного алгоритма, т.е. необходимо описать действие одного шага. А потом множество шагов усреднить. Метод статистических испытаний.
- 2 Ошибка вычислений, как правило, пропорциональная

$$\sqrt{\frac{D}{N}},$$

где D — некоторая постоянная, а N — число испытаний. Метод эффективен, когда высокая точность не сильно важна.

Задачи решаемые с помощью ММК:

- 1 Любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы.
- 2 Для любой задачи можно искусственно придумать вероятностную модель или даже несколько.

2023-08-15

ММК

Краткая справка

Краткая справка

Особенности метода:

- Простая структура вычислительного алгоритма, т.е. необходимо описать действие одного шага. А потом множество шагов усреднить. Метод статистических испытаний.
- Ошибка вычислений, как правило, пропорциональная

$$\sqrt{\frac{D}{N}}$$

где D — некоторая постоянная, а N — число испытаний. Метод эффективен, когда высокая точность не сильно важна.

Задачи решаемые с помощью ММК:

- Любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы.
- Для любой задачи можно искусственно придумать вероятностную модель или даже несколько.

Вычисление площади фигуры

Пример

2023-08-15
МКМ

Вычисление площади фигуры

Вычисление площади фигуры
Пример

Стрелок плохо стрелят или хорошо, как это скажется на результатах?

Вычисление площади определенного интеграла

Пример

Постановка задачи:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

Метод центральных прямоугольников

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^n f(x_i),$$

где $\sum_{i=1}^n \Delta x = b - a$.

$$I = (b-a)M[f(x)]$$

Пусть плотность распределения $\rho(x) = \frac{1}{b-a}$. Тогда можно получить Estimator следующим образом:

$$I = \int_a^b \frac{f(x)}{\rho(x)} \rho(x) dx = M\left[\frac{f(x)}{\rho(x)}\right] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \frac{f(\xi_i)}{\rho(\xi_i)}.$$

2023-08-15

МКМ

Вычисление площади определенного интеграла

Estimator — правило для вычисления статистической оценки, определяющее скорость сходимости.

Вычисление площади определенного интеграла
Пример
Постановка задачи:
 $I = \int_a^b f(x) dx$
Метод центральных прямоугольников
 $I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^n f(x_i),$
где $\sum_{i=1}^n \Delta x = b - a$.
 $I = (b-a)M[f(x)]$
Пусть плотность распределения $\rho(x) = \frac{1}{b-a}$. Тогда можно получить Estimator следующим образом:
 $I = \int_a^b \frac{f(x)}{\rho(x)} \rho(x) dx = M\left[\frac{f(x)}{\rho(x)}\right] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \frac{f(\xi_i)}{\rho(\xi_i)}$

Схема анализа задачи

- 1 Модель задачи.
- 2 Алгоритм общий.
- 3 Случайная величина.
- 4 Точность.
когда знаешь, точный результат
когда не знаешь, точный результат
- 5 Погрешность.
- 6 Как уменьшить погрешность?

Схема анализа задачи

Схема анализа задачи

- 1 Модель задачи.
- 2 Алгоритм общий.
- 3 Случайная величина.
- 4 Точность.
когда знаешь, точный результат
когда не знаешь, точный результат
- 5 Погрешность.
- 6 Как уменьшить погрешность?