

Физические аспекты в моделях освещения

Быковских Дмитрий Александрович

23.11.2024

Радиометрия — наука о измерении электромагнитного излучения в различных частях спектра, включая видимую световую область, инфракрасное и ультрафиолетовое излучение, радиоволны и другие формы излучения.

Радиометрия описывает количественные характеристики излучения, такие как поток энергии, интенсивность и яркость, и используется в различных областях, включая астрономию, фотометрию и измерения теплового излучения.

Оптика — раздел физики, изучающий свет и его взаимодействие с веществом, а также явления, связанные с распространением света, его преломлением, отражением, дифракцией и интерференцией.

Радиометрия — наука о измерении электромагнитного излучения в различных частях спектра, включая видимую световую область, инфракрасное и ультрафиолетовое излучение, радиоволны и другие формы излучения.

Радиометрия описывает количественные характеристики излучения, такие как поток энергии, интенсивность и яркость, и используется в различных областях, включая астрономию, фотометрию и измерения теплового излучения.

Оптика — раздел физики, изучающий свет и его взаимодействие с веществом, а также явления, связанные с распространением света, его преломлением, отражением, дифракцией и интерференцией.

Модель

Модель освещения — математическая модель, описывающая, как свет взаимодействует с поверхностью объектов, чтобы создать реалистичное изображение.

Рассматривается простая геометрическая модель, являющаяся следствием уравнения Максвелла, согласно которой свет представляет собой поток лучистой энергии, распространяющийся вдоль геометрических лучей.

При этом используется ряд упрощений:

1. Выбранная модель является статической.
2. Энергия излучения (взято из оптики) определяется за время на много больше, чем период собственных колебаний электромагнитных волн оптического диапазона (10^{14} Гц).

Физические аспекты

2024-11-30

└ Модель

Модель

Модель освещения — математическая модель, описывающая, как свет взаимодействует с поверхностью объектов, чтобы создать реалистичное изображение.

Рассматривается простая геометрическая модель, являющаяся следствием уравнения Максвелла, согласно которой свет представляет собой поток лучистой энергии, распространяющийся вдоль геометрических лучей.

1. Выбранная модель является статической.

2. Энергия излучения (взято из оптики) определяется за время на много больше, чем период собственных колебаний электромагнитных волн оптического диапазона (10^{14} Гц).

Модели освещения используются в компьютерной графике, чтобы вычислить цвет каждого пикселя, учитывая источники света, свойства материалов и расположение камеры.

Математическая модель — формализованное представление реального объекта, явления или процесса с использованием математического языка.

Математическая модель представляет собой компромисс между бесконечной сложностью изучаемого явления и желаемой простотой его описания.

Полнота модели связана с ее полезностью изучения свойств исследуемого явления.

Простота модели заключается в возможности численного исследования с помощью вычислительных систем и анализа существующими математическими средствами.

Геометрическая модель

В такой модели электромагнитное поле в однородных изотропных средах переносит **энергию** E , измеряемую в джоулях (Дж), в направлении, которое указывается оптическим лучевым вектором q .

Поток излучения (лучистый поток) Φ_e — величина энергии, переносимой полем в единицу времени через данную площадку

$$\Phi_e = \frac{E}{t}, \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}} \right] \equiv [\text{Вт}]$$

Физические аспекты

└ Геометрическая модель

Геометрическая модель

В такой модели электромагнитное поле в однородных изотропных средах переносит энергию E , измеряемую в джоулях (Дж), в направлении, которое указывается оптическим лучевым вектором q .
Поток излучения (лучистый поток) Φ_e — величина энергии, переносимой полем в единицу времени через данную площадку

$$\Phi_e = \frac{E}{t}, \quad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}} \right] \equiv [\text{Вт}]$$

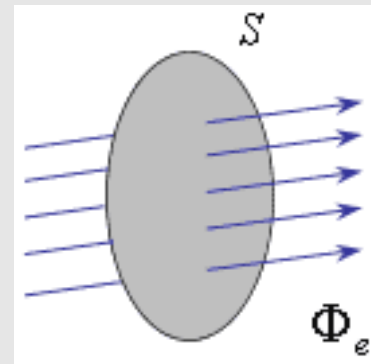


Рис. 1: Поток излучения

Поверхностная плотность потока энергии E_e — величина потока Φ_e , приходящаяся на единицу площади S ,

$$E_e = \frac{\partial \Phi_e}{\partial S}, \quad \left[\frac{\text{BT}}{\text{M}^2} \right]$$

или энергетическая освещенность E_e

Но также может быть наоборот.

Энергетическая светимость M_e — поверхностная плотность потока энергии, излучаемая поверхностью.

└ Геометрическая модель

В реальных условиях свет не равномерен, поэтому, в действительности, требуется интегрировать, чтобы учесть влияние освещенности на каждую точку поверхности

$$\int E_e dS = \Phi_e$$

или

$$\iint E_e dx dy = \Phi_e$$

Таким образом, такой способ точно вычислить световой поток в общем случае, даже если освещенность распределена неоднородно по поверхности.

Обезразмеривание физических величин

Обезразмеривание физических величин — процесс приведения уравнений или величин к безразмерному виду, то есть к форме, где отсутствуют явные единицы измерения. Это достигается путём введения безразмерных переменных и масштабных величин.

Выбор масштабных величин (характерных масштабов).

Для начала необходимо определить характерные величины, которые будут использоваться для нормализации.

Эти величины должны быть выбраны таким образом, чтобы они описывали важнейшие аспекты системы.

Например.

L_0 — характерная длина (например, радиус объекта или размеры области, где расположены все объекты);

T_0 — характерное время (например, время распространения волн);

U_0 — характерная скорость (например, скорость движения потока частиц).

Физические аспекты

Обезразмеривание физических величин

Пример обезразмеривания модели освещения Ламберта.

$$I = I_L k_d (\vec{L} \cdot \vec{N}),$$

где I — интенсивность отражённого света; I_L — интенсивность источника; k_d — коэффициент диффузного отражения; \vec{L} — вектор направления на источник света; \vec{N} — вектор нормали поверхности.

Обезразмеривание:

- Нормализация интенсивности. $I' = \frac{I}{I_{\max}}$, $I'_L = \frac{I_L}{I_{\max}}$,
- Нормализация векторов \vec{L} и \vec{N} (обычно, уже нормализованы, т.е. $\|\vec{L}\| = \|\vec{N}\| = 1$).

Обезразмеренная модель имеет вид:

$$I' = I'_L k_d (\vec{L} \cdot \vec{N}).$$

Обезразмеривание физических величин

Обезразмеривание физических величин — процесс приведения уравнений или величин к безразмерному виду, то есть к форме, где отсутствуют явные единицы измерения. Это достигается путём введения безразмерных переменных и масштабных величин.

Выбор масштабных величин (характерных масштабов).
Для начала необходимо определить характерные величины, которые будут использоваться для нормализации.
Эти величины должны быть выбраны таким образом, чтобы они описывали важнейшие аспекты системы.

Например.
 L_0 — характерная длина (например, радиус объекта или размеры области, где расположены все объекты);
 T_0 — характерное время (например, время распространения волн);
 U_0 — характерная скорость (например, скорость движения потока частиц).

Телесный угол

Solid angle

Телесный угол Ω (или твердый угол), измеряемый встерадианах (ср), представляет собой меру пространственного угла, измеряемого в трехмерном пространстве.

Вычисляется как

$$\Omega = \frac{S}{r^2},$$

где S — площадь проекции поверхности; r — радиус сферы.

Телесный угол определяется как соотношение площади проекции поверхности, заключенной между лучами, выпущенными из точки и пересекающими какой-то объект (обычно сферу), к квадрату радиуса этой сферы.

Таким образом, телесный угол измеряет, насколько много пространства охватывает объект относительно точки наблюдения.

Физические аспекты

└ Телесный угол

Телесный угол
Solid angle

Телесный угол Ω (или твердый угол), измеряемый встерадианах (ср), представляет собой меру пространственного угла, измеряемого в трехмерном пространстве. Вычисляется как

$$\Omega = \frac{S}{r^2},$$

где S — площадь проекции поверхности; r — радиус сферы. Телесный угол определяется как соотношение площади проекции поверхности, заключенной между лучами, выпущенными из точки и пересекающими какой-то объект (обычно сферу), к квадрату радиуса этой сферы. Таким образом, телесный угол измеряет, насколько много пространства охватывает объект относительно точки наблюдения.

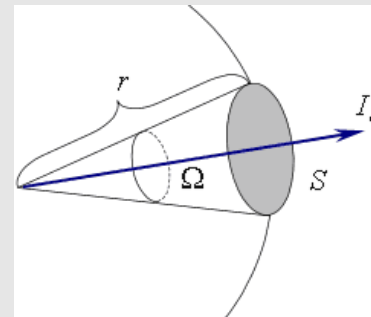


Рис. 2: Телесный угол

Angle and Solid Angle

$$d\theta = \frac{dL}{r},$$

Следующая формула используется при интегрировании по сферической поверхности и является результатом преобразования элемента площади проекции поверхности dS в сферических координатах.

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{(rd\phi)(r \sin \theta d\theta)}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi,$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла; dS — элемент площади проекции поверхности; r — радиус сферы; $d\theta$ — элемент угла θ (зенитного угла); $d\phi$ — элемент угла ϕ (азимутального угла).

└ Угол и телесный угол

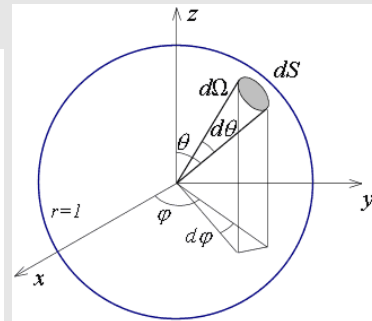
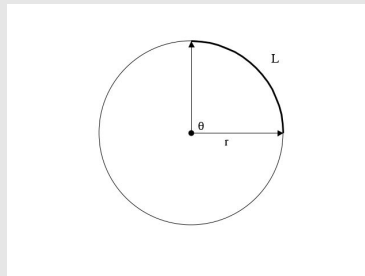


Рис. 3: Угол в полярных координатах (слева) и телесный угол в сферических координатах (справа)

где $d\Omega$ — элемент телесного угла; dS — элемент площади проекции поверхности; r — радиус сферы; $d\theta$ — элемент угла θ (зенитного угла); $d\phi$ — элемент угла ϕ (азимутального угла).

Площадь сферы

Differential Solid Angles

Итак, телесный угол описывается следующей формулой

$$d\omega = \frac{dS}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

Площадь единичной сферы через телесный угол и в сферической системе координат

$$\Omega = \int_S d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$$

2024-11-30

Физические аспекты

Площадь сферы

Площадь сферы
Differential Solid Angles

Итак, телесный угол описывается следующей формулой

$$d\omega = \frac{dS}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

Площадь единичной сферы через телесный угол и в сферической системе координат

$$\Omega = \int_S d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$$

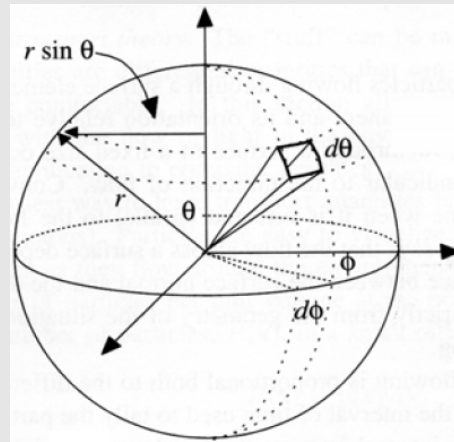


Рис. 4: Схема расчета площади поверхности сферы

Большой источник, рассмотренный под косым углом, должен создавать тот же эффект, что и маленький источник, расположенный перпендикулярно. Это явление известно как ракурс.

2024-11-30

Физические аспекты

└ Ракурс

Ракурс
Foreshortening

Большой источник, рассмотренный под косым углом, должен создавать тот же эффект, что и маленький источник, расположенный перпендикулярно. Это явление известно как ракурс.

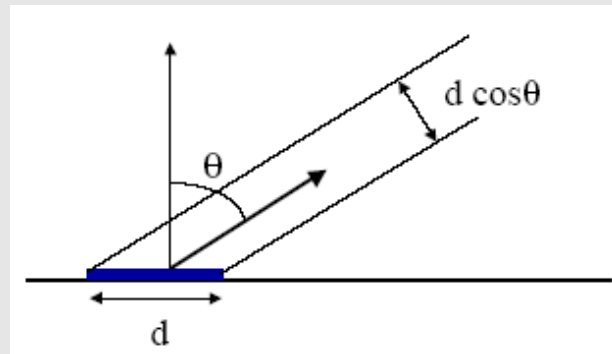


Рис. 5: Пример ракурса

Расчет телесного угла

Solid Angle Computing

Телесный угол ω определяется проецируемой площадью поверхности на единичную сферу от точки.

Телесный угол образуется точкой и участком поверхности.

$$d\omega = dA_0 = \frac{dA \cdot \cos \theta}{r^2}$$

2024-11-30

Физические аспекты

└ Расчет телесного угла

Расчет телесного угла
Solid Angle Computing

Телесный угол ω определяется проецируемой площадью поверхности на единичную сферу от точки.
Телесный угол образуется точкой и участком поверхности.

$$d\omega = dA_0 = \frac{dA \cdot \cos \theta}{r^2}$$

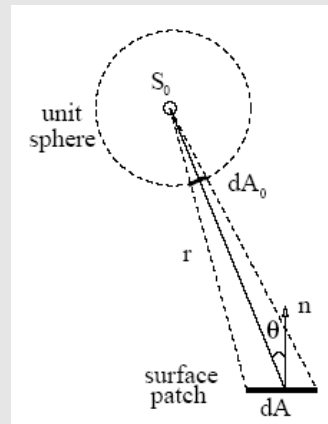


Рис. 6: Схема расчета телесного угла

Radiance

Распределение света в пространстве зависит от положения и направления источников света (объектов, которые излучают свет), а также объектов, образующих сцену.

Подходящей единицей измерения для оценки распределения света в пространстве является энергетическая яркость L

$$L = \frac{\partial^2 \Phi_e}{\cos \theta \partial \omega \partial A}, \quad \left[\frac{\text{ВТ}}{\text{ср} \cdot \text{м}^2} \right] \equiv \left[\frac{\text{Нит}}{\text{м}^2} \right],$$

где L — энергетическая яркость (Radiance), описывает количество светового потока, излучаемого поверхностью в определенном направлении, на единичную площадку и в единичный угловой диапазон; $d^2\Phi$ — элемент светового потока (Flux) через малую площадку dA в малом угловом диапазоне $d\omega$; $\cos\theta$ — косинус угла между нормалью к поверхности и направлением, в котором измеряется энергетическая яркость; dA — элемент площади поверхности, через которую измеряется световой поток; $d\omega$ — элемент углового диапазона, в пределах которого измеряется световой поток.

Физические аспекты

Энергетическая яркость

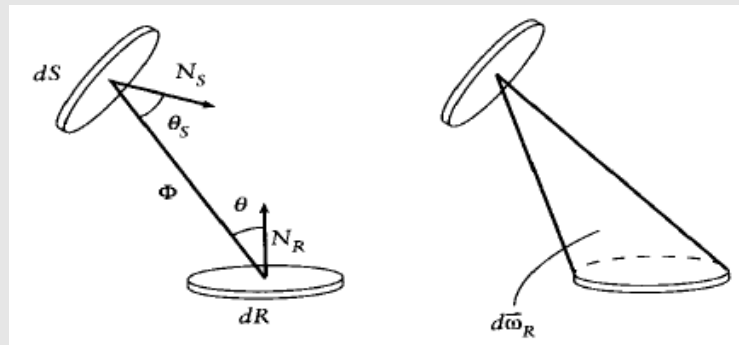


Рис. 7: Схема излучения из ds в dr

Энергетическая яркость поверхности в конкретном направлении

Формула энергетической яркости поверхности в конкретном направлении

$$L \cos \theta d\omega = \frac{d^2\Phi}{dA}$$

где L — энергетическая яркость (Radiance), описывает количество светового потока, излучаемого поверхностью в определенном направлении, на единичную площадку и в единичный угловой диапазон ($W/(m \cdot sr)$); $d^2\Phi$ — элемент светового потока (Flux) через малую площадку dA в малом угловом диапазоне $d\omega$; $\cos \theta$ — косинус угла между нормалью к поверхности и направлением, в котором измеряется энергетическая яркость; dA — элемент площади поверхности, через которую измеряется световой поток; $d\omega$ — элемент углового диапазона, в пределах которого измеряется световой поток.

Физические аспекты

2024-11-30

Энергетическая яркость поверхности в конкретном направлении

Энергетическая яркость поверхности в конкретном направлении

Формула энергетической яркости поверхности в конкретном направлении

$$L \cos \theta d\omega = \frac{d^2 \Phi}{dA}$$

где L – энергетическая яркость (Radiance), описывает количество светового потока, излучаемого поверхностью в определенном направлении, на единичную площадь и в единичный угловой диапазон ($W/(m^2 \cdot sr)$); $d\Phi$ – элемент светового потока (Flux) через малую площадь dA в малом угловом диапазоне $d\omega$; $\cos \theta$ – косинус угла между нормалью к поверхности и направлением, в котором измеряется энергетическая яркость; dA – элемент площади поверхности, через которую измеряется световой поток; $d\omega$ – элемент углового диапазона, в пределах которого измеряется световой поток.

Бесконечно маленький источник света и участки поверхности

Энергетическая яркость поверхности в точке x_1 в направлении точки x_2 рассчитывается как

$$L(x_1, x_1 \rightarrow x_2) = \frac{d\Phi}{d\omega \cos \theta_1 dA_1} = \left[d\omega = \frac{\cos \theta_2 dA_2}{r^2} \right] = \frac{r^2 d\Phi}{\cos \theta_2 dA_2 \cos \theta_1 dA_1}$$

А в обратном направлении энергетическая яркость поверхности в точке x_2 в направлении точки x_2 из точки x_1 рассчитывается как

$$L(x_2, x_1 \rightarrow x_2) = \frac{d\Phi}{d\omega \cos \theta_2 dA_2} = \left[d\omega = \frac{\cos \theta_1 dA_1}{r^2} \right] = \frac{r^2 d\Phi}{\cos \theta_1 dA_1 \cos \theta_2 dA_2}$$

Физические аспекты

Бесконечно маленький источник света и участки поверхности

Бесконечно маленький источник света и участки поверхности

Энергетическая яркость поверхности в точке x_1 в направлении точки x_2 рассчитывается как

$$L(x_1, x_1 \rightarrow x_2) = \frac{d\Phi}{d\omega \cos \theta_1 dA_1} = \left[d\omega = \frac{\cos \theta_2 dA_2}{r^2} \right] = \frac{r^2 d\Phi}{\cos \theta_2 dA_2 \cos \theta_1 dA_1}$$

А в обратном направлении энергетическая яркость поверхности в точке x_2 в направлении точки x_2 из точки x_1 рассчитывается как

$$L(x_2, x_1 \rightarrow x_2) = \frac{d\Phi}{d\omega \cos \theta_2 dA_2} = \left[d\omega = \frac{\cos \theta_1 dA_1}{r^2} \right] = \frac{r^2 d\Phi}{\cos \theta_1 dA_1 \cos \theta_2 dA_2}$$

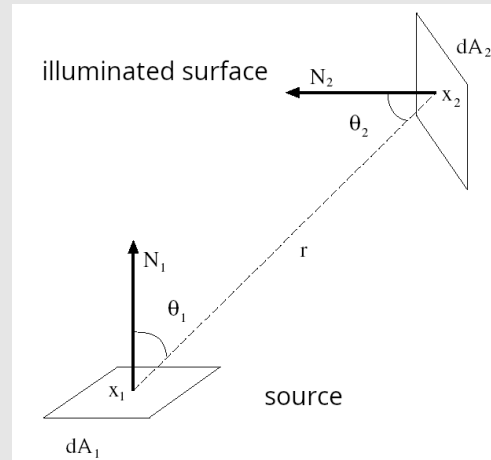


Рис. 8: Излучение из ds в dr

Расчет излученной энергии

Computing Irradiance

Интегрируйте световой поток по полусфере

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i \sin \theta_i d\theta d\phi$$

Таким образом, излученная энергия из определенного направления составляет

$$E(x) = L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega$$

2024-11-30

Физические аспекты

Расчет излученной энергии

Расчет излученной энергии
Computing Irradiance

Интегрируйте световой поток по полусфере

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i \sin \theta_i d\theta d\phi$$

Таким образом, излученная энергия из определенного направления составляет

$$E(x) = L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega$$

Двулучевая функция отражательной способности

Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF

Двулучевая функция отражательной способности (ДФОС) описывает, какая доля световой энергии, приходящей из одного направления, уходит в другом направлении для произвольной пары таких направлений.

Математически выражается следующим образом:

$$f_r(\theta_o, \phi_o, \theta_i, \phi_i) = \frac{dL(\theta_o, \phi_o)}{dE(\theta_i, \phi_i)}$$

Здесь θ_i и ϕ_i представляют углы направления входящего света (обычно относительно нормали к поверхности), а θ_o и ϕ_o представляют углы направления исходящего света.

BRDF является фундаментальным концептом, предоставляя способ моделирования взаимодействия света с поверхностями и его отражения в различных направлениях.

Физические аспекты

Двулучевая функция отражательной способности

Двулучевая функция отражательной способности
Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF

Двулучевая функция отражательной способности (ДФОС) описывает, какая доля световой энергии, приходящей из одного направления, уходит в другом направлении для произвольной пары таких направлений.

Математически выражается следующим образом:

$$f_r(\theta_o, \phi_o, \theta_i, \phi_i) = \frac{dL(\theta_o, \phi_o)}{dE(\theta_i, \phi_i)}$$

Здесь θ_i и ϕ_i представляют углы направления входящего света (обычно относительно нормали к поверхности), а θ_o и ϕ_o представляют углы направления исходящего света. BRDF является фундаментальным концептом, предоставляя способ моделирования взаимодействия света с поверхностями и его отражения в различных направлениях.

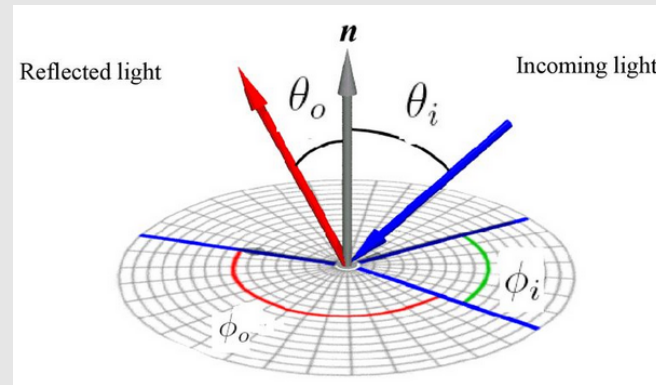


Рис. 9: Двулучевая функция отражательной способности

$$L(x, \theta_o, \phi_o) = \int_{\Omega} f_r(\theta_o, \phi_o, \theta_i, \phi_i) L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega$$

Излученность в направлении наблюдения при условии всех входящих световых потоков.

$$L(x, \theta_o, \phi_o) = \int_{\Omega} f_r(\theta_o, \phi_o, \theta_i, \phi_i) L(x, \theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega$$

Что пропорционально яркости пикселя для этого луча.

Функция двустороннего распределения отраженного света (BRDF) обладает несколькими важными свойствами:

1. Положительность. Значения BRDF обычно неотрицательны для всех углов входа и выхода света.
2. Нормализация. Интеграл BRDF по всем направлениям входа и выхода света равен единице. Это свойство обеспечивает сохранение энергии в системе.
3. Ротационная инвариантность. BRDF не зависит от ориентации координатной системы, т.е. она инвариантна относительно поворотов.
4. Симметрия. BRDF симметрична относительно обмена направлений входа и выхода света (θ_i, ϕ_i и θ_o, ϕ_o).
5. Локальная изотропия или анизотропия. BRDF может быть изотропной (не зависит от направления) или анизотропной (зависит от направления).
6. Монотонность. Поверхности с монотонной BRDF не могут сосредотачивать свет.
7. Микрогеометрическая зависимость. BRDF часто зависит от микрогеометрии поверхности (например, шероховатости или микронеровностей).

Световые и энергетические величины

Таблица 1: Сравнение энергетических и световых величин

Энергетические			Световые		
Поток излучения	Φ_e	Вт	Световой поток	Φ	лм
Энергетическая сила света	I_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{ср}}$	Сила света	I	кд
Энергетическая освещенность	E_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	Освещенность	E	лк
Энергетическая светимость	M_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	Светимость	M	$\frac{\text{лм}}{\text{м}^2}$
Энергетическая яркость	L_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{ср} \cdot \text{м}^2}$	Яркость	L	$\frac{\text{кд}}{\text{м}^2}$

Примечание. Световой поток измеряется в лм (люменах) и представляет собой полную видимую энергию, излучаемую источником света за единицу времени.

2024-11-30

Физические аспекты

Световые и энергетические величины

Световые и энергетические величины

Таблица 1: Сравнение энергетических и световых величин

Энергетические			Световые		
Поток излучения	Φ_e	Вт	Световой поток	Φ	лм
Энергетическая сила света	I_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{ср}}$	Сила света	I	кд
Энергетическая освещенность	E_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	Освещенность	E	лк
Энергетическая светимость	M_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$	Светимость	M	$\frac{\text{лм}}{\text{м}^2}$
Энергетическая яркость	L_e	$\frac{\text{Вт}}{\text{ср} \cdot \text{м}^2}$	Яркость	L	$\frac{\text{кд}}{\text{м}^2}$

Примечание. Световой поток измеряется в лм (люменах) и представляет собой полную видимую энергию, излучаемую источником света за единицу времени.

Люмен (лм) измеряет световой поток, представляя собой общее количество света, излучаемого источником света в одну секунду; используется для оценки яркости светильников и ламп.

Кандела (кд) измеряет световой поток в заданном направлении, представляя собой интенсивность света в конкретном угловом направлении; введена для оценки яркости источников света, особенно в направленных световых системах.

Люкс (лк) измеряет освещенность, представляя собой количество света, падающего на поверхность в один люкс, равный одному люмену на квадратный метр; введен как метрика для оценки комфортного освещения.

Историческая справка. Люкс и люмен стали стандартами измерения света в 20 веке, с развитием технологий освещения. В 1948 году была введена спецификация лм для измерения светового потока. Кандела была предложена в 1946 году в ходе разработки стандартов единиц измерения света, утвержденных в 1979 году.

Освещенность и светимость

Освещенность и светимость — разные величины, связанные с освещением:

- **Освещенность (E)** — измеряет количество света, падающего на единицу площади.
Единица измерения: люкс ($\text{лм}/\text{м}^2$).
Пример. лампа с потоком 1000 люмен освещает поверхность в 10 м, создавая освещенность 100 люкс.
- **Светимость (M)** — характеризует общее количество света, излучаемого источником во всех направлениях.
Единица измерения: люмен (лм).
Пример. лампа с потоком 1000 люмен имеет светимость 1000 люмен.

Разница. Освещенность описывает свет на поверхности, а светимость — общий свет, излучаемый источником.

Освещенность и светимость

Литература

- 1 Bahadir K. Gunturk Radiometry, photometric stereo
- 2 Родионов С.А. Основы оптики. Конспект лекций
- 3 Jinxiang C. Computer Graphics: Radiometry and Illumination
- 4 Взаимосвязь силы света, светового потока и освещенности