CAŁKI

Rodzaje całek:

$\int f(x)\,dx$ — nieoznaczona

$\int_a^b f(x)\,dx, \quad a \leqslant b$ — oznaczona

$\lvert a\rvert < \infty,\ \lvert b\rvert < \infty$	$\lvert a\rvert < \infty,\ b = \infty$	$a = -\infty,\ \lvert b\rvert < \infty$	$a = -\infty,\ b = \infty$
właściwa	niewłaściwa	niewłaściwa	niewłaściwa

Podstawienie trygonometryczne uniwersalne:

$$t = tg\frac{x}{2}$$
$$dx = \frac{2}{1+t^2}\,dt$$
$$sinx = \frac{2t}{1+t^2}$$
$$cosx = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

Całka oznaczona w zakresie $\langle a, b\rangle$, gdzie $a > b$:

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

Średnia wartość funkcji $f(x)$ w zakresie $\langle a, b\rangle$:

$$Śr = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

Powierzchnia pod wykresem funkcji $f(x)$:

w zakresie $\langle a, b\rangle$

$$P = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

w zakresie $\langle a, \infty\rangle$

$$P = \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{b\to\infty} F(b) - F(a)$$

w zakresie $\langle -\infty, \infty\rangle$

$$P = \int_{-\infty}^c f(x)\,dx + \int_c^\infty f(x)\,dx$$
$$c \in \mathbb{R},\ \lvert c\rvert \neq \infty$$

MACIERZE I WEKTORY

Wyznacznik macierzy odwrotnej:

$$\lvert A^{-1}\rvert = \lvert A\rvert^{-1}$$

Wyznacznik wielokrotności macierzy:

$$n \cdot \lvert A\rvert = \lvert A\rvert \cdot n^{rank(A)}$$

Iloczyn wektorowy:

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \left[\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right]$$

Iloczyn skalarny:

$$\vec{a}\circ\vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Własności wektorów:

wektory są równoległe, gdy:

$$\vec{a} = k \cdot \vec{b}$$

lub

$$\vec{a}\times\vec{b} = \vec{0}$$

wektory są prostopadłe, gdy:

$$\vec{a}\circ\vec{b} = 0$$

FUNKCJE WIELU ZMIENNYCH, POCHODNE CZĄSTKOWE

Wyrażenie $f(x,y)\,dx + g(x,y)\,dy$ jest różniczką zupełną wtedy i tylko wtedy gdy:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial x}$$

Pochodna kierunkowa funkcji w pewnym kierunku:

jeżeli $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(x_0+at, y_0+bt) - f(x_0,y_0)}{ct} = n$

to pochodna kierunkowa jest równa $\dfrac{n}{\sqrt{a^2+b^2}}\cdot c$