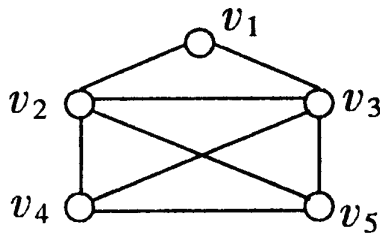


一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $A - A =$ _____, $A - B =$ _____, $B - A =$ _____.
2. 设 \mathbf{N} 是自然数集合, f 和 g 是 \mathbf{N} 到 \mathbf{N} 的函数, 且 $f(n) = 2n+1$, $g(n) = n^2$, 那么复合函数 $(f \circ f)(n) =$ _____, $(f \circ g)(n) =$ _____, $(g \circ f)(n) =$ _____.
3. 设 $|X| = n$, $P(X)$ 为集合 X 的幂集, 则 $|P(X)| =$ _____. 在代数结构 $(P(X), \cup)$ 中, 则 $P(X)$ 对 \cup 运算的单位元是 _____, 零元是 _____.
4. 在下图中, _____ 是其 Euler 路.



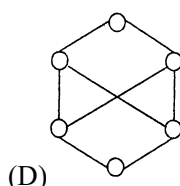
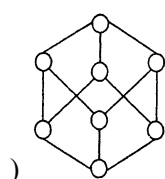
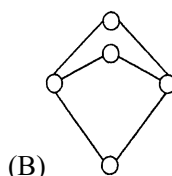
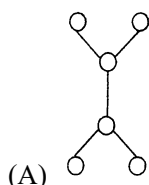
5. 设有向图 $G = (V, E)$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, 若 G 的邻接矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 v_1

的出度 $\deg^+(v_1) =$ _____, v_1 的入度 $\deg^-(v_1) =$ _____, 从 v_2 到 v_4 长度为 2 的路有 _____ 条.

二、单选题(每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设 $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$, 下列选项正确的是()
 (A) $1 \in A$ (B) $\{1, 2, 3\} \subseteq A$
 (C) $\{\{4, 5\}\} \subset A$ (D) $\emptyset \in A$.
2. 集合 $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ 上的关系 $R = \{(x, y) | x + y = 10, x, y \in A\}$, 则 R 的性质是()
 (A) 自反的 (B) 对称的
 (C) 传递的、对称的 (D) 反自反的、传递的.
3. 若 R 和 S 是集合 A 上的两个关系, 则下述结论正确的是()
 (A) 若 R 和 S 是自反的, 则 $R \cap S$ 是自反的
 (B) 若 R 和 S 是对称的, 则 $R \circ S$ 是对称的
 (C) 若 R 和 S 是反对称的, 则 $R \circ S$ 是反对称的
 (D) 若 R 和 S 是传递的, 则 $R \cup S$ 是传递的.
4. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系 $R = \{(1, 4), (2, 3), (3, 1), (4, 3)\}$, 则下列不是 $t(R)$ 中元素的是()
 (A) $(1, 1)$ (B) $(1, 2)$
 (C) $(1, 3)$ (D) $(1, 4)$.
5. 设 p : 我们划船, q : 我们跑步, 则有命题“我们不能既划船又跑步”符号化为()
 (A) $\neg p \wedge \neg q$ (B) $\neg p \vee \neg q$

- (C) $\neg(p \leftrightarrow q)$ (D) $\neg(\neg p \vee \neg q)$.
6. 在公式 $(\forall x)F(x, y) \rightarrow (\exists y)G(x, y)$ 中变元 x 是()
- (A) 自由变元 (B) 约束变元
- (C) 既是自由变元, 又是约束变元 (D) 既不是自由变元, 又不是约束变元.
7. 在代数系统中, 整环和域的关系是()
- (A) 整环一定是域 (B) 域不一定是整环
- (C) 域一定是整环 (D) 域一定不是整环.
8. 下列所示的哈斯图所对应的偏序集中能构成格的是()



9. 设 G 为有 n 阶简单图, 则有()
- (A) $\Delta(G) < n$ (B) $\Delta(G) \leq n$
- (C) $\Delta(G) > n$ (D) $\Delta(G) \geq n$.
10. 具有 4 个结点的非同构的无向树的数目是()
- (A) 2 (B) 3
- (C) 4 (D) 5.

三、判断题(每小题 2 分, 共 10 分): 正确打“√”, 错误打“×”.

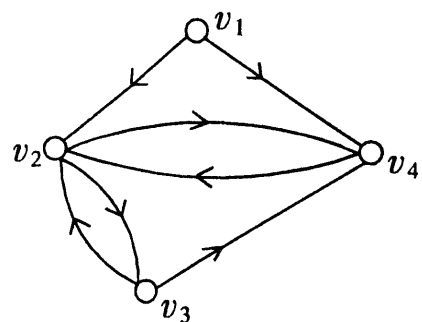
1. $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset\}$. ()
2. 在自然数集 \mathbf{N} 上定义运算 “*” 如下: $x*y = x - 2y, x, y \in \mathbf{N}$, 则 “*” 满足结合律. ()
3. 设 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$, 若复合函数 $f \circ g$ 是满射, 则 f 必是满射. ()
4. 若 $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$ 为真, 则 $(p, q, r) = (0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$. ()
5. 设 $\langle L, \leq \rangle$ 是格, 其中 $L = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, \leq 为整除关系, 则 3 的补元是 8. ()

四、(15 分) 构造下面推理的证明: 如果小张和小王去看电影, 则小李也去看电影. 小赵不去看电影或小张去看电影. 小王去看电影. 所以, 当小赵去看电影时, 小李也去.

五、(10 分) 设 R 是集合 A 上自反和传递的关系, 试证明: $R \circ R = R$.

六、(10 分) 下图给出了一个有向图.

- (1) 求出它的邻接矩阵 A 和可达矩阵 P .
- (2) 求出 A^2, A^3, A^4 .



七、(10 分) 已知 $A = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}$, $B = \{\{\emptyset, 1\}, \{1\}\}$, 计算 $A \cup B$, $A \oplus B$, A 的幂集 $P(A)$.

八、(10 分) 今有 n 个人, 已知他们中任何 2 人的朋友合起来一定包含其余 $n - 2$ 人. 试证明:

(1) 当 $n \geq 3$ 时, 这 n 个人能排成一列, 使得中间任何人是其两旁的人的朋友, 而两头的人是其左边(或右边)的人的朋友.

(2) 当 $n \geq 4$ 时, 这 n 个人能排成一圆圈, 使得每个人是其两旁的人的朋友.