《线性代数 A》单元自测题

第四章 向量组的线性相关性

专业________________班级________________ 姓名_______________学号_______________

一、 填空题：

1．已知$\alpha=\begin{pmatrix}2\\0\\4\\6\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\\2\end{pmatrix},\gamma=\begin{pmatrix}1\\4\\7\\9\end{pmatrix}$且向量$\xi$满足$2\xi+\beta-2\gamma=\alpha-\beta$，则$\xi=$__________________.

2．已知向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\0\\t\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\4\\5\\2\end{pmatrix}$的秩为 2，则$t=$__________________.

3．若$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}a\\0\\b\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$线性相关，则$a,b$应满足关系式__________________.

4. 设A为 3 阶方阵，$R(A)=2$，且向量$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix}$是$AX=b(b\neq 0)$的两个解向量,则$AX=b$的通解为_________.

二、 单项选择题：

1．下列向量组中，线性无关的是（　　　　　）

（A）$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\2\\5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\4\\6\\8\end{pmatrix}$;　（B）$\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix}$;　（C）$\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3\\1\\-3\end{pmatrix}$;　（D）$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$.

2．下列向量组中，线性相关的是（　　　　　）

（A）$\begin{pmatrix}a\\b\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2a\\2b\\c+2\end{pmatrix}\ (c\neq 0)$；　（B）$\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$；　（C）$\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}$；　（D）$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.

3．设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$均为$n$维向量，那么下列结论正确的是（　　　　　　）

（A）若$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$（$k_1,k_2,\cdots,k_m$为常数），则$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性相关；

（B）若对任意一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_m$，都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m\neq 0$，则$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性无关；

（C）若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性相关，则对任意一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_m$，都有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$；

（D）若 $0\alpha_1+0\alpha_2+\cdots+0\alpha_m=0$，则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关.

4．设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{1}&\mathbf{2}&\mathbf{1}&\mathbf{2}\\ \mathbf{0}&\mathbf{1}&\boldsymbol{t}&\boldsymbol{t}\\ \mathbf{1}&\boldsymbol{t}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\end{pmatrix}$，且方程组 $AX=0$ 的基础解系含有两个线性无关的解向量，则 $\boldsymbol{t}=$（　　　　　　）

（A）0；　（B）1；　（C）2；　（D）3.

三、 计算下列各题：

1．判断向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\\0\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\-1\\6\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\\-2\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}4\\-2\\9\\0\end{pmatrix}$ 的线性相关性.

2．求向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}2\\-1\\0\\4\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\-2\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\0\\3\\-6\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\\2\end{pmatrix},\alpha_5=\begin{pmatrix}-2\\-1\\0\\-4\end{pmatrix}$ 的秩和一个最大无关组,并将其余向量用该最大无关组线性表示.

3．求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$的一个基础解系与通解。

4．求线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 4x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 10 \\ 2x_1 - 2x_2 - 11x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$的通解.

四、证明题：

1．设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关,证明：$\alpha_1,\alpha_1+2\alpha_2,\alpha_1+2\alpha_2+3\alpha_3$也线性无关.

2．设A是$m\times n$矩阵，B是$n\times m$矩阵，其中$m\le n$，且AB为可逆矩阵, 证明B的列向量组是线性无关的向量组。