《离散数学》期末考试题(F)

一、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 $A = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{3\}\}$, $B = \{2, \{2,3\}, \{1\}\}$，则 $A - B = \{\qquad\qquad\}$, $B - A = \{\qquad\qquad\}$, $A \oplus B = \{\qquad\qquad\}$.

2. 实数集合 **R** 关于加法运算“+”的单位元为(　　), 关于乘法运算“·”的单位元为(　　), 关于乘法运算“·”的零元为(　　).

3. 令 $Z(x)$: x 是整数，$O(x)$: x 是奇数，则“不是所有整数都是奇数”符号化为(　　　　　　).

4. 有限域的元素个数为(　　　), 其中(　　　)且(　　　　).

5. 设 G 是(7, 15)简单平面图，则 G 一定 (　　　)连通图，其每个面恰由(　　　)条边围成，G 的面数为(　　　).

二、单选题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 函数的复合运算“∘”满足(　　)

(A)交换律.　　(B)结合律.　　(C)幂等律.　　(D)消去律.

2. 设集合 A 中有 4 个元素，则 A 上的等价关系共有(　　)个.

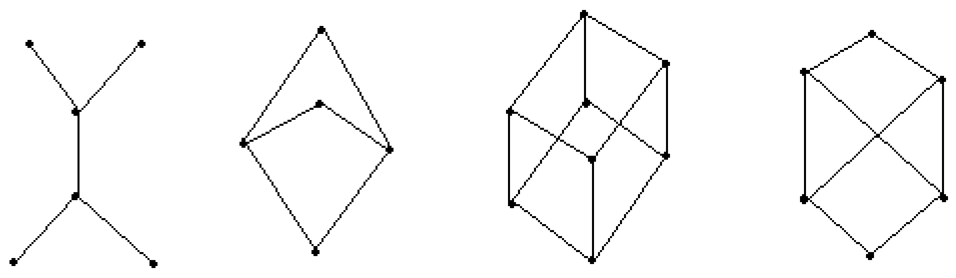
(A)13　　(B)14　　(C)15　　(D)16

3.下列代数结构$(G, *)$中，(　　)是群.

(A)$G = \{0, 1, 3, 5\}$，“$*$”是模 7 加法.　　(B) $G = \mathbf{Q}$，“$*$”是数的乘法.

(C)$G = \mathbf{Z}$，“$*$”是数的减法.　　(D) $G = \{1, 3, 4, 5, 9\}$，“$*$”是模 11 乘法.

4. 下列偏序集，(　　)是格.



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

5. 不同构的(5, 3)简单无向图有(　　　)个.

(A)4　　(B)5　　(C)3　　(D)2

三、判断题(每小题 3 分，共 15 分)：正确打“√”，错误打“×”.

1. 设 A，B，C 是集合，若 $A \oplus B = A \oplus C$，则 $B = C$.　　　　　　　　　　(　　　　)

2. 逻辑联结词“$\rightarrow$”满足结合律.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　　　)

3. 设 $(L, \leqslant)$是偏序集，若 L 的任意非空子集均存在上确界和下确界，则$(L, \leqslant)$是格.

(　　　　)

4. 在同构意义下，有限布尔代数只有$(P(X), \cup, \cap, \bar{\ }, \varnothing, X)$.　　　　　　　　(　　　　)

5. 设 G 是简单图，则 G 与 $\overline{G}$ 中度数为奇数的节点个数相同.　　　　　　　　(　　　　)

四、(15 分) 设 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$，若 $f \circ g$ 是满射，证明 g 是满射，并举例说明 f 不一定是满射.

五、(10 分) 在整数集合 $\mathbf{Z}$ 上定义关系 R 如下：对于任意 $x, y \in \mathbf{Z}$，

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + y .$$

判断 R 是否具有自反性、反自反性、对称性、反对称性及传递性.

六、(10 分) 利用真值表求命题公式

$$A = \neg(p \rightarrow q)) \leftrightarrow (p \rightarrow \neg q)$$

的主析取范式和主合取范式.

七、(10 分) 证明：在至少两个人的人群中，必有两个人有相同个数的朋友.

八、(10 分) 将 6 阶完全无向图 K_6 的边随意地涂上红色或蓝色，证明：无论如何涂法，总存在红色的 K_3 或蓝色的 K_3.