《线性代数 A》单元自测题

第三章 矩阵的初等变换与方程组

专业________________班级________________ 姓名_______________学号_______________

一、 填空题：

1．设 $A=\begin{pmatrix}1&2&2&1\\2&1&-2&-2\\1&-1&-4&-3\end{pmatrix}$，则 $R(A)=$ ____________________.

2．$\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\\\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\\\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{0}\end{pmatrix}^{\mathbf{2012}}\begin{pmatrix}\mathbf{1}&\mathbf{2}&\mathbf{1}\\\mathbf{2}&\mathbf{3}&\mathbf{4}\\\mathbf{4}&\mathbf{3}&\mathbf{5}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\\\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{0}\\\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\end{pmatrix}^{\mathbf{2013}}=$ ____________________.

3．已知方程组 $\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3=0\\3x_1-4x_2+7x_3=0\\x_1-2x_2+ax_3=0\end{cases}$ 有非零解，则 $a=$ ____________________.

4．已知方程组 $\begin{pmatrix}\mathbf{1}&\mathbf{2}&\mathbf{1}\\\mathbf{0}&\mathbf{-1}&\mathbf{-1}\\\mathbf{3}&\mathbf{4}&\mathbf{1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{x_1}\\\boldsymbol{x_2}\\\boldsymbol{x_3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{3}\\\boldsymbol{b}\\\mathbf{7}\end{pmatrix}$ 有解，则 $\boldsymbol{b}=$ ____________________.

二、 单项选择题：

1．设 A 为 4×5 矩阵,则 A 的秩最大为(　　　　　)

（A）2 ；　（B） 3;　　（C） 4;　（D） 5.

2．当 $A=$（　　　　　　）时，$A\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{11}-3a_{31}&a_{12}-3a_{32}&a_{13}-3a_{33}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$。

（A）$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-3&0&1\end{pmatrix}$　（B）$\begin{pmatrix}1&0&-3\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$；　（C）$\begin{pmatrix}0&0&-3\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$；（D）$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-3&1\end{pmatrix}$。

3．设 A 为 $m\times n$ 矩阵，齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解的充分必要条件是系数矩阵的秩 $R(A)$（　　　　）

（A）小于 m；　（B）小于 n；　（C）等于 m；　　（D）等于 n.

4．设 A 为 $m\times n$ 矩阵，非齐次线性方程组 $AX=b$ 所对应的齐次线性方程组为 $AX=0$，如果 $m<n$，则（　　）

（A） $AX=b$ 必有无穷多组解；　　　（B） $AX=b$ 必有唯一解；

（C） $AX=0$ 必有非零解；　　　　　（D） $AX=0$ 必有唯一解.

三、 计算下列各题：

1．设 A=$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$，求 A^{-1}．

2．设 $A=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，且 $AX=A+2X$ ，求 X 。

3．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & a & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ 的秩为 3，求 a 的值。

4．当 λ 取何值时，下列线性方程组有解？有解时，求出其全部解：$\begin{cases} x_1 + x_3 = 1, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = \lambda, \\ 6x_1 + x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$

5．当λ 取何值时，方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = 1+\lambda^2, \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = 1+\lambda, \\ (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 1+\lambda \end{cases}$ 有唯一解，无解，有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解。