

实验 4.9 用多普勒实验仪测量简谐振动角频率

当波源和接收器之间有相对运动时，接收器接收到的波的频率与波源发出的频率不同，这种现象称为多普勒效应。多普勒效应在科学研究，工程技术，交通管理，医疗诊断等各方面都有十分广泛的应用。基于多普勒效应原理的雷达系统已广泛应用于导弹，卫星，车辆等运动目标速度的监测。在医学上利用超声波的多普勒效应来检查人体内脏的活动情况，血液的流速等。电磁波（光波）与声波（超声波）的多普勒效应原理是一致的。本实验利用超声波的多普勒效应，将超声探头作为运动传感器，测量出运动物体的速度，进而可以测量出简谐振动的角频率。

【实验目的】

1. 学习用多普勒效应测量物体运动速度的理论方法。
2. 学习利用简谐振动测量其周期等参数的方法，并与理论值比较。

【实验原理】

1. 超声的多普勒效应

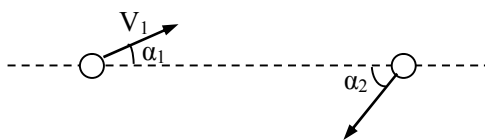


图 4.9.1 超声的多普勒效应示意图

根据声波的多普勒效应公式，当声源与接收器之间有相对运动时，接收器接收到的频率 f 为：

$$f = f_0 \cdot \frac{u + V_1 \cos \alpha_1}{u - V_2 \cos \alpha_2} \quad (4.9.1)$$

式中 f_0 为声源发射频率， u 为声速， V_1 为接收器运动速率， α_1 为声源与接收器连线与接收器运动方向之间的夹角， V_2 为声源运动速率， α_2 为声源与接收器连线与声源运动方向之间的夹角（如图 4.9.1）。

若声源保持不动，运动物体上的接收器沿声源与接收器连线方向以速度 V 运动（即 α_1 和 α_2 等于零），则从（4.9.1）式可得接收器接收到的频率应为：

$$f = f_0 \cdot \left(1 + \frac{V}{u}\right) \quad (4.9.2)$$

当接收器向着声源运动时， V 取正，反之取负，由（4.9.2）式可解出：

$$V = u \cdot \left(\frac{f}{f_0} - 1\right) \quad (4.9.3)$$

式中的声速与温度有关： $u = 331.45 + 0.59t$ (4.9.4)

式中 t 为摄氏温度。

若已知声速 u 及声源频率 f_0 ，则可通过接收器接收到的频率 f 按 (4.9.3) 式计算出接收器运动的速度。设置仪器的采样间隔和采样总数，仪器上便能显示出 $V-t$ 关系图及数据，进而可以对物体运动状态及规律进行研究。

2. 弹簧的简谐振动

当质量为 m 的物体受到大小与位移成正比，而方向指向平衡位置的力的作用时，若以物体的运动方向为 x 轴，其运动方程为：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

由(4.9.5)式描述的运动称为简谐振动，在 $t=0$ 时 $x = -A_0, V=0$ 的条件下，则方程(4.9.5)的解为：

$$x = -A_0 \cos \omega_0 t$$

将 (4.9.6) 式对时间求导，可得速度方程：

$$V = \omega_0 A_0 \sin \omega_0 t$$

由以上两式可见，物体作简谐振动时，位移和速度都随时间做周期变化，式中

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \quad (4.9.5)$$

为振动系统的固有角频率， T 为运动周期， k 为弹簧的倔强系数。

若在竖直悬挂的弹簧上挂上一个质量为 m_1 物体，当弹簧静平衡时有：

$$m_1 g = k \cdot x_1$$

又加挂上一个质量为 Δm 的物体，重新达到弹簧静平衡时有：

$$(m_1 + \Delta m)g = k \cdot x_2$$

以上两式相减，则有： $\Delta m \cdot g = k \cdot \Delta x$ (4.9.6)

其中 $\Delta x = x_2 - x_1$ ，在已知 Δx ， Δm 的情况下，据 4.9.6 式可以求弹簧的倔强系数 k 。

【实验器材】

多普勒效应综合实验仪，弹簧，砝码，直尺，电子天平等。

附：实验仪器介绍

多普勒效应综合实验仪采用菜单式操作,显示屏显示菜单及操作提示,由 ▲▼◀▶ 键选择菜单或修改参数,按“确认”键后仪器执行。可在“查询”页面查询到在实验时已保存的实验的数据。操作者只须按每个实验的提示即可完成操作。

仪器面板上两个指示灯状态介绍:

失锁警告指示灯亮,表示频率失锁。即接收信号较弱(原因:超声接收器电量不足),此时不能进行实验,须对超声接收器充电,让该指示灯灭;

失锁警告指示灯灭,表示频率锁定。即接收信号能够满足实验要求,可以进行实验。

充电指示灯:灭,表示正在快速充电;

亮(绿色),表示正在涓流充电;

亮(黄色),表示已经充满;

亮(红色),表示已经充满或充电针未接触。

【实验内容与步骤】

1. 仪器安装与测量准备

打开多普勒实验仪,屏幕上首先要求输入室温。因为计算物体运动速度时要代入声速,而声速是温度的函数(4.9.4 式)。利用 ◀ ▶ 将室温 t_c 值调到实际值,按“确认”。约几秒钟后仪器将自动检测得到调谐频率 f_0 值,然后按“确认”。

仪器的安装如图 4.9.2 所示。将弹簧悬挂于电磁铁上方的挂钩孔中,接收器组件的尾翼悬挂在弹簧上。检查接收器组件的尾翼是否正对发射器,若对齐不好,可在底座上放置水平仪,通过调节底座螺钉使底座水平。

(注意:每次实验前先对接收器组件进行充电)。

2. 测量步骤:

1) 在液晶显示屏上,用 ▼ 选中“变速运动测量实验”,并按“确认”;利用 ▶ 键修改测量点总数为 150(选择范围 8~150),▼ 选择采样步距,并修改为 100(选择范围 50~100ms),选中“开始测试”;

2) 将接收器组件悬挂在弹簧上,从平衡位置垂直向下拉约 15cm 左右,轻轻松手让接收器自由振荡,待振动稳定后按“确认”,仪器开始测量。实验仪按设置的参数自动采样,待测量完成后,显示屏上出现速度随时间变化关系的曲线及数据;查阅数据,记录第 1 次速度达到最大时的采样次数 $N_{1\max}$ 和第 11 次速度达到最大(注:速度方向一致)时的采样次数 $N_{11\max}$, 记入表 4.9.1 中。

3) 在结果显示界面中用 ▶ 键选择“返回”,按以上程序重新进行测量。

4) 测量弹簧的静伸长量:用天平称量出接收器振子组件的质量 M 和所要加挂的砝码的质量 Δm 记入表 4.9.1 中,然后先将接收器组件垂直悬挂于弹簧,待其静平衡时用直尺量出弹簧长度 x_1 , 再加挂砝码,测

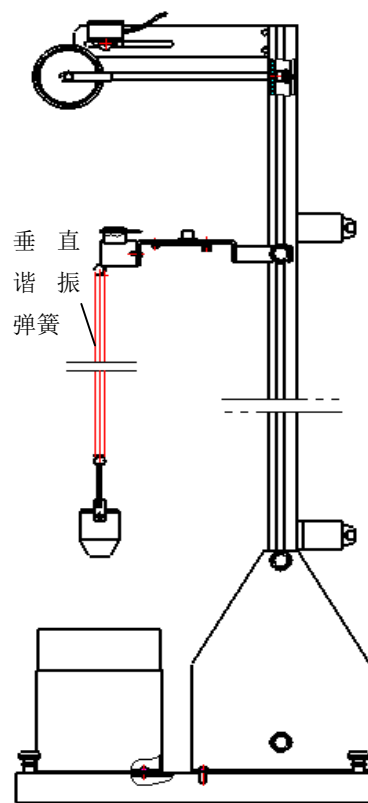


图 4.9.2 简谐振动实验

量加挂砝码后弹簧的长度 x_2 ，计算出加挂砝码的伸长量 Δx ，记入表 4.9.1 中。由加挂砝码的质量 Δm 及 Δx 根据 4.9.6 式就可计算 k 。再用 k 和振子质量 M 根据 4.9.5 式就可以计算出 ω_0 （把此视为理论值），将前面由多普勒仪器测量出的 ω 值与之进行比较，计算出相对误差。

注意：打开仪器后，要先将接收器组件充电，让电磁阀吸住接收器组件，并和电磁阀上的充电针接触良好，充电若干分钟，待仪器面板上的失锁灯灭了后才可使用。

【数据记录与处理】

表 4.9.1 简谐振动的测量					g=9.787(m/s ²)		振子M= kg		
测量 序列	m (kg)	x (m)	k=Δmg/Δx (kg/s ²)	$\omega_0 = (\frac{k}{M})^{\frac{1}{2}} \text{ (1/s)}$	测 量 次数	N _{1max}	N _{11max}	T=0.01(N _{11 max} - N _{1 max}) (s)	$\omega = \frac{2\pi}{T}$ (1/s)
1					1				
2					2				
Δm =					3				
Δx =					平均值 \bar{T}				

角频率的百分误差：

$$E = \frac{|\overline{\omega} - \overline{\omega}_0|}{\overline{\omega}_0} \times 100\%$$

【思考题】

1. 本实验测量物体运动速度的原理是什么？
2. 简谐振子的周期公式 $T=0.01(N_{11 \max}-N_{1 \max})$ 是怎么得出的？
3. 测量伸长量 Δx 时，为什么要在振子接收器组件之上再加挂砝码？