

一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 在实数集 \mathbf{R} 上定义运算 “ $*$ ” 如下: $x * y = x + y + xy$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 则 \mathbf{R} 关于 “ $*$ ” 的单位元为_____, 零元为_____, 元素 2 关于 “ $*$ ” 的逆元为_____.

2. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的二元关系 $R = \{(1, 2), (3, 4), (4, 3)\}$, $S = \{(1, 3), (3, 4), (4, 1)\}$, 则 $R \cap \bar{S} =$ _____, $(R \cup S)^{-1} =$ _____, $R \circ S =$ _____.

3. 用联结词 \neg , \wedge 表示联结词 \vee , \rightarrow 和联结词 \leftrightarrow : $A \vee B =$ _____, $A \rightarrow B =$ _____, $A \leftrightarrow B =$ _____.

4. 设 $(R, +, \cdot)$ 是整环, 则 $(R, +)$ 是_____, (R, \cdot) 是运算可交换的含么_____且_____零因子.

5. 当_____时, 完全图 K_n 是非平面图. 对于二部图 $K_{m,n}$, 当_____时, $K_{m,n}$ 是平面图, 当_____时, $K_{m,n}$ 是非平面图.

二、单选题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 \mathbf{N}^+ 是非零自然数集, $f: \mathbf{N}^+ \times \mathbf{N}^+ \rightarrow \mathbf{N}^+$, $f(x, y) = x^y$, $x, y \in \mathbf{N}^+$, 则 f ()

- (A) 仅是入射 (B) 仅是满射
(C) 是双射 (D) 不是函数.

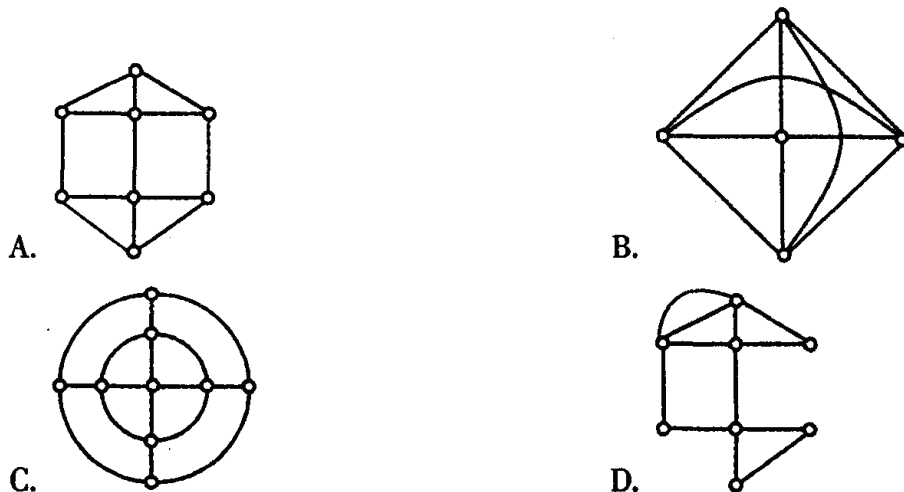
2. 在整数集 \mathbf{Z} 上, 下面哪个运算不是二元运算()

- (A) 加法 (B) 减法
(C) 乘法 (D) 除法.

3. 设 A 是奇数集合, \times 为乘法运算, 则 (A, \times) 是()

- (A) 半群 (B) 群
(C) 循环群 (D) 交换群.

4. 下面既是汉密尔顿图又是欧拉图的图形是()



5. 一棵树有 3 个 5 度点、1 个 4 度点、3 个 2 度点，其它的都是 1 度，那么它的边数是 ()
- (A) 17 (B) 18
- (C) 19 (D) 20.

三、判断题(每小题 3 分，共 15 分)：正确打“√”，错误打“×”。

1. 设 x 和 y 是实数集中的变量，则 $x+y>0$ 是命题函数. ()
2. 关系矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 对应的关系具有自反性. ()
3. 设 R 和 S 是集合 A 上的等价关系，则 $R \circ S$ 是 A 上的等价关系. ()
4. 在公式 $(\forall x)(\exists y)P(x,y) \vee Q(x,z) \rightarrow (\exists x)P(x,y)$ 中 $\forall x$ 的辖域为 $P(x,y)$. ()
5. 在同构意义下，有限布尔代数只有 $(P(X), \cup, \cap, \bar{}, \emptyset, X)$. ()

四、(15 分) 设 p, q, r 为命题变元，分别用等值演算法和真值表法计算 $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ 的主合取范式.

五、(10 分) 设 $A = \{a, b, c, d\}$ ， $R = \{(a, b), (a, d), (b, c), (c, a), (d, a)\}$ ，求用关系图计算 R 的传递闭包 $t(R)$.

六、(10 分) 设 $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ ，请画出 A 上整除关系“|”的哈斯图，并给出子集 $\{6, 12, 24, 36\}$ 的极大元、极小元、最大元、最小元、上界、下界、上确界和下确界.

七、(10 分) 符号化下面命题，并构造推理证明：人是要死的，苏格拉底是人，所以苏格拉底是要死的.

八、(10 分) 证明：一个图是强连通的，当且仅当图中有一个回路，它至少包含每个结点一次.