

2019-2020 学年第二学期期末综合大作业

《高等数学 AII》(A 套题)

(2019 级电子信息工程学院、计算机学院、物流管理与工程学院物流工程专业、建筑与城乡规划学院、阿里云大数据应用学院、航空工程学院各专业)

一、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

1. 微分方程 $y'' - 2y' + 2y = 0$ 的通解为_____.
2. 设 $z = f(x + y, xy)$, 其中 f 具有连续的一阶偏导数, 则 $dz =$ _____.
3. 设 $z = e^{xy}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.
4. $\oint_L xy^2 dy - yx^2 dx =$ _____, 其中 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 4$ (方向为逆时针方向).
5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n^2}$ 的收敛域为_____.

二、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分)

1. 曲面 $z = x^2 + y^2$ 在点 $(1,1,2)$ 处的法线方程为()
(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = z-2$. (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = 2-z$.
(C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = z+2$. (D) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{-2} = z+2$.
2. 函数 $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ 在点 $(1,1)$ 处方向导数的最大值为()
(A) $\frac{1}{2}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
3. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^z = x^2 y + 2z$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ()
(A) $\frac{2xy}{e^z - 2}$. (B) $-\frac{2xy}{e^z - 2}$. (C) $\frac{e^z - 2}{2xy}$. (D) $-\frac{e^z - 2}{2xy}$.

4. 下列级数中, 发散的级数是 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$. (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^2}$. (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n^2}$. (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$.

5. 设 $f(x) = x^3, x \in [-\pi, \pi)$, 则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $a_n =$ ()

(A) $-\frac{4}{n^2\pi}$. (B) $\frac{4}{n^2\pi}$. (C) $\frac{2}{n^2\pi}[(-1)^n - 1]$. (D) 0.

三、计算题 (10 分) 设 $z = u^2 e^v$, 而 $u = x \sin y, v = xy$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

四、计算题 (10 分) 求函数 $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 3x^2 - 3y^2 - 12x + 1$ 的极值.

五、计算题 (10 分) 计算二重积分 $\iint_D xy \, d\sigma$, 其中 D 是由曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围成的闭区域.

六、计算题 (10 分) 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 展开成关于 $x - 1$ 的幂级数.

七、计算题 (10 分) 计算 $I = \iint_{\Sigma} x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + (z + 1) \, dx \, dy$, 其中 Σ 为上半球面

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ($z \geq 0$) 的上侧.

八、综合题 (10 分)

已知曲线积分 $\int_L y \varphi(x) \, dx + \varphi(x) \, dy$ 在整个 xOy 面内与路径无关, 其中 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $\varphi(0) = 1$,

(1) 求函数 $\varphi(x)$;

(2) 计算曲线积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} y \varphi(x) \, dx + \varphi(x) \, dy$.

九、综合题 (10 分)

请根据本学期《高等数学 AII》所学课程内容, 归纳、总结《高等数学 AII》课程的知识结构, 梳理各类积分之间的关联。(注意: 可以采用思维导图或直接的文字形式, 要求简洁清晰, 逻辑顺畅, 结构完整, 条理分明。)