《离散数学》期末考试题(I)

一、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设全集为整数集合 **Z**，且 $A=\{x\mid x^2<30\}$，$B=\{x\mid x\text{是素数}, x<20\}$，$C=\{1,3,5\}$，则 $(B-A)\cup C=\{\qquad\qquad\qquad\}$.

2. 设集合 A 为同一平面内的所有直线组成的集合，R 表示两直线的垂直关系，则 R^2 表示(　　　　)关系.

3. 命题公式 $p\vee(q\wedge\neg r)$ 的成真赋值(p, q, r)为(　　　　　　　　　　).

4. 设 $G=\{1, 5, 7, 11\}$，"$\cdot_{12}$"为模 12 的乘法运算，则群$(G,\cdot_{12})$中元素 5 的阶为(　　　　).

5. 图 1 所示的图 G 的色数 $\chi(G)=($　　　　$)$.

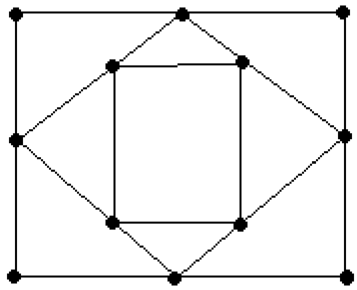

图 1

二、单选题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设集合 $X\neq\varnothing$，则 $P(X)$关于集合的$\cup$运算的单位元为(　　　).

(A)X.　　(B) $\varnothing$.　　(C) $P(X)$.　　(D)以上答案均不成立.

2. 令 $Z(x)$: x 是整数，$N(x)$: x 是负数，$S(x, y)$: y 是 x 的平方，则"任何整数的平方均非负"可符号化为(　　).

(A) $\forall x\forall y\big(Z(x)\wedge S(x,y)\to\neg N(y)\big)$.　　(B) $\forall x\exists y\big(Z(x)\wedge S(x,y)\to\neg N(y)\big)$.

(C) $\forall x\forall y\big(Z(x)\to S(x,y)\wedge\neg N(y)\big)$.　　(D) $\forall x\big(Z(x)\wedge S(x,y)\to\neg N(y)\big)$.

3.设 $(L,\leq)$ 是格，G 为 $(L,\leq)$ 到自身的格同态映射组成的集合，则 G 关于映射的复合"$\circ$"运算构成(　　).

(A) 群.　　(B) 环.　　(C) 格.　　(D) 独异点.

4.给定下列序列，可构成简单无向图的节点度数序列的为(　　).

(A)(1, 3, 4, 4, 5).　(B)(0, 1, 3, 3, 3).　(C)(1, 1, 2, 2, 2). (D) (1, 1, 2, 2, 3).

5.设 G 是 n 阶简单无向图，则其最大度 $\Delta(G)$ (　　).

(A) $< n$.　(B) $\leq n$.　(C) $> n$.　(D) $\geq n$.

三、判断题(每小题 3 分，共 15 分)：正确打“√”，错误打“×”.

1. 设 A, B, C 是集合，若 $A-B=B$，则 $A=B=\varnothing$.　(　　).

2. 设 R 和 S 是集合 A 上的对称关系，则 $R\circ S$ 也是集合 A 上的对称关系.　(　　)

3. 在任意有界分配格中，一个元素的补元不一定唯一.　(　　)

4. 设 $(L,+,\cdot)$ 是布尔代数，定义 A 上的⊙运算为：$\forall x, y\in L, x \odot y = (x\cdot\overline{y})+(\overline{x}\cdot y)$，则($A$, ⊙)是 Abel 群.　(　　)

5. 设 G 有 12 条边，6 个 3 度节点，其余节点度数小于 3，则 G 至少有 9 个节点.　(　　)

四、(15 分) 设 **R** 是实数集合，f: **R**×**R** → **R**×**R**, $f(x, y) = (x + y, x - y)$.

(1) 证明 f 是双射.

(2) 求出 f 的逆函数 f^{-1}、$f^{-1}\circ f$ 和 $f\circ f$.

五、(10 分) 图 2 给出的是集合 A = {1，2，3，4，5，6}上关系 R 的关系图，试画出 R 的传递闭包 $t(R)$的关系图,并用集合表示.

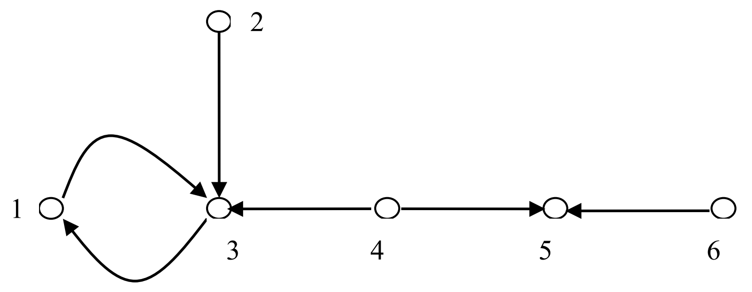

图 2

六、(10 分) 利用真值表求命题公式 $(p\rightarrow(q\rightarrow r))\leftrightarrow(r\rightarrow(q\rightarrow p))$ 的主析取范式和主合取范式.

七、(10 分) 设 Z_m= {0, 1, 2, …, m- 1}，$+_m$ 是模 m 加法运算，$\cdot_m$ 是模 m 乘法运算，证明(Z_m, $+_m$)是群.

八、（10 分）求赋权分别为 2, 3, 5, 7, 8 的最优 2 叉树.