《线性代数 A》单元自测题

第二章 矩阵及其运算

专业______________班级______________ 姓名_____________学号_____________

一、 填空题：

1．$(1 \quad 2 \quad 3)\begin{pmatrix}5\\1\\2\end{pmatrix}=$____________；$\begin{pmatrix}5\\1\\2\end{pmatrix}(1 \quad 2 \quad 3)=$____________________.

2．设 A 是 3 阶可逆方阵，且 $|A|=m$，则 $\left|-mA^{-1}\right|=$__________________.

3．设 A 为 3×3 矩阵，$|A|=-2$，把 A 按列分块为 $A=(A_1,A_2,A_3)$，其中 $A_j(j=1,2,3)$ 为 A 的第 j 列，则 $\left|A_3-2A_1,3A_2,A_1\right|=$__________________.

4.设 A 为 3 阶方阵,且 $|A|=3$，A^* 为 A 的伴随矩阵,则 $\left|3A^{-1}\right|=$________; $\left|A^*\right|=$_________; $\left|3A^*-7A^{-1}\right|=$_______.

5．设 $A=\begin{pmatrix}-1&-4&0&0&0\\1&1&0&0&0\\0&0&2&0&0\\0&0&0&3&0\\0&0&0&0&4\end{pmatrix}$,由分块矩阵的方法得 $\boldsymbol{A}^{-1}=$______________________.

二、 单项选择题：

1． 设 A,B 为 n 阶方阵，则下列命题中正确的是（　　　　　）

(A) $AB=0\Rightarrow A=0$ 或 $B=0$； (B) $(AB)^T=B^TA^T$； (C) $|A+B|=|A|+|B|$； (D) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$.

2．$\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix}^n=$（　　　　　）

（A）0；　（B）$(a+b+c)^n$；　（C）$a^nb^nc^n\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$；　（D）$\begin{pmatrix}a^n&0&0\\0&b^n&0\\0&0&c^n\end{pmatrix}$.

3． A,B,C 是 n 阶矩阵，且 $ABC=E$，则必有（　　　　　）

(A) $CBA=E$；　(B) $BCA=E$；　(C) $BAC=E$；　(D) $ACB=E$.

4．设 A,B 均为 n 阶方阵，且 $A(B-E)=O$,则（ D ）

（A） $A=O$ 或 $B=E$；（B） $A=BA$；（C ）$|A|=0$ 且 $|B|=1$；（D）两矩阵 A 与 $B-E$ 至少有一个是奇异矩阵.

三、 计算下列各题：

1．设 A=$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，求 A^{-1}。

2．已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 计算 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^2-(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})^2, \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{B}^T, (\boldsymbol{AB})^T$.

3．设 $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 3\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$，且 $AX=A+2X$，求 X．

4．设 $P^{-1}AP=\Lambda$，其中 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}\mathbf{-1} & \mathbf{-4}\\ \mathbf{1} & \mathbf{1}\end{pmatrix}$， $\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix}\mathbf{-1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{2}\end{pmatrix}$，（1）求 A^n；（2）设 $f(x)=x^2-2x+3$，求 $f(A)$．

四、 证明题：

1．设 A 是 n 阶对称矩阵，B 是 n 阶反对称矩阵，证明 AB 为反对称矩阵的充分必要条件是 $AB = BA$ 。

2．设 A 为 n 阶方阵，且有 $A^2 - 2A - 5E = 0$ ，证明 $A + E$ 可逆，并求其逆。

3. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵，证明若对任意 $n \times 1$ 矩阵 x ，都有 $Ax = 0$ ，则 $A = O$.