

## 《离散数学》期末考试题(H)

### 一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 对于任意集合  $A$ , 若  $|A| = n$ , 则  $A$  的幂集合  $P(A)$  有( )个元素.
2. 整数集合  $\mathbf{Z}$  上的小于关系 “ $<$ ” 具有( ).
3. 联结词集合  $\{\neg, \rightarrow\}$  ( )功能完备的.
4. 设  $\mathbf{Q}$  是有理数集合,  $\mathbf{Q}$  关于数的乘法运算 “ $\cdot$ ” 能构成( ).
5. 设  $\leq$  是非空集合  $L$  上的偏序, 若  $L$  中的任意两个元素均存在( ), 则称  $(L, \leq)$  是格.

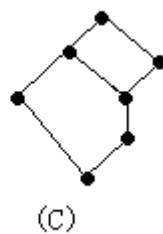
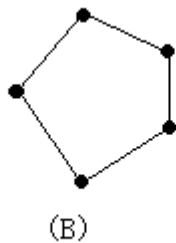
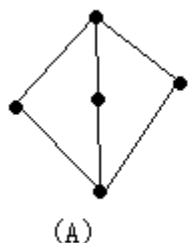
### 二、单选题(每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设  $A = \emptyset$ ,  $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , 则  $B - A$  为( ).  
(A)  $\{\{\emptyset\}\}$ . (B)  $\{\emptyset\}$ . (C)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ . (D)  $\emptyset$ .
2. 设  $R$  和  $S$  是集合  $A$  上的关系, 则下述命题成立的有( ).  
(A) 若  $R$  和  $S$  是自反的, 则  $R \cap S$  是自反的.  
(B) 若  $R$  和  $S$  是对称的, 则  $R \circ S$  是对称的.  
(C) 若  $R$  和  $S$  是反对称的, 则  $R \circ S$  是反对称的.  
(D) 若  $R$  和  $S$  是传递的, 则  $R \cup S$  是传递的.
3. 设  $R$  是集合  $A$  上的偏序关系, 则  $R \cup R^{-1}$  是( )关系.  
(A) 偏序. (B) 等价. (C) 相容. (D) 线性序.
4. 令  $p$ : 我将去上网,  $q$ : 我有时间, 则 “我将去上网, 仅当我有时间” 可符号化为( ).  
(A)  $p \leftrightarrow q$ . (B)  $p \rightarrow q$ . (C)  $q \rightarrow p$ . (D)  $\neg p \vee \neg q$ .
5. 令  $A(x)$ :  $x$  是人,  $B(x)$ :  $x$  犯错误, 则 “没有不犯错误的人” 符号化为( ).  
(A)  $\forall x(A(x) \wedge B(x))$ . (B)  $\neg \exists x(A(x) \rightarrow \neg B(x))$ .  
(C)  $\neg \exists x(A(x) \wedge B(x))$ . (D)  $\neg \exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$ .
6. 设  $\mathbf{Z}$  是整数集合, “ $+$ ” 是数的加法运算, 则下列函数中, ( )不是群  $(\mathbf{Q}, +)$  的自同态.  
(A)  $f(x) = 2x$ . (B)  $f(x) = 1000x$ . (C)  $f(x) = |x|$ . (D)  $f(x) = 0$ .
7. 关于数的加法和乘法, 下列集合( )能构成整环.  
(A)  $\{a + \sqrt{3}b \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$ . (B)  $\{1\} \cup \{x \mid x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \text{ 有非 } 1 \text{ 因子}\}$ .

(C)  $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{Z}\}$ .

(D)  $\{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ .

8. 下列四个格中, ( )是分配格.



9. 设  $(L, \leq)$  是有界格, 它是有补格, 只要下列条件 ( ) 满足.

(A) 每个元素只有一个补元.

(B) 每个元素至少有一个补元.

(C) 只要有元素存在补元.

(D) 每个元素都有多个补元.

10. 在任意  $n$  阶连通图中, 其边数( ).

(A) 至多  $n - 1$  条.

(B) 至少  $n - 1$  条.

(C) 至多  $n$  条.

(D) 至少  $n$  条.

三、判断题(每小题 2 分, 共 10 分): 正确打 “√”, 错误打 “×”.

1. 设  $A, B, C$  是集合, 由  $A - B = A - C$  可得出  $B = C$ . ( )

2. 若  $R$  不是  $A$  上的自反关系, 则  $R$  一定是  $A$  上的反自反关系. ( )

3. 万位数字不是 9 和 8 且各位数字互异的五位数有 21168 个. ( )

4. 任意有限域的元素个数均为  $2^n (n \geq 1)$ . ( )

5. 若无向图  $G$  中恰有两个度数为奇数的节点, 则该两点必可达. ( )

四、(15 分) 设  $\mathbf{R}$  为实数集合, 定义  $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \times \mathbf{R}$  为  $f((x, y)) = (x + y, x - y)$ .

(1) 证明  $f$  是双射.

(2) 求  $f$  的逆函数  $f^{-1}$ .

(3) 计算  $f^{-1} \circ f$  及  $f \circ f$ .

五、(10 分) 设集合  $A = \{a, b, c\}$ , 在  $A$  上的关系  $R = \{(a, a), (a, b), (b, c)\}$ , 求  $r(R), s(R), t(R)$ .

六、(10 分) 用构造法证明:

$$\forall x(P(x) \rightarrow (Q(y) \wedge R(x))), \quad \forall x P(x) \Rightarrow Q(y) \wedge \forall x(P(x) \wedge R(x)).$$

七、(10 分) 计算有 13 片树叶，分别赋权 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41 的 Huffman 树.

八、(10 分) 在平面上 15 个点，且任意三个点都不在同一条直线上，通过这些点可以确定多少条不同直线？可以得到多少个位置不同的三角形？.