评分	5

第 1 章 质点运动学

一、计算题

$\Rightarrow \frac{2}{3}-3t^3$，$t\in[0,\frac{2}{9}]$

1. 一质点沿半径为 1 m 的圆周运动，运动方程为 $\theta = 2+3t^3$ (SI)，求：
(1) $t=2s$ 时，质点的切向和法向加速度；(2)当加速度的方向和半径成 45° 角时，其角位移 $\Delta\theta$.

解：

(1) 由题可得知

在任一t时刻有

$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 9t^2$ ①

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 18t$ ②

∴ 当 $t=2S$ 时

$a_\tau = R\alpha = 1\times18\times2 = 36\,m\cdot s^{-2}$

$a_n = R\omega^2 = 1\times(9t^2)^2 = 1296\,m\cdot s^{-2}$

(2) 设质点从 t_0 时刻（θ_0）运动到 t 时刻（θ）时加速度 a 与 R 的夹角为 45° 此时角位移为 $\Delta\theta$

故 $\tan\theta = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{R\alpha}{R\omega^2} = 1$ ③

联立 ① ② ③ 可得：$t^3 = \frac{2}{9}$

∴ $\Delta\theta = \theta - \theta_0 = 2+3\times(\frac{2}{9}) - 2$

$\approx 2.67\,rad$ $\frac{2}{3}rad$

(默认从 t=0 时开始)

2. 已知一质点作直线运动，其加速度为 $a=4+3t$，开始运动时，$x=5$，$v=0$，求该质点在 $t=10s$ 时的速度和位置(SI)。

解：由题知质点在做一维平面上非匀变速的直线运动

由 $a=\frac{dv}{dt}$ 得 $dv = a\,dt$ ①

对等式①两边同时积分得

$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t}(4+3t)dt$

得 $v = v_0 + 4t + \frac{3}{2}t^2$ ②

同理，由 $v=\frac{dx}{dt}$ 并化等式

积分得 $x = x_0 + v_0 t + 2t^2 + \frac{1}{2}t^3$ ③

∴ 当 $t=10S$，分别代入②、③式得

$v = 0+40+150 = 190\,m/s$

$x = 5+0+200+500 = 705\,m$

二、填空题

$C = 2\pi R = 4\pi$

1. 一质点，以 π m·s^{-1} 的匀速率作半径为 2m 的圆周运动，则该质点在 4s 内，位移的大小是 $0m$；经过的路程是 $(4\pi)m$ (SI)。

$t=2: x=2.$

$t=1: x=2.5$

$a = 9-12t$

$v = 9t-6t^2$

$t=2s$ 这个时刻：$18-24=-6$

2. 一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI)。则第 2 秒末的瞬时速度是 $-6m/s$；第 2 秒内的平均速度是 $-0.5m/s$，第 2 秒内位移是 $-0.5m$，第 2 秒内路程是 $2.25m$ (SI)。

$t=2: v_2=-6$

$t=1: v_1=3$

$(t=1s \sim t=2s)$ $\bar{v} = \frac{2-2.5}{1}$

$3-9t+6t^2=0 \Rightarrow t=0.5s$

$2(4.5\times1.5^2-2\times1.5^3-2.5)+0.5=2.25m$

3. 一质点作半径 $R = 2$m 圆周运动，其角加速度随时间的变化关系为 $\alpha = 3 + 2t$ (SI)，如果初始时刻质点的角速度 ω_0 为 5 rad·s^{-1}，则当 $t = 2$s 时，质点的速率 $v =$ $30\ m/s$ (SI)。

$W = W_0+3t+t^2 = 5+3t+t^2$　　$V=Rw=10+12+8$

4. 某质点运动方程为 $\boldsymbol{r} = 2t^2\boldsymbol{i} + (3t+2)\boldsymbol{j}$，则 2s 时速度矢量 $\boldsymbol{v} =$ $8\vec{i}+3\vec{j}$，其任意时刻的加速度矢量 $\boldsymbol{a} =$ $4\vec{i}$，轨道方程为 $9x-2(y-2)^2=0$ (SI)。

$\vec{v} = 4t\vec{i}+3\vec{j}$

$\vec{a} = 4\vec{i}$

$\begin{cases} x=2t^2 \\ y=(3t+2) \end{cases}$

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{2s\,ds}{dt} = 2sv = 2s(1+s^2)$

5. 一质点其速率表示式为 $v = 1 + s^2$，则在任一位置处其切向加速度为 $2s(1+s^2)$

6. 某质点的速度为 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} - 8t\boldsymbol{j}$，已知 $t = 0$ 时它过点 $(3,-7)$，则该质点的运动方程为 $\vec{r}=(2t+3)\vec{i}-(4t^2+7)\vec{j}$ (SI)。

三、单项选择题

$\int d\vec{r} = \int \vec{v}dt \Rightarrow \vec{r}$

$\begin{cases} \vec{r} = 2t\vec{i}-4t^2\vec{j}+\vec{r_0} \\ \vec{r_0} = 3\vec{i}-7\vec{j} \end{cases}$

1. 下列的质点运动方程，描述匀变速直线运动的是（ C ）

(A) $x = 4t-3$　　(B) $x = 4t^3+3t^2+6$

(C) $x = 2t^2+8t+4$　　(D) $x = \frac{2}{t^2} - \frac{4}{t}$

2. 一质点从静止出发，绕半径为 R 的圆周作匀变速圆周运动，角加速度为 α，当质点走完一圈时，所经历的时间是（ B ）

$\theta = \theta_0 + w_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

(A) $\frac{1}{2}\alpha^2 R$　　(B) $\sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}}$　　(C) $\frac{2\pi}{\alpha}$　　(D) 不能确定

3. 一质点作直线运动，某时刻的瞬时速度 $v = 2$ m·s^{-1}，瞬时加速度 $a = -2$ m·s^{-2}，则一秒钟后质点的速度（ D ）

(A) 等于零　　(B) 等于 -2 m·s^{-1}

(C) 等于 2 m·s^{-1}　　(D) 不能确定

可能是 at

4. 一运动质点在某瞬时位于矢径 $\boldsymbol{r}(x,y)$ 的端点处，其速度大小为（ D ）

(A) $\frac{dr}{dt}$　　(B) $\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$　　(C) $\frac{d|\boldsymbol{r}|}{dt}$　　(D) $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$

5. 一质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动，每 t 秒转一圈，在 $2t$ 时间间隔中，其平均速度大小和平均速率大小分别为（ B ）

(A) $\frac{2\pi R}{t}, \frac{2\pi R}{t}$　　(B) $0, \frac{2\pi R}{t}$　　(C) 0,0　　(D) $\frac{2\pi R}{t}, 0$

评分	5

第2章 质点动力学

一、计算题（40分）

1. 质量为m的子弹以速度v_0水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为K，忽略子弹的重力，求：

(1) 子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式；

(2) 子弹进入沙土的最大深度.

解：(1) 设$t_0=0$时刻子弹射入沙土中，

射入后的速度为V，所受的阻力为f，

取入射方向为正方向且视为一维直线上运动

由题知：$f=kV=-ma=-m\frac{dV}{dt}$

变化得：$-\frac{k}{m}dt=\frac{1}{V}dV$

两边同时积分：$\int_{t_0}^{t}-\frac{k}{m}dt=\int_{V_0}^{V}\frac{1}{V}dV$

得：$-\frac{k}{m}(t-t_0)=\ln\frac{V}{V_0}$ ~~ln~~再取e为底

得：$e^{-\frac{k}{m}(t-t_0)}=\frac{V}{V_0}$

即：$V=V_0e^{-\frac{k}{m}(t-t_0)}$ 当$t_0=0$时，

有$V=V_0e^{-\frac{k}{m}t}$

(2) 由(1)知

$f=kV=-m\frac{dV}{dt}=-m\frac{dV}{dt}\cdot\frac{ds}{ds}=-m\frac{dV}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}$

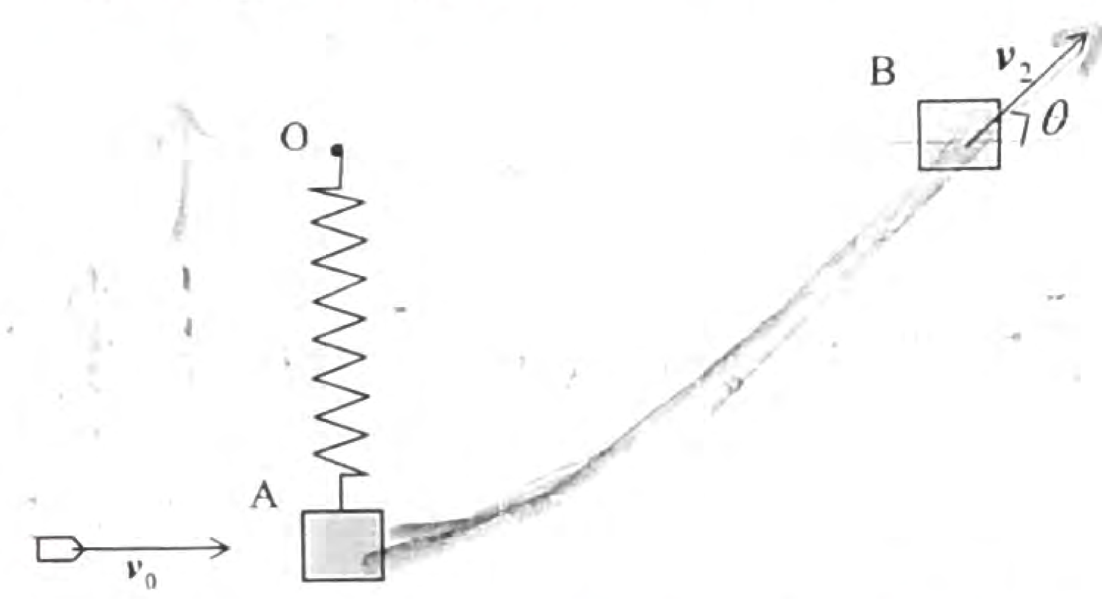
即 ~~dx~~ $ds=-\frac{m}{k}dV$ 两边同时积分得

$\int_0^S ds=\int_{V_0}^{V'}-\frac{m}{k}dV$

得：$S=-\frac{m}{k}V\Big|_{V_0}^{V'}=-\frac{m}{k}V'+\frac{m}{k}V_0$

当子弹进入沙土最大深度时$V'=0$ 故$S_{max}=\frac{m}{k}V_0$

2. 如图所示，在光滑的水平桌面上，放着质量为m的木块，木块与一劲度系数为k轻弹簧相连，弹簧原长为l_0，弹簧的另一端固定在O点，现有一指令为m的子弹一初速度为v_0垂直于OA方向射向木块m并留在木块内，木块运动到B点处时，弹簧长度变为l，求在B点处木块的运动速度v_2。



(X)

子弹

解：碰撞后由题知 子弹 m留在木块中，设碰撞后速度为V_1，在B点V_2与水平夹角为θ

由动量守恒得：$mV_0=(m+m)V_1$ 即$V_1=\frac{V_0}{2}$

碰撞后，以弹簧、子弹木块构成的系统为研究对象

由动能定理得：$-\frac{1}{2}k(l-l_0)^2=\frac{1}{2}\cdot 2mV_2^2-\frac{1}{2}\cdot 2mV_1^2$

得 $V_2=\sqrt{\frac{2mV_1^2-k(l-l_0)^2}{2m}}=\sqrt{V_1^2-\frac{k(l-l_0)^2}{2m}}=\sqrt{\frac{V_0^2}{4}-\frac{k(l-l_0)^2}{2m}}$

弹力与矢径r共线

此过程角动量守恒知：$2mV_1l_0=2mV_2l\sin\theta$ 得：$\sin\theta=\frac{V_1l_0}{V_2l}$

解得 $\theta=\arcsin\frac{V_0l_0}{2l}\left(\frac{V_0^2}{4}-\frac{k(l-l_0)^2}{2m}\right)^{-\frac{1}{2}}$ 即V_2的方向为与水平方向夹角θ

★说明：作业模板必须使用**单张A4**纸(21x29.7cm)**正反面**打印、复印或手抄；手写作答；若手抄题目请注意题目排版布局。

二、填空题（40分）

$1.\ W=\int_0^{10}(4+5x)dx = \frac{5}{2}x^2+4x\Big|_0^{10} = \frac{5}{2}\times100+40-0 = 250+40 = 290J$

1. 某质点在力 $\boldsymbol{F}=(4+5x)\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$ 的作用下沿 x 轴作直线运动。在从 $x=0$ 移动到 $x=10\,\text{m}$ 的过程中，力 $\boldsymbol{F}$ 所做功为 290J （SI）。

→ 垂直不做功，求导也没了

$2.(1)\ \vec{F}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{5}{3}\vec{j}$

2. 物体质量为3kg，$t=0$ 时位于 $\boldsymbol{r}=4\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}$，如一恒力 $\boldsymbol{F}=5\boldsymbol{j}$ 作用在物体上，3 秒后，物体动量为 $3\vec{i}+33\vec{j}$，角动量为 $154.5\vec{k}$ （SI）。

3s后：$\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t=(\vec{i}+6\vec{j})+5\vec{j}=\vec{i}+11\vec{j}$

3s后：$\vec{r}=\vec{r}_0+\vec{v}_0t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2=4\vec{i}+3\vec{i}+18\vec{j}+\frac{15}{2}\vec{j}=7\vec{i}+25.5\vec{j}$

2.(1) $P=mV=3\cdot(\vec{i}+11\vec{j})=3\vec{i}+33\vec{j}$

$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}$

3. 质量为10kg的物体，受到方向不变的力 $F=30+40t$ （SI）的作用，在开始的2s内，此力的冲量大小等于 140 N·S；若物体的初速度大小为 $10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，方向与 F 同向，则在2s末物体的速率为 24m/s。

3.(1) $I=\int_0^2(30+40t)dt=20t^2+30t\Big|_0^2=80+60=140\,N\cdot s$

3.(2)：$I=mV_2-mV_0 \Rightarrow 140=10V_2-10\times10 \Rightarrow V_2=\frac{140+100}{10}=24m/s$

4. 一质量为 m 的质点在xOy平面上运动，其位置矢量为 $\boldsymbol{r}=a\cos(\omega t)\boldsymbol{i}+b\sin(\omega t)\boldsymbol{j}$，则由 $t=0$ 到 $t=\frac{\pi}{\omega}$ 时间内质点所受的合力的冲量为 $-2m\omega b\vec{j}$。

4. $t=0 \Rightarrow P_0=mV_0=m\omega b\vec{j}$

$t=\frac{\pi}{\omega} \Rightarrow P_末=mV=-m\omega b\vec{j}$

4. $\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}=-\omega a\sin(\omega t)\vec{i}+\omega b\cos(\omega t)\vec{j}$

4. $I=P_末-P_0=-m\omega b\vec{j}-m\omega b\vec{j}=-2m\omega b\vec{j}$

$(0,0,0)\to(-3,4,16)$

5. 一质点受力 $\boldsymbol{F}=7\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$ 作用，当质点从原点运动到 $\boldsymbol{r}=-3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+16\boldsymbol{k}$ 时，$\boldsymbol{F}$ 所作的功 −45J （SI）。

5. $W=\int_0^{-3}7dx+\int_0^4-6dy+0=7x\Big|_0^{-3}-6y\Big|_0^4=-21-24=-45J$

6. 一质量为 m 的质点，仅受到力 $\boldsymbol{F}=\frac{k}{r^3}\boldsymbol{r}$ 的作用，其中 k 为正的常数，$\boldsymbol{r}$ 为矢径。那么该质点由 $r=r_0$ 处由静止释放，那么质点运动到无穷远处的速度大小为 $\sqrt{\frac{2k}{mr_0}}$。

6. $W=\int_{r_0}^{\infty}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_{r_0}^{\infty}\frac{k}{r^3}\vec{r}\cdot d\vec{r}=\int_{r_0}^{\infty}\frac{k}{r^3}r\,dr=\int_{r_0}^{\infty}\frac{k}{r^2}dr=k\int_{r_0}^{\infty}r^{-2}dr=-kr^{-1}\Big|_{r_0}^{\infty}$

$=\frac{k}{r_0}=\frac{1}{2}mV^2-0 \Rightarrow V=\sqrt{\frac{2k}{mr_0}}$

7. 一质量为 m 的质点沿 x 轴正向运动，假设该质点通过坐标为 x 时的速度大小为 kx（k 为正常量），则此时作用于该质点上的力 $F=mxk^2$。

7. $F=ma=m\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{md(kx)}{dt}=\frac{mk\,dx}{dt}=mkv=mk\cdot(kx)=mxk^2$

$(0,0)$

8. 一质点受力 $\boldsymbol{F}=(x+y)\boldsymbol{i}+xy\boldsymbol{j}$ 作用，由原点运动至点 $(1,2)$，若沿折线路径"原点 $\to(1,0)\to(1,2)$"此力做功为 2.5J；若沿 $y=2x$ 直线路径此力做功为 $\frac{17}{6}J$ （SI）。

8.(1) $W=\int_0^1F_xdx+\int_0^2F_ydy=\int_0^1xdx+\int_0^2ydy=\frac{1}{2}x^2\Big|_0^1+\frac{1}{2}y^2\Big|_0^2=2.5J$

8.(2) $y=2x \Rightarrow \vec{F}=3x\vec{i}+\frac{y^2}{2}\vec{j}$

$W=\int_0^1 3xdx+\int_0^2\frac{y^2}{2}dy=\frac{3}{2}x^2\Big|_0^1+\frac{1}{6}y^3\Big|_0^2=\frac{3}{2}+\frac{8}{6}=\frac{17}{6}J$

三、单项选择题（20分）

1. 一质量为10kg的物体在力 $\boldsymbol{f}=(120t+40)\boldsymbol{i}$ 作用下，沿 x 轴运动。$t=0$ 时，其初速度 $\boldsymbol{v}_0=6\boldsymbol{i}$，则 $t=3$ 时，其速度为（ C ）（SI）

$I=\int_0^3 f\,dt=\int_0^3(120t+40)dt=60t^2+40t\Big|_0^3=660=mV-mV_0$

(A) $10\boldsymbol{i}$　(B) $66\boldsymbol{i}$　(C) $72\boldsymbol{i}$　(D) $4\boldsymbol{i}$

$\Rightarrow V=\frac{660+10\cdot6}{m}=72\vec{i}$

2. 一质点同时在几个力的作用下产生位移 $\Delta\boldsymbol{r}=4\boldsymbol{i}-5\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k}$，其中一个力为恒力 $\boldsymbol{F}=3\boldsymbol{i}-5\boldsymbol{j}+9\boldsymbol{k}$ （SI），则这个恒力在该位移过程中做功为（ B ）

(A) -67J　(B) 91J　(C) 17J　(D) 以上答案均不正确

$W=\vec{F}\cdot\Delta\vec{r}=(3\times4)\vec{i}+(-5\times-5)\vec{j}+(6\times9)\vec{k}=12+25+54=91J$

3. 质点系的内力可以改变（ C ）

(A) 系统的总质量　(B) 系统的总动量　(C) 系统的总动能　(D) 系统的总角动量

4. 以下几种说法：① 保守力做正功时，其系统对应的势能~~增加~~↓；② √ 质点运动经一闭合路径，保守力对质点做功为0；③ 作用力与反作用力大小相等方向相反，则二者做功之和必为0。其中正确的是（ C ）

③但相对应的两个物体的位移不一定相同、爆炸…

(A) ①和②　(B) ②和③　(C) ②　(D) ③

评分

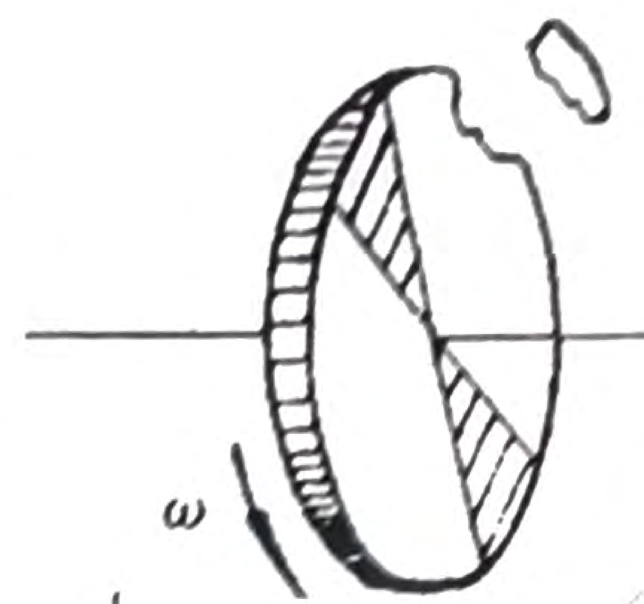
第3章 刚体力学基础

一、计算题

1. 如图，一个质量为M、半径为R并以角速度ω转动着的飞轮（可看作匀质圆盘），在某一瞬时突然有一片质量为m的碎片从轮的边缘上飞出，假定碎片脱离飞轮时的瞬时速度方向正好竖直向上．

(1)问它能升高多少？ 默认：$V=\omega R$.

(2)求余下部分的角速度、角动量和转动动能．



3. 余下部分的转动动能为 $\frac{1}{2}J_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2-mR^2)\omega$

解：碎片脱离时，由角动量守恒得：$J\omega = J_1\omega_1 + J_2\omega_2$ ①

脱离后，碎片与剩余飞轮组成的系统机械能守恒

$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2$ ②

①、②联立得：$\omega_1 = \dfrac{J\omega^2 - J_2\omega_2^2}{J\omega - J_2\omega_2}$ ③

其中有 $\begin{cases} J = \frac{1}{2}MR^2 \\ J_1 = \frac{1}{2}MR^2 - mR^2 \\ J_2 = mR^2 \end{cases}$ ④（方程组）

①、③、④联立求解得：$\omega_2 = \omega$ ⑤

④、⑤代入③中求得：$\omega_1 = \omega$

(1) 由动能定理得：$-mgh = 0-\frac{1}{2}J_2\omega_2^2$ 得 $h = \frac{1}{2g}R^2\omega^2$

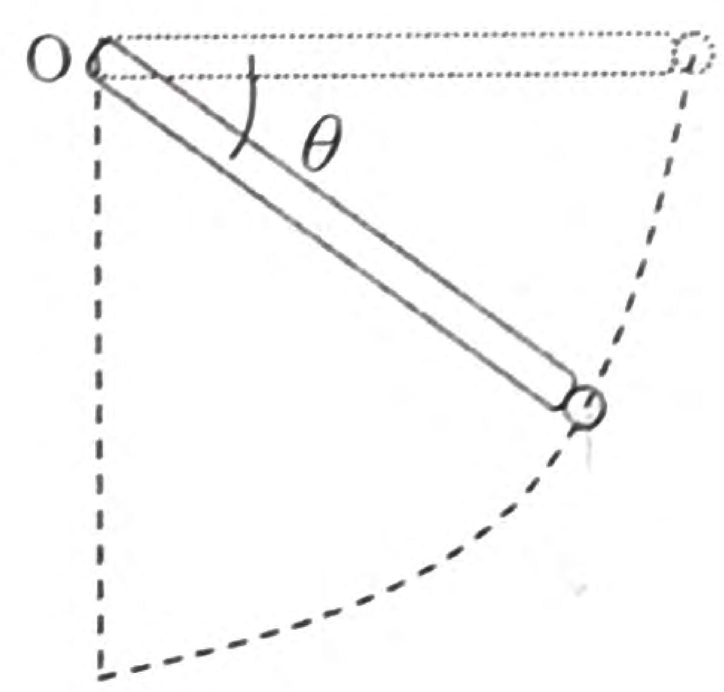
(2) 1.余下部分由(1)知角速度 $\alpha = \omega$

2. 余下部分的角动量为 $L = J_1\omega_1 = (\frac{1}{2}MR^2 - mR^2)\omega$

2. 刚体由长为l、质量为m的匀质细杆和一质量同为m的小球牢固地连接在杆的一端而成，可绕过杆的另一端O的水平轴转动，在忽略摩擦的情况下，使杆由水平位置自静止状态开始自由转下，试求：

(1) 当杆与水平线成θ角时，刚体的角加速度；

(2) 当杆转到竖直线位置时，刚体的角速度。



解：(1) 题知细杆 $\lambda = \frac{m}{l}$；则 $dm = \lambda dl = \frac{m}{l}dl$

$M_{杆} = \int_0^l \frac{m}{l} dl\, g l\cos\theta = \frac{mg}{l}\cos\theta \int_0^l l\, dl = \frac{1}{2}mgl\cos\theta$

$M_{球} = mgl\cos\theta$ $\quad J_{总} = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2$

$M = M_{杆} + M_{球} = \frac{3}{2}mgl\cos\theta = J_{总}\alpha$ 故解得 $\alpha = \frac{9g\cos\theta}{8l}$

(2) 静止到竖直线位置时，由动能定理知：

$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} M d\theta = \frac{1}{2}J_{总}\omega^2$

解得 $\omega = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}$

★说明：作业模板必须使用**单张A4**纸(21x29.7cm)**正反面**打印、复印或手抄；手写作答；若手抄题目请注意题目排版布局。

二、填空题 $J_1=3mr^2=3m\cdot(\frac{\sqrt{3}}{3}a)^2=ma^2$ $\quad J_2=2m\cdot(\frac{\sqrt{3}}{6}a)^2+m\cdot(\frac{\sqrt{3}}{3}a)^2=\frac{1}{2}ma^2$

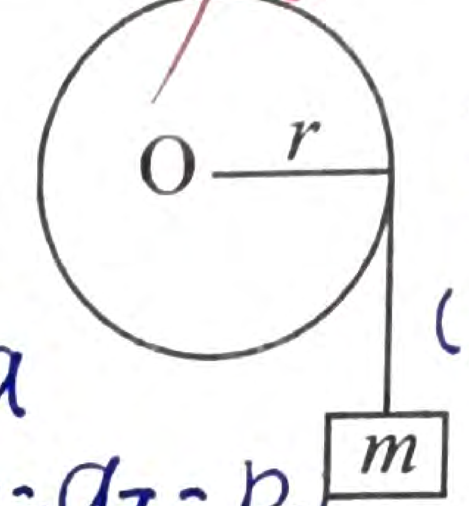
1. 三个质量均为 m 的质点，位于边长为 a 的等边三角形的三个顶点上．此系统对通过三角形中心并垂直于三角形平面的轴的转动惯量为 $\underline{ma^2}$，对通过三角形中心且平行于其一边的轴的转动惯量为 $\underline{\frac{1}{2}ma^2}$，对通过三角形中心和一个顶点的轴的转动惯量为 $\underline{\frac{1}{2}ma^2}$。 $J_3=0+2m\cdot(\frac{1}{2}a)^2=\frac{1}{2}ma^2$

2. 花样滑冰运动员绕过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0，角速度为 ω_0；然后她将两臂收回，使转动惯量减少为 $J_0/3$。这个过程中，角动量 守恒（守恒、不守恒）；机械能 ~~守恒~~ 不守恒（守恒、不守恒）。这时她转动的角速度 $\omega=\underline{3\omega_0}$。 $J_0\omega_0=\frac{J_0}{3}\omega \Rightarrow \omega=3\omega_0$

$E_k\uparrow$

（肌肉力）

3.如图所示，一轻绳绕于半径为 r 的飞轮边缘，质量为 m 的物体挂在绳端，飞轮对过轮心且与轮面垂直的水平固定轴的转动惯量为 J，若不计摩擦力，飞轮的角加速度 $\alpha=\underline{\cancel{\frac{mgr}{J}}}$。



$M=J\alpha=Fr\sin\varphi=mgr \Rightarrow \alpha=\frac{mgr}{J}$

$mg-F_T=ma$

$F_Tr=J\alpha;\ a=a_\tau=R\alpha$

4. 一作定轴转动的物体，对转轴的转动惯量 $J=3.0\mathrm{kg\cdot m^2}$，角速度 $\omega_0=6.0\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。现对物体加一恒定的制动力矩 $M=-12\mathrm{N\cdot m}$，当物体的角速度减慢到 $\omega=2.0\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$时，物体转过的角度 $\Delta\theta=\underline{4\mathrm{rad}}$。

$W=\frac{1}{2}J\omega^2-\frac{1}{2}J\omega_0^2=M\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=4\mathrm{rad}$

$\vec{r_1}\times m\vec{v_1}=r_1mv_1\sin\varphi_1$

$=\vec{r_2}\times m\vec{v_2}$

$=r_2mv_2\sin\varphi_2$

5. 哈雷彗星绕太阳运动的轨道是一个椭圆，太阳位于彗星椭圆轨道的一个焦点处。彗星离太阳最近距离为 r_1 时的速率是 v_1，它离太阳最远时的速率是 v_2，这时它离太阳的距离 r_2 是 $\underline{\frac{v_1}{v_2}r_1}$。 $r_1m_1v_1\sin\varphi_1=r_2m_2v_2\sin\varphi_2$

$J\omega_1=J\omega_2=J\frac{v_1}{r_1}=J\frac{v_2}{r_2} \Rightarrow r_2=\cancel{\frac{v_2}{v_1}r_1}$ （不是圆周） $\Leftarrow$ $r_2=\frac{v_1}{v_2}r_1$

6. 一质点位于位矢 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$ 处，其受力为 $\boldsymbol{F}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$，则此力对 O 点的力矩 $\boldsymbol{M}=\underline{-7\vec{k}}$。(SI)

$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix}=-3-4=-7\vec{k}$

三、单项选择题

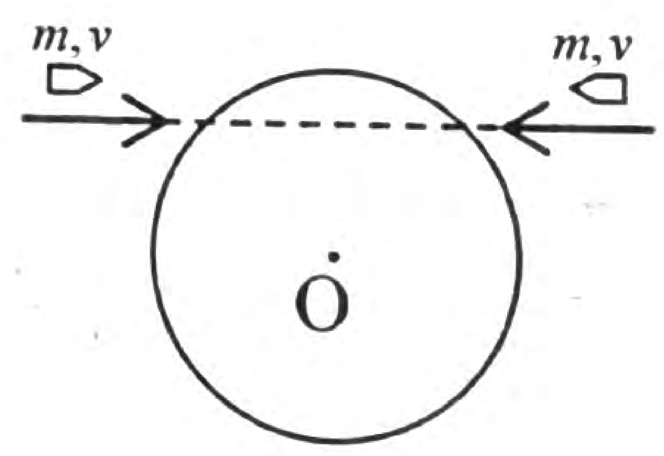
1. 有 AB 两个半径相同、质量也相同的细圆环。其中 A 环的质量分布均匀，而 B 环的质量分布不均匀。若两环对过环心且与环面垂直轴的转动惯量分别记为为 J_A 和 J_B，则有（ C ）

(A) $J_A>J_B$ (B) $J_A<J_B$ (C) $J_A=J_B$ (D) 不能确定

2. 一圆盘正绕垂直于盘面的水平光滑轴 O 转动，如图所示，射来两个质量相同、速度大小相同、方向相反并在一条直线上的子弹，子弹射入圆盘并且留在盘内，则子弹射入后的瞬间，圆盘的角速度 ω 将（ B ）

(A) 变大 (B) 变小
(C) 不变 (D) 不能确定

$J\uparrow\ \omega\downarrow$



3. 一个物体绕一个光滑轴无摩擦自由转动。若物体受热膨胀，则物体的角速度：（ B ）

(A) 变大 (B) 变小 (C) 不变 (D) 不能确定

4. 有两个力作用在一个有固定转轴的刚体上，有以下四种说法：①这两个力都平行于轴作用时，它们对轴的合力矩一定是零；②这两个力都垂直于轴作用时，它们对轴的合力矩可能是零；③当这两个力的合力为零时，它们对轴的合力矩也一定是零；④当这两个力对轴的合力矩为零时，它们的合力也一定是零。其中描述正确的是（ B ）

(A) ① (B) ①、② (C) ①、②、③ (D) ①、②、③、④

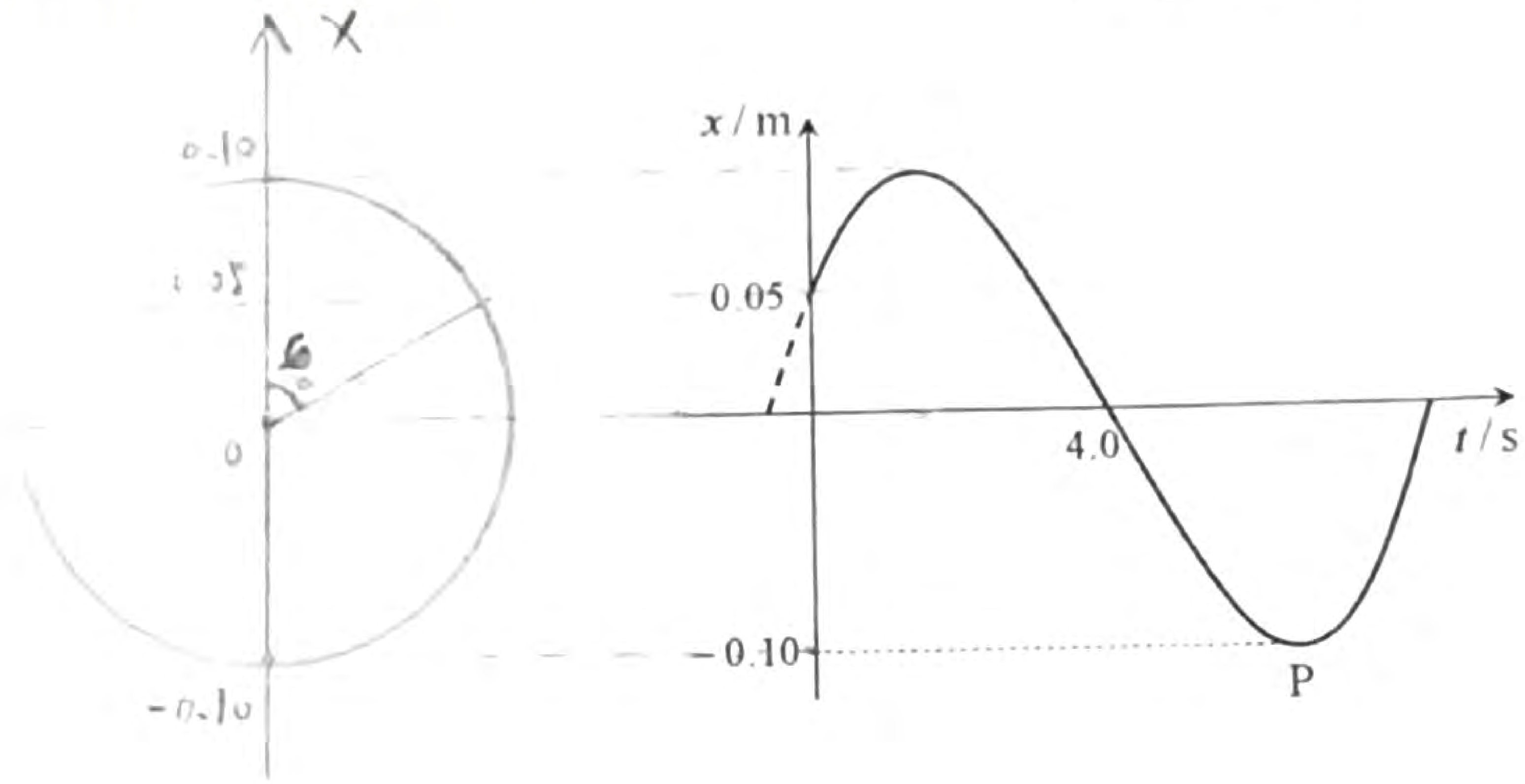
5. 一人造地球卫星到地球中心 O 的最大距离和最小距离分别是 R_A 和 R_B，设卫星对应的角动量分别是 L_A 和 L_B，动能分别是 E_{kA} 和 E_{kB}，则应有：（ D ）

(A) $L_A>L_B$， $E_{kA}>E_{kB}$ (B) $L_A>L_B$， $E_{kA}=E_{kB}$
(C) $L_A=L_B$， $E_{kA}=E_{kB}$ (D) $L_A=L_B$， $E_{kA}<E_{kB}$

评分 5

第 4 章　机械振动 机械波

一、计算题



1. 某质点振动的 $x-t$ 曲线如右图所示，求：
(1) 振动方程；
(2) P 点对应的相位；
(3) 到达 P 点所经历的时间
（提示：全部问题均使用旋转矢量法求解）

解：(1) 由题及旋转矢量法知：

$A=0.10m \quad \varphi_0=-\frac{\pi}{3}$

在 0~4s 内 $\theta_1=\omega t=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{5}{6}\pi$

故解得：$\omega=\frac{5}{24}\pi$

综上可知，振动方程为：

$x=0.10\cos(\frac{5}{24}\pi t-\frac{\pi}{3})\ m$

(2) 在 0~t_P 内 $\theta_2=\omega t=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi$

解得：$t_P=\frac{32}{5}s$

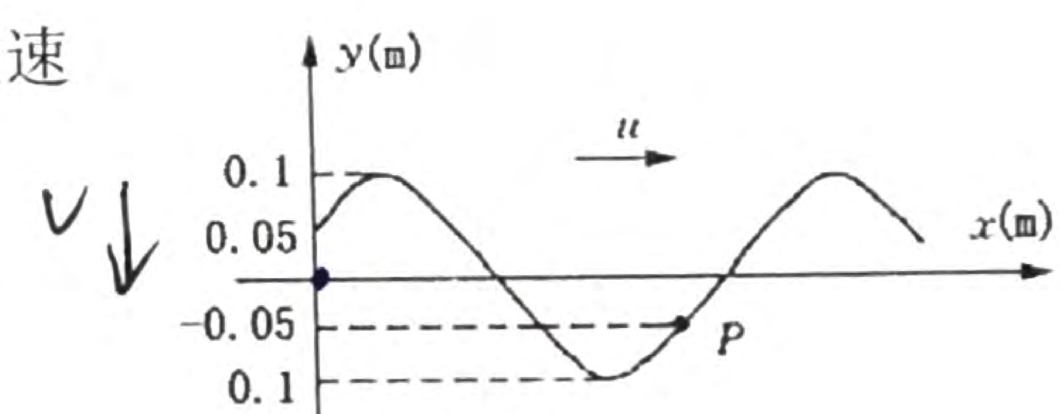
P点对应的相位为：

$\varphi_P=\omega t-\frac{\pi}{3}$

$=\frac{5\pi}{24}\times\frac{32}{5}-\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi-\frac{\pi}{3}=\pi$

(3) 由(2)知到达P点的时间：

为：$t_P=\frac{32}{5}s$.



2. 一列机械波沿x轴正向传播，$t=0$ 时的波形如图所示，已知波速 $u=10\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，波长为 $\lambda=2\mathrm{m}$，求：
(1) 波动方程；
(2) P点的振动方程。

解：(1) 由题知：$A=0.1m \quad \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{\lambda}{u}}=10\pi$

$t=0$时，$y=0.05$ 且 $V_0<0$ 则 $A\cos\varphi_0=0.05$

满足条件下的 φ_0 为 $\frac{\pi}{3}$.（旋转矢量法）

综上可得波动方程为：$y=0.1\cos[10\pi(t-\frac{x}{10})+\frac{\pi}{3}]m$

(2) 图知，$t=0$时，$y_P=-0.05$，$V_P<0$ 旋转矢量法知：$\varphi_P=-\frac{4}{3}\pi$

∴ P点的振动方程为 $y_P=0.1\cos(10\pi t-\frac{4}{3}\pi)$

除了原点的 φ_0 的范围是在 $(-\pi,\pi)$，其他点都不在遵循. 其他点的 φ_0 是根据初相位的 φ_0 判断是落后还是超前，在由旋转矢量法求出 φ.

二、填空题

1. 一弹簧振子作简谐振动，振幅为 A，周期为 T，运动方程用余弦函数表示，$t=0$ 时，若(1) 振子在负的最大位移处，则初位相为 $\underline{\pi}$；(2) 振子在平衡位置向正方向运动，则初位相为 $\underline{-\frac{\pi}{2}}$；(3) 振子在位移 $A/2$ 处，向负方向运动，则初相位为 $\underline{\frac{\pi}{3}}$。

$\omega=\pi$

2. 一质点在 x 轴作简谐振动，振幅 $A=2\text{cm}$，周期 $T=2\text{s}$，其平衡位置取作坐标原点。若 $t=0$ 时质点第一次通过 $x=1\text{cm}$ 处且向 x 轴负方向运动，则质点下一次次通过 $x=1\text{cm}$ 处的时刻为 $\underline{\frac{4}{3}s}$。

3. 一质点沿 x 轴作简谐振动，振动范围的中心点为 x 轴的原点，已知周期为 T，振幅为 A。若 $t=0$ 时质点过 $x=0$ 处且朝 x 轴正方向运动，则振动方程为 $x=\underline{A\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{2})\ m}$

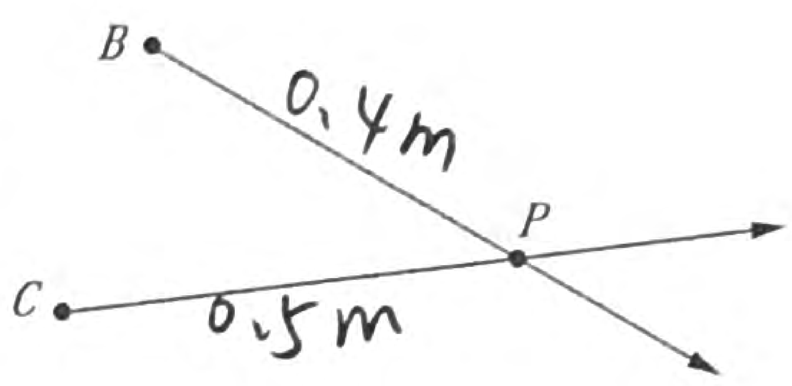
4. 已知两个同方向的简谐振动分别为 $x_1=5\cos(3t+\pi/3)$，$x_2=5\cos(3t+5\pi/6)$。若两振动合成后，则合振幅 $A=\underline{5\sqrt{2}}$；初相 $\varphi=\underline{\frac{7\pi}{12}}$。

5. 频率为100Hz，传播速度为300m/s的平面简谐波，波线上两点振动的相位差为 $2\pi/3$，则此两点相距 $\underline{1}$ m。

$\Delta\varphi=-\frac{2\pi}{\lambda}(x_1-x_2)$

6. 如图，设B点发出的平面横波沿BP方向传播，它在B点的振动方程为 $y_1=2\cos 2\pi t$ (SI)；C点发出的平面横波沿CP方向传播，它在C点的振动方程为 $y_2=2\cos(2\pi t+\pi)$ (SI)。设BP＝0.4m，CP＝0.5 m，波速 u =0.1m·s⁻¹，则两波传到P点时的相位差 $\varphi_C-\varphi_B=\underline{-\pi}$；P处合振动的振幅为 $\underline{0m}$。

$\lambda=u\frac{2\pi}{2\pi}=0.1m$

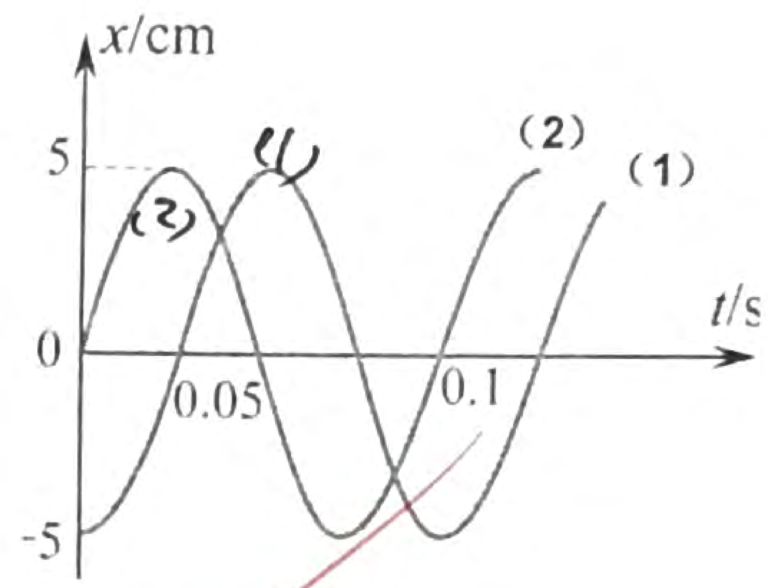


三、单项选择题

$\Delta\varphi=\pi-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0.1=-\pi$

1. 两个同周期简谐振动曲线如图所示，振动曲线 1 的相位比振动曲线 2 的相位（ A ）

(A) 落后 $\pi/2$；　(B) 超前 $\pi/2$；
(C) 落后 π；　(D) 超前 π。



2. 弹簧振子的振幅增大到原振幅的两倍时，其振动周期、振动能量、最大速度和最大加速度等物理量的变化为（ C ）

(A) 振动周期不变，振动能量为原来 2 倍，最大速度为原来 2 倍，最大加速度为原来 2 倍
(B) 振动周期为原来 2 倍，振动能量为原来 4 倍，最大速度为原来 2 倍，最大加速度为原来 2 倍
(C) 振动周期不变，振动能量为原来 4 倍，最大速度为原来 2 倍，最大加速度为原来 2 倍
(D) 振动周期，振动能量，最大速度和最大加速度均不变

3. 一质点作简谐振动的周期是 T，当由平衡位置向 x 轴正方向运动时，从 1/2 位移处运动到最大位移处的这段路程所需的时间为（ B ）

(A) $T/4$　(B) $T/6$　(C) $T/8$　(D) $T/12$

4. 两个振动方向相同、频率相同，振幅同为 A 的两个简谐振动合成后，若要合振动的振幅也为 A，则两个简谐振动的相位差可能为（ C ）

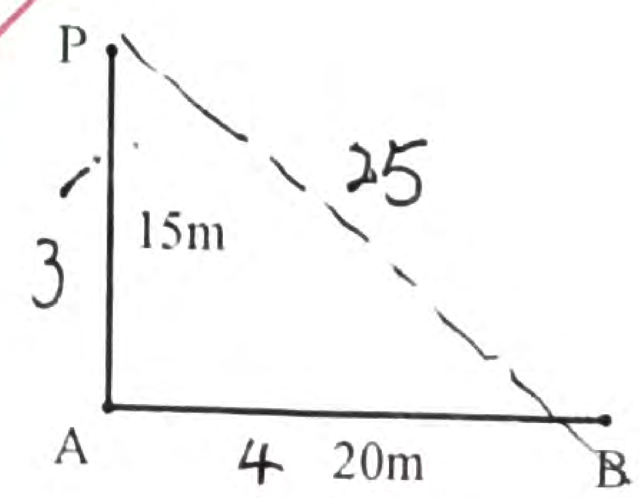
(A) $\pi/3$　(B) $\pi/2$　(C) $2\pi/3$　(D) π

5. 谐振动过程中，动能和势能相等时，振子位于（ D ）　$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{4}kA^2$

(A) $\pm A/4$　(B) $\pm A/2$　(C) $\pm\sqrt{3}A/2$　(D) $\pm\sqrt{2}A/2$

6. 如图所示，A、B 两点为同一介质中两振动方向相同的波源，其频率皆为100Hz。若 A 为波峰时，点 B 必为波谷。设波速为 10m/s。则 P 点的情况为（ C ）

(A) 干涉加强；　(B) 不满足相干条件，无干涉；
(C) 干涉减弱；　(D) 无法判定。



$\Delta\varphi=(\varphi_B-\varphi_A)-\frac{2\pi}{\lambda}(25-15)$

$=-\pi-\frac{2\pi}{0.1}\cdot 10=-3\pi$

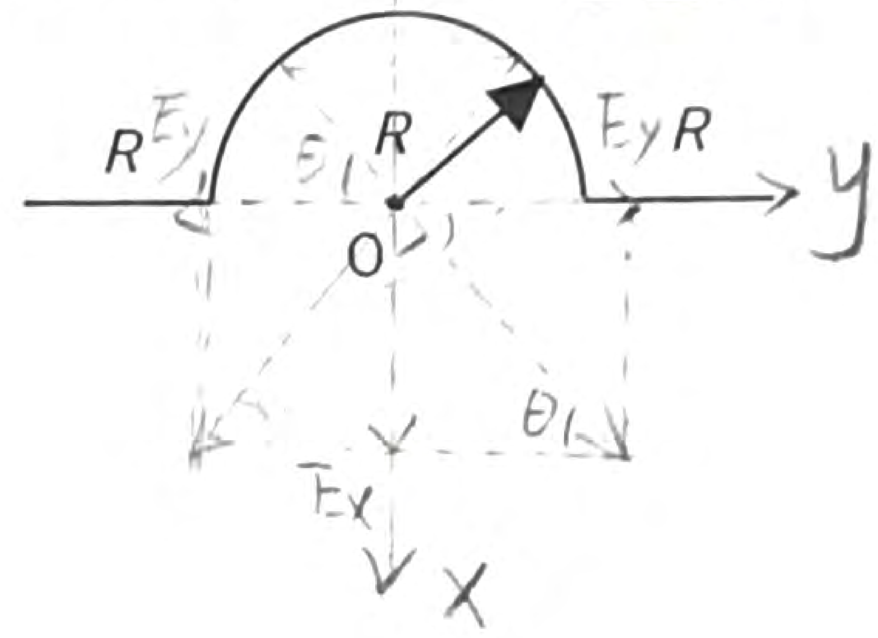
2019 级计算机学院 大学物理作业

评分	

第 7 章　静电场

一、计算题

1. 如图所示，电荷线密度为 λ 的均匀带正电细线，形状与尺寸如图所示，求圆环环心 O 处的电场强度的大小。



解：如图所示建立坐标系，方向如图所示

由圆环的电荷分布对称可知：

在y轴方向上的正电荷对 O点的合场强 $E_y=0$

已知电荷线密度为 λ，在圆环上取 $d\theta$ 角度对应的圆环长度，则 $dq=\lambda R d\theta$

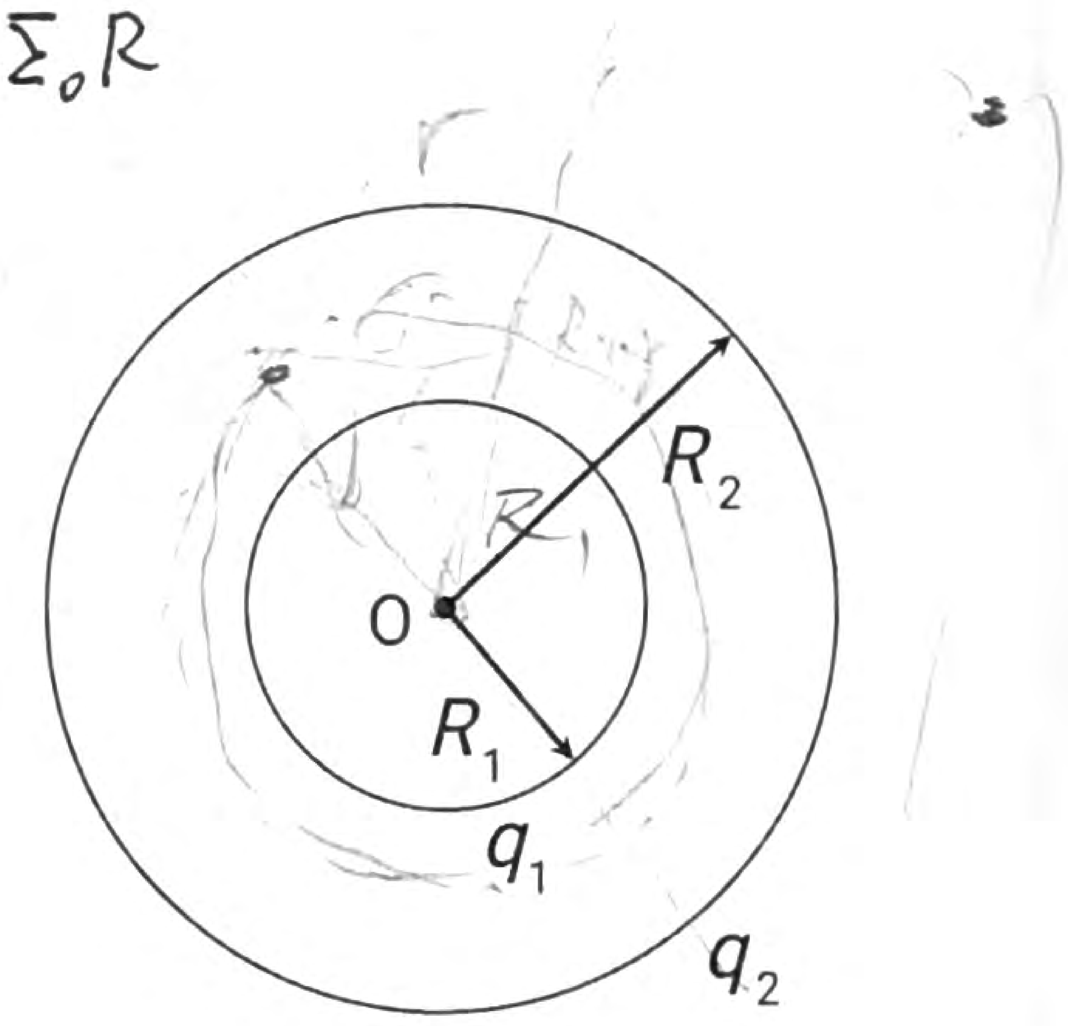
由 $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R^2}$ 知 $dE=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}d\theta$

$\Rightarrow$ 或 $E=\int_0^{\pi}\frac{\lambda\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}d\theta$

由圆环的电荷分布对称可得：

$$E=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\lambda\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}d\theta=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

2. 两同心球面均匀带电，所带电量分别为 q_1 和 q_2，半径分别为 R_1 和 R_2（$R_1<R_2$），求距离球心 O 点 r 处的场强大小 E。



解：

$$E=\begin{cases}\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, & R_1<r<R_2\\[2ex] \dfrac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}, & r>R_2\\[2ex] 0, & r<R_1\end{cases}$$

★说明：作业模板必须使用**单张 A4** 纸(21x29.7cm)**正反面**打印、复印或手抄；手写作答；若手抄题目请注意题目排版布局。

二、填空题

1. 一半径为 R 带有一缺口的细圆环，缺口的长度为 d，且 $d << R$，圆环上均匀带正电，总电量为 q，则环心 O 处的场强大小 $E =$ $\frac{qd}{4\pi\varepsilon_0(2\pi R-d)R^2}$。

2. 有一球形的橡皮膜气球，电荷 Q 均匀分布在表面上，此气球在被吹大过程中。被表面掠过的点（该点与球心距离为 r），其电场强度的大小将由 $\frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}$ 变为 0。

3. 两点电荷相距 l 远，其电量分别为 $2q$ 和 $-q$；将第三个点电荷 q' 置于前述两点电荷的中点处，则 q' 受力大小 $F =$ $\frac{3qq'}{\pi\varepsilon_0 l^2}$。（设 $q' << q$）

4. 一个点电荷 q 放在立方体中心，则穿过某一表面的电通量为 $\frac{q}{6\varepsilon_0}$，若将点电荷由中心向外移动至无限远，则总的电通量将变为 0。

5. 两个无限大的平行平面都均匀带正电，电荷的面密度分别为 σ_1 和 σ_2，两板间场强大小 $E =$ ________。

点电荷 $\left|\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right|$

三、单项选择题

1. 真空中有两块平行板，相距为 d，两板面积均为 S，且 $\sqrt{S} << d$，带电分别为 $+Q$ 和 $-Q$，则两板之间的作用力为（A）

$\sqrt{S} >> d$：远远大于时为无限大平面

(A) $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$ (B) $\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$ (C) $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$ (D) $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 d}$

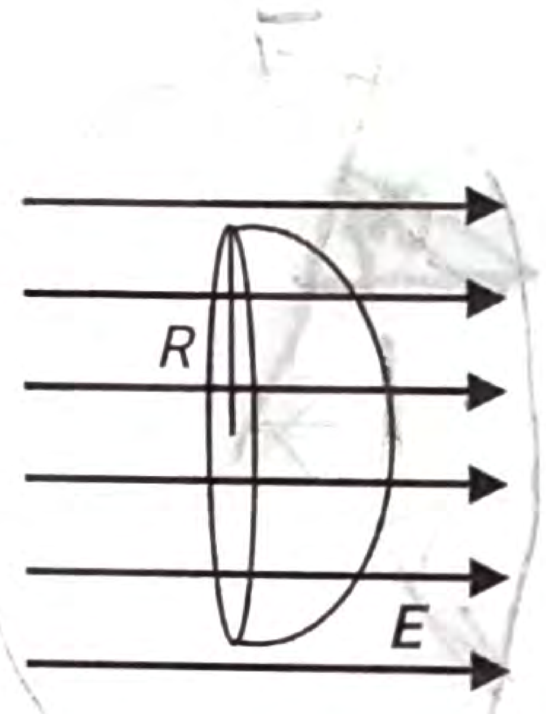
2. 下面说法正确的是（D）

净电荷为0

(A) 若高斯面上的电场强度处处为零，则该面内必无电荷；
(B) 若高斯面内无电荷，则高斯面上的电场强度处处为零；电通量为0
(C) 若高斯面上的电场强度处处不为零，则高斯面内必定有电荷；
(D) 若高斯面内有净电荷，则通过高斯面的电通量必不为零。

3. 若均匀电场的场强为 E，其方向平行于半径为 R 的不闭合半球面的轴线，如图所示。则通过此半球面的电通量为（A）

闭合为0.



(A) $\pi R^2 E$ (B) $2\pi R^2 E$
(C) $2\pi R^2 E/3$ (D) 0

不一定均匀

4. 一半径为 r 细圆环所带电量为 q，则环心 O 处场强大小为（D）

(A) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (B) $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (C) 0 (D) 无法判断

5. 高斯定理 $\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \sum \frac{q}{\varepsilon_0}$ 中，场强 E 是由（D）激发的。

(A) 高斯面内的正电荷 (B) 高斯面内的所有电荷
(C) 高斯面外的所有电荷 (D) 高斯面内、外的所有电荷

6. 点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，则引入前后（D）

(A) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变
(B) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变
(C) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化
(D) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化