

## 《离散数学》期末考试题(D)

### 一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $|A| = 5$ ,  $|B| = 2$ , 则可定义  $A$  到  $B$  的函数( )个, 其中有( )单射, ( )个满射.
2. 令  $G(x)$ :  $x$  是金子,  $F(x)$ :  $x$  是闪光的, 则命题 “金子都是闪光的, 但闪光的未必是金子” 符号化为( ).
3. 设  $X$  是非空集合, 则  $X$  的幂集  $P(X)$  关于集合的  $\cup$  运算的单位元是( ), 零元是( ),  $P(X)$  关于集合的  $\cap$  运算的单位元是( ).
4. 不同构的 5 阶无向树有( )棵.
5. 对于  $n$  阶完全无向图  $K_n$ , 当  $n$  为( )时是 Euler 图, 当  $n \geq$  ( )时是 Hamilton 图, 当  $n$  ( )时是平面图.

### 二、单选题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 幂集  $P(P(P(\emptyset)))$  为( )  
(A)  $\{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ . (B)  $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$ .  
(C)  $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$  (D)  $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ .
2. 设  $R$  是集合  $A$  上的偏序关系, 则  $R \cup R^{-1}$  是( ).  
(A) 偏序关系 (B) 等价关系 (C) 相容关系 (D) 以上答案都不对
3. 下列( )组命题公式是不等值的.  
(A)  $\neg(A \rightarrow B)$  与  $A \wedge \neg B$ . (B)  $\neg(A \leftrightarrow B)$  与  $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$ .  
(C)  $A \rightarrow (B \vee C)$  与  $(A \wedge \neg B) \rightarrow C$ . (D)  $A \rightarrow (B \vee C)$  与  $\neg A \wedge (B \vee C)$ .
4. 下列代数结构  $(G, *)$  中, ( )是群.  
(A)  $G = \{0, 1, 3, 5\}$ , “ $*$ ” 是模 7 加法. (B)  $G = \mathbf{Q}$ , “ $*$ ” 是数的乘法.  
(C)  $G = \mathbf{Z}$ , “ $*$ ” 是数的减法. (D)  $G = \{1, 3, 4, 5, 9\}$ , “ $*$ ” 是模 11 乘法.
5. 4 阶完全无向图  $K_4$  中含 3 条边的不同构的生成子图有  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 2

### 三、判断题(每小题 3 分, 共 15 分): 正确打 “√”, 错误打 “×”.

1. 函数的复合运算 “ $\circ$ ” 满足结合律. ( )
2.  $\{\neg, \rightarrow\}$  是最小功能完备联结词集合. ( )

3. 实数集  $\mathbf{R}$  关于数的乘法运算 “ $\cdot$ ” 阿贝尔群. ( )

4. 任意有限域的元素个数为  $2^n$ . ( )

5. 设  $G$  是  $n$  ( $n$  为奇数) 简单图, 则  $G$  与  $\overline{G}$  中度数为奇数的节点个数相同. ( )

四、(10 分) 设  $A$  和  $B$  是集合, 使  $A - B = B$  成立的充要条件是什么, 并给出理由.

五、(10 分) 设  $R$  和  $S$  是集合  $A$  上的对称关系, 证明  $R \circ S$  对称的充要条件是  $R \circ S = S \circ R$ .

六、(15 分) 分别利用(1)等值演算法和(2)真值表求命题公式

$$A = (\neg r \vee (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$$

的主析取范式和主合取范式.

七、(10 分) 设  $G$  是  $(n, m)$  无向图, 若  $m \geq n$ , 证明  $G$  中必存在圈.

八、(10 分) 在初始条件  $f(1) = c$  下, 求解递归关系  $f(n) = 2f\left(\frac{n}{2}\right) + bn$ , 其中  $b, c$  为常

数且  $n = 2^k$ ,  $k$  为正整数.