一、1. $\varnothing$, $\{1\}$, $\{3\}$.

2. $4n+2$, $(2n+1)^2$, $2n^2+1$.

3. 2^n, $\varnothing$, X.

4. $v_4v_2v_1v_3v_5v_2v_3v_4v_5$.

5. 2, 3, 2.

二、1—5: CBABB; 6—10 CCCBA.

三、1(×); 2(×); 3(×); 4(√); 5(√).

四、**解** 令 p: 小张去看电影, q: 小王去看电影, r: 小李去看电影, s: 小赵去看电影.

$$p \wedge q \to r, \neg s \vee p, q \Rightarrow s \to r \qquad (5\text{ 分})$$

(1) s P(附加)
(2) $\neg s \vee p$ P
(3) p T(1)(2)I
(4) q P
(5) $p \wedge q$ T(3)(4)I
(6) $p \wedge q \to r$ P
(7) r T(5)(6) (10 分)

五、**证** 因为 R 传递，所以 $R \circ R \subseteq R$. (5 分)

对于任意 $(x,y) \in R$，由于 R 自反，于是 $(y,y) \in R$，进而 $(x,y) \in R \circ R$，因此 $R \subseteq R \circ R$. (5 分)

故 $R \circ R = R$.

六、**解** (1) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. (5 分)

(2) $\boldsymbol{A}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A}^4 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. (5 分)

七、**解** $A \cup B = \{\{\varnothing\}, \{\varnothing, 1\}, \{1\}\}$.

$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = \{\{\varnothing\}\} \cup \{\{1\}\} = \{\{\varnothing\}, \{1\}\}$. (5 分)

$P(A) = \{\varnothing, \{\{\varnothing\}\}, \{\{\varnothing, 1\}\}, A\}$. (5 分)

八、**证** 用一个节点代表一个人, 若两个人是朋友，则对应的两个节点邻接，于是得到一个 n 阶简单无向图 $G = (V, E)$.

对于 G 的任意两个不相邻的节点 u 和 v, 考虑 $w \in V - \{u, v\}$, 根据已知条件知，u 与 w 或 v 与 w 必相邻. 由于节点 u 和 v 不相邻，于是 u 与 w 且 v 与 w 必相邻. 根据 w 的任意性知, $\deg(u) \geqslant n-2$ 且 $\deg(u) \geqslant n-2$, 因而有 $\deg(u) + \deg(u) \geqslant 2(n-2)$. (5 分)

(1) 当 $n \geqslant 3$ 时, $\deg(u) + \deg(u) \geqslant 2(n-2) \geqslant n-1$, 因而 G 中存在 H 路.

(2) 当 $n \geqslant 4$ 时, $\deg(u) + \deg(u) \geqslant 2(n-2) \geqslant n$, 因而 G 中存在 H 回路. (5 分)