

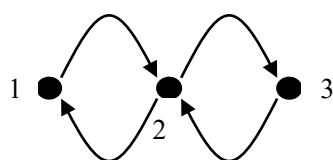
## 《离散数学》期末考试题(E)

### 一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设  $A = \{2, \{3\}, 4, a\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, \{a\}\}$ , 则  $\{3\}$ ( ) $A$ ,  $\{a\}$ ( ) $B$ ,  $\{\{a\}\}$ ( ) $B$ .
2. 设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  上的关系  $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 2)\}$ ,  $S = \{(4, 2), (2, 5), (3, 1), (1, 3)\}$ , 则  $R \circ S = \{ \quad \quad \quad \}$ ,  $S \circ R = \{ \quad \quad \quad \}$ ,  $R \circ R = \{ \quad \quad \quad \}$ .
3.  $\gcd(36, 48) = ( \quad \quad \quad )$ ,  $\text{lcm}(36, 48) = ( \quad \quad \quad )$ .
4. 任意有限布尔代数  $(B, +, \cdot, \bar{\phantom{x}}, 0, 1)$  均与集合代数( )同构, 其元素个数为( ).
5. 不同构的 5 阶无向树有( )棵, 不同构的 5 阶根树有( )棵.

### 二、单选题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 在有理数集  $\mathbf{Q}$  上定义运算 “ $*$ ” 如下: 对于任意  $x, y \in \mathbf{Q}$ ,  $x * y = x + y - xy$ , 则  $\mathbf{Q}$  关于  $*$  的单位元是( ).  
(A) $x$ .                      (B) $y$ .                      (C)1.                      (D)0.
2. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ , 下图分别给出了  $A$  上的两个关系  $R$  和  $S$ , 则  $R \circ S$  是( )关系.



$G_R$



$G_S$

- (A)自反.                      (B)对称.                      (C)传递.                      (D)等价.
3. 令  $T(x)$ :  $x$  是火车,  $B(x)$ :  $x$  是汽车,  $F(x, y)$ :  $x$  比  $y$  快, 则 “某些汽车比所有的火车慢” 符号化为( ).  
(A)  $\exists y(B(y) \wedge \forall x(T(x) \rightarrow H(x, y)))$ .  
(B)  $\exists y(B(y) \rightarrow \forall x(T(x) \wedge H(x, y)))$ .  
(C)  $\forall x \exists y(B(y) \rightarrow (T(x) \wedge H(x, y)))$ .

(D)  $\exists y(B(y) \rightarrow \forall x(T(x) \rightarrow H(x, y)))$ .

4. 整数集  $Z$  关于数的加法 “+” 和数的乘法 “ $\cdot$ ” 构成的代数结构  $(Z, +, \cdot)$  是( ).

(A)域 (B)域和整环 (C)整环 (D) 有零因子环

5. 设  $G$  是简单图,  $\overline{G}$  是  $G$  的补图, 若  $G \cong \overline{G}$ , 则称  $G$  为自补图. 5 阶不同构的自补图个数为( ).

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

三、判断题(每小题 3 分, 共 15 分): 正确打 “ $\sqrt{}$ ”, 错误打 “ $\times$ ”.

1.  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \notin P(P(\{\emptyset\}))$ . ( )
2. 非空 1 元及 2 元联结词集合的个数为  $2^9-1$ . ( )
3. 群可分为 Abel 群和非 Abel 群. ( )
4. 元素个数相同的有限域都是同构的. ( )
5. 设  $G$  是简单图, 则  $G$  或  $\overline{G}$  是连通图. ( )

四、(15 分) 设  $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ , 若  $f \circ g$  是单射, 证明  $f$  是单射, 并举例说明  $g$  不一定是单射.

五、(10 分) 设  $A = \{a, b, c, d\}$  上的关系  $R = \{(a, b), (b, d), (c, c), (a, c)\}$ , 画出  $R$  的关系图, 并求出  $R$  的自反闭包  $r(R)$ 、对称闭包  $s(R)$  和传递闭包  $t(R)$ .

六、(10 分) 用 CP 规则证明下列推理.

$$\neg p \vee (\neg q \vee r), q \rightarrow (r \rightarrow s), p \Rightarrow q \rightarrow s.$$

七、(10 分) 求谓词公式  $(\neg \exists x A(x) \vee \forall y B(y)) \wedge (A(x) \rightarrow \forall z C(z))$  的前束范式.

八、(10 分) 任意 6 个人中, 一定有 3 个人彼此认识或有 3 个人彼此不认识.