

《高等数学》单元自测题

第五章 定积分

第六章 定积分的应用

专业_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、填空题:

1. $\int_{-\pi}^{\pi} x^4 \sin x dx =$ _____.

2. $\int_0^2 f(x) dx =$ _____, 其中 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

3. 利用定积分的几何意义计算积分 $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx =$ _____.

4. 正弦曲线 $y = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上与 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为 $V =$ _____.

5. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4} =$ _____.

二、单项选择题

1. 下列说法中正确的是 ()。

(A) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有界, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积;

(B) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积;

(C) $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续;

(D) 以上说法都不正确。

2. 设 $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$, 则 $\varphi(x) = \int_0^x f(t) dt$ 在 $[0, 2]$ 上的表达式为 ()。

(A) $\varphi(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$; (B) $\varphi(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$; (C) $2x$; (D) x^2 .

3. 设连续函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = x + x^2 \int_0^1 f(x) dx$, 则 $f(x) =$ ()。

(A) $\frac{3}{4}x + x^2$; (B) $x + \frac{3}{4}x^2$; (C) $\frac{3}{2}x + x^2$; (D) $x + \frac{3}{2}x^2$.

4. 设 $f(u)$ 连续, 且 $\int_0^2 xf(x) dx \neq 0$, 若 $k \int_0^1 xf(2x) dx = \int_0^2 xf(x) dx$, 则 $k =$ ()。

(A) $\frac{1}{4}$; (B) 1; (C) 2; (D) 4。

5. 下列反常积分中收敛的是 ()。

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$; (B) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$; (C) $\int_0^1 \frac{1}{(x-1)^2} dx$; (D) $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$.

三、 计算题:

1、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$.

2. $\int_0^2 x^3 \sqrt{4-x^2} dx$.。

3. $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$.。

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin x \cos x dx$. .

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} t \cdot e^{-t^2} dt}{x^3 \sin x}$. .

四、应用题：

1. 求由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = x, x = 2$ 所围成平面图形的面积。

2. 求由曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x$ 所围成平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

3. 求由曲线 $r = 4 \cos \theta$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 所围成平面图形的面积。

4. 求曲线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上相应于 x 从 0 到 1 的一段弧的长度。