

《高等数学》单元自测题

第二章 导数与微分

专业_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、判断题：

- 1、 $f(x)$ 在 x_0 点可导，则 $f(x)$ 在 x_0 点连续。()
- 2、 $f(x)$ 在 x_0 点连续，则 $f(x)$ 在 x_0 点可导。()
- 3、 $f(x)$ 在 x_0 点可导，则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在。()
- 4、 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在，则 $f(x)$ 在 x_0 点可导。()
- 5、 $f(x)$ 在 x_0 点不可导，则 $f(x)$ 在 x_0 点不连续。()
- 6、 $f(x)$ 在 x_0 点不连续，则 $f(x)$ 在 x_0 点不可导。()

二、单项选择题：

1、 设 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + 2h)}{h} = -3$ ，则 ()

- (A) $f'(x_0) = 2$ ； (B) $f'(x_0) = -3$ ；
(C) $f'(x_0) = \frac{3}{2}$ ； (D) $f'(x_0)$ 存在与否无法确定.

2、 设 $f(0) = 0$ ，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} = 2$ ，则 ()

- (A) $f'(0) = 1$ ； (B) $f'(0) = 2$ ；
(C) $f'(0) = \frac{1}{2}$ ； (D) $f'(0)$ 存在与否无法确定.

3、 设函数 $f(x) = \begin{cases} a \sin x, & x < 0 \\ \ln(b+x), & x \geq 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处可导，则 ()

- (A) $a = 0, b = 1$ ； (B) $a = 1, b = 1$ ； (C) $a = 0, b = e$ ； (D) $a = 1, b = e$.

4、 设 $\varphi(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续，且 $\varphi(0) = 0$ ，若 $f(x) = |x| \varphi(x)$ ，则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点处 ()

- (A) 不连续； (B) 连续但不可导；
(C) 可导，且 $f'(0) = \varphi'(0)$ ； (D) 可导，且 $f'(0) = \varphi(0)$.

三、计算下列各题：

1、设 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \tan^{-1}(2x + 1)$ ，求 y' 。

2、设 $y = f^2(x^2)$ ，其中函数 $f(x)$ 可导，求 y' 。

3、设 $y = (1 + x^2)^x$ ，求 y' 。

4、设 $y = \sqrt{\frac{x-5}{\sqrt[3]{x^2+2}}}$ ，求 y' 。

5、 设 $y = x^2 \ln x + \sin^2 2x$, 求 y'' .

6、 设 $y = y(x)$ 是由方程 $e^y = y + x$ 所确定的隐函数, (1) 求 $\frac{dy}{dx}$; (2) 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

7、 设 $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = te^t \end{cases}$, (1) 求 $\frac{dy}{dx}$; (2) 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

8、 设 $y = \ln \sqrt{1 + x^2}$, 求 dy .

四、应用题：

1、 已知曲线 $y = f(x)$ 过 $(1,0)$ 点，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-2x)}{x} = 1$ ，求曲线在点 $(1,0)$ 处的切线方程。

2、 设水管壁的正截面是一个圆环，其外直径为 20 cm ，壁厚为 0.4 cm ，试求此圆环面积的近似值。

五、证明题：

设 $y = f(e^x)$ ，且函数 $f(x)$ 具有二阶导数，证明： $y'' - y' = e^{2x} f''(e^x)$ 。