

《离散数学》期末考试题(G)

一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 集合 A 上的等价关系 R 必满足(、 、).
2. $\lceil 1.5 \rceil = (\quad)$, $\lfloor 1.5 \rfloor = (\quad)$.
3. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 则 A 上的置换共有()个.
4. 设集合 A 关于 $*$ 满足(、), 则 $(A, *)$ 构成独异点.
5. ()无向图称为无向树.

二、单选题(每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设集合 A 中有 99 个元素, 则 A 的子集有()个.
(A) 2^{99} . (B) 99. (C) 2^{100} . (D) 100.
2. 设集合 A 中有 4 个元素, 则 A 上的划分共有()个.
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16
3. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 上的关系 $R = \{(x, y) | x, y \in A \text{ 且 } x + y = 6\}$, 则 R 的性质是().
(A) 自反的. (B) 对称的. (C) 对称的、传递的. (D) 反自反的、传递的.
4. 下列联结词中, 不满足交换律的是().
(A) \wedge . (B) \vee . (C) \oplus . (D) \rightarrow .
5. 谓词公式 $\forall x(P(x) \vee \exists yQ(y)) \rightarrow R(x)$ 中, $\forall x$ 的辖域为().
(A) $\forall x(P(x) \vee \exists yQ(y))$. (B) $P(x)$. (C) $P(x) \vee \exists yQ(y)$. (D) $P(x)$ 和 $R(x)$.
6. 下列集合()关于给定的运算构成整环.
(A) $\{a + \sqrt[3]{2}b \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ 关于数的加法和乘法.
(B) $\{a + \sqrt{2}b \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ 关于数的加法和乘法.
(C) $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbf{Z} \right\}$ 关于矩阵的加法和乘法.
(D) $\{n \text{ 阶实矩阵} \}$ 关于矩阵的加法和乘法.
7. 设 (L, \leq) 是至少 3 个元素的一条链, 则 (L, \leq) ().
(A) 不是格. (B) 是有补格. (C) 是分配格. (D) 是布尔格.

8. 设 \mathbf{Z}^+ 为正整数集合, E 为正偶数集合, 则格 $(\mathbf{Z}^+, |)$ 与格 $(E, |)$ 的关系为(), 其中 “ $|$ ” 为整除关系.

- (A)同构. (B)自同构. (C)不同态. (D)不同构.

9. 设 $X = \{a, b, c\}$, 则下列集合中, ()不是 $(P(X), \subseteq)$ 的子布尔代数.

- (A) $\{\emptyset, X\}$. (B) $\{\{b\}, \{a, c\}, X\}$. (C) $\{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}, X\}$. (D) $\{\emptyset, \{c\}, \{a, b\}, X\}$.

10. 任何无向图中, 节点之间的可达关系是()关系.

- (A)等价. (B)相容. (C)偏序. (D)拟序.

三、判断题(每小题 2 分, 共 10 分): 正确打 “ $\sqrt{}$ ”, 错误打 “ \times ”.

1. $\{\emptyset\}$ 是空集. ()
2. 设 A, B, C 是命题公式, 则 $A \vee B \vee \neg C \rightarrow (A \rightarrow C)$ 也是命题公式. ()
3. 在任意格 $(L, +, \cdot)$ 中, 有 $(a + b) \cdot c \leq a + (b \cdot c)$. ()
4. 任意两个具有 $2^n (n \geq 1)$ 个元素的有限布尔代数都是同构的. ()
5. 设 G 是简单无向图, 则 G 或 \overline{G} 必连通. ()

四、(15 分) 设 (A, \leq) 是偏序集, 定义函数 $f: A \rightarrow P(A)$ 如下:

$$\text{对于任意 } a \in A, f(a) = \{x \mid x \in A, x \leq a\}.$$

证明 f 是单射, 且当 $a \leq b$ 时有 $f(a) \subseteq f(b)$.

五、(10 分) (1) 列出与非联结词 “ \uparrow ” 的运算表.

(2) 仅使用与非联结词 “ \uparrow ” 分别表示 \neg, \wedge, \vee .

六、(10 分) 求 $\forall x \forall y (\exists z P(x, y, z) \wedge (\exists u Q(x, u) \rightarrow \exists v Q(y, v)))$ 的前束范式.

七、(10 分) 证明: 任意有限群 G 中, 阶大于 2 的元素个数必是偶数.

八、(10 分) (1) 给出 (n, m) 连通平面图的面数 r 计算公式.

(2) 若 (n, m) 连通平面图的每个面至少由 5 条边围成, 给出 n 和 m 所满足的关系式.

(3) 证明: Petersen 图不是平面图.