

2019-2020学年第2学期

高等数学AII期中大作业 参考答案

(2020.4.25日 适用于软件工程1901-08班)

一、单项选择题 (每小题10分, 共70分; 在“在线测试”中填写: A或B或C或D之一即可)

1、微分方程 $y'x = y \ln y$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = e$ 的特解为 $y =$ ()

A、 $y = xe^x$; B、 $y = e^x$; C、 $y = xe^x - 1$; D、 $y = e^x - 1$ 。

解 应选: B。

此微分方程为变量可分离方程, 有 $\frac{dy}{y \ln y} = \frac{dx}{x}$, 不定积分有 $\int \frac{dy}{y \ln y} = \int \frac{dx}{x}$,
即 $\ln |\ln y| = \ln |x| + \ln |C|$, 有 $\ln y = Cx$, $y = e^{Cx}$,

代入初始条件 $y|_{x=1} = e$, 有 $C = 1$, $y = e^x$, 故应选: B。

2、微分方程 $y'' - y = xe^x$ 的特解应设为 $y^* =$ ()

A、 $(ax+b)e^x$; B、 $(ax+b)e^{-x}$;
C、 $(ax^2+bx)e^{-x}$; D、 $(ax^2+bx)e^x$ 。

解 应选: D。

由特征方程 $r^2 - 1 = 0$, 有 $r_{1,2} = \pm 1$,

因为 $\lambda = 1$ 是特征方程的单实根, 所以应设 $y^* = x(ax+b)e^x$, 故应选: D。

3、过点 $M_0(1, 2, 3)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ 垂直的平面方程为 ()

A、 $x+2y+3z-6=0$; B、 $x+2y+3z+6=0$;
C、 $x+2y+3z-14=0$; D、 $x+2y+3z+14=0$ 。

解 应选: C。

由题设可知, 所求平面的法线向量为: $\vec{n} = \vec{s} = \{1, 2, 3\}$,

则有 $x-1+2(y-2)+3(z-3)=0$, 即 $x+2y+3z-14=0$, 故应选: C。

4、方程 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在空间解析几何中代表 ()。

A、上半球面; B、上半圆锥面; C、抛物柱面; D、旋转抛物面。

解 应选: B。

应注意不要与旋转抛物面想混。

5、设 $z = x^2 \arctan \frac{y}{x} - y^2 \arctan \frac{x}{y}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ()

A、 $2x \arctan \frac{y}{x} - y$; B、 $2y \arctan \frac{y}{x} - x$;
C、 $x - 2y \arctan \frac{x}{y}$; D、 $y - 2x \arctan \frac{x}{y}$ 。

解 应选: A。

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial x} &= 2x \cdot \arctan \frac{y}{x} + x^2 \cdot \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}} \cdot \left(-\frac{y}{x^2}\right) - y^2 \cdot \frac{1}{1+\frac{x^2}{y^2}} \cdot \frac{1}{y} \\ &= 2x \cdot \arctan \frac{y}{x} - \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} - \frac{y^3}{x^2 + y^2} = 2x \cdot \arctan \frac{y}{x} - y,\end{aligned}$$

故应选：A。

6、设 $z = f(x^2 - y^2, 2xy)$ ，且 f 具有连续偏导数，则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()

- A、 $2yf'_1 + 2xf'_2$; B、 $-2yf'_1 + 2xf'_2$;
C、 $2xf'_1 + 2yf'_2$; D、 $-2xf'_1 + 2yf'_2$ 。

解 应选：B。

$$\frac{\partial z}{\partial y} = f'_1(x^2 - y^2, 2xy) \cdot (-2y) + f'_2(x^2 - y^2, 2xy) \cdot 2x,$$

故应选：B。

7、曲面 $z - e^z + 2xy = 3$ 在点 $(1, 2, 0)$ 处的切平面方程为 ()

- A、 $2x + y - 4 = 0$; B、 $x + 2y - 4 = 0$;
C、 $2x - y - 4 = 0$; D、 $x - 2y - 4 = 0$ 。

解 应选：A。

令 $F(x, y, z) = z - e^z + 2xy - 3$ ，由

$$F'_x(x, y, z) = 2y, F'_y(x, y, z) = 2x, F'_z(x, y, z) = 1 - e^z,$$

代入点 $(1, 2, 0)$ 可有

$\vec{n} / \{4, 2, 0\}$ ，即取 $\vec{n} = \{2, 1, 0\}$ ，从而所求切平面方程为：

$$2(x-1) + (y-2) = 0, \text{ 即 } 2x + y - 4 = 0, \text{ 故应选：A。}$$

二、判断题（每小题5分，共30分；在“在线测试”中填写：是或否）

1、微分方程的通解包含了它的所有解 ()。

解 应填：否。

因为在求解过程中，可能会产生丢解的情况。

2、二阶线性齐次微分方程的两个特解的任意线性组合就是它的齐通解 ()。

解 应填：否。

此时两个任意常数未必是独立的，只有当这两个特解是线性无关时才成立。

3、三元一次方程在空间解析几何中代表一张平面 ()。

解 应填：是。

4、方程 $x^2 + y^2 = 1$ 在空间解析几何中代表单位圆周 ()。

解 应填：否。

方程 $x^2 + y^2 = 1$ 在空间解析几何中代表的是一张圆柱面。

5、二元函数在一点处可偏导是它在该点处连续的充分条件 ()。

解 应填：否。

二者彼此既非充分条件，也非必要条件。（这是与一元函数不同的地方）

6、如果二元函数在有界闭区域 D 内有唯一的极小值点 M_0 ，那么该函数必在 M_0 处取得最小值 ()。

解 应填：否。

应该是当此二元函数在有界闭区域 D 内存在最小值，且它在 D 内只有唯一

的极小值点时，才可以断定。即：最值也可能在 D 的边界上达到。

例如可研究： $z = f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - x^3, D: x^2 + y^2 \leq 16$.

原点是唯一的极小值点，但并不是最小值点，最小值为 $f(4, 0) = -16$ 。