《离散数学》期末考试题(A)

一、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 $A=\{\{a,b\},\{c\}\}$ ， $B=\{\{a\},\{b,c\},\{c\}\}$ ， 则 $A\cup B=($ $)$ ，

$A\cap B=($ $)$，$P(A)=($ $)$.

2.集合 $A=\{a,b,c\}$，其上可定义( )个封闭的 1 元运算，( )个封闭的 2 元运算，( )个封闭的 3 元运算.

3.命题公式 $(p\wedge q)\uparrow 1$ 的对偶式为( ).

4.所有 6 的因数组成的集合为( ).

5.不同构的 5 阶根树有( )棵.

二、单选题(每小题 3 分，共 15 分)

1.设 A, B 是集合，若 $A-B=A$，则

(A)$B=\varnothing$ (B) $A=\varnothing$ (C) $A\cap B=\varnothing$ (D) $A\cap B=A$

2.谓词公式 $\forall x(P(x)\to\exists yQ(y))\wedge R(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域为

(A) $\forall x(P(x)\to\exists yQ(y))\wedge R(x)$ (B) $P(x)\to\exists yQ(y)$

(C) $(P(x)\to\exists yQ(y))\wedge R(x)$ (D) $P(x)\to\exists yQ(y)$ 和 $R(x)$

3.任意 6 阶群的子群的阶一定不为

(A)4 (B)6 (C)2 (D)3

4.设 n 是正整数，则有限布尔代数的元素个数为

(A)$2n$ (B)$4n$ (C) 2^n (D) n^2

5.对于下列序列，可构成简单无向图的度数序列为

(A)3, 3, 4, 4, 5 (B)0, 1, 3, 3, 3 (C)1, 1, 2, 2, 3 (D)1, 1, 2, 2, 2

三、判断题(每小题 3 分，共 15 分)：正确打“√”，错误打“×”.

1. 设 $f:\mathrm{N}\to\mathrm{N}\times\mathrm{N}$，$f(x)=(x,x+1)$，则 f 是满射. ( )

2. 5 男 5 女圆桌交替就座的方式有 2880 种. ( )

3. 设 $(L,\le)$ 是格，对于 $x,y,z\in L$，若 $x\cdot y=x\cdot z$ 且 $x+y=x+z$，则 $y=z$. ( )

4. 任何树都至少 2 片树叶. ( )

5. 无向图 G 有生成树的充要条件是 G 为连通图. ( )

四、(10 分) 设 A, B, C 和 D 是集合，证明 $(A-B)\times(C-D)\subseteq(A\times C)-(B\times D)$，并举例说明上式中不能将 $\subseteq$ 改为 $=$.

五、(15 分) 设 **N** 是自然数集合，定义 **N** 上的关系 R 如下：

$$(x, y)\in R \Leftrightarrow x+y \text{ 是偶数，}$$

1.证明 R 是 **N** 上的等价关系.

2.求出 **N** 关于等价关系 R 的所有等价类.

3.试求出一个 **N** 到 **N** 的函数 f，使得 $R=\{(x, y) \mid x, y\in \mathrm{N}, f(x)=f(y)\}$.

六、(10 分) 在实数集合 **R** 中证明下列推理的有效性:

因为 **R** 中存在自然数，而所有自然数是整数，所以 **R** 中存在整数.

七、(10 分) 设 **R** 是实数集合，令 $G=\{(a, b) \mid a, b\in \mathrm{R}, a\neq 0\}$，定义 G 上的运算如下:

对于任意 $(a, b),(c, d)\in G$，$(a, b)\cdot(c, d)=(ac, ad+b)$，证明 $(G,\cdot)$ 是非 Abel 群.

八、(10 分) 若简单平面图 G 的节点数 $n=7$ 且边数 $m=15$，则 G 是连通图，试证明之.