

Задания к лекции 1. Базовые понятия теории вероятностей.

Вариант 1

Задача 1. Из полного набора 28 костей домино наудачу берутся 5 костей. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одна кость с шестью очками.

Задача 2. Монета подбрасывается 19 раз. Найти вероятность того, что число появлений герба четно.

Задача 3. В n ящиках размещают $3n$ шаров. Найти вероятность того, что ни один ящик не пуст.

Задача 4. В круг вписан равносторонний треугольник. Точка наудачу бросается в круг. Найти вероятность того, что она попадет в треугольник.

Задача 5. В урне 7 белых и 3 черных шара. Без возвращения извлекаются 3 шара. Известно, что среди них есть черный шар. Какова вероятность того, что другие два шара белые?

Задача 6. Случайная величина определяется исходом подбрасывания монеты. 0 – выпадение «решки», 1 – выпадение «орла». Определить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины, если исходы не равновероятны: $P(\text{«орел»}) = 0.6$, $P(\text{«решка»}) = 0.4$.

Задача 7. Одна из сторон прямоугольника – равномерно-распределенная случайная величина на интервале $[6, 10]$. Найти дисперсию площади прямоугольника, если другая его сторона равна 3 см.

Задача 8. Всхожесть семян 36%. Найти вероятность того, что более 22 семян из 100 прорастут (вычислить точное значение с 5-ю десятичными знаками).

Задача 9. Вычислить $(0.3, 0.6, 0.8)$ -квантили из нормального распределения с параметрами $\mathcal{N}(5, 100)$.

Задача 10. Вычислить $(0.3, 0.6, 0.8)$ -квантили для равномерного распределения на интервале $[5, 15]$.

Задача 11. Жюри из 5 человек должно быть случайным образом сформировано из 10 мужчин и 5 женщин. Найти вероятность того, что жюри будет состоять из двух мужчин и трех женщин. Найти вероятность того, что жюри будет состоять только из женщин.

Задача 12. На основе некоторого лабораторного эксперимента можно установить взойдет данное семя или нет. Пусть A событие, состоящее в том, что семя не всхожее; Пусть B событие состоящее в том, что лабораторный тест на не всхожесть оказался положительным, т.е. установлено, что семя не взойдет. Известно, что $P(B|A) = 0.95$ – вероятность того, что тест определит не всхожесть, если семя не всхожее; $P(B|\bar{A}) = 0.005$ – вероятность того, что тест покажет, что семя не всхожее, хотя на самом деле оно всхожее; $P(A) = 0.01$ – вероятность не всхожести (т.е. только приблизительно 1% от всех семян в популяции не всходят). Определить вероятность того, что семя не взойдет, если тест оказался положительным, т.е. найти $P(A|B)$?

Задача 13. Даны вероятности отказов работы блоков схемы (Рис. 1). Блоки соединены смешанным образом. Вся схема работает, если путь в направлении стрелок можно пройти по рабочим блокам. Найти вероятность работы схемы.

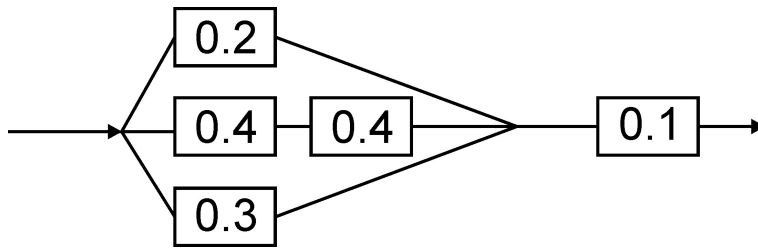


Рис. 1: Схема соединения блоков.

Задача 14. Случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$ (Рис. 2). Найти вероятность $P(\xi > 0.5)$.

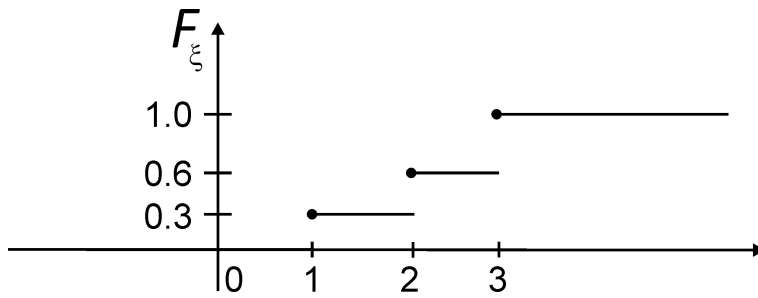


Рис. 2: Функция распределения вероятностей.

Задача 15. Функция плотности распределения случайной величины ξ задана выражением

$$f_\xi = \begin{cases} 1/4, & \text{при } 0 < x < 1, \\ 3/4, & \text{при } 1 < x < 2, \\ 0, & \text{в любом другом случае.} \end{cases}$$

Найти функцию распределения вероятностей $F_\xi(x)$.

Задания к лекции 1. Базовые понятия теории вероятностей.

Вариант 2

Задача 1. Из полного набора 37 костей домино наудачу берутся 4 кости. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одна кость с 2 очками.

Задача 2. Монета подбрасывается 15 раз. Найти вероятность того, что число появлений герба нечетно.

Задача 3. В 8 ящиках размещают 16 шаров. Найти вероятность того, что ни один ящик не пуст.

Задача 4. В круг вписан квадрат. Точка наудачу бросается в круг. Найти вероятность того, что она попадет в квадрат.

Задача 5. В урне 9 белых и 4 черных шара. Без возвращения извлекаются 3 шара. Известно, что среди них есть белый шар. Какова вероятность того, что другие два шара белые?

Задача 6. Полагая число очков игральной кости (возможные значения от 1 до 6) случайной величиной. Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

Задача 7. Одна из сторон прямоугольника – равномерно-распределенная случайная величина на интервале $[10, 15]$. Найти дисперсию площади прямоугольника, если другая его сторона равна 7 см.

Задача 8. Всхожесть семян 30%. Найти вероятность того, что более 30 семян из 100 прорастут (вычислить точное значение с 5-ю десятичными знаками).

Задача 9. Вычислить $(0.1, 0.2, 0.7)$ -квантили для нормального распределения с параметрами $\mathcal{N}(5, 100)$.

Задача 10. Вычислить $(0.1, 0.2, 0.7)$ -квантили для равномерного распределения на интервале $[0, 10]$.

Задача 11. Жюри из 5 человек должно быть случайным образом сформировано из 5 мужчин и 10 женщин. Найти вероятность того, что жюри будет состоять из двух мужчин и трех женщин. Найти вероятность того, что жюри будет состоять только из женщин.

Задача 12. На основе некоторого лабораторного эксперимента можно установить взойдет данное семя или нет. Пусть A событие, состоящее в том, что семя не всхожее; Пусть B событие состоящее в том, что лабораторный тест на не всхожесть оказался положительным, т.е. установлено, что семя не взойдет. Известно, что $P(B|A) = 0.99$ – вероятность того, что тест определит не всхожесть, если семя не всхожее; $P(B|\bar{A}) = 0.005$ – вероятность того, что тест покажет, что семя не всхожее, хотя на самом деле оно всхожее; $P(A) = 0.001$ – вероятность не всхожести (т.е. только приблизительно 0.1% от всех семян в популяции не всходят). Определить вероятность того, что семя не взойдет, если тест оказался положительным, т.е. найти $P(A|B)$?

Задача 13. Даны вероятности отказов работы блоков схемы (Рис. 1). Блоки соединены смешанным образом. Вся схема работает, если путь в направлении стрелок можно пройти по рабочим блокам. Найти вероятность работы схемы.

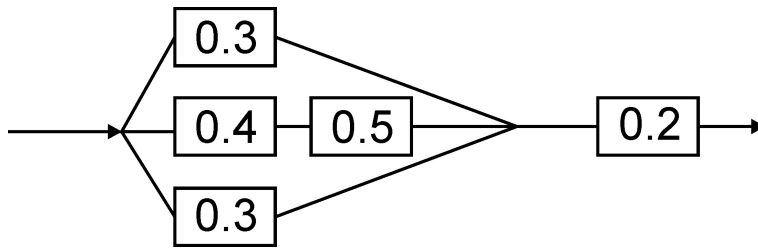


Рис. 1: Схема соединения блоков.

Задача 14. Случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_\xi(x)$ (Рис. 2). Найти вероятность $P(\xi > 2.5)$.

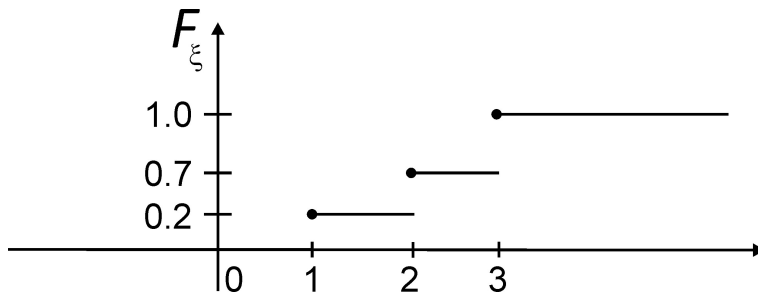


Рис. 2: Функция распределения вероятностей.

Задача 15. Функция плотности распределения случайной величины ξ задана выражением

$$f_\xi = \begin{cases} 1/3, & \text{при } 0 < x < 1, \\ 2/3, & \text{при } 1 < x < 2, \\ 0, & \text{в любом другом случае.} \end{cases}$$

Найти функцию распределения вероятностей $F_\xi(x)$.