

# Fundamentos Matemáticos para el análisis de datos

## Tareas



Elaboró: Juan Luis Palacios Soto

*Para tener un excelente aprovechamiento del presente curso, resuelva a puño y letra la mayoría de los ejercicios propuestos. Finalmente verifique sus resultados por medio del software de su preferencia. Sugerimos usar <https://www.wolframalpha.com/> o bien <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>*

### Geometría Analítica

1. Determine la ecuación de la recta dada la siguiente información.

- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) pasa por: $(1, 8)$ y $(-2, 3)$    | b) pasa por: $(-4, -3)$ y $(-5, -2)$ |
| c) pendiente 3 y pasa por $(-2, 4)$  | d) pendiente -2 y pasa por $(5, 1)$  |
| e) ordenada 2 y pendiente -1         | f) ordenada 1 y pendiente 2          |
| g) intersecta a $x = -2$ y a $y = 4$ | h) intersecta a $x = 5$ y a $y = -1$ |

2. Determine la ecuación del plano dada la siguiente información.

- |   |   |
|---|---|
| a) pasa por: $(1, -1, 2), (0, -2, 3), (-2, 3, 1)$ | b) pasa por: $(5, 0, -3), (1, -1, 0), (5, -2, 1)$ |
| c) paralelo al plano $xy$ y pasa por $z = -1$     | d) paralelo al plano $yz$ y pasa por $x = 2$      |
| e) paralelo al plano $xz$ y pasa por $y = 3$      | f) intersecta a $x = 2, y = 3$ y $z = 4$          |
| g) intersecta a $x = -2, y = 1$ y $z = -1$        | h) intersecta a $x = 4, y = -3$ y $z = -2$        |

3. Retos:

- Cómo obtienes la ecuación de una recta o un plano en un conjunto de dimensión  $n \geq 4$ ?
- Cómo interpretas  $x = 1$  en  $\mathbb{R}^n$  para cualquier  $n \geq 1$
- Cómo interpretas  $x + y = 1$  en  $\mathbb{R}^n$ ? para cualquier  $n \geq 2$ ?

### Álgebra Vectorial

1. Elija todos los objetos que sean vectores y mencione en qué conjunto se encuentra de  $\mathbb{R}^n$ .

- |                          |                          |  |
|--------------------------|--------------------------|--|
| a) $(0, 1, 8)$           | b) $(0, 0)$              | c) $(2, 3, 4, \dots, n)$                               |
| d) $4i - 5j + 7k$        | e) $3 < 6, 9, 1, 0 >$    | f) $(0, 1, 8)$   |
| g) $7a + 8b - 5c$        | h) $(2, 3, 4, \dots, n)$ | i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ |
| j) $6\hat{j} - 4\hat{k}$ | k) $2^{(0,1,8)}$         | l) $(0, 0)$  |
| m) $7a + 8b - 5c$        | n) $(2, 3, 4, \dots, n)$ | o) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ |
| p) $6\hat{j} - 4\hat{k}$ | q) $2^{(0,1,8)}$         | r) $(0, 0)$  |

2. Realiza las siguientes operaciones elementales sobre vectores en  $\mathbb{R}^n$

- Para los vectores  $x, y \in \mathbb{R}^2$ , dibuja  $x + y, x - y, y - x$  y  $(2x + \frac{1}{2}y)$  en cada uno de los siguientes casos y para vectores en  $\mathbb{R}^3$  sólo realiza los cálculos:

- a)  $x = (-1, 3), y = (-1, -3)$       b)  $x = (7, 0), y = (0, 4)$       c)  $x = (2, -1), y = (-4, 2)$   
d)  $x = (1, 5), y = (-1, 3)$       e)  $x = (4, 1), y = (-1, 4)$       f)  $x = (-\pi, \pi), y = (1, 1)$

(b) Calcula lo siguiente:  $u + v, u - v, v - u, u + (v + w), (u + v) + w, u - u, \frac{u}{5} + 3w + v$ , para

$$u = (-2, 1, 3, 5), v = (7, 2, -2, 0), w = (12, 2, 3, -5)$$

3. Calcula la norma de los vectores  $u$  y  $v$  según sea el caso.

- a)  $u = (2, -1)$       b)  $u = (1, 1)$       c)  $u = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$   
d)  $u = \frac{1}{\sqrt{34}}(1, 2, -3, 2, 4)$       e)  $v = (3\pi, 4\pi, -\pi, 0, \pi)$       f)  $u = (3, 3, -9, -18, -36)$   
g)  $u = (6, 30, 18)$       h)  $v = (7, 0, 14, 21)$       i)  $u = (10, 15, 20)$   
j)  $v = (1, \sqrt{5}, 1, 1, 1)$       k)  $u = \underbrace{(2023, \dots, 2023)}_{2023-\text{veces}}$       l)  $v = \underbrace{(1, 1, \dots, 1)}_{n-\text{veces}}$

4. Calcula las siguientes distancias para los vectores  $u = (1, 2, -3, 2, 4)$ ,  $v = (3, 4, -1, 0, 2)$  y  $w = (3, 3, -1, -1, 2)$  definidos en  $\mathbb{R}^5$ , según sea el caso.

- a)  $d(u, v)$       b)  $d(v, w)$       c)  $d(u, w)$   
d)  $d(u + v, v + w)$       e)  $d(4u, 12v)$       f)  $d(3u - 2w, 3w - 5u + 4v)$   
g)  $d(u - v, v - w)$       h)  $d(-6^2v, 4^5w)$       i)  $d(9\pi u, 3\pi v)$

5. Calcula el producto punto y el coseno del ángulo entre los siguientes vectores, además describe el ángulo que se forma entre los vectores.

- a)  $u = (2, -1, 1)$  y  $v = (-1, -3, -5)$ .      b)  $u = (1, 2, 3)$  y  $v = (5, -1, -1)$ .  
c)  $u = (2, 0, 5)$  y  $v = (-7, 4, 0)$ .      d)  $u = (a, 0, 0)$  y  $v = (0, 0, b)$ .  
e)  $u = (1, 0, 2, 0, 3)$  y  $v = (-2, 4, -2, 1, 0)$ .      f)  $u = (-3, 2, 5, -7, 4)$  y  $v = (-3, 2, 5, -7, 4)$   
g)  $u = (\pi, \pi, \sqrt{2})$  y  $v = (\pi, \pi, \sqrt{2})$       h)  $u = \underbrace{(2023, \dots, 2023)}_{2023-\text{veces}}$  y  $v = \underbrace{(-1, -1, \dots, -1)}_{2023-\text{veces}}$

6. Determina si los siguientes vectores son ortogonales, paralelos o ninguno de los dos en cada inciso.

- a)  $x = (4, 6)$  y  $y = (-3, 2)$ .      b)  $x = (-5, 3, 7)$  y  $y = (6, -8, 2)$ .  
c)  $x = (-1, 2, 5)$  y  $y = (3, 4, -1)$ .      d)  $x = (-1, 0, 3, -2)$  y  $y = (2, -1, 4, 4)$ .  
e)  $x = (2, -1, 3, 1)$  y  $y = (-1, 3, 1, 2)$ .      f)  $x = (1, 1, 1, 5, -1, 1)$  y  $y = (-2, -2, -2, -10, 2, -2)$

7. Sean  $u = (3, 4)$  y  $v = (1, \alpha)$ . Determina el valor de  $\alpha$  para que:

- a)  $u$  y  $v$  sean ortogonales.      b)  $u$  y  $v$  sean paralelos.  
c) el ángulo entre  $u$  y  $v$  sea  $2\pi/3$ .      d) el ángulo entre  $u$  y  $v$  sea  $\pi/3$ .

8. Determina los valores de  $k$  de tal manera que  $u \perp v$ . ¿Existen valores  $k$  tales que  $u \parallel v$ ?

- a)  $u = (-3, k, k)$  y  $v = (5, -2, k)$       b)  $u = (12k, 5, -1)$  y  $v = (k, -k, 3)$   
c)  $u = (2k, 7, -1)$  y  $v = (2k, -k, 2)$       d)  $u = (k, k, 1)$  y  $v = (k, k, -2)$ .

9. Calcula  $\text{Proy}_y x$  y  $\text{Proy}_x y$ .

a)  $x = (3, 2)$  y  $y = (-2, 1)$

c)  $x = (-1, 1, 1)$  y  $y = (2, 2, 1)$ .

e)  $x = (1, 0)$  y  $y = (0, 1)$

b)  $x = (1, 1, 2)$  y  $y = (-2, 3, 1)$

d)  $x = (3, 2)$  y  $y = (-2, 1)$

f)  $x = (1, -2, 3, -1)$  y  $y = (2, 1, 0, 1)$

**Retos:**

10. Un triángulo tiene localizado sus vértices en los siguientes puntos  $A = (1, 2, 3, 4)$ ,  $B = (-1, 3, 1, 4)$  y  $C = (2, 4, 2, 1)$ . Clasifique el triángulo según sus lados y según sus ángulos.

11. Determina si los vectores  $u, v, w$  son coplanares o no, donde:

$$u = (-2, 1, 3), \quad v = (-5, 0, 4), \quad w = (17, 4, -8).$$

12. Para cada vector  $u$ , determina un vector con la misma dirección de  $u$ , pero ubicado sobre la esfera unitaria correspondiente en  $\mathbb{R}^n$  y centro en el origen:

a)  $u = (1, -3)$ .

c)  $u = (3, 3, -1)$ .

e)  $u = (1, 0, -2, 1)$ .

b)  $u = (3, 4, 5)$ .

d)  $u = (1, 1, -5, 2)$ .