$$\int_{\mathbb{R}} f \, d\mu$$

Integrales Impropias

Primera y segunda especies

Dr. Juan Luis Palacios Soto

palacios.s.j.l@gmail.com

Definición (Integral impropia de primera especia)

Dado un número fijo a*, supongamos que* $f(x)$ *es integrable sobre* $[a, b]$ *para todo* $b > a$*. La integral impropia de* f *sobre* $[a, \infty)$ *esta definida como el siguiente límite, siempre y cuando dicho límite exista:*

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{b\to\infty} \int_a^b f(x)dx.$$

Ejemplo

Determine el área bajo la curva de la gráfica de $f(x) = xe^{-x}$ *sobre el intervalo no acotado* $[0, \infty)$.

Ejemplo

Determine el área bajo la curva de la gráfica de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ *sobre el intervalo no acotado* $[1, \infty)$.

Analizar $f(x) = x^p$ en $[1, \infty)$.

Definición (Integral impropia de segunda especia)

Supongamos que $f(x)$ *es no singular en un punto de* $[a, b]$*, es decir no acotada. Si* f *es integrable sobre* $[a, b]$ *se dice que la integral*

$$\int_a^{\infty} f(x)dx$$

es de segunda especie.

Ejemplo

Determine la integral de $f(x) = x^p$ *sobre el intervalo* $[0, 1]$