



Integral Definida e Indefinida

Con límites o sin límites

Instructor. Juan Luis Palacios Soto

Contenido

- Concepto de integral definida e indefinida
- Ejemplos



Definición (Integral definida)

La integral definida se representa por el símbolo $\int_a^b f(x)dx$, siempre que dicha integral exista. Se compone del signo de integración \int (se lee "s alargada"-introducida por Leibniz a finales del SXVII), el valor a se denomina límite inferior, mientras que el valor b límite superior. La función f se conoce como el integrando y dx se conoce como el diferencial de x, que nos indica que la variable de integración es x.

Por otra parte si una integral no tiene los límites de integración, $\int f(x)dx$, diremos que se trata de una integral indefinida.

Ejercicio

Determine el tipo de integral, si es definida o indefinida.

a)
$$\int_0^\pi \sin(x) dx$$

c)
$$\int e^{-x} dx$$

e)
$$\int \ln(x-1)dx$$

b)
$$\int_{-1}^{2} \frac{1}{x} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{3-x^2}}{\cos(x+\pi)}$$

Diferencias entre integral definida e indefinida

- La integral definida, si existe es un número, es decir $\int_a^b f(x) dx \in \mathbb{R}.$
- Si la integral definida existe, este valor es **único**.

- La integral indefinida, si existe es otra función.
- Si la integral indefinida existe, entoces existen infinitas.



Definición (Primitiva o antiderivada de una función)

Una función F(x) es una primitiva o antiderivada de una función f(x) sobre un intervalo [a,b] si F'(x) = f(x), para todo $x \in (a, b)$.

Ejemplos (primitive en Wolframalpha). Determine una primitiva de las siguientes funciones:

a)
$$f(x) = x^4 - 3x^2 + 5x + 7$$

c)
$$h(t) = \sin(t)$$

e) $f(x) = \ln(x)$

b)
$$g(x) = \frac{3}{x^2}$$

$$\mathbf{d)} v(t) = \tan(t)$$

f)
$$y(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 4}$$

Teorema

Si F(x) y G(x) son primitivas de f(x), entonces

$$F(x) = G(x) + C,$$

donde C es una constante.



Gráficas de primitivas

Una primitiva F(x) de la función f(x) es una familia o colección de funciones que son traslaciones de con respecto a la constante

Ver Geogebra:

