.

$$\int_{\mathbb{R}} f\, d\mu$$

Aplicaciones

Dr. Juan Luis Palacios Soto

palacios.s.j.l@gmail.com

Teorema (Área entre dos curvas-región del tipo I-)

Sean $y = f_1(x)$ *y* $y = f_2(x)$ *dos funciones continuas sobre* $I = [a, b]$, *tal que* $f_1(x) \leq f_2(x)$ *para toda* $x \in I$, *el área delimitada por dichas curvas y las rectas* $x = a$ *y* $x = b$, *está dado por*

$$A = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]\,dx.$$

Ejemplo

Determine el área entre las curvas $f_1(x) = \sqrt{x}$ *y* $f_2(x) = \sqrt[3]{x}$ *para* $x \in [0, 1]$.

Teorema (Área entre dos curvas-región del tipo II-)

Sean $x = g_1(y)$ *y* $x = g_2(y)$ *dos funciones continuas sobre* $I = [c, d]$*, tal que* $g_1(y) \leq g_2(y)$ *para toda* $y \in I$*, el área delimitada por dichas curvas y las rectas* $y = c$*,* $y = d$*, está dado por*

$$A = \int_c^d [g_2(x) - g_1(x)]\, dy.$$

Ejemplo

Determine el área entre las curvas $g_1(y) = y^2$ *y* $g_2(y) = y^3$ *para* $y \in [0, 1]$.

Teorema (longitud de arco)

Si f' *es continua sobre* $[a, b]$, *entonces la longitud de la curva* $y = f(x)$ *sobre* $[a, b]$, *está dada por*

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

Ejemplo

Determine la longitud de arco de la parábola semicúbica $f(x) = x^{3/2}$ *entre los puntos* $(1, 1)$ *y* $(4, 8)$.

Teorema (Método de discos)

Sea $y = f(x)$ (o $x = g(y)$) una función continua sobre $[a, b]$ ($[c, d]$), entonces el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar f (g) alrededor del eje "x" ("y") está dado por

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \qquad \left(V = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy \right).$$

Ejemplo

Determine el volumen del solido de revolución que obtenemos al girar la región bajo la gráfica de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ entre el intervalo no acotado $[1, \infty)$ alrededor del eje de las abscisas.

Teorema (Área superficial de un sólido de revolución)

Sea $y = f(x) > 0$ (o bien $x = g(y) > 0$) una función derivable con continuidad sobre (a, b) ((c, d)), entonces el área de la superficie del volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar f (g) alrededor del eje "x" ("y") está dado por

$$S = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + [f'(x)]^2}dx \qquad \left(S = 2\pi \int_a^b g(y)\sqrt{1 + [g'(x)]^2}dy\right).$$

La trompeta de Gabriel.