.

Varianza y desviación estándar

Caso: Discreto y Continuo

Dr. Juan Luis Palacios Soto

palacios.s.j.l@gmail.com

Definición (Varianza de una variable aleatoria)

Sea X una variable aleatoria continua (discreta) con función de densidad (probabilidad) $f(x)$ y media μ. La varianza de X, es

$$Var(X) = E[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x),$$

$$\left(Var(X) = \sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = \sum_x (x-\mu)^2 f(x) \right)$$

siempre que dicha integral (suma) exista.

Notación $Var(X) = \sigma_X^2 = \sigma^2$

Definición (Desviación estándar de una variable aleatoria)

Sea X *una variable aleatoria con varianza* σ^2*. Su desviación, denotada por* $SD(X)$*, se calcula como*

$$SD(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Notación: $\sigma = SD(X)$.

Teorema

Sean $X_1, X_2, ..., X_n$ *variables aleatorias independientes,* $a_1, a_2, ..., a_n$ *y* b *constantes. Entonces,*
$Var(a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots a_nX_n + b) = a_1^2Var(X_1) + a_2^2Var(X_2) + \cdots + a_n^2Var(X_n)$

Ejemplo

Sea $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ *una muestra aleatoria de observaciones independientes y* $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$.

Entonces

$$E(\bar{X}) = \mu \quad y \quad Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$