.

Esperanza

Caso: Discreto y Continuo

Dr. Juan Luis Palacios Soto

palacios.s.j.l@gmail.com

Definición (Esperanza)

Sea X una variable aleatoria continua (discreta) con función de densidad (probabilidad) $f(x)$. La media o valor esperado de X está dado por

$$\mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

$$[\mu_X = E(X) = \sum_x x f(x).]$$

Definición (Esperanza de $g(X)$)

Sea X una variable aleatoria con densidad $f(x)$. El valor esperado de la variable aleatoria $g(X)$, es

$$\mu_{g(X)} = E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx.$$

$$[\mu_X = E(g(X)) = \sum_x g(x)f(x).]$$

Teorema

Sean X y Y dos variables aleatorias y a, b dos constantes. Entonces,

1. $E(a) = a$
2. $E(aX + b) = aE(X) + b$
3. *si* $X \geq 0$ *entonces* $E(X) \geq 0$
4. *si* $X \leq Y$ *entonces* $E(X) \leq E(Y)$
5. *si* $a \leq X \leq b$ *entonces* $a \leq E(X) \leq b$
6. *si además* X, Y *son independientes, entonces* $E(XY) = E(X)E(Y)$

Teorema

Sean X *y* Y *dos variables aleatorias y* a, b *dos constantes. Entonces,*

1. $E(a) = a$
2. $E(aX + b) = aE(X) + b$
3. *si* $X \geq 0$ *entonces* $E(X) \geq 0$
4. *si* $X \leq Y$ *entonces* $E(X) \leq E(Y)$
5. *si* $a \leq X \leq b$ *entonces* $a \leq E(X) \leq b$
6. *si además* X, Y *son independientes, entonces* $E(XY) = E(X)E(Y)$

Teorema

Sean $X_1, X_2, ..., X_n$ *variables aleatorias,* $a_1, a_2, ..., a_n$ *constantes. Entonces,*
$E(a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots a_nX_n) = a_1E(X_1) + a_2E(X_2) + \cdots + a_nE(X_n)$

Ejemplo

Sean $X \sim Ber(p_1)$ *y* $Y \sim Ber(p_2)$. *Calcular* $E(2X - 3Y)$

Ejemplo

Se lanza una moneda cargada de \$10 con probabilidad de cara 0.8 y se lanza un dado cúbico cargado con probabilidad de obtener un par de 0.3. Definamos a X como la variable aleatoria del resultado de lanzar la moneda y definamos a Y como la variable aleatoria del resultado de lanzar el dado. Determinar $E(XY)$.