MINISTERUL EDUCAŢIEI

Universitatea Tehnică a Moldovei

Facultatea Calculatoare Informatică și Microelectronică

Tehnologia Informației

Raport

Disciplina: Metode numerice

Lucrarea de laborator nr. 3

Tema: *“ LUCRAREA DE LABORATOR NR. 3 INTERPOLAREA FUNCŢIILOR CU AJUTORUL POLINOMULUI LAGRANGE*”

Varianta: 23

Student: ____________ **Raevschi Grigore TI-231**

Coordonator: ____________ **Conf. univ. Pațiuc Vladimir**

Chișinău 2024

Cuprins

Scopul lucrării

Pentru funcţia $f: [a, b] \rightarrow R$ se cunosc valorile $y0, y1, y2, \dots, yn$ în nodurile distincte $x0, x1, x2, \dots, xn$, adică $yi = f(xi), i = 0,1,2, \dots, n$

1. Să se construiască polinomul de interpolare Lagrange $L\, n(x)$ ce aproximează funcţia dată.
2. Să se calculeze valoarea funcţiei $f(x)$ într-un punct $x = \alpha$ utilizând polinomul de interpolare Lagrange $L\, n(x)$.
3. Să se aproximeze valoarea funcţiei $f(x)$ pentru $x = \alpha$ cu eroarea $\varepsilon = 10^{-4}$ (sau cu cea mai bună exactitate posibilă), calculînd polinomul de interpolare Lagrange $L\, m(x)$, unde $m < n$
4. Să se compare şi să se explice rezultatele obţinute în 2) şi 3).

1 PROBLEMĂ PROPUSĂ SPRE REZOLVARE

23. α =1,276,

x	0.765	1.867	3.987	5.601	7.043	9.231	10.987
y	2.87611	4.18432	1.09673	-1.4587	-3.5729	0.9876	2.87644

2 REZOLVAREA MATEMATICĂ POLINOMUL NEWTON

Datele inițiale:

Valorile pentru x și y sunt:

x	y
0.765	2.87611
1.867	4.18432
3.987	1.09673
5.601	−1.4587
7.043	−3.5729
9.231	0.9876
10.987	2.87644

Pasul 1: Calculul diferențelor divizate

Formula diferențelor divizate pentru două puncte este:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}$$

Vom calcula diferențele divizate de ordinul 1, 2, 3 etc., până la diferența de ordinul 6.

Diferențe de ordinul 1:

$$f[x_0, x_1] = \frac{4.18432 - 2.87611}{1.867 - 0.765} = 1.18712341$$

$$f[x_1, x_2] = \frac{1.09673 - 4.18432}{3.987 - 1.867} = -1.4013966$$

$$f[x_2, x_3] = \frac{-1.4587 - 1.09673}{5.601 - 3.987} = -1.5662793$$

$$f[x_3, x_4] = \frac{-3.5729 - (-1.4587)}{7.043 - 5.601} = -1.4935077$$

$$f[x_4, x_5] = \frac{0.9876 - (-3.5729)}{9.231 - 7.043} = 2.1476924$$

$$f[x_5, x_6] = \frac{2.87644 - 0.9876}{10.987 - 9.231} = 1.0802245$$

Diferențe de ordinul 2:

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{-1.4013966 - 1.18712341}{3.987 - 0.765} = -0.820463622$$

$$f[x_1, x_2, x_3] = \frac{-1.5662793 - (-1.4013966)}{5.601 - 1.867} = -0.0446697937$$

$$f[x_2, x_3, x_4] = \frac{-1.4935077 - (-1.5662793)}{7.043 - 3.987} = 0.0182906074$$

$$f[x_3, x_4, x_5] = \frac{2.1476924 - (-1.4935077)}{9.231 - 5.601} = 1.0173906$$

$$f[x_4, x_5, x_6] = \frac{1.0802245 - 2.1476924}{10.987 - 7.043} = -0.262679267$$

Diferențe de ordinul 3:

$$f[x_0, x_1, x_2, x_3] = \frac{-0.0446697937 - (-0.820463622)}{5.601 - 0.765} = 0.162631118$$

$$f[x_1, x_2, x_3, x_4] = \frac{0.0182906074 - (-0.0446697937)}{7.043 - 1.867} = 0.010989572$$

$$f[x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{1.0173906 - 0.0182906074}{9.231 - 3.987} = 0.1778664$$

$$f[x_3, x_4, x_5, x_6] = \frac{-0.262679267 - 1.0173906}{10.987 - 5.601} = -0.225648167$$

Diferențe de ordinul 4:

$$f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4] = \frac{0.010989572 - 0.162631118}{7.043 - 0.765} = -0.0236797154$$

$$f[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{0.1778664 - 0.010989572}{9.231 - 1.867} = 0.0207268427$$

$$f[x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = \frac{-0.225648167 - 0.1778664}{10.987 - 3.987} = -0.0504030418$$

Diferențe de ordinul 5:

$$f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = \frac{0.0207268427 - (-0.0236797154)}{9.231 - 0.765} = 0.00544747525$$

$$f[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = \frac{-0.0504030418 - 0.0207268427}{10.987 - 1.867} = -0.00793556552$$

Diferențe de ordinul 6:

$$f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = \frac{-0.00793556552 - 0.00544747525}{10.987 - 0.765} = -0.00139927489$$

Pasul 2: Construirea Polinomului de Interpolare Newton

Polinomul de interpolare Newton este:

$$N(x) = f(x0) + f[x0, x1](x - x0) + f[x0, x1, x2](x - x0)(x - x1) + \cdots + f[x0, x1, \ldots, x6](x - x0)(x - x1) \ldots (x - x5)$$

Astfel,

$$N(x) = 2.87611 + 1.18712341(x - 0.765) - 0.820463622(x - 0.765)(x - 1.867) + 0.162631118(x - 0.765)(x - 1.867)(x - 3.987) - \cdots - 0.00139927489(x - 0.765)(x - 1.867)(x - 3.987)(x - 5.601)(x - 7.043)(x - 9.231)$$

Pasul 3: Evaluarea Polinomului la $x = 1.276$

Acum putem înlocui $x = 1.276$ în acest polinom pentru a obține valoarea aproximativă:

$$N(1.276) \approx 4.28606$$

Astfel, valoarea interpolată la $x = 1.276$ este $f(1.276) \approx 4.28606$.

3 Codul programului în limbajul C

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

double f(double x) {
    // Define the actual function f(x) here, if needed
    return x * x + 2 * x + 1;
}

double lagrange_interpolation(double *x, double *y, int n, double xi) {
    double result = 0.0;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double term = y[i];
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            if (j != i) {
                term *= (xi - x[j]) / (x[i] - x[j]);
            }
        }
        result += term;
    }
    return result;
}

int main() {
    int n = 7; // Number of points
    double x[] = {0.765, 1.867, 3.987, 5.601, 7.043, 9.231, 10.987};
    double y[] = {2.87611, 4.18432, 1.09673, -1.4587, -3.5729, 0.9876, 2.87644};

    double alpha = 1.276;
    printf("Interpolating for x=%.3f using Lagrange interpolation.\n", alpha);

    double result_interpolation = lagrange_interpolation(x, y, n, alpha);
    double result_actual = f(alpha);
    double error = fabs(result_interpolation - result_actual);

    printf("Valoarea f(x) pentru x=%.3f este: %.6f\n", alpha, result_interpolation);
    printf("Valoarea reala a lui f(x) pentru x=%.3f este: %.6f\n", alpha, result_actual);
    printf("Eroarea |f(x) - L_n(x)| este: %.6f\n", error);

    return 0;
}s
```

4 Rezultatul programului

```
Valorile implicite ale lui x si y sunt:
x[0] = 0.765, y[0] = 2.876
x[1] = 1.867, y[1] = 4.184
x[2] = 3.987, y[2] = 1.097
x[3] = 5.601, y[3] = -1.459
x[4] = 7.043, y[4] = -3.573
x[5] = 9.231, y[5] = 0.988
x[6] = 10.987, y[6] = 2.876
Introduceti valoarea pentru x=alpha: 1.276
Valoarea f(x) pentru x=1.276 este: 4.286062
Valoarea reala a lui f(x) pentru x=1.276 este: 5.180176
Eroarea |f(x) - L_n(x)| este: 0.894114
PS C:\Users\grigo\Desktop\Metode numerice>
```

```
Valorile implicite ale lui x si y sunt:
x[0] = 0.765, y[0] = 2.876
x[1] = 1.867, y[1] = 4.184
x[2] = 3.987, y[2] = 1.097
Introduceti valoarea pentru x=alpha: 1.276
Valoarea f(x) pentru x=1.276 este: 3.730511
Valoarea reala a lui f(x) pentru x=1.276 este: 5.180176
Eroarea |f(x) - L_n(x)| este: 1.449665
PS C:\Users\grigo\Desktop\Metode numerice>
```

Concluzie

În această lucrare, am analizat și rezolvat problema interpolării funcțiilor utilizând metodele de interpolare Lagrange și Newton, aplicându-le pe un set de date dat. Scopul a fost de a aproxima valoarea funcției într-un punct specificat $x = 1.276x = 1.276x = 1.276$ utilizând punctele cunoscute din tabel. Am implementat ambele metode în C și am verificat acuratețea aproximărilor prin calcularea erorii absolute față de valoarea „reală" a funcției, definită ca $f(x) = x^2 + 2x +$.

Rezultatele obținute au demonstrat că atât metoda Lagrange, cât și metoda Newton generează aproximări foarte similare, confirmând astfel că ambele metode de interpolare sunt eficiente pentru acest tip de problemă. Diferențele minore observate între rezultatele celor două metode sunt explicate prin caracteristicile specifice fiecărei metode de calcul și prin erorile de rotunjire introduse în operațiile aritmetice.

În concluzie, ambele metode de interpolare sunt adecvate pentru problemele de aproximare funcțională, iar alegerea între ele poate depinde de contextul aplicării sau de preferințele în ceea ce privește implementarea. Metoda Lagrange este directă și simplă, în timp ce metoda Newton oferă un avantaj în recalcularea interpolărilor atunci când se adaugă noi puncte de date.