ПРИЛОЖЕНИЕ А

**РУКОВОДСТВО ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ**

**Библиотека открытого доступа DataReconcile для согласования неточных индустриальных данных за счет учета взаимосвязей между ними для нужд промышленных предприятий Индустрии 4.0 и целей Национальной технологической инициативы на языке MATlab**

2025 год

**А.1. НАЗНАЧЕНИЕ БИБЛИОТЕКИ**

Библиотека предназначена для решения задач **согласования неточных данных** (Data Reconcile) в условиях, когда входные данные содержат ошибки, неточности или противоречия. Она позволяет корректировать данные таким образом, чтобы они удовлетворяли заданным ограничениям, представленным в виде систем линейных и нелинейных уравнений и неравенств.

Библиотека помогает устранить противоречия в данных, минимизируя отклонения от исходных значений при соблюдении всех заданных ограничений. Это особенно полезно в задачах, где данные поступают из разных источников и могут содержать ошибки измерений или несоответствия.

**Применение в различных областях**:

Промышленность: согласование данных в системах управления технологическими процессами.

Экономика и финансы: обработка данных в моделях прогнозирования и анализа.

Наука и инженерия: решение задач оптимизации и калибровки моделей.

Энергетика: балансировка данных в энергосистемах.

Гибкость и масштабируемость:

Библиотека поддерживает работу с большими объемами данных и может быть интегрирована в различные программные системы.

Она предоставляет инструменты для настройки и адаптации под конкретные задачи пользователя.

**Примеры задач, где библиотека может быть полезна:**

Балансировка данных в химических процессах (например, согласование материальных и энергетических балансов).

Корректировка данных в системах мониторинга (например, устранение противоречий в показаниях датчиков).

Оптимизация данных в моделях прогнозирования (например, согласование исторических данных с прогнозными значениями).

Библиотека является мощным инструментом для анализа, корректировки и оптимизации данных в условиях наличия ограничений, что делает её незаменимой в задачах, требующих высокой точности и согласованности данных.

**А.2. ОСНОВНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ**

Поддержка стационарных и динамических задач:

**Стационарные задачи**: работа с данными, которые не изменяются во времени (например, балансовые уравнения в статических системах).

**Динамические задачи**: обработка данных, которые изменяются во времени (например, временные ряды или процессы, описываемые дифференциальными уравнениями).

**Работа с ограничениями**:

Библиотека поддерживает ограничения в виде:

* + - **Линейных уравнений и неравенств** (например, **Ax** = **b** или **Ax** ≤ **b**).
    - **Нелинейных уравнений и неравенств** (например, **F**(**x**) = **0** или **g**(**x**) ≤ **0**).

Это позволяет учитывать физические, экономические или другие законы, которым должны соответствовать данные.

**Минимизация отклонений**:

Библиотека минимизирует отклонения скорректированных данных от исходных, используя различные метрики.

**А.3. СИСТЕМНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ**

**Минимальные требования** позволяют запускать библиотеку и выполнять базовые задачи на компьютерах с ограниченными ресурсами. Однако производительность может быть низкой при работе с большими объемами данных или сложными задачами.

* **Операционная система**:
  + Windows 10 (64-битная) или новее.
  + macOS 10.15 (Catalina) или новее.
  + Linux: Ubuntu 20.04 LTS или совместимые дистрибутивы.
* **Процессор (CPU)**:
  + Минимум: 2-ядерный процессор с тактовой частотой 2.0 ГГц (например, Intel Core i3 или аналогичный AMD).
* **Оперативная память (RAM)**:
  + Минимум: 4 ГБ (для небольших задач).
  + Рекомендуется: 8 ГБ для более комфортной работы.
* **Место на диске**:
  + Минимум: 5 ГБ свободного места для установки MATLAB и библиотеки.
  + Дополнительное место для хранения данных и результатов.
* **Графика**:
  + Интегрированная видеокарта с поддержкой OpenGL 3.3.
* **Программное обеспечение**:
  + MATLAB R2019 или новее.
  + Optimization Toolbox (обязательно для работы библиотеки).
* **Дополнительные требования**:
  + Подключение к интернету для активации MATLAB и загрузки обновлений.
  + Мышь или другое указывающее устройство.

**Рекомендуемые системные требования**

Рекомендуемые требования обеспечивают высокую производительность при работе с большими объемами данных, сложными моделями и динамическими задачами.

* **Операционная система**:
  + Windows 10 (64-битная) или новее.
  + macOS 11или новее.
  + Linux: Ubuntu 22.04 LTS или совместимые дистрибутивы.
* **Процессор (CPU)**:
  + Рекомендуется: 4-ядерный процессор с тактовой частотой 3.0 ГГц или выше (например, Intel Core i7/i9, AMD Ryzen 5/7/9).
* **Оперативная память (RAM)**:
  + Рекомендуется: 16 ГБ или больше (для работы с большими наборами данных и сложными задачами).
* **Место на диске**:
  + Рекомендуется: SSD с 20 ГБ свободного места для установки MATLAB и библиотеки.
  + Дополнительное место для хранения данных и результатов (в зависимости от объема данных).
* **Графика**:
  + Дискретная видеокарта с 2 ГБ видеопамяти и поддержкой OpenGL 4.0 (например, NVIDIA GeForce GTX 1050 или выше).
* **Программное обеспечение**:
  + MATLAB R2020 или новее.
  + Optimization Toolbox (обязательно).
  + Parallel Computing Toolbox (рекомендуется для ускорения вычислений на многоядерных процессорах).
* **Дополнительные требования**:
  + Подключение к интернету для активации MATLAB и загрузки обновлений.
  + Мышь или другое указывающее устройство.

**Установка и настройка**

Далее для краткости в качестве имени функции, которой пользователь желает воспользоваться, а для этого, соответственно, добавить в рабочую среду матлаб используется условное название \*LibFunctionName\*.

Для подключения и использования внешней функции LibFunctionName, находящейся в файле LibFunctionName.m из библиотеки DataReconcile, выполните следующие шаги:

**Подготовка файлов библиотеки**

1. Убедитесь, что у вас есть файл LibFunctionName.m и другие необходимые файлы библиотеки DataReconcile.
2. Скопируйте папку DataReconcile с файлами библиотеки в удобное место на вашем компьютере (например, в папку C:\MATLAB\Libraries\DataReconcile).

**Добавление пути к библиотеке в MATLAB**

Чтобы MATLAB мог найти функцию LibFunctionName, необходимо добавить путь к папке DataReconcile в список путей MATLAB.

1. Откройте MATLAB.

В командной строке MATLAB выполните следующую команду (matlab):

addpath('C:\MATLAB\Libraries\DataReconcile');

Здесь C:\MATLAB\Libraries\DataReconcile — это путь к папке, где находится файл LibFunctionName.m.

1. Чтобы путь сохранялся при следующих запусках MATLAB, добавьте его в список постоянных путей (matlab):

savepath;

**Проверка подключения функции**

1. Убедитесь, что функция LibFunctionName доступна. Для этого выполните команду (matlab):

which LibFunctionName

MATLAB должен вернуть путь к файлу LibFunctionName.m, например:

C:\MATLAB\Libraries\DataReconcile\LibFunctionName.m

1. Проверьте, что функция работает корректно. Вызовите её с тестовыми входными данными (matlab):

result = LibFunctionName(input1, input2, ...);

Здесь input1, input2 — это входные аргументы, которые требуются для функции LibFunctionName.

**Дополнительные рекомендации**

* Если библиотека DataReconcile содержит несколько функций, добавьте путь к папке библиотеки, как описано выше. Это позволит использовать все функции библиотеки.
* Если вы работаете в команде, убедитесь, что все участники проекта добавили путь к библиотеке в свои среды MATLAB.
* Если вы используете Git или другую систему контроля версий, добавьте папку DataReconcile в репозиторий, чтобы упростить совместную работу.

**Устранение возможных проблем**

* **Ошибка "Function not found"**: Убедитесь, что путь к папке DataReconcile добавлен правильно. Проверьте команду which LibFunctionName.
* **Ошибка "Not enough input arguments"**: Проверьте документацию функции LibFunctionName и убедитесь, что вы передаете все необходимые входные аргументы.
* **Ошибка "File not found"**: Убедитесь, что файл LibFunctionName.m находится в указанной папке и его имя написано правильно (с учетом регистра).

**А.4. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ И API**

**А.4.1. Описание ключевых модулей**

Решаемая в рамках программной библиотеки задача относится к задачам повышения точности результатов совместных измерений, выполняемых на сложном объекте измерений, для которого предоставлена или получена в ходе эмпирических исследований математическая модель (возможно, не вполне точная). Снижение неопределенности получаемых результатов достигается за счет учета функциональных зависимостей между измеряемыми величинами, формализованных в рамках упомянутой математической модели. В качестве последней могут выступать как различные уравнения (алгебраические – линейные и нелинейные, дифференциальные и интегро-дифференциальные), а также наборы ограничений, вытекающие из условий решаемой измерительной задачи и условий функционирования и эксплуатации наблюдаемого объекта измерений (системы неравенств – односторонних и двусторонних). Решение задачи производится также при разном объеме известной информации, ключевое место среди которой занимают сведения о распределении погрешностей выполняемых измерений – как известно из математической статистики, при разных законах распределения случайных погрешностей разные числовые оценки для одного и того же параметра распределений будут являться эффективными (то есть будут обеспечивать наименьший статистический разброс от выборки к выборке). Данное обстоятельство указывает на обязательную необходимость привлечения сведений о распределении погрешностей (в том объеме, в котором она доступна). Решение задачи повышения точности (за счет согласования индустриальных данных) под перечисленными ограничениями представляет собой комплекс задач, решения которых имеет как общие черты, так и разнится в зависимости от типа ограничений. Эффективные вычислительные решения для разных значимых для измерительной практики ситуаций представляет собой основу настоящей библиотеки. На первом этапе основным типом рассматриваемых ограничений выступают математические модели, составленные из алгебраических уравнений (как линейных, так и нелинейных) при условии, что закон распределения случайных погрешностей отличается от нормального (возможно, несильно). Данный тип задачи должен включать в себя традиционные решения (в предположении гауссовости распределения погрешностей), так и новые, до сего момента не представленные в научной литературе по вопросу методы и подходы. Другим важным моментом является необходимость учета режима выполняемых измерений – статического (когда изменениями во времени значений измеряемых величин можно пренебречь без значимого снижения точности) или динамического (когда изменения сигналов измерительной информации во времени приводят к возникновению значимых составляющих погрешностей, отсутствие учета которых приводит к существенному снижению достоверности конечных результатов). Данная постановка задачи крайне важна для измерительной практики и предложена впервые в контексте задачи согласования индустриальных данных.

Рассматривая задачу согласования индустриальных данных целостно, следует отметить, что задача так или иначе сводится к условной оптимизационной задаче некоторой размерности и с тем или иным набором условий. Данное обстоятельство позволяет построить эффективную модель решения задачи согласования данных, выбрав для того или иного набора ограничений наиболее подходящий алгоритм оптимизации. Программная библиотека, реализующей разные методы согласования неточных данных друг с другом, также содержит в себе ряд автоматизированных инструментов.

На рисунке ниже представлена визуализация структуры библиотеки, а также входные и выходные данные.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. – Структура библиотеки DataReconcile

В соответствии с приведенной на рисунке нумерацией, библиотека содержит:

1) программные средства, реализующие традиционные методы согласования индустриальных данных, которые содержатся и применяются в зарубежных коммерческих продуктах,

2) программные средства, реализующие непараметрические и условно непараметрические методы согласования индустриальных данных, позволяющие учитывать в рамках согласования существенные или малые отклонения действительного закона распределения погрешностей от нормального, применимые как в статическом режиме измерения, так и в динамическом,

3) программные представления и преобразования современных формализмов описания погрешности результатов измерений, таковых, чтобы результат преобразования/представления мог быть эффективно использован в качестве мера неопределенности неточных индустриальных данных при их согласовании по известной модели.

4) программные предварительной экспресс-оценки потенциального уточнения, достигаемого при математической обработке результатов выполняемых измерений за счет выполнения их согласования на основе известной априорной информации,

5) программные средства для обеспечения метрологического автосопровождения производимых вычислений [2-4], поскольку без него нет возможности оценить точность конечных результатов согласования, а также – при необходимости – произвести согласование моментов остановки выполняемых итерационных процедур с точностью исходных данных (то есть результатов выполненных измерений).

**А.4.2. Доступные функции, их параметры и возвращаемые значения**

Презентуемая библиотека оформлена в виде независимых m-файлов, для работы с которым требуется программный пакет MATLAB, включающий расширение Optimization Toolbox. Ниже приведено описание процедур для не/полу/параметрического согласования данных и выполнения метрологического анализа потенциальных результатов согласования.

Для каждого параметра msrd\_data функции каждой функции справедливо следующее: в случае согласования результатов однократного совестного измерения нескольких взаимосвязанных величин, согласуемые результаты нужно передавать в формате вектор-столбца; если согласованию подлежит массив многократных совместных измерений, согласуемые значения нужно передавать в виде матрицы msrd\_data, где каждый столбец – набор однократного совместного измерения всех согласуемых величин (таким образом в *j*-ой строке предаваемой матрицы msrd\_data располагаются все результаты измерений *j*-ой измеряемой физической величины).

*Процедура оценки степени потенциального уточнения совместных измерений за счет согласования*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **estAccuracyIncreaseByDR** | |  |
| Вызов | [accuracy\_increase\_ratio, variances\_of\_DR\_result] =  estAccuracyIncreaseByDR(@dep\_func, params\_, vals\_for\_reconc, err\_matrix); | |
| Описание | Функция выполняет приближенную оценку потенциального уточнения совместных измерений, достигаемого за счет учета известных функциональных взаимосвязей между измеряемыми величинами, на основе локальной линеаризации модели и метода декомпозиции алгоритма условной оптимизации. | |
| Аргументы | dep\_func – функция, возвращающую значения уравнений, формализующих взаимосвязь между измеряемыми величинами.  params\_ – одномерный массив значений параметров уравнений, описывающих зависимости между измеряемыми величинами, известных точно.  vals\_for\_reconc – одномерный массив, содержащий результаты совместных измерений, подлежащих уточнению;  err\_matrix – двумерный массив, содержащий ковариационную матрицу согласуемых результатов измерений и параметров модели, используемой для согласования. | |
| Возвращаемое значение | accuracy\_increase\_ratio – одномерный массив оценок степени повышения точности, которое может быть достигнуто за счет процедуры согласования;  variances\_of\_DR\_result – одномерный массив оценок дисперсий результатов согласования. | |

***Функции согласования, учитывающего зависимости между взаимосвязанными величинами, выраженные в виде систем уравнений***

*Процедура согласования совместных измерений в предположении, что случайные погрешности распределены нормально*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRparamEq** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRparamEq(@equalities\_dep\_func, @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, true\_params) |
| Описание | Функция выполняет параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. |
| Аргументы | Func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами,  msrd\_data – массив, содержащий согласуемые результаты измерений,  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности независимо полученных результатов измерений, подлежащих согласованию,  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов параметрического согласования совместных измерений, выполненного при следующих допущениях: случайные погрешности результатов совместных измерений распределены нормально; согласуемые результаты измерений получены независимо, и, следовательно, корреляция между случайными погрешностями отсутствует |

*Процедура семи-непараметрического согласования с представлением неизвестного закона распределения погрешностей рядом Грама-Шарлье*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **DRsemiparamEq** | |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRsemiparamEq(@equalities\_dep\_func, @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, alpha\_params, true\_params); | |
| Описание | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. | |
| Аргументы | Func – функция, возвращающую значения левой части уравнений взаимосвязи между измеряемыми величинами;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности результатов измерений;  alpha\_params – вектор-массив, содержащий оценки мер погрешностей результатов измерений, коэффициентов асимметрии, коэффициентов и эксцесса случайных отклонений результатов измерений;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. | |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов семи-непараметрического согласования совместных измерений. | |

*Процедура непараметрического согласования с ядерной аппроксимацией распределения случайных погрешностей*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRnonparamEq** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRnonparamEq(@equalities\_dep\_func, @inequalities\_dep\_func, msrd\_data, true\_params, prior\_params, bandwidth) |
| Описание | Функция выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| Аргументы | Func – функция, возвращающую значения левой части уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающих зависимости между измеряемыми величинами **x** и параметрами **a** модели;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи;  prior\_params – одномерный массив, содержащий априорно заданные или оцененных меры погрешности результатов измерений;  bandwidth – одномерный массив, содержащий регуляризирующее условие на результат ядерной аппроксимации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений. Данные значения являются ширинами окон ядерной аппроксимации. В качестве аппроксимирующего ядра использовано ядро Гаусса. |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов непараметрического согласования результатов измерений взаимосвязанных величин. Предполагается, что измерения выполнялись независимо, и корреляция между случайными погрешностями отсутствует. В качестве процедуры идентификации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений применен метод ядерной аппроксимации ядром Гаусса. |

*Процедура робастного согласования совместных измерений в предположении, что случайные погрешности распределены нормально*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRparamEqRobust** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRparamEqRobust(@equalities\_dep\_func, @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, true\_params) |
| Описание | Функция выполняет робастное параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. |
| Аргументы | Func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами,  msrd\_data – массив, содержащий согласуемые результаты измерений,  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности независимо полученных результатов измерений, подлежащих согласованию,  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов параметрического согласования совместных измерений, выполненного при следующих допущениях: случайные погрешности результатов совместных измерений распределены нормально; согласуемые результаты измерений получены независимо, и, следовательно, корреляция между случайными погрешностями отсутствует |

*Процедура семи-непараметрического согласования с представлением неизвестного закона распределения погрешностей рядом Грама-Шарлье*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **DRsemiparamEqRobust** | |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRsemiparamEqRobust(@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, alpha\_params, true\_params); | |
| Описание | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет робастное полу-непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. | |
| Аргументы | Func – функция, возвращающую значения левой части уравнений взаимосвязи между измеряемыми величинами;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности результатов измерений;  alpha\_params – вектор-массив, содержащий оценки мер погрешностей результатов измерений, коэффициентов асимметрии, коэффициентов и эксцесса случайных отклонений результатов измерений;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. | |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов семи-непараметрического согласования совместных измерений. | |

*Процедура непараметрического робастного согласования с ядерной аппроксимацией распределения случайных погрешностей*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRnonparamEqRobust** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRnonparamEqRobust(@Func,  msrd\_data, true\_params,  error\_params, bandwidths) |
| Описание | Функция выполняет робастное непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. |
| Аргументы | Func – функция, возвращающую значения левой части уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающих зависимости между измеряемыми величинами **x** и параметрами **a** модели;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи;  prior\_params – одномерный массив, содержащий априорно заданные или оцененных меры погрешности результатов измерений;  bandwidth – одномерный массив, содержащий регуляризирующее условие на результат ядерной аппроксимации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений. Данные значения являются ширинами окон ядерной аппроксимации. В качестве аппроксимирующего ядра использовано ядро Гаусса. |
| Возвращаемое значение | Reconciled – одномерный массив результатов непараметрического согласования результатов измерений взаимосвязанных величин. Предполагается, что измерения выполнялись независимо, и корреляция между случайными погрешностями отсутствует. В качестве процедуры идентификации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений применен метод ядерной аппроксимации ядром Гаусса. |

***Функции согласования, учитывающего зависимости между взаимосвязанными величинами, выраженные в виде систем уравнений и неравенств***

*Процедура согласования совместных измерений в предположении, что случайные погрешности распределены нормально*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRparamEqIneq** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRparamEqIneq(@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, true\_params) |
| Описание | Функция выполняет параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| Аргументы | equalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами (размерность возвращаемого вектора соответствует размерности вектор-функции **f***M*),  inequalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы неравенств вида **g***M*(**x**, **a**) ≥ **0**, представленных в формате равенств **g***M*(**x**, **a**) = **0** (в соответствии с методом множителей Лагранжа), описывающую взаимосвязи (ограничения) между согласуемыми величинами,  msrd\_data – массив, содержащий согласуемые результаты измерений,  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности независимо полученных результатов измерений, подлежащих согласованию,  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов параметрического согласования совместных измерений, выполненного при следующих допущениях: случайные погрешности результатов совместных измерений распределены нормально; согласуемые результаты измерений получены независимо, и, следовательно, корреляция между случайными погрешностями отсутствует |

*Процедура семи-непараметрического согласования с представлением неизвестного закона распределения погрешностей рядом Грама-Шарлье*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **DRsemiparamEqIneq** | |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRsemiparamEqIneq(@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, alpha\_params, true\_params); | |
| Описание | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. | |
| Аргументы | equalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами (размерность возвращаемого вектора соответствует размерности вектор-функции **f***M*),  inequalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы неравенств вида **g***M*(**x**, **a**) ≥ **0**, представленных в формате равенств **g***M*(**x**, **a**) = **0** (в соответствии с методом множителей Лагранжа), описывающую взаимосвязи (ограничения) между согласуемыми величинами,  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности результатов измерений;  alpha\_params – вектор-массив, содержащий оценки мер погрешностей результатов измерений, коэффициентов асимметрии, коэффициентов и эксцесса случайных отклонений результатов измерений;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. | |
| Возвращаемое значение | reconciled – одномерный массив результатов семи-непараметрического согласования совместных измерений. | |

*Процедура непараметрического согласования с ядерной аппроксимацией распределения случайных погрешностей*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRnonparamEqIneq** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRnonparamEqIneq (@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, true\_params,  prior\_params, bandwidth) |
| Описание | Функция выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| Аргументы | equalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами (размерность возвращаемого вектора соответствует размерности вектор-функции **f***M*);  inequalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы неравенств вида **g***M*(**x**, **a**) ≥ **0**, представленных в формате равенств **g***M*(**x**, **a**) = **0** (в соответствии с методом множителей Лагранжа), описывающую взаимосвязи (ограничения) между согласуемыми величинами;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи;  prior\_params – одномерный массив, содержащий априорно заданные или оцененных меры погрешности результатов измерений;  bandwidth – одномерный массив, содержащий регуляризирующее условие на результат ядерной аппроксимации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений. Данные значения являются ширинами окон ядерной аппроксимации. В качестве аппроксимирующего ядра использовано ядро Гаусса. |
| Возвращаемое значение | Reconciled – одномерный массив результатов непараметрического согласования результатов измерений взаимосвязанных величин. Предполагается, что измерения выполнялись независимо, и корреляция между случайными погрешностями отсутствует. В качестве процедуры идентификации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений применен метод ядерной аппроксимации ядром Гаусса. |

*Процедура робастного согласования совместных измерений в предположении, что случайные погрешности распределены нормально*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRparamEqIneqRobust** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRparamEqIneqRobust(@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params, true\_params) |
| Описание | Функция выполняет робастное параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| Аргументы | equalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами (размерность возвращаемого вектора соответствует размерности вектор-функции **f***M*);  inequalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы неравенств вида **g***M*(**x**, **a**) ≥ **0**, представленных в формате равенств **g***M*(**x**, **a**) = **0** (в соответствии с методом множителей Лагранжа), описывающую взаимосвязи (ограничения) между согласуемыми величинами;  msrd\_data – массив, содержащий согласуемые результаты измерений,  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности независимо полученных результатов измерений, подлежащих согласованию,  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. |
| Возвращаемое значение | Reconciled – одномерный массив результатов параметрического согласования совместных измерений, выполненного при следующих допущениях: случайные погрешности результатов совместных измерений распределены нормально; согласуемые результаты измерений получены независимо, и, следовательно, корреляция между случайными погрешностями отсутствует |

*Процедура семи-непараметрического согласования с представлением неизвестного закона распределения погрешностей рядом Грама-Шарлье*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **DRsemiparamEqIneqRobust** | |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRsemiparamEqIneqRobust(@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func,  msrd\_data, error\_params,  alpha\_params, true\_params); | |
| Описание | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет робастное полу-непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. | |
| Аргументы | equalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами (размерность возвращаемого вектора соответствует размерности вектор-функции **f***M*);  inequalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы неравенств вида **g***M*(**x**, **a**) ≥ **0**, представленных в формате равенств **g***M*(**x**, **a**) = **0** (в соответствии с методом множителей Лагранжа), описывающую взаимосвязи (ограничения) между согласуемыми величинами;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  error\_params – одномерный массив, содержащий меры погрешности результатов измерений;  alpha\_params – вектор-массив, содержащий оценки мер погрешностей результатов измерений, коэффициентов асимметрии, коэффициентов и эксцесса случайных отклонений результатов измерений;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи. | |
| Возвращаемое значение | Reconciled – одномерный массив результатов семи-непараметрического согласования совместных измерений. | |

*Процедура непараметрического робастного согласования с ядерной аппроксимацией распределения случайных погрешностей*

|  |  |
| --- | --- |
| **DRnonparamEqIneqRobust** |  |
| Вызов | [reconciled] =  DRnonparamEqIneqRobust(@equalities\_dep\_func,  @inequalities\_dep\_func, msrd\_data, true\_params,  error\_params, bandwidths) |
| Описание | Функция выполняет робастное непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| Аргументы | equalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, описывающую взаимосвязи между согласуемыми величинами (размерность возвращаемого вектора соответствует размерности вектор-функции **f***M*);  inequalities\_dep\_func – функция, возвращающую результат вычисления левых частей системы неравенств вида **g***M*(**x**, **a**) ≥ **0**, представленных в формате равенств **g***M*(**x**, **a**) = **0** (в соответствии с методом множителей Лагранжа), описывающую взаимосвязи (ограничения) между согласуемыми величинами;  msrd\_data – массив, значения результатов совместного измерения величин, подлежащих согласованию;  true\_params – одномерный массив, содержащий известные точно параметры уравнений взаимосвязи;  prior\_params – одномерный массив, содержащий априорно заданные или оцененных меры погрешности результатов измерений;  bandwidth – одномерный массив, содержащий регуляризирующее условие на результат ядерной аппроксимации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений. Данные значения являются ширинами окон ядерной аппроксимации. В качестве аппроксимирующего ядра использовано ядро Гаусса. |
| Возвращаемое значение | Reconciled – одномерный массив результатов непараметрического согласования результатов измерений взаимосвязанных величин. Предполагается, что измерения выполнялись независимо, и корреляция между случайными погрешностями отсутствует. В качестве процедуры идентификации неизвестного распределения случайных погрешностей согласуемых измерений применен метод ядерной аппроксимации ядром Гаусса. |

**А.4.3. Примеры и особенности**

Приведенная в Лист. 1 программа предназначена для оценки потенциального повышения точности результатов прямых совместных измерений взаимосвязанных величин за счет учета этих взаимосвязей. Программа выполняет метрологический анализ измерительных ситуаций, допускающих учет формализованных зависимостей между измеряемыми величинами. Допускается две ситуации: когда погрешности параметров модели, описывающей эти взаимосвязи, известны; когда погрешностями параметров модели можно пренебречь.

|  |  |
| --- | --- |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26  27  28  29  30  31  32  33  34  35  36  37  38  39  40  41  42  43  44 | function [accuracy\_increase\_ratio, variances\_of\_DR\_result] = ...  est\_accuracy\_increase\_by\_DR(dep\_func, vals\_for\_reconc, no\_error\_params, cov\_matrix)  num\_equations = length(dep\_func(vals\_for\_reconc, no\_error\_params));  num\_vals = length(vals\_for\_reconc);  variances\_of\_DR\_result = zeros([num\_vals,1]);  accuracy\_increase\_ratio = zeros([num\_vals,1]);  dF\_dxj = zeros([num\_equations,1]);  Jacobian = zeros([num\_equations,num\_vals - 1]);  for j = 1 : num\_vals  nums\_without\_j\_th = [1 : 1 : j - 1, j + 1 : 1 : num\_vals];  tmp\_mx = cov\_matrix;  tmp\_mx(j,:) = [];  tmp\_mx(:,j) = [];  cov\_matrix\_without\_j\_th = tmp\_mx;  for i = 1 : num\_equations  dF\_dxj(i) = get\_imag\_numeric\_derivative(dep\_func, vals\_for\_reconc, no\_error\_params, j, i);  for j\_ = 1 : num\_vals - 1  Jacobian(i, j\_) = get\_imag\_numeric\_derivative(dep\_func, vals\_for\_reconc, no\_error\_params, nums\_without\_j\_th(j\_), i);  end  end  var\_of\_delta\_x\_j = zeros([num\_equations, 1]);  weights\_for\_WLS = zeros([1, num\_equations]);  for j\_ = 1 : num\_equations  sum\_df\_j\_dz = Jacobian(j\_,:).^2\*diag(cov\_matrix\_without\_j\_th);  var\_of\_delta\_x\_j(j\_) = dF\_dxj(j\_)^(-2)\*sum\_df\_j\_dz;  end  for j\_ = 1 : num\_equations  tmp\_w = var\_of\_delta\_x\_j(j\_)./var\_of\_delta\_x\_j;  tmp\_w(isnan(tmp\_w)) = 1;  weights\_for\_WLS(j\_) = 1/sum(tmp\_w);  end  linear\_est\_of\_indirect\_measurement\_variance = weights\_for\_WLS.^2\*var\_of\_delta\_x\_j;  accuracy\_increase\_ratio(j) = sqrt(1 + cov\_matrix(j,j)/linear\_est\_of\_indirect\_measurement\_variance);  variances\_of\_DR\_result(j) = cov\_matrix(j,j)/accuracy\_increase\_ratio(j)^2;  end  end  function df\_dx = get\_imag\_numeric\_derivative(func, params, no\_error\_params, deriv\_param\_num, equation\_num)  alpha = params.\*0;  alpha(deriv\_param\_num) = params(deriv\_param\_num)\*10^(-100);  df = func(params + alpha\*1i, no\_error\_params) - func(params, no\_error\_params);  df\_dx = imag(df(equation\_num))/alpha(deriv\_param\_num);end |

Листинг 1. Пример функции, оценивающей повышение точности, достигаемое за счет согласования результатов измерений по известной модели (с использованием метода локальной линеаризации)

Программа представляет собой вызываемую функцию est\_accuracy\_increase\_by\_DR на языке MATLAB, которой передаются: указатель dep\_func на математическую модель **f***M*, описывающую взаимосвязи между измеряемыми величинами и формализованную в виде системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**, где **f***M* = (*f*1, *f*2, …)T – вектор функций, описывающих взаимосвязи между согласуемыми величинами **x** = (*x*1, *x*2, …)T и параметрами модели **a**, заданными точно, если такие есть, **0** – вектор, заполненный нулями, той же длины, что и **f***M*. Значения no\_error\_params представляют собой одномерный массив параметров **a**, погрешностью которых можно пренебречь. Одномерный массив vals\_for\_reconc содержит результаты измерения, подлежащие согласованию, а элементы двумерного массива cov\_matrix должны представлять собой коэффициенты ковариационной матрицы.

Основная идея – разложить функционал, описывающий зависимости между величинами **x**, в ряд Тейлора в области результатов измерений vals\_for\_reconc с усечением его до линейных слагаемых. Значения частных производных по неточно известным параметрам **x** вычисляются в строках 16–21, и функция get\_imag\_numeric\_derivative вычисляет производную по выбранному параметру, которой передаются следующие параметры:

func – указатель на вектор функций, производную одной из которых нужно вычислить,

params – вектор значений параметров функций, известных с погрешностью,

no\_error\_params – параметры функции, известные точно,

deriv\_param\_num – номер параметра, по которому нужно взять производную,

equation\_num – номер функции в векторе уравнений **f**, производную которой нужно вычислить.

В строках 33–36 последовательно вычисляются:

линейное приближение к средневзвешенному значению дисперсии результата оценки искомой величины *xj* по всем уравнениям взаимосвязей, входящим в систему **f***M*(**x**, **a**) = **0**,

коэффициент уточнения результата прямого измерения величины *xj* за счет их согласования между собой,

дисперсия результата согласования результата измерения величины *xj* с результатами измерений прочих величин.

Функция est\_accuracy\_increase\_by\_DR возвращает два массива:

accuracy\_increase\_ratio – приближенные оценки коэффициентов уточнения прямых измерений за счет согласования,

variances\_of\_DR\_result – приближенные оценки дисперсий результатов согласования.

|  |  |
| --- | --- |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24  25  26  27  28  29  30  31  32  33  34  35  36  37 | function reconciled\_with\_AlphaGramCh = DRsemiparamEq(Func, msrd\_data, prior\_params, alpha\_params)  l = zeros([length(Func(msrd\_data)), 1]);  check\_ = size(msrd\_data);  if check\_(1) > 1  msrd\_data = msrd\_data';  end  mu\_and\_l\_start = [mu; l];  reconciled\_with\_AlphaGramCh = fsolve(@AlphaSystemToSolve, mu\_and\_l\_start, [], Func, msrd\_data, prior\_params, alpha\_params);  end  function mustbezeros = AlphaSystemToSolve(mu\_and\_l, SquareDependFunc, msrd\_data, prior\_params, alpha\_params)  vars = prior\_params;  xNum = size(msrd\_data, 2);  n = size(msrd\_data, 1);  mustbezeros = zeros([xNum+1, 1]);  for j = 1 : xNum  imagx = zeros([xNum,1]);  imagx(j) = 1i\*mu\_and\_l(j)\*10^(-100);  df\_dx = imag(SquareDependFunc(mu\_and\_l(1:xNum)+imagx))/imag(imagx(j));  mustbezeros(j) = mu\_and\_l(j)/vars{j} - mean(msrd\_data(:,j))/vars{j}...  - calculMeanAlpha(mu\_and\_l(j),msrd\_data(:,j),alpha\_params(j))...  + mu\_and\_l(xNum+1)\*df\_dx/n;  end  mustbezeros(xNum+1) = SquareDependFunc(mu\_and\_l(1:xNum));  end  function alpha\_mean = calculMeanAlpha(mj,msrd\_data,alpha\_params)  sj = sqrt(alpha\_params(1));  As = alpha\_params(2);  Ex = alpha\_params(3);  tji = (msrd\_data - mj)./sj;  d\_alpha\_d\_mu = (Ex - 3).\*(1/2.\*tji - 1/6.\*tji.^3) + As.\*(1/2 - 1/2.\*tji.^2);  alpha\_plus\_one = (Ex - 3).\*(1/24.\*tji.^4 + 1/8 - 1/4.\*tji.^2) + As.\*(1/6.\*tji.^3 - 1/2.\*tji) + 1;  y = d\_alpha\_d\_mu./alpha\_plus\_one;  alpha\_mean = (1/sj)\*mean(y);  end |

Листинг 2. Пример функции, осуществляющей непараметрическую сверку результатов совместных измерений взаимосвязанных величин (с использованием метода реконструкции проекции плотности вероятности)

Следующая функция (Лист. 2) предназначена для уточнения результатов совместных измерений посредством выполнения процедуры семи-непараметрического согласования. Реализованный алгоритм включает в себя процедуру аппроксимации неизвестной плотности распределения случайных погрешностей согласуемых измерений усеченным рядом полиномов Грама-Шарлье. Данный подход имеет смысл и подразумевает, что случайные отклонения результатов измерений имеют распределение близкое к нормальному. Данные отличия характеризуются коэффициентами асимметрии и эксцесса, оценки которых передаются функции в виде массива alpha\_params.

Программа представляет собой вызываемую функцию DRsemiparamEq на языке MATLAB, которой передаются следующие параметры. Указатель Func на математическую модель **f***M*, описывающую взаимосвязи между измеряемыми величинами и формализованную в виде системы уравнений вида **f***M*(**x**, **a**) = **0**. Значения результатов однократного совместного измерения msrd\_data, подлежащих согласованию. Массив prior\_params априорно заданных или оцененных характеристик неопределенности (variances) результатов измерений. Также функции передается двумерный массив параметров alpha\_params, представляющий собой оценки среднеквадратического отклонения результатов измерений, коэффициентов асимметрии, коэффициентов и эксцесса случайных отклонений результатов измерений величин **x**.

Согласование неточных данных с помощью DRsemiparamEq эквивалентно численному решению системы некоторой уравнений, полученной путем решения задачи условной оптимизации методом множителей Лагранжа. При этом оптимизируемый функционал задан усеченным полиномиальным рядом Грама-Шарлье. Численное решение системы уравнений выполняется штатным инструментом MATLAB Statistical Toolbox. Программное описание левой части решаемой системы приведено в строках 10–27 и 27–38. Функция AlphaSystemToSolve, вычисляющей левую часть системы уравнений, принимает следующие аргументы:

mu\_and\_l – одномерный массив содержащий values of measured quantities, Lagrange multipliers and model parameters при которых вычисляется левая часть решаемой системы,

SquareDependFunc – указатель на функцию вида **f***M*(**x**, **a**),

msrd\_data – согласуемые результаты измерений величин **x** и **a**,

prior\_params – одномерный массив оценок дисперсий измерений **x**, **a**,

alpha\_params – двумерный массив, содержащий заданные пользователем оценки среднеквадратических отклонений результатов измерений

Функция возвращает одномерный массив reconciled\_with\_AlphaGramCh, содержащий результаты согласования значений msrd\_data по модели **f***M*.

**А.5. СПИСОК ФУНКЦИЙ И МЕТОДОВ**

|  |  |
| --- | --- |
| **estAccuracyIncreaseByDR()** | Функция выполняет приближенную оценку потенциального уточнения совместных измерений, достигаемого за счет учета известных функциональных взаимосвязей между измеряемыми величинами, на основе локальной линеаризации модели и метода декомпозиции алгоритма условной оптимизации. |
|  |  |
| **DRparamEq()** | Функция выполняет параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRsemiparamEq()** | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRnonparamEq()** | Функция выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRparamEqRobust()** | Функция выполняет робастное параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. |
| **DRsemiparamEqRobust()** | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет робастное полу-непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. |
| **DRnonparamEqRobust()** | Функция выполняет робастное непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. |
|  |  |
| **DRparamEqIneq()** | Функция выполняет параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRsemiparamEqIneq()** | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRnonparamEqIneq()** | Функция выполняет непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRparamEqIneqRobust()** | Функция выполняет робастное параметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения случайных погрешностей которых соответствует нормальному распределению вероятностей. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRsemiparamEqIneqRobust()** | Файл содержит одноименную вызываемую функцию, которая выполняет робастное полу-непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается проекционным методом с применением в качестве модели усеченного ряда Грамма-Шарлье. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |
| **DRnonparamEqIneqRobust()** | Функция выполняет робастное непараметрическое согласование совместно измеренных величин, закон распределения которых оценивается методом ядерной аппроксимации с использованием ядра Гаусса. Подлежат учету зависимости в виде равенств и неравенств. |