

# 钢丝杨氏模量实验报告

姓名：张积翔      学号：PB23020595

摘要：

本实验通过拉伸法并使用光杠杆等实验仪器对金属丝的微小形变进行光学放大处理,测量了金属丝在不同拉力下的伸长量,使用最小二乘法进行线性拟合计算得到金属丝的弹性模量并计算了其合成不确定度。

关键词：弹性模量；光杠杆；最小二乘法；不确定度

## 1. 引言

弹性模量是表征刚性材料在弹性限度内材料抗压或拉伸性能的物理量，定义为应力 $F/S$ 和应变 $\Delta L/L$ 的比值，仅取决于材料本身的物理性质，与材料的长度、横截面积、外力大小等因素无关。1807 年因英国物理学家托马斯·杨的研究结果而命名，也称为杨氏模量。弹性模量的大小标志着材料的刚性程度，弹性模量越大，越不容易发生弹性形变。

本实验通过拉伸法并利用光杠杆的光学放大法来测量待测金属丝的弹性模量及其不确定度。

## 2. 实验原理与内容

### 2.1 实验仪器

光杠杆、金属丝、管制器、望远镜镜尺组、支架、砝码、钢卷尺、刻度尺、螺旋测微器

### 2.2 实验原理

弹性模量  $E$  定义为应力 $F/S$ 和应变 $\Delta L/L$ 的比值，即 $E = (F/S)/(\Delta L/L) = FL/S\Delta L$ 。通常情况下，金属丝的伸长量 $\Delta L$ 较小不便直接测量，故使用光杠杆来进行光学放大，从望远镜中读取标尺读数。

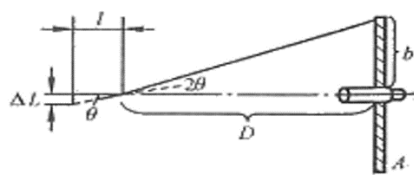


图 1: 光杠杆原理图

根据光杠杆原理图可知, 当  $\theta$  较小时,  $\theta \approx \tan\theta = \frac{\Delta L}{l}$ ,  $2\theta \approx \tan 2\theta = \frac{b}{D}$ , 其中  $l$  为光杠杆臂长,  $D$  为镜尺距,  $b$  为望远镜中标尺读数。

可得  $\Delta L = \frac{bl}{2D}$ , 代入  $E = FL/S\Delta L$  中, 得到

$$E = FL/S\Delta L = 2DFL/blS$$

实验中通过最小二乘法拟合  $b$  与  $F$  的关系直线, 得到斜率  $M$ , 故通过下式计算金属丝弹性模量:

$$E = 2DL/lSM$$

## 2.3 实验内容

### 2.3.1 仪器调节:

(1) 调节支架底部螺丝, 确保平台水平; 调节平台的上下位置, 使管制器顶部与平台共面。调节管制器后部螺母的松紧, 使管制器可上下自由移动, 左右只能进行小幅度转动。

(2) 将光杠杆放置在平台上, 使光杠杆镜面下方的两个足尖置于平面凹槽内, 杠杆支脚的足尖置于管制器的凹槽中央, 防止加减砝码时杠杆从管制器脱落或与平台发生摩擦。

(3) 调节望远镜、标尺、光杠杆三者的高度使其大致处于同一水平高度, 调节光杠杆镜面法线水平, 利用望远镜上的准星瞄准光杠杆中标尺的像。调节望远镜目镜使叉丝的像清晰, 透过望远镜找到标尺后调节望远镜物镜焦距使标尺的像清晰。调节标尺高度使标尺初始值适当防止加砝码后读数溢出。

### 2.3.2 测量:

(1) 记录未放砝码时望远镜中标尺读数作为起始读数  $b_0$ 。

(2) 向托盘中依次加入砝码, 从望远镜中观察标尺读数, 待读数稳定后记录标尺读数  $b_i$ 。然后将砝码盘中的砝码依次拿去, 从望远镜中观察标尺读数, 待读数稳定后记录标尺读数  $\tilde{b}_i$ 。

(3) 使用钢卷尺测量钢丝长度  $L$ 、镜尺距  $D$ , 使用刻度尺光杠杆臂长  $l$ , 使用螺旋测微器测量金属丝直径  $d$ 。

3. 实验结果与数据处理

3.1 最小二乘法拟合 b 与 F 关系直线

实验中所用单个砝码质量为 500g，查阅资料得知合肥重力加速度为  $9.795\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ，故单个砝码所受重力为  $0.5\text{kg}\times 9.795\text{m}\cdot\text{s}^{-2}=4.8975\text{N}$ 。实验中测得的加减砝码时砝码个数与标尺读数关系如下表：

表 1：砝码个数与标尺读数关系

砝码个数 i	加砝码时标尺读数 (cm)	减砝码时标尺读数 (cm)	标尺读数平均值 b (cm)
0	-5.85	-5.83	-5.84
1	-4.02	-3.92	-3.97
2	-2.41	-2.28	-2.34
3	-0.70	-0.73	-0.71
4	0.82	0.78	0.80
5	2.25	2.23	2.24
6	3.73	3.72	3.73
7	5.12		5.12

根据表 1 对标尺读数与砝码个数关系作图并用最小二乘法线性拟合得：

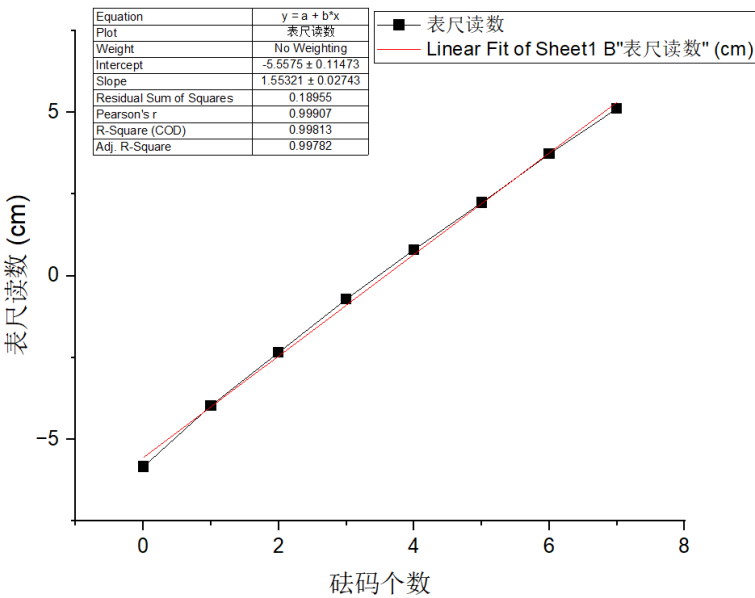


图 2：标尺读数与砝码个数关系曲线及线性拟合

由图 2 得，对标尺读数与砝码个数关系曲线线性拟合得到的直线斜率为 1.5532cm，又

单个砝码重力为 $4.8975N$ ，故标尺读数与钢丝拉力的拟合直线斜率为 $M = 1.5532cm \div 4.8975N = 0.31714cm \cdot N^{-1} = 3.1714 \times 10^{-3}m \cdot N^{-1}$

### 3.2 计算金属丝弹性模量

实验中测得钢丝长度  $L$ 、镜尺距  $D$ 、光杠杆臂长  $l$ 、金属丝直径  $d$  的数据如下表所示：

表二：实验中的仪器的各种参数

测量次数	钢丝长度 $L$ (cm)	镜尺距 $D$ (cm)	光杠杆臂长 $l$ (cm)	直径 $d$ (mm)
1	98.45	145.30	7.10	0.309
2	98.53	145.25	7.11	0.307
3	98.49	145.48	7.07	0.303
4				0.310
5				0.309
6				0.310
平均值	98.49	145.34	7.09	0.308

根据公式 $E = 2DL/SlM$ 知，钢丝弹性模量为

$$E = 2DL/SlM = 8DL/\pi l M d^2 = \frac{8 \times 1.4534 \times 0.9849}{3.1416 \times 0.0709 \times 3.1714 \times 10^{-3} \times (3.08 \times 10^{-4})^2} = 1.709 \times 10^{11} Pa$$

### 3.3 分析金属丝弹性模量不确定度

由图 2 得标尺读数与砝码个数关系曲线最小二乘法线性拟合得到直线斜率的标准差为  $0.02743cm$ ，故标尺读数与钢丝拉力的拟合直线斜率标准差为 $0.02743cm \div 4.8975N = 5.6008 \times 10^{-5}m \cdot N^{-1}$ ，标准不确定度 $U_M = 5.6008 \div \sqrt{8} = 1.9801 \times 10^{-5}m \cdot N^{-1}$ 。

对于被测量参数  $x$ ，其中  $x$  可为钢丝长度  $L$ 、镜尺距  $D$ 、光杠杆臂长  $l$ 、金属丝直径  $d$ ，建立测量模型 $x = x_0 + x_1$ ， $x_0$ 为测量读数， $x_1$ 为测量仪器误差，故 $U_x =$

$\sqrt{U_{x0}^2 + U_{x1}^2}$ 。根据公式

$$U_{x0} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

及表二计算钢丝长度  $L$ 、镜尺距  $D$ 、光杠杆臂长  $l$ 、金属丝直径  $d$  的标准不确定度：

$$U_{L0} = \sqrt{[(0.9845 - 0.9849)^2 + (0.9853 - 0.9849)^2 + (0.9849 - 0.9849)^2]/6} = 2.309 \times 10^{-4}m$$

$$U_{D0} = \sqrt{[(1.4530 - 1.4534)^2 + (1.4525 - 1.4534)^2 + (1.4548 - 1.4534)^2]/6} = 6.988 \times 10^{-4}m$$

$$U_{l0} = \sqrt{[(7.10 - 7.09)^2 + (7.11 - 7.09)^2 + (7.07 - 7.09)^2]/6} \times 10^{-2} = 1.225 \times 10^{-4}m$$

$$U_{d0} = \sqrt{[2 \times (0.309 - 0.308)^2 + (0.307 - 0.308)^2 + (0.303 - 0.308)^2 + 2 \times (0.310 - 0.308)^2] / 30} \times 10^{-3}$$

$$= 1.095 \times 10^{-6} m$$

测量所用钢卷尺仪器误差为 2mm，刻度尺仪器误差为 0.5mm，螺旋测微器仪器误差为 0.005mm，所以

$$U_{L1} = U_{D1} = \frac{0.002}{3} = 6.667 \times 10^{-4} m$$

$$U_{l1} = \frac{5 \times 10^{-4}}{3} = 1.667 \times 10^{-4} m$$

$$U_{d1} = \frac{5 \times 10^{-6}}{3} = 1.667 \times 10^{-6} m$$

$$U_L = \sqrt{U_{L0}^2 + U_{L1}^2} = \sqrt{(2.309 \times 10^{-4})^2 + (6.667 \times 10^{-4})^2} = 7.056 \times 10^{-4} m$$

$$U_D = \sqrt{U_{D0}^2 + U_{D1}^2} = \sqrt{(6.988 \times 10^{-4})^2 + (6.667 \times 10^{-4})^2} = 9.658 \times 10^{-4} m$$

$$U_l = \sqrt{U_{l0}^2 + U_{l1}^2} = \sqrt{(1.225 \times 10^{-4})^2 + (1.667 \times 10^{-4})^2} = 2.069 \times 10^{-4} m$$

$$U_d = \sqrt{U_{d0}^2 + U_{d1}^2} = \sqrt{(1.095 \times 10^{-6})^2 + (1.667 \times 10^{-6})^2} = 1.994 \times 10^{-6} m$$

根据公式  $E = 8DL/\pi l M d^2$  知，金属丝弹性模量 E 的不确定度为

$$U_E = \sqrt{\left(\frac{U_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{U_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{U_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2U_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{U_M}{M}\right)^2} \times E$$

$$= \sqrt{\left(\frac{9.658 \times 10^{-4}}{1.4534}\right)^2 + \left(\frac{7.056 \times 10^{-4}}{0.9849}\right)^2 + \left(\frac{2.069 \times 10^{-4}}{0.0709}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 1.994 \times 10^{-6}}{3.08 \times 10^{-4}}\right)^2 + \left(\frac{1.9801 \times 10^{-5}}{3.1714 \times 10^{-3}}\right)^2}$$

$$\times 1.71 \times 10^{11} = 2.5 \times 10^9 Pa$$

即实验测得金属丝弹性模量的不确定度为  $2.5 \times 10^9 Pa$ ，所以实验测得金属丝弹性模量为  $1.709(25) \times 10^{11} Pa$

## 4. 思考题

### 1. 预习思考题

(1) 什么是材料的弹性模量，它和材料的长度、横截面积是否有关？

弹性模量是表征刚性材料在弹性限度内材料抗压或拉伸性能的物理量，定义为应力  $F/S$  和应变  $\Delta L/L$  的比值，与材料的长度、横截面积无关。

(2) 光杠杆放大原理是什么，它的放大倍数由哪些量决定？

光杠杆通过光的反射将微小量  $\Delta L$  放大为标尺读数  $b$ ，放大倍数为  $2D/l$ ，其中  $D$  为

镜尺距， $l$  为光杠杆臂长。

## 2. 实验过程思考题

(1) 实验过程中，如果从望远镜中看到的尺子不清晰是因为什么，如何调节才能使尺子清晰？

尺子不清晰是因为望远镜物镜焦距不合适，应调节望远镜物镜焦距。

(2) 实验过程中，当从望远镜看到尺子的初始值较大，调节什么仪器可以使初始值较小，以免加砝码后读数溢出？

可以调节尺子在镜尺组的高度，或者调节光杠杆镜面倾角。

(3) 如何准确测量光杠杆臂长？

取一张白纸，将光杠杆底座的三个支脚按压在白纸上留下痕迹，在白纸上将镜面向下的两个支脚连线，过杠杆支脚的足尖做连线的垂直平分线，测量连线与垂直平分线交点与杠杆支脚足尖的距离即为光杠杆臂长。

## 3. 实验报告思考题

(1) 利用光杠杆，把微小测量长度  $\Delta L$  转变成标尺读数  $b$ ，光杠杆的放大率为  $M = 2D/l$ ，根据此式能否以增加  $D$  减小  $l$  来提高放大率，这样做有无好处？有无限度？

$l$  为光杠杆臂长，需要根据平台及管制器凹槽位置进行调整，不能随意减小，但可以通过增加  $D$  来提高放大率。适当这样做可以提高测量灵敏度，但有限度，离得远会使得砝码对标尺读数的影响过于灵敏可能导致读数溢出。

(2) 实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

根据所测量量的粗略大小判断及仪器的量程和分度值来进行判断，使得被测量量的大小在仪器的量程之内同时保证了测量的精度。

(3) 材料拉伸的同时，一般会径向收缩，调研文献，如果同时考虑纵向拉伸和径向收缩，如何定义物理量描述材料的这种性质？

调研文献发现，将材料在单向受拉或受压时，横向正应变与轴向正应变的比值定义为泊松比，来反映材料的纵向拉伸与径向收缩的关系。

## 5. 结论

本实验通过拉伸法及光杠杆的光学放大法来测量金属丝的伸长量，使用最小二乘法对标尺读数与砝码个数进行线性拟合并进行不确定度分析，得到金属丝的弹性模量


为 $1.709(25) \times 10^{11} \text{Pa}$ 。

## 6. 参考文献

- [1]. 用拉伸法测量钢丝的弹性模量. 实验讲义. 2024
- [2]. 测量的不确定度与数据处理方法. 实验讲义. 2024
- [3]. 吴泳华, 霍剑青, 浦其荣. 大学物理实验. 北京: 高等教育出版社, 2005. 11, 137-141

附录: 老师签字的原始数据

张积翔 PB23020595

 **中国科学技术大学**

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA  
Hefei, Anhui, 230026 The People's Republic of China

	加砝码	减砝码	钢丝长 $L(\text{cm})$	镜尺距 $D(\text{cm})$	光杠杆臂长 $l(\text{cm})$	直径 $d(\text{cm})$	仪器误差
$b_0$	-5.85	-5.83	98.45	145.30	7.10	0.298	-0.011
$b_1$	-4.02	-3.92	98.53	145.25	7.11	0.296	
$b_2$	-2.41	-2.28	98.49	145.48		0.292	
$b_3$	-0.70	-0.73				0.299	
$b_4$	0.82	0.78				0.298	
$b_5$	2.25	2.23				0.299	
$b_6$	3.73	3.72					
$b_7$	5.12						

杨 5.27