

На правах рукописи

Пчелинцева Светлана Вячеславовна

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ КИНЕМАТИКИ ПРОМЫШЛЕННЫХ  
МАНИПУЛЯТОРОВ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук



Саратов 2005

Работа выполнена в ГОУ ВПО  
«Саратовский государственный технический университет»

**Научный руководитель:** кандидат технических наук, доцент  
Глазков Виктор Петрович

**Официальные оппоненты:** доктор технических наук, профессор  
Проталинский Олег Мирославович  
кандидат технических наук, доцент  
Петров Дмитрий Юрьевич

**Ведущая организация:** Научно-исследовательский технологический  
институт АООТ «НИТИ-ТЕСАР», г. Саратов

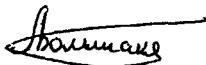
Защита состоится «21» декабря 2005 г. в 12 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 212.242.08 при ГОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет» по адресу: 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77, корп. 2, ауд. 322.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ГОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет».

Отзывы просим направлять по адресу: 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77, Саратовский государственный технический университет.

Автореферат разослан «21» ноября 2005 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Большаков А. А.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Одной из важных задач робототехники является задача о положении и ориентации рабочего органа (РО) манипулятора в пространстве в зависимости от углов и смещений в сочленениях. В частности, при решении задач планирования программных траекторий и управления роботом требуется многократно решать задачи кинематики, причем в масштабе реального времени. В связи с этим количество вычислительных операций приобретает большое значение.

Большой вклад в развитие методов исследования кинематики и динамики роботов внесли известные российские ученые Е. И. Воробьев, С. Ф. Бурдаков, А. А. Кобринский, М. З. Коловский, А. И. Корендясев, Г. Д. Крутько, В. М. Лохин, И. М. Макаров, В. С. Медведев, Г. П. Попов, К. В. Фролов, Ф. Л. Черноусько, Е. И. Юревич, А. С. Ющенко и др., зарубежные ученые К. Фу, К. Ли, Р. Гонсалес и др.

Традиционным (классическим), аппаратом решения задач механики роботов является матричный аппарат, основанный на использовании матриц однородных преобразований  $4 \times 4$ , которые позволяют одновременно описать как вращательное, так и поступательное движение манипуляционной системы. Однако использование направляющих косинусов при описании вращательного движения тела является существенно избыточным. Вместе с тем существует ряд кинематических параметров, позволяющих описывать движение манипулятора как вращательное, так и поступательное, за счет меньшего числа параметров в более компактной форме. Среди них параметры Родрига-Гамильтона (кватернионы), Кейли-Клейна, параметры Эйлера (вектор конечного перемещения) и их дуальные аналоги (бикватернионы, дуальные матрицы направляющих косинусов, винт конечного перемещения). Использование указанных параметров при решении задач механики твердого тела (управление летательными аппаратами, решение задач ориентации и навигации и др.) рассмотрено в работах Ф. М. Диментберга, В. И. Бранца, И. П. Шмыглевского, Е. И. Воробьева, Ю. Н. Челнокова, П. К. Плотнокова, Н. А. Стрелковой, В. В. Маланина и др.

Методы планирования программных траекторий применяются для роботов-манипуляторов с непрерывным (контурным) управлением, когда программная траектория задается в виде дискретной функции времени. В литературе наиболее подробно описаны так называемые методы планирования траектории в пространстве обобщенных координат. Однако они не гарантируют отсутствие немонотонных блуждающих движений в каждом конкретном сочленении манипулятора. В результате выбранный вариант движения может оказаться далеко не самым лучшим и экономным.

При планировании программных траекторий на каждом шаге приходится решать прямую и обратную задачи кинематики. В условиях решения указанных задач в режиме реального времени скорость получения решения особенно важна. Таким образом, важной задачей является разработка эффективных методов решения основных задач кинематики манипуляторов, а также методов планирования программных траекторий.

**Цель и основные задачи диссертационной работы.** Создание (разработка) эффективных методов, математических моделей и алгоритмов решения задач кинематики манипуляторов с использованием различных кинематических параметров (матриц направляющих косинусов, кватернионов, параметров Кейли-Клейна и их дуальных аналогов), оценка вычислительных затрат и снижение вычислительной сложности методов решения задач кинематики манипуляторов. Решение задачи выбора рациональных программных траекторий при планировании траектории движения манипулятора в обобщенных координатах. Разработка эффективных методов планирования траекторий в декартовом пространстве с использованием аппарата бикватернионов.

Для достижения указанной цели поставлены следующие задачи:

- решить прямую (ПЗК) и обратную задачи кинематики (ОЗК) манипулятора с использованием различных кинематических параметров, оценить вычислительные затраты, произвести сравнение методов решения задач кинематики, определить взаимосвязь кинематических параметров между собой;
- разработать методы решения обратной задачи кинематики с использованием аппарата нейронных сетей;
- разработать методику планирования программных траекторий в обобщенных координатах, позволяющую формировать законы изменения обобщенных координат с использованием аппроксимирующих полиномов различных степеней, осуществлять сравнение полученных траекторий исходя из выбранных критериев качества и выбирать наилучшую из имеющихся траекторий движения звеньев манипулятора;
- разработать метод планирования траектории в декартовом пространстве с использованием аппарата бикватернионов, оценить сходимость способа планирования траектории в декартовом пространстве при управлении обобщенными координатами;
- разработать пакет прикладных программ, позволяющий формировать программные траектории в обобщенных и декартовых координатах в соответствии с предложенными моделями, алгоритмами, методикой и методами, выполнить моделирование на примере конкретного манипулятора с шестью степенями вращения типа «ПУМА».

**Методы исследования.** В работе использованы методы описания сферического и пространственного описания движения твердого тела, системный анализ, аппарат нейронных сетей, методы решения задач механики роботов, методы математического моделирования и экспериментальных исследований, программные пакеты Matlab 7.0, Delphi 5.

#### **Научная новизна:**

1. Повышение эффективности решения прямой и обратной задачи кинематики о положении манипулятора с использованием различных кинематических параметров. Произведена оценка вычислительных затрат в сравнении с традиционным матричным аппаратом (однородные матрицы преобразования  $4 \times 4$ ). Предложены способы снижения вычислительной сложности и эффективные методы решения задач кинематики манипулятора.

2. Разработан новый метод решения обратной задачи кинематики (ОЗК) с использованием нейросетевого подхода, позволяющий снизить количество вы-

числительных операций и получать быстрое решение ОЗК, решать задачу управления манипулятором в масштабе реального времени для манипуляторов произвольной структуры (в том числе избыточных манипуляторов, с неортогональным расположением осей и др.).

3. Исследована и определена точность метода решения ОЗК в зависимости от структуры нейронной сети и количества обучающих примеров. Предложены различные структуры НС для решения ОЗК, позволяющие снизить время обучения НС и увеличить точность решения.

4. Разработана методика решения задачи планирования траектории в обобщенных координатах, позволяющая формировать с помощью аппроксимирующих полиномов траектории движения звеньев манипулятора, осуществлять сравнение полученных траекторий по различным критериям и выбирать наилучший вариант из них.

5. Разработан метод планирования программных траекторий в декартовом пространстве с использованием бикватернионного аппарата, позволяющего снизить количество вычислительных операций при формировании самой программной траектории в декартовых координатах и при получении решения ОЗК на каждом шаге.

6. Получена оценка сходимости способа формирования траекторий с ограниченными отклонениями для метода планирования программной траектории в декартовом пространстве при формировании законов изменения обобщенных координат.

7. Разработан пакет прикладных программ, защищенный свидетельством Роспатента на программы для ЭВМ, осуществляющий планирование траекторий по предложенным методам и алгоритмам в декартовом пространстве и пространстве обобщенных координат. Результаты работы демонстрируются на примере манипулятора с шестью степенями подвижности типа «ПУМА» (PUMA-560, РМ-1).

**Достоверность и обоснованность** научных результатов и положений обеспечивается корректностью и строгостью применяемых методов, подтверждением теоретических предпосылок результатами математического моделирования и экспериментальных исследований.

**На защиту выносятся:**

1. Эффективные методы решения задач кинематики манипулятора с использованием различных кинематических параметров, обеспечивающие снижение вычислительной сложности. Оценка и сравнение их с точки зрения вычислительной сложности.

2. Метод решения ОЗК на основе нейросетевого подхода.

3. Точностные оценки нейросетевого решения обратной задачи кинематики в зависимости от количества обучающих примеров и структуры НС.

4. Методика планирования программной траектории манипулятора в пространстве обобщенных координат с получением наилучших из имеющихся в базе данных траекторий движения звеньев манипулятора по выбранному критерию (критериям).

5. Метод планирования траектории в декартовом пространстве, основанный на использовании бикватернионного аппарата.

6. Результаты применения указанных алгоритмов, методов и методик и пакета прикладных программ при описании движения и планирования программных траекторий для манипулятора типа «ПУМА» с 6 вращательными степенями подвижности.

**Практическая ценность** заключается в расширении возможностей математического моделирования, повышении быстродействия решения основных задач механики роботов и, следовательно, управления роботами в режиме реального времени:

- разработанные методы и алгоритмы могут быть использованы как при проектировании новых промышленных роботов (ПР), так и при решении кинематических и динамических задач существующих конструкций ПР, а также для повышения качества управления их движением;

- методы, алгоритмы и программные продукты позволяют использовать их для создания и выбора программных траекторий, наилучших с точки зрения принятых критериев;

- разработанные методы, алгоритмы и пакеты программ внедрены на ряде промышленных предприятий, а также используются в учебном процессе специальности «Роботы и робототехнические системы» СГТУ и представляют интерес для вузов, в учебные планы которых входят дисциплины, связанные с механикой сложных систем и искусственным интеллектом;

- теоретические и экспериментальные исследования, связанные с использованием нейросетевого подхода, могут быть использованы для других технических объектов, а также в смежных отраслях техники.

**Апробация работы** осуществлена на международных научных конференциях «Математические методы в технике и технологиях» (Смоленск, 2001, Кострома, 2003, Ростов н/Д, 2003, Кострома, 2004, Казань, 2005), на Международной конференции «Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении» (Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, 2002), VI Международном симпозиуме «Интеллектуальные системы» (INTELS, Москва – 2004), научных семинарах кафедры «Системы искусственного интеллекта» СГТУ (2002–2005).

**Публикации.** По результатам диссертационной работы соискателем опубликовано 20 печатных работ, в том числе три в изданиях, рекомендуемых ВАК, 1 свидетельство о регистрации программы.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы, приложений. Общий объем диссертации составляет 145 страниц, включая 68 рисунков, 27 таблиц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность работы, научная новизна, практическая значимость исследования.

**В первой главе** приводится обзор трудов по методам решения задач кинематики манипуляторов и методам планирования программных траекторий манипуляторов. Рассмотрены методы описания вращательного и пространственного движения твердого тела. Для описания пространственного движения эффективным средством сокращения объема вычислений является использование ки-

тивным средством сокращения объема вычислений является использование кинематических параметров, основанных на использовании алгебры дуальных чисел: дуальных матриц направляющих косинусов, бикватернионов, дуальных параметров Кейли - Клейна.

Анализ источников показал, что аппарат кватернионов в настоящее время достаточно активно используется в задачах ориентации и навигации при описании и управлении сферическим движением твердого тела (космическая техника, летательные аппараты). Прикладное использование теории кватернионов и их дуальных аналогов при решении задач механики манипуляторов в литературе встречается гораздо реже. Вместе с тем эффективность построения математических моделей движения твердых тел, в частности звеньев манипулятора, может быть существенно повышена за счет выбора метода описания и разработки соответствующего алгоритма.

Поставлены задачи и цели диссертационного исследования.

Вторая глава посвящена разработке эффективных методов и алгоритмов решения задач кинематики манипулятора. Дается оценка вычислительных затрат при решении прямой и обратной задач с использованием различных кинематических параметров. Показана эффективность применения нетрадиционных методов описания на примере решения прямой и обратной задач кинематики для манипулятора типа «ПУМА» (рис. 1) и ряда других типовых конструкций роботов-манипуляторов. Установлена взаимосвязь рассматриваемых параметров, что позволяет при необходимости осуществлять переход от одних кинематических параметров к другим.

В табл. 1 приводится число вычислительных операций, затрачиваемых на умножении двух матриц (основная операция при получении матриц перехода при решении ПЗК) для различных кинематических параметров. Общее число операций сложения рассчитано, с учетом того, что разрядность чисел равна  $n = 16$ , т.е. одно умножение равно 16 операциям сложения. При умножении бикватернионных матриц использован метод ускоренного перемножения кватернионов, который позволил сократить вычислительные затраты примерно в 4-5 раз по сравнению с обычным умножением матриц размерностью  $4 \times 4$ . Для дуальных кинематических параметров, представляющих собой комплексные числа с двойной ( $i^2 = -1$  и  $s^2 = 0$ ) комплексностью, указано также количество вычислительных операций для формы записи, когда комплексность Клиффорда присутствует в явном виде.

Наибольший выигрыш по числу операций дает бикватернионный аппарат. Бикватернионы позволяют сократить количество операций при умножении двух матриц в 4 - 5,6 раза по сравнению с традиционным матричным аппаратом.

Используя особенность дуальных углов, позволяющих одновременно описывать вращение и смещение, можно также уменьшить число кинематических параметров, описывающих переход от одного звена к другому и, соответственно, уменьшить число матриц перехода. Так, при решении ПЗК для манипулятора типа «ПУМА» было рассмотрено два варианта расположения систем координат. В первом случае переход от одной системы координат к другой осуществлялся по схеме Денавита-Хартенберга (рис. 1), во втором - количество элементарных преобразований определялось числом поворотов на дуальные углы (рис. 2).

Таблица 1

Вычислительные затраты для различных кинематических параметров

| Матрицы однородного преобразования 4×4                   | Бикватернионы (бикватернионные матрицы)                 | Дуальные матрицы направляющих косинусов 3×3              |
|--|---|--|
| 64 умножения<br>48 сложений<br>1072 сложения (суммарное) | 10 умножений<br>30 сложений<br>190 сложений (суммарное) | 27 умножений<br>18 сложений<br>450 сложений (суммарное)  |
|  | Комплексность Клиффорда в явном виде                    |  |
|  | 30 умножений<br>90 сложений<br>570 сложений (суммарное) | 81 умножение<br>54 сложения<br>1350 сложений (суммарное) |

По схеме Денавита-Хартенберга количество элементарных преобразований, а соответственно и матриц перехода 4×4 между звеньями равно 24. Количество бикватернионов (бикватернионных матриц), описывающих положение звеньев по схеме, приведенной на рис. 2, будет равно 8. Аппарат бикватернионнов в этом случае позволяет снизить общее количество операций в 3-10 раз. Использование дуальных матриц направляющих косинусов менее эффективно, т.к. снижает общее число операций в 1,14-3 раза.

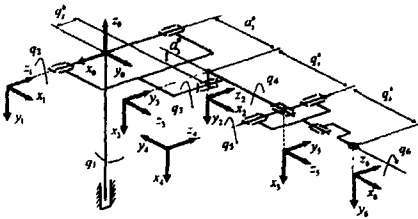


Рис. 1. Расположение систем координат звеньев в соответствии со схемой преобразования Денавита-Хартенберга

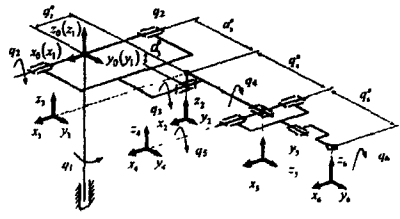


Рис. 2. Расположение систем координат звеньев, в соответствии с последовательностью вращений на дуальные углы

Анализ вычислительной сложности решения ПЗК для ряда других типовых конструкций манипуляторов показал, что аппарат бикватернионов является наиболее эффективным и, в зависимости от кинематической схемы, дает снижение вычислительной сложности не менее чем в 4-6 раз. Использование дуальных матриц направляющих косинусов уменьшает количество вычислительных операций в 1.9-3.2 раза.

Использование бикватернионов при решении ОЗК для манипулятора типа «ПУМА» также является предпочтительным, так как вычислительная сложность формирования исходных данных обратной задачи в бикватернионных параметрах в 3 раза ниже, чем при использовании однородных матриц преобразования. Кроме того, практически отсутствует взаимная зависимость углов  $q_4$ ,  $q_5$  и  $q_6$  в процессе их определения, что также снижает вычислительную сложность и повышает вычислительную надежность.

В диссертационной работе предложен также новый метод решения ОЗК. Метод является комбинированным и основан на использовании аппарата нейронных сетей (НС). Преимущество предлагаемого метода состоит в том, что он позволяет получить быстрое решение ОЗК для манипуляторов любой структуры



за счет существенного снижения количества вычислительных операций. В работе удалось решить вопросы, связанные с выбором структуры НС, количеством обучающих примеров для решения поставленной задачи, оценкой точности решения и др. Решение ОЗК получено для манипулятора типа «ПУМА» с использованием НС прямого распространения. Исследовано влияние структуры и сложности НС, а также количества тренировочных примеров на точность решения и время обучения сети. В экспериментах использована программная реализация НС с различным количеством скрытых слоев и нейронов в них.

Данные для обучения и тестирования НС, включающие обобщенные координаты и соответствующие им координаты захватного устройства, получены решением прямой задачи кинематики. Обучение осуществлялось по алгоритму Левенберга – Маркара. Для обеспечения достоверного анализа экспериментальных данных введена чебышевская метрика от функции распределения (гистограммы) в виде

$$\rho_h(h) = \max_{0 \leq \varepsilon \leq N_{\max}} h(\varepsilon), \quad (1)$$

где  $\rho_h$  – чебышевская метрика,  $h(\varepsilon)$  – функция распределения (гистограмма),  $\varepsilon$  – величина ошибки,  $[0, N_{\max}]$  – диапазон ошибки.



Рис. 3. Зависимость ошибки по положению и времени обучения от количества нейронов скрытом слое

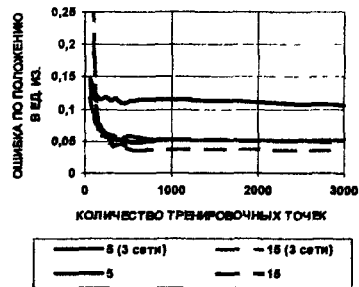


Рис. 4. Зависимость величины ошибки по положению и от количества тренировочных точек (для двух структур НС)

В качестве варьируемых параметров использовались: количество скрытых слоев, число нейронов, составляющих скрытый слой, изменяемое от 5 до 20, и количество точек тренировочного набора, варьируемое от 60 до 3000. При этом фиксировались величины ошибок по положению, углу и время обучения НС. На рис. 3 в качестве примера показана зависимость времени обучения НС и величины ошибки от числа нейронов в скрытом слое. На рис. 4 приведен график сравнительных характеристик двух структур НС, характеризующий преимущество применения НС с “блочной” структурой, использование которой позволило уменьшить количество связей, одновременно повысив точность решения.

Скорость получения решения определяется схемой НС. Вычислительные затраты решения ОЗК для части структур НС представлены в табл. 2. Как уже было отмечено, решение, получаемое посредством нейросетевого подхода, является приближенным. В результате использования НС, например структуры

Таблица 2

Количество вычислительных операций для различных структур НС

| Структура НС                           | Характеристики, н. (нейрон), т. (точка) | Количество син-<br>наптических<br>связей | Ошибка по<br>положению,<br>в ед. из. | Ошибка<br>по углу,<br>рад. | Время<br>обучения,<br>с |
|--|---|--|--------------------------------------|----------------------------|-------------------------|
| НС с одним<br>скрытым слоем            | 15 н., 600 т                            | 90                                       | 0,05017                              | 0,02572                    | 60,85                   |
| Блочная струк-<br>тура                 | 5 н., 600 т                             | 60                                       | 0,06222                              | 0,02751                    | 7,2735                  |
|  | 15 н., 600 т.                           | 180                                      | 0,03562                              | 0,02083                    | 17,1517                 |
| Многослойная<br>НС                     | 12 н., 4 слоя, 1000 т.                  | 504                                      | 0,01245                              | 0,00611                    | 1013                    |
| Структура с<br>корректирую-<br>щими НС | 12 н., 3 корр. сети,<br>1000 т.         | 248                                      | 0,00106                              | 0,00052                    | 303,16                  |

с корректирующими НС, можно достичь точности решения порядка 1 мм при длине манипулятора 2 м. Такая точность для некоторых практических задач может считаться приемлемой. При необходимости она может быть повышена одним из известных методов коррекции.

В третьей главе рассмотрены вопросы решения задачи планирования программных траекторий робота-манипулятора в пространстве обобщенных координат. Предложены методика, алгоритмы и программное обеспечение, позволяющие выбирать рациональную траекторию движения манипулятора. С этой целью в рассмотрение вводится ряд критериев, позволяющих дать количественную оценку полученных траекторий, осуществлять их сравнение по выбранному критерию и выбирать наилучший закон изменения обобщенной координаты для каждого звена манипулятора.

При формировании программных траекторий степеней подвижности манипулятора для плавного перехода РО из начального положения в конечное наиболее удобным является использование полинома или наборов полиномов различных степеней. Степень аппроксимирующих полинома(ов) определяют ограничения, накладываемые на траекторию. Так, в соответствии с заданными положением, скоростью и ускорением в узловых точках, а также положением дополнительных точек, вводимых для обеспечения безопасного движения в окрестности начальной и конечной точек, закон изменения обобщенной координаты может быть описан полиномом 7 степени.

С целью уменьшения степени полинома траектории движения разбивают на участки, каждый из которых интерполируют полиномом более низкой степени. В этом случае необходимы дополнительные условия непрерывности по положению, скорости и ускорению в дополнительных узловых точках. Для аппроксимации законов изменения обобщенных координат, таким образом, возможно использование сочетания полиномов степеней 4-3-4, 3-5-3, 3-3-3-3-3, 5-2-4, 4-2-5. Предварительный анализ результатов показал, что вид функции изменения обобщенной координаты очень сильно зависит от начальных условий и ограничений, и лучшей по выбранному критерию может оказаться любая из рассматриваемых траекторий. Так, в некоторых случаях в зависимости от начальных условий траектории, полученные с помощью полинома 7 степени, несмотря на высокую степень полинома, соответствовали минимальному объему движения.

Предлагаемая в работе методика планирования в обобщенных координатах включает следующие этапы:

1 *Ввод начальных условий.* Задание начальных и конечных значений положения, скорости и ускорения.

2 *Расчет декартовых координат дополнительных узловых точек.* Определение положения и ориентации РО манипулятора в дополнительных точках с учетом направления движения РО и расстояния относительно начальной и конечной узловых точек.

3. *Решение ОЗК.* Определение значений обобщенных координат в узловых точках.

4 *Ввод промежутков времени движения по траектории.* Время движения по участкам траектории выбирается исходя из требуемой скорости в узловых точках, и зависит от характеристик силовых приводов.

5. *Ввод различных видов траектории.* Ввод траекторий степеней 4-3-4, 3-5-3, 3-3-3-3-3, 5-2-4, 4-2-5, 7.

6. *Формирование законов изменения обобщенных координат.* Расчет коэффициентов аппроксимирующих полиномов для каждой обобщенной координаты.

7 *Расчет экстремальных точек.* Определение корней полиномов.

8. *Анализ найденных экстремальных точек.* Исключение из рассмотрения точек экстремума  $t_i$ , которые могут быть отрицательными, комплексными или не попадать на рассматриваемый интервал времени.

9. *Расчет значений обобщенных координат в экстремальных точках.* Проверка полученных значений обобщенных координат с учетом ограничений на диапазон изменения степеней подвижности. В случае выхода обобщенных координат за пределы допустимого диапазона в соответствии с конструктивными ограничениями осуществляется пересчет коэффициентов за счет корректировки начальных условий и положений промежуточных точек.

10. *Проверка траекторий по критериям качества.* Предполагает оценку сформированных траекторий по различным критериям. Один из рассматриваемых критериев - объем движения, определяемый как взвешенная сумма полных изменений  $n$  обобщенных координат:

$$W = \sum_{j=1}^n C_j \left( \sum_{i=0}^n |q_{i+1} - q_i| \right) = \sum_{j=1}^n C_j \int_0^T |\dot{q}_j(t)| dt, \quad (2)$$

где  $C_j$  - весовой коэффициент  $j$  обобщенной координаты.

11 *Вывод результатов в сводную таблицу и выбор лицом, принимающим решения, окончательного варианта траектории.*

В четвертой главе рассматривается разработка метода планирования программной траектории в декартовом пространстве с использованием бикватернионного аппарата, позволяющего снизить количество вычислительных операций. Традиционно используемым аппаратом описания движения манипулятора в рассматриваемом методе являются матрицы однородных преобразований  $4 \times 4$  (3), с помощью которых можно задать положение  $n = [x, y, z]^T$  и ориентацию РО манипулятора. Вместо матрицы  $4 \times 4$  предлагается использовать бикватернионную матрицу (4):

$$A = \begin{bmatrix} C & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $C$  - матрица направляющих косинусов, характеризующая ориентацию РО.

$$M = M + sM^0, \quad (4)$$

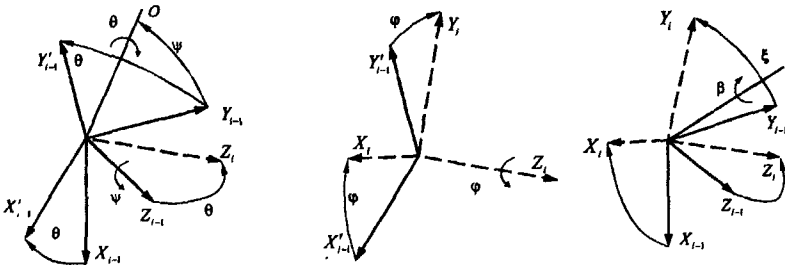
где  $M$  - главная часть бикватернионной матрицы  $M$  (кватернионная матрица вращения),  $M^0$  - моментная часть бикватернионной матрицы  $M$ .

Планируемая программная траектория представляется последовательностью прямолинейных участков в декартовом пространстве, которые определяются узловыми точками. В узловых или опорных точках задаются положение и ориентация РО манипулятора. Переход из одной узловой точки в другую осуществляется за счет вращательного и поступательного движения. Законы изменения декартовых координат РО: координат положения  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  и параметров, характеризующих изменение ориентации, задаются таким образом, чтобы РО двигался по прямолинейным участкам. Для обеспечения непрерывности изменения декартовых координат по скорости при переходе узловой точки до и после точки перехода осуществляется квадратичная аппроксимация декартовых координат. Значения обобщенных координат на каждом шаге определяются из решения ОЗК.

Так, для двух последовательных участков программной траектории  $i$  и  $i+1$  уравнения изменения положения РО манипулятора  $n(t)$  на интервалах линейной и квадратичной интерполяции имеют вид

$$n(t) = n_{i-1} + t' \Delta n_i, \quad t \in [0, T_i - \tau], \quad t' = t/T_i, \\ n(t) = n_i - \frac{(\tau + T_i - t)^2}{4\tau T_i} \Delta n_i + \frac{(\tau - T_i + t)^2}{4\tau T_{i+1}} \Delta n_{i+1}, \quad t \in [T_i - \tau, T_i + \tau], \quad (5)$$

где  $t$ ,  $t'$  - реальное и нормированное время,  $\tau$  - полуинтервал времени квадратичной интерполяции,  $T_i$  - время прохождения  $i$ -го участка.



- а) поворот на угол  $\theta$  вокруг оси  $Y_{i-1}$ , б) поворот на угол  $\phi$  вокруг вектора подхода  $Z_i$ , в) поворот на угол  $\beta$  вокруг оси  $\xi$

Рис. 5. Изменение ориентации РО

Обеспечить требуемую ориентацию РО можно, используя один из существующих способов, осуществляя при переходе из одной узловой точки в дру-

гую два вращения. Первое вращение (6) переводит вектор подхода РО  $Z_{i-1}$  в  $Z_i$  (рис. 5 а, б). Второе вращение (7) осуществляется вокруг вектора подхода РО  $Z_i$ .

$$C_{\psi,\theta}(t') = \begin{bmatrix} S^2\psi V(\theta t') + C(\theta t') & -S\psi C\psi V(\theta t') & C\psi S(\theta t') \\ -S\psi C\psi V(\theta t') & C^2\psi V(\theta t') + C(\theta t') & S\psi S(\theta t') \\ -C\psi S(\theta t') & -S\psi S(\theta t') & C(\theta t') \end{bmatrix}, C_{\varphi}(t') = \begin{bmatrix} C(\varphi t') & -S(\varphi t') & 0 \\ S(\varphi t') & C(\varphi t') & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$C(t') = C_{\psi,\theta}(t') C_{\varphi}(t'), t' \in [0, 1], \quad (7)$$

где  $C_{\psi,\theta}(t')$  - матрица поворота, описывающая вращение на угол  $\theta$  вокруг оси ориентации РО  $Y_{i-1}$ , которая повернута на угол  $\psi$  вокруг вектора подхода  $Z_{i-1}$ ,  $C_{\varphi}(t')$  - матрица, описывающая вращение на угол  $\varphi$  вокруг вектора подхода  $Z_i$ ,  $V(\cdot) = 1 - \cos(\cdot)$ ,  $C(\cdot) = \cos(\cdot)$ ,  $S(\cdot) = \sin(\cdot)$ .

Углы поворотов определяются по известным матрицам ориентации РО в узловых точках. Так, для  $i$ -го участка получим

$$C_{i-1}(t') = [X_{i-1} \ Y_{i-1} \ Z_{i-1}], C_i(t') = [X_i \ Y_i \ Z_i], \psi_i = \arctg \left[ \frac{Y_{i-1} \cdot Z_i}{X_{i-1} \cdot Z_i} \right], -\pi \leq \psi_i \leq \pi, \\ \varphi_i = \arctg \left[ \frac{S\varphi_i}{C\varphi_i} \right], -\pi \leq \varphi_i \leq \pi, \theta_i = \arctg \left[ \frac{[(X_{i-1} \cdot Z_i)^2 + (Y_{i-1} \cdot Z_i)^2]^{1/2}}{Z_{i-1} \cdot Z_i} \right], 0 \leq \theta_i \leq \pi,$$

$$S\varphi_i = -S\psi_i C\psi_i V(\theta_i t')(X_{i-1} \cdot X_i) + [C^2\psi_i V(\theta_i t') + C(\theta_i t')](Y_{i-1} \cdot X_i) - S\psi_i S(\theta_i t')(Z_{i-1} \cdot X_i), \quad (8)$$

$$C\varphi_i = -C\psi_i C\psi_i V(\theta_i t')(X_{i-1} \cdot Z_i) + [C^2\psi_i V(\theta_i t') + C(\theta_i t')](X_{i-1} \cdot Z_i) - S\psi_i S(\theta_i t')(Z_{i-1} \cdot Y_i)$$

При использовании аппарата бикватернионов изменение ориентации можно описать в более простой форме с использованием одного кватерниона вращения (главной части бикватерниона). Значения угла поворота можно определить, зная бикватернионные матрицы ориентации в узловых точках. Так, изменение ориентации РО при переходе от одной узловой точки к другой можно описать одним кватернионом вращения  $\mu$  (9) на угол  $\beta$  вокруг оси  $\xi$ , расположенной под углами  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  к координатным осям  $X, Y, Z$  (рис. 5 в).

$$\mu = \cos \frac{\beta}{2} + i_1 \sin \frac{\beta}{2} \cos \gamma_1 + i_2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \gamma_2 + i_3 \sin \frac{\beta}{2} \cos \gamma_3 = \cos \frac{\beta}{2} + a i_1 \sin \frac{\beta}{2} + b i_2 \sin \frac{\beta}{2} + c i_3 \sin \frac{\beta}{2} \quad (9)$$

Угол поворота  $\beta$  и положение оси  $\xi$  вращения для каждого участка траектории можно определить через кватернионные матрицы, характеризующие положение манипулятора в узловых точках:

$$M_i = M_{i-1} M \Rightarrow M = M_{i-1}^{-1} M_i = M(\xi, \beta_i),$$

$$\beta_i = 2 \arctg \left( \frac{\sin \beta_i / 2}{\cos \beta_i / 2} \right) = 2 \arctg \left( \frac{\sqrt{1 - \mu_0^2}}{\mu_0} \right), a = \frac{\mu_1}{\sin \beta_i / 2}, b = \frac{\mu_2}{\sin \beta_i / 2}, c = \frac{\mu_3}{\sin \beta_i / 2}. \quad (10)$$

Законы изменения ориентации РО манипулятора на линейном и квадратичном интервалах для  $i$ -го и  $i+1$ -го участков при использовании двух поворотов имеют вид

$$C(t) = C[\psi_i, -\theta_i t'] C[-\varphi_i t'], t' = t/T_i, t \in [0, T_i - \tau]. \quad (11a)$$

$$C(t) = C_i C \left[ \psi(t), -\frac{(\tau + T_i - t)^2}{4\tau T_i} \theta_i \right] C \left[ \psi(t), \frac{(\tau - T_i + t)^2}{4\tau T_i} \theta_{i+1} \right] C \left[ -\frac{(\tau + T_i - t)^2}{4\tau T_{i+1}} \varphi_i \right] C \left[ \frac{(\tau - T_i + t)^2}{4\tau T_{i+1}} \varphi_{i+1} \right], \quad (116)$$

$$\psi(t) = \psi_i + (\psi_{i+1} - \psi_i) t', \quad t' = (t + \tau) / 2\tau, \quad t \in [T_i - \tau, T_i + \tau],$$

где  $C_i$  - матрица направляющих косинусов, характеризующая ориентацию РО манипулятора в конечной точке  $i$ -го участка,  $\varphi_i, \theta_i$  - углы вращения для обеспечения требуемой ориентации РО в конечной точке  $i$ -го участка.

Аналогичные уравнения линейной и квадратичной аппроксимации для двух соседних участков  $i$  и  $i+1$  в бикватернионных параметрах имеют вид

$$M(t) = M_i M [\xi_i, -\beta_i, t'], \quad t' = t / T_i, \quad t \in [0, T_i - \tau],$$

$$M(t) = M_i M \left[ \xi_i, -\frac{(\tau + T_i - t)^2}{4\tau T_i} \beta_i \right] M \left[ \xi_{i+1}, \frac{(\tau - T_i + t)^2}{4\tau T_{i+1}} \beta_{i+1} \right], \quad t' = t / 2\tau, \quad t \in [T_i - \tau, T_i + \tau], \quad (12)$$

где  $M_i$  - главная часть бикватернионной матрицы (кватернионная матрица), характеризующая ориентацию манипулятора в конечной точке  $i$ -го участка,  $\xi_i$  - ось вращения на угол поворота  $\beta_i$  для  $i$ -го участка,  $t'$  - нормированное время.

Применение бикватернионного аппарата в рассматриваемом методе планирования траектории позволило: 1) уменьшить число параметров, изменяющих ориентацию РО; 2) снизить вычислительную сложность метода на основе уменьшения числа перемножаемых матриц при получении матрицы положения и ориентации РО на каждом шаге в 5-6 раз по сравнению с умножением матриц однородного преобразования координат. Кроме того, при решении ОЗК в бикватернионных параметрах требуется меньшее количество операций. Предлагаемое использование НС при решении ОЗК в каждой точке программной траектории также позволяет существенно снизить вычислительную сложность указанного метода планирования программных траекторий.

В главе рассмотрен и реализован метод планирования программных траекторий с ограниченными отклонениями, основанный на управлении обобщенными координатами. Данный метод является одним из способов планирования в декартовом пространстве, в котором, в отличие от вышеизложенного метода планирования, задание движения и управление осуществляется в пространстве обобщенных координат. Специфика метода состоит в том, что он включает предварительный этап, позволяющий получить дополнительные множества узловых точек с учетом максимально допустимых отклонений по положению и по ориентации. Метод требует меньших вычислительных затрат, но при этом положение РО манипулятора в пространстве определено с точностью до задаваемых предельных отклонений.

В пятой главе описано компьютерное моделирование разработанных методик и алгоритмов планирования программных траекторий для манипулятора типа «ПУМА», которое производилось с использованием программных пакетов Matlab 7.0, Delphi 5.

Вначале приводятся результаты планирования программных траекторий в обобщенных координатах. В качестве примера рассмотрена задача переноса объекта с одной горизонтальной поверхности на другую.

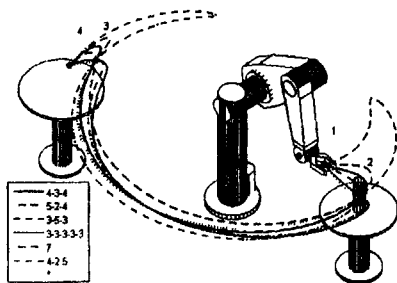


Рис. 6 Траектории движения РО манипулятора в соответствии с видом полиномиальной аппроксимации

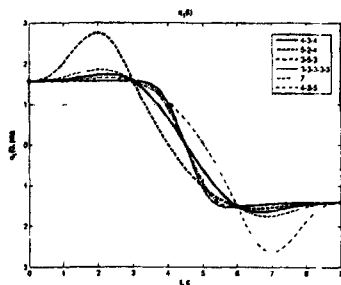


Рис. 7. Законы изменения первой степени подвижности  $q_1(t)$

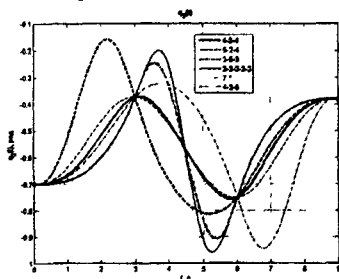


Рис. 8. Законы изменения 2 степени подвижности  $q_2(t)$

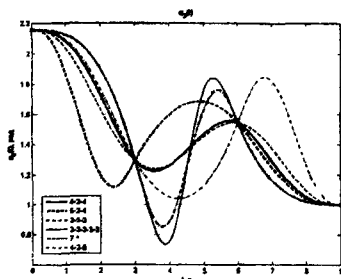


Рис. 9. Законы изменения третьей степени подвижности  $q_3(t)$

На рис. 6 показано расположение узловых точек и вид полученных траекторий РО манипулятора. На рис. 7-9 приведены законы изменения обобщенных координат для трех степеней подвижности манипулятора для различных видов аппроксимации программных траекторий. Результаты компьютерного моделирования сведены в табл. 3.

Легко видеть, что по критерию объема движения для звена 1 наилучшей является полиномиальная аппроксимация 3-5-3, для второй и третьей степеней подвижности — аппроксимация полиномом 7 степени. Значения коэффициентов при степенях подвижности выбраны таким образом, чтобы приращения по каждой обобщенной координате приводили к одинаковым приращениям координат схвата в декартовом пространстве ( $C_1 = 0.34$ ,  $C_2 = 1$ ,  $C_3 = 0.99$ ). Для выполнения заданного движения лучшим по критерию объема движения является использование аппроксимации вида 3-5-3, 7, 7, 3-5-3, 7, 3-5-3 для 1, 2, 3, 4, 5 и 6 степеней соответственно, либо, если применять один вид наборов полиномов, лучшим является использование аппроксимации полиномами степеней 4-3-4.

Далее приведены результаты планирования траектории в декартовом пространстве. Выбраны технологические операции сварки с заданной траекторией движения и изменением ориентации и переноса объекта.

Таблица 3

Характеристики траекторий движения обобщенных координат

| Характеристики (критерии)  | Вид аппроксимирующих полиномов |         |               |           |               |         |               |
|--|--------------------------------|---------|---------------|-----------|---------------|---------|---------------|
|  | 4-3-4                          | 5-2-4   | 3-5-3         | 3-3-3-3-3 | 7             | 4-2-5   | 3-5-3, 7 *    |
| 1  | 2                              | 3       | 4             | 5         | 6             | 7       | 8             |
| Объем движения, рад<br>$C_1 = 0.34, C_2 = 1, C_3 = 0.99$               |                                |         |               |           |               |         |               |
| $W_1$  | 1.2790                         | 1.9117  | <b>1.0902</b> | 1.0944    | 1.4285        | 1.8967  | 1.0902(3)     |
| $W_2$  | 1.0794                         | 1.6128  | 1.6277        | 1.8196    | <b>1.0641</b> | 1.5460  | 1.0641(5)     |
| $W_3$  | 1.8192                         | 2.2933  | 2.9747        | 3.3699    | <b>1.7658</b> | 2.7700  | 1.7658(5)     |
| $W_{11}$   | 4.1775                         | 5.8177  | 5.6927        | 6.2840    | 4.2583        | 6.2128  | <b>3.9201</b> |
| $C_1 = 0.34, C_2 = 1, C_3 = 0.99$<br>$C_4 = C_5 = C_6 = 1$<br>$W_{16}$ | 7.4230                         | 10.4136 | 9.4452        | 10.2955   | 7.7144        | 11.0833 | <b>6.9823</b> |

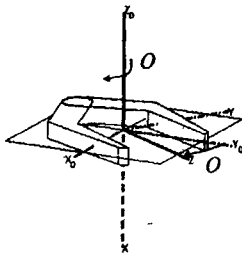
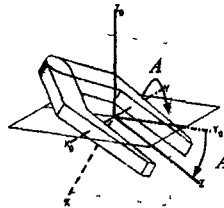
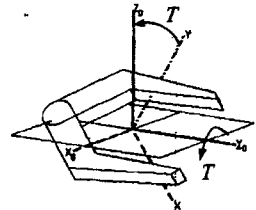
а)  $O = -30^\circ$ б)  $A = 30^\circ$ в)  $T = 40^\circ$ 

Рис. 10. Углы ориентации РО манипулятора

Траектория движения горелки (сварочный шов) представляет собой окружность диаметром 360 мм. Окружность задается 20 прямолинейными участками (рис. 11). Здесь и далее узловые точки выделены маркером в виде крестика. Диапазон изменения углов, задающих ориентацию РО (рис. 10) в узловых точках следующий: угол ориентации  $O = -54^\circ$  и угол инструмента  $T = 0$  были постоянны, угол высоты  $A$  менялся от 0 до  $25^\circ$  и от  $25^\circ$  до 0. Общее время движения 1 мин 40 с (по 5 с на каждом участке).

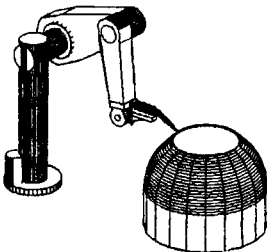


Рис. 11. Пространственная траектория движения РО манипулятора

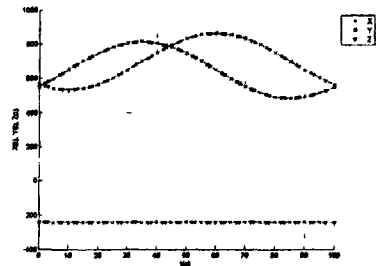


Рис. 12. Законы изменения декартовых координат РО



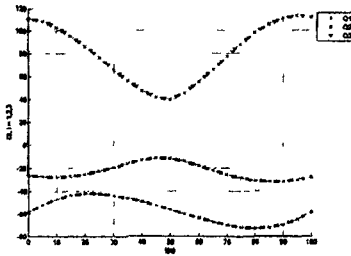


Рис. 13. Изменение обобщенных координат манипулятора для первых трех звеньев

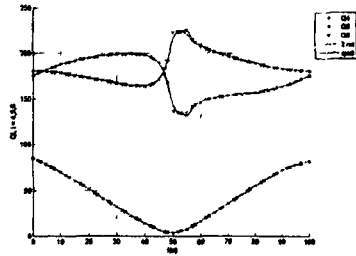


Рис. 14. Изменение обобщенных координат манипулятора для ориентирующих степеней подвижности

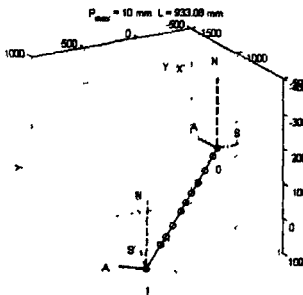


Рис. 15. Разбиение прямолинейного участка  $L = 933.01$  мм и  $\delta P_{\max} = 10$  мм

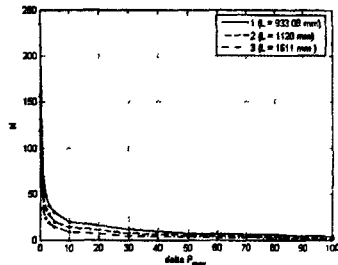


Рис. 16. Зависимость числа точек разбиения от значения максимально допустимого отклонения по положению

Результаты математического моделирования формирования программной траектории в декартовом пространстве с использованием бикватернионного аппарата приведены на рис. 12-14. На графиках рис. 12 приведены законы изменения положения РО манипулятора. В соответствии с заданными законами изменения декартовых координат на рис. 13, 14 показано изменение во времени обобщенных координат шестизвездного манипулятора.

Приведены результаты исследования и оценка сходимости метода планирования программных траекторий в декартовом пространстве при формировании дополнительного набора узловых точек для различных значений максимально допустимых отклонений РО по ориентации и по положению при варьировании величинами длины участка и угла поворота кватерниона вращения.

На рис. 15 в качестве примера приведены результаты разбиения прямолинейного участка длиной  $L = 933.01$  мм и углом изменения ориентации РО  $\theta = 1.06$  рад для манипулятора типа "ГУМА" и получены наборы дополнительных точек, отмеченные кружками, при максимально допустимых отклонениях по положению  $\delta P_{\max} = 10$  мм и по ориентации  $\delta \theta_{\max} = 0.1$  рад. В результате получено 9 дополнительных точек, для нахождения каждой из которых потребова-

лось не более трех итераций. При  $\delta P_{\max} = 1$  мм было получено 35 дополнительных точек и максимальное число итераций для нахождения точки не превышало 4. Отклонение по ориентации на первой итерации не превышало заданного максимально допустимого отклонения.

При увеличении угла ориентации, т.е. при рассмотрении участка длиной  $L = 1076$  мм и углом изменения ориентации РО  $\theta = 2.01$  рад при  $\delta P_{\max} = 50$  мм и  $\delta \theta_{\max} = 0.01$  рад количество точек разбиения увеличилось с 4 до 19. Число итераций для нахождения каждой точки не превышало 3.

На рис. 16 приведена зависимость количества точек разбиения  $N$  для прямолинейных участков различной длины (от 300 мм до 1500 мм) при варьировании значениями максимально допустимых отклонений от 0.1 мм до

Разработанные методы и алгоритмы планирования программных траекторий были использованы при разработке методики программирования сварочного робота «Arg-Js» в ЗАО «АП Саратовский завод резервуарных металлоконструкций». Предложенные методы моделирования кинематики манипулятора используются в совместном с компанией «Hewlett-Packard» проекте по внедрению в учебный процесс дистанционного обучения и контроля знаний при разработке курса «Робототехника».

**В заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы:

1. Решены кинематические задачи о положении манипулятора (прямая и обратная) с использованием различных кинематических параметров для различных типовых схем манипуляторов и для манипулятора типа «ПУМА» с 6 вращательными степенями подвижности. Оценены вычислительные затраты методов. Предложены эффективные методы описания пространственного движения манипуляторов, позволяющие эффективно описывать пространственное движение манипулятора и снизить вычислительную сложность.

2. Разработан метод решения обратной задачи кинематики с использованием нейросетевого подхода, позволяющий находить решение обратной задачи кинематики для манипулятора сложной структуры, для которого получение решения в аналитическом виде затруднительно либо невозможно. Предлагаемый метод позволяет получить быстрое приближенное решение ОЗК. При необходимости оно может быть уточнено с использованием других методов. Для этой цели в работе предложен комбинированный метод, достоинством которого является получение решения заданной точности при малом числе итераций.

3. Приведены точностные оценки нейросетевого решения обратной задачи кинематики в зависимости от структуры и сложности нейронной сети и количества тренировочных примеров на примере манипулятора типа «ПУМА» с вращательными степенями подвижности.

4. Разработана методика выбора рациональной программной траектории при планировании траектории манипулятора в обобщенных координатах, позволяющая выбирать траекторию движения РО манипулятора из числа формируемых траекторий в соответствии с выбранным критерием (критериями).

5. Реализованы алгоритмы метода планирования программных траекторий манипуляторов в декартовом пространстве, основанные на использовании аппа-

рата бикватернионов, позволяющего задать движение с меньшим количеством вычислительных затрат.

6. Проведено математическое моделирование движения манипулятора на примере манипулятора типа «ПУМА» по заданным программным траекториям, планируемыми в пространстве обобщенных координат и в декартовом пространстве.

7. Разработан пакет прикладных программ, позволяющий осуществлять операции над гиперкомплексными числами, числами с комплексностью Клиффорда (дуальными числами); различными кинематическими параметрами описания сферического и пространственного движения манипуляционных систем: кватернионами, кватернионными матрицами, параметрами Кейли-Клейна, матрицами направляющих косинусов и их дуальными аналогами, а также переходить от одних параметров к другим.

В работе показана эффективность и практическая применимость предлагаемых методов и алгоритмов решения задач кинематики и планирования программных траекторий манипуляторов.

**Основное содержание диссертационной работы отражено в следующих публикациях:**

1. Пчелинцева С. В. Снижение вычислительной сложности в задачах кинематики манипулятора / В. П. Глазков, С. В. Пчелинцева // Проблемы управления и связи: материалы Междунар. науч.-техн. конф./ СГТУ. – Саратов, 2000. – С. 64–68.

2. Пчелинцева С. В. Применение нейронной сети для решения обратной задачи кинематики манипулятора / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Математические методы в технике и технологиях: материалы Междунар. науч. конф./ СФМЭИ. – Смоленск, 2001. – С. 186.

3. Пчелинцева С. В. Оптимизация структуры нейронной сети для решения обратной задачи кинематики манипулятора / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Математические методы в технике и технологиях: сб. трудов XV Междунар. науч. конф./ ТГТУ. – Тамбов, 2002. – Т. 5. – С. 22–26.

4. Пчелинцева С. В. Итерационное уточнение нейросетевого решения обратной задачи кинематики / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Математические методы в технике и технологиях: сб. трудов XV Междунар. науч. конф./ ТГТУ. – Тамбов, 2002. – Т. 5. – С. 27–31.

5. Пчелинцева С. В. Методы решения обратной задачи кинематики / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: материалы Междунар. конф./ ИПТМУ. – Саратов, 2002. – С. 202–203.

6. Пчелинцева С. В. Об оптимизации программных траекторий движения манипулятора / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: материалы Междунар. конф./ ИПТМУ. – Саратов, 2002. – С. 203–204.

7. Пчелинцева С. В. Способ отслеживания траектории в процессе автоматической сварки деталей / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: материалы Междунар. конф./ ИПТМУ. – Саратов, 2002. – С. 201.

8. Пчелинцева С. В. Исследование динамики манипулятора с учетом нелинейностей и взаимовлияния степеней подвижности / В. П. Глазков, Д. С. Костромин, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Математические методы в технике и технологиях: сб. трудов XVI Междунар. науч. конф./ ГОУ РГАСХМ. – Ростов н/Д, 2003. – Т. 5. – С. 198–200.

9. Пчелинцева С. В. Проектирование состава бетонной смеси при помощи нейронной сети / В. П. Глазков, Ю. Г. Иващенко, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Математические ме-

тоды в технике и технологиях – ММТТ-17: сб. трудов XVII Междунар. науч. конф./ – Кострома, 2004. – Т. 5. – С.422-424.

10. Пчелинцева С. В. Точностные оценки неросетового решения обратной задачи матики манипулятора / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Мехатрон томатизация, управление. – 2003.– №11. С.12-18.

11. Пчелинцева С. В. Итерационное уточнение нейросетового решения обратной задачи кинематики манипулятора / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2005.– №4. С.15-17.

12. Определение количества химических добавок в бетонной смеси с использованием искусственных нейронных сетей/ Ю. Г. Иващенко, В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Интеллектуальные системы: Труды 6 Междунар. симпозиума. – М.: РУСАКИ, 2004. – С.422–424.

13. Пчелинцева С. В. О планировании траектории движения манипулятора в декартовом пространстве / В. П. Глазков, С. В. Пчелинцева // Электротехнические комплексы и силовая электроника. Анализ, синтез, и управление: межвуз. науч. сб. / СГТУ. – Саратов, 2005. – С.87-93.

14. Пчелинцева С. В. О разработке программных траекторий движения манипулятора в пространстве обобщенных координат / В. П. Глазков, С. В. Пчелинцева, И. В. Егоров // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-18: сб. трудов XVIII Междунар. науч. конф./ КГТУ. – Казань, 2005. – Т. 5. – С. 78-81.

15. Пчелинцева С. В. Планирование траектории манипулятора с использованием нейронной сети прямого распространения / В. П. Глазков, С. В. Пчелинцева, И. В. Егоров // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-18: сб. трудов XVIII Междунар. науч. конф./ КГТУ. – Казань, 2005. – Т. 5. – С.76-78.

16. Пчелинцева С. В. О снижении вычислительной сложности при разработке программных траекторий движения манипулятора / В. П. Глазков, С. В. Пчелинцева, И. В. Егоров // Аналитическая теория автоматического управления и ее приложения: труды 2-й Междунар. науч. конф./ СГТУ. – Саратов, 2005. – С.206-209.

17. Пчелинцева С. В. Планирование программных траекторий роботов-манипуляторов / В. П. Глазков, С. В. Пчелинцева, И. В. Егоров; Госрегистрация в Роспатенте № 2005612341 от 09.09.2005.

18. Пчелинцева С. В. Оценка эффективности методов описания движения роботов – манипуляторов / С. В. Пчелинцева; Саратов. гос. техн. ун-т. – Саратов, 2005. – 48 с. – Библиогр. с. 34-35. – Деп. в ВИНТИ 20.11.2005.

19. Пчелинцева С. В. Метод снижения динамической ошибки при непрерывном управлении роботом / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2005.– №11. С.14-17.

20. Пчелинцева С. В. Оценка вычислительной сложности решения прямой задачи кинематики для различных методов описания пространственного движения / В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева// Информационные технологии в науке, производстве и социальной сфере: сб. науч. труд. / ИПТМУ. – Саратов, 2005. – С.53-55.

21. Пчелинцева С. В. Распознавание пространственных объектов с применением нейронных сетей на основе восстановления пространственных координат сцены с лазерной подсветкой/ В. П. Глазков, И. В. Егоров, С. В. Пчелинцева // Информационные технологии в науке, производстве и социальной сфере: сб. науч. труд. / ИПТМУ. – Саратов, 2005. – С.55-59.

Лицензия ИД № 06268 от 14 11 01

Подписано в печать 15 11 05

Бум тип

Тираж 100 экз.

Саратовский государственный технический университет

410054, Саратов, Политехническая ул., 77

Отпечатано в РИЦ СГТУ 410054, Саратов, Политехническая ул., 77

Усл. печ.л. 1,16

Заказ 414

Формат 60х84 1/16

Уч.-изд.л. 1,0

Бесплатно