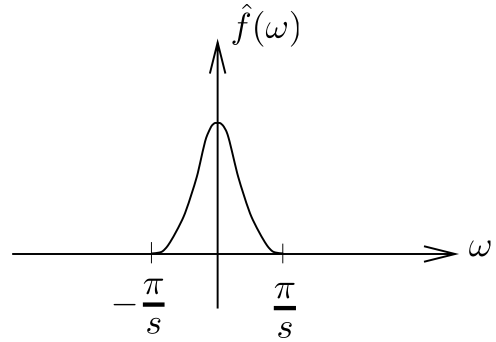
IMN-359

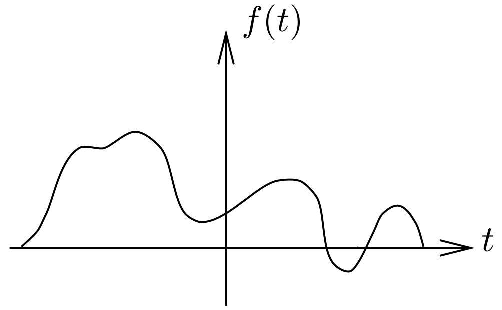
Cours

Rappels Fourier et limites de Fourier

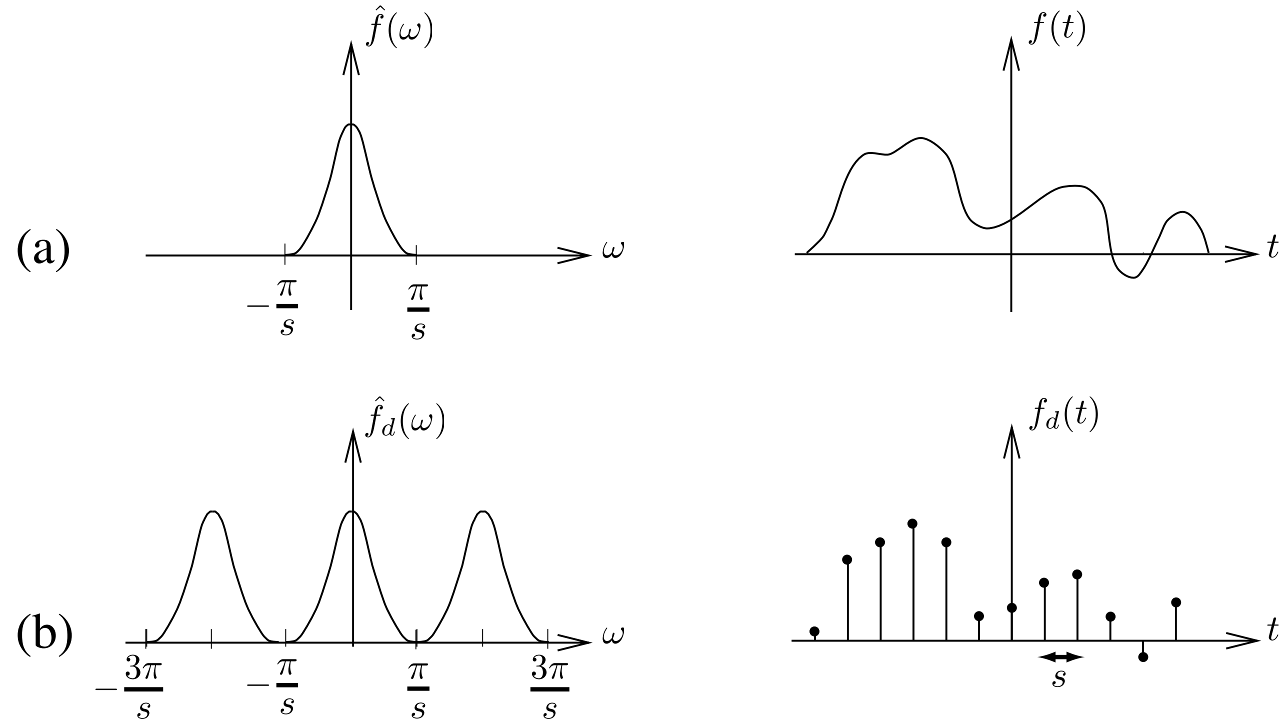
Échantillonnage

(a)

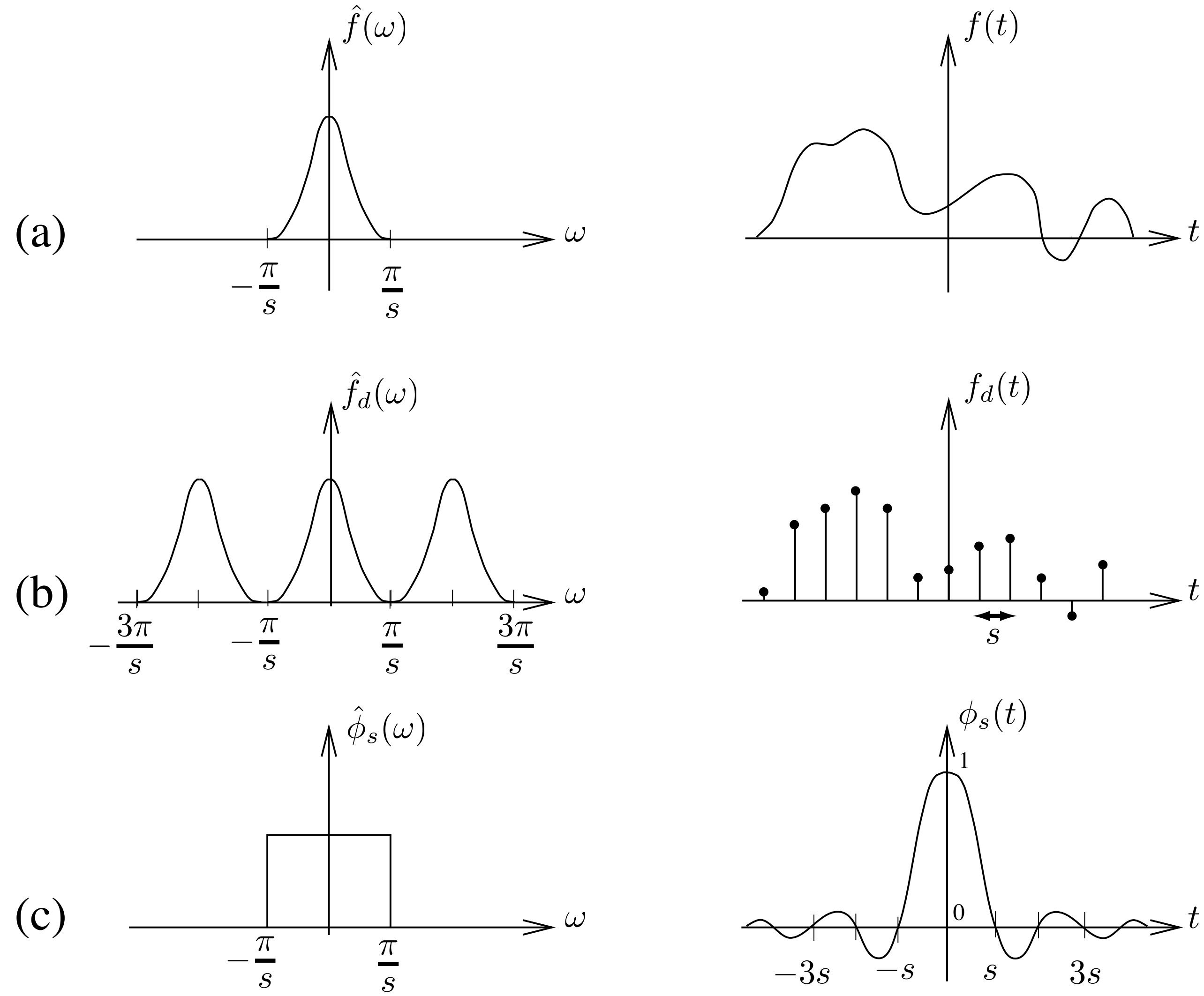




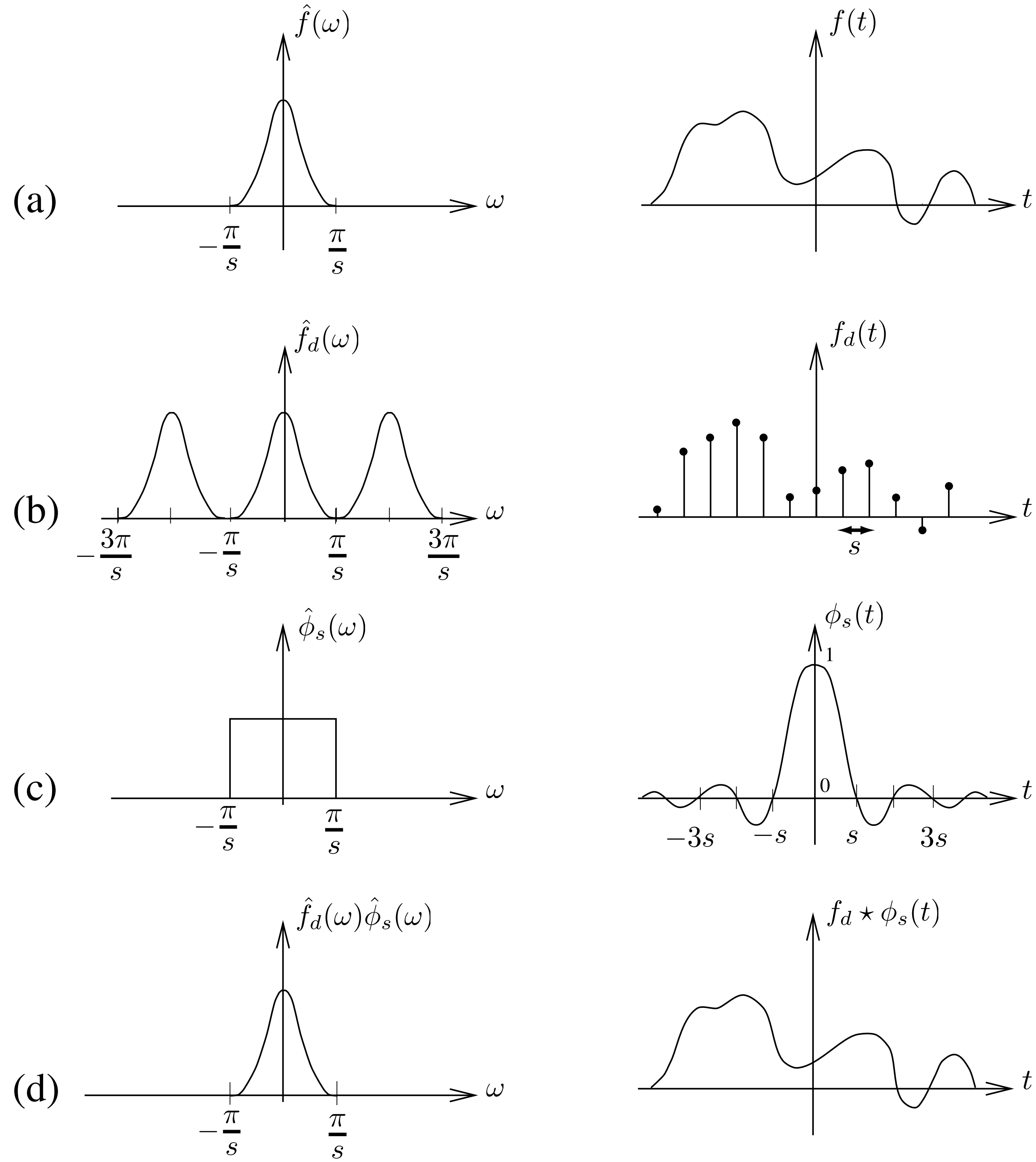
Échantillonnage



Échantillonnage



Échantillonnage

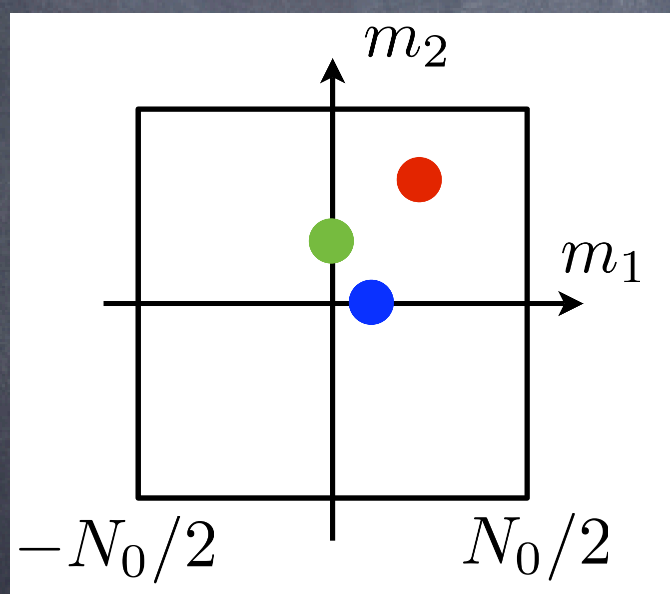


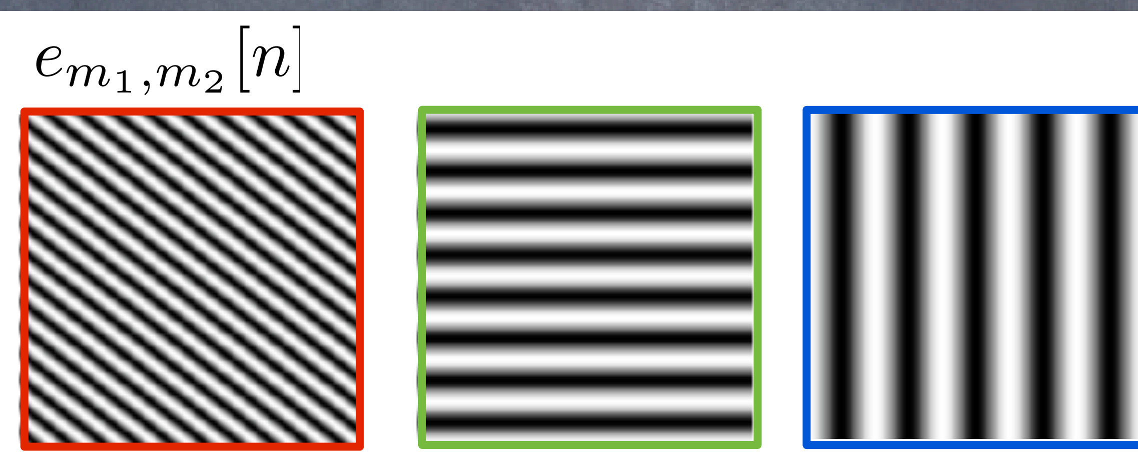
2D discrete Fourier Basis

2D discrete Fourier basis: $N = N_0 \times N_0$ pixels

$$e_m[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{\frac{2i\pi}{N_0} m_1 n_1 + \frac{2i\pi}{N_0} m_2 n_2} = e_{m_1}[n_1] e_{m_2}[n_2]$$

Frequency $m = (m_1, m_2) \in \{0, \ldots, N_0 - 1\} \times \{0, \ldots, N_0 - 1\}$



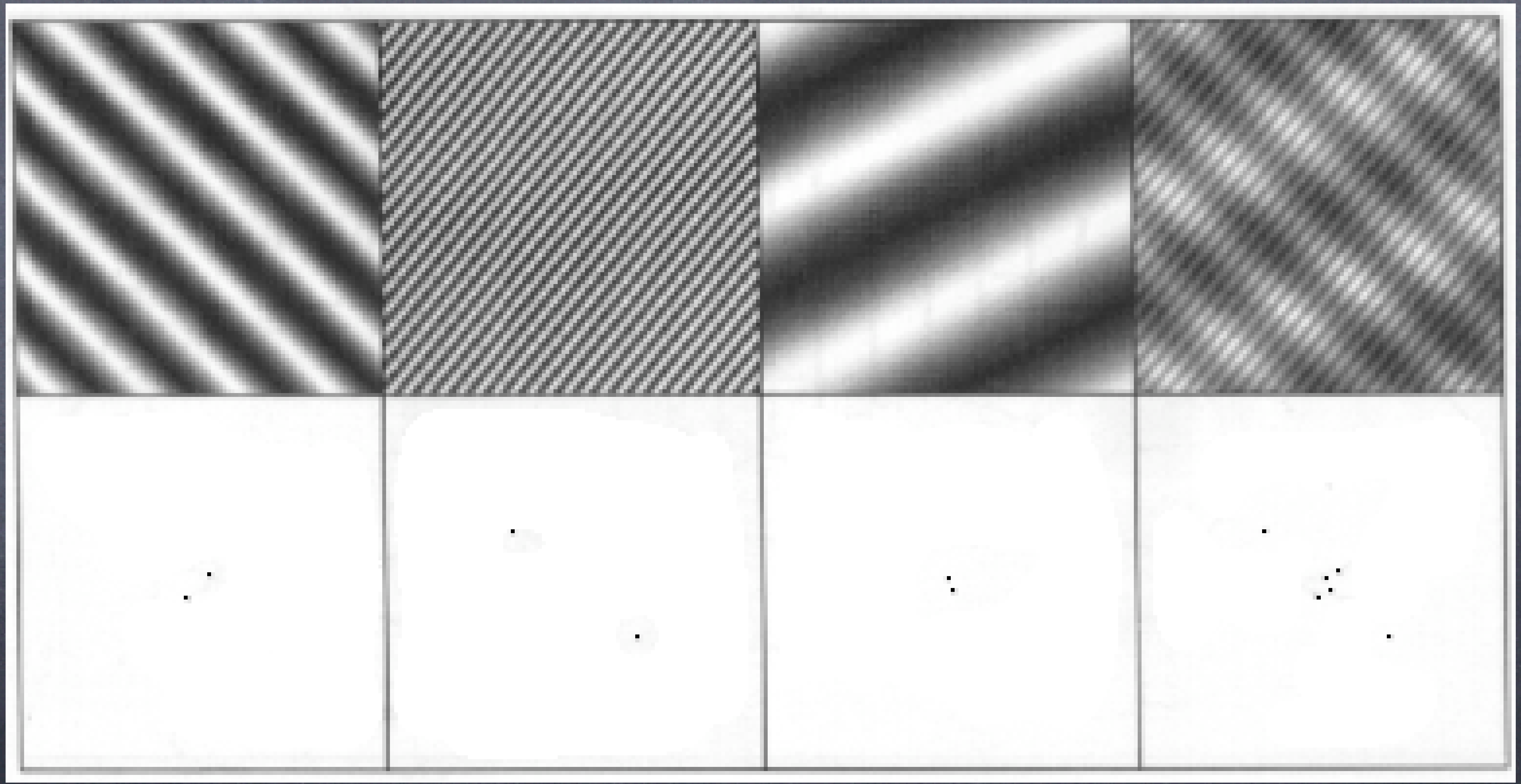


$(m_1, m_2)^\perp$ = orientation.

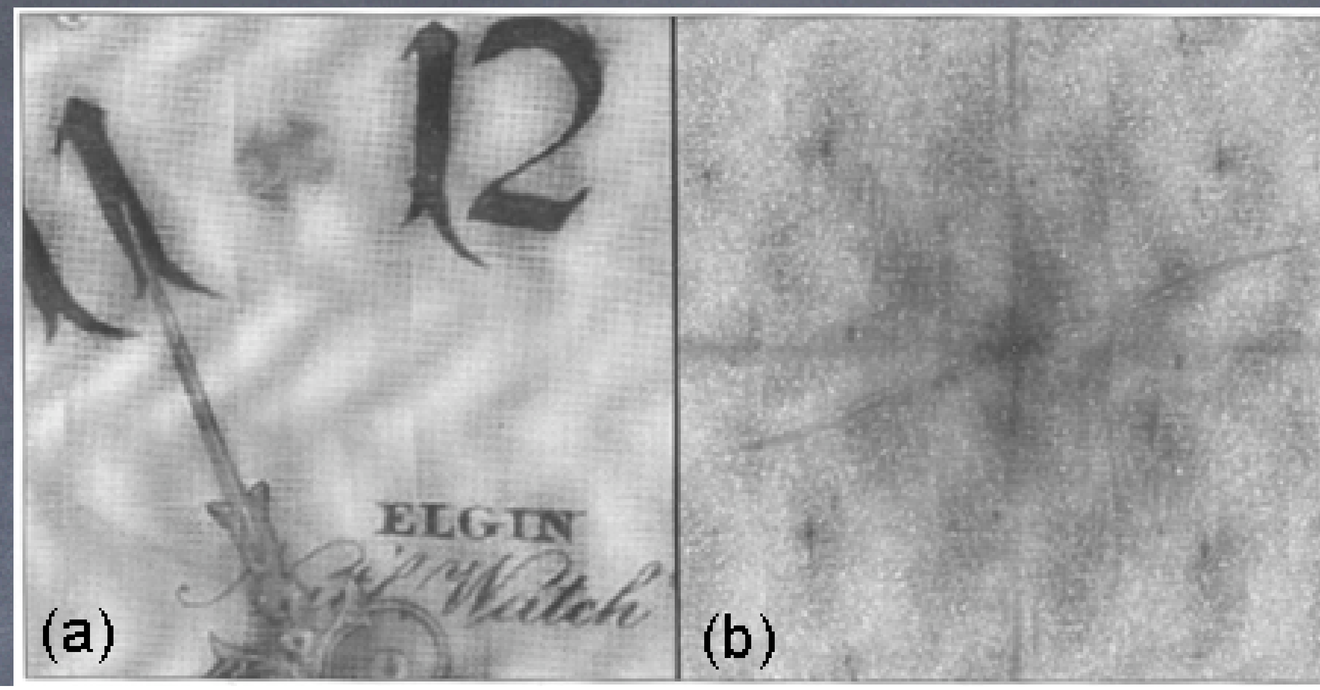
[Peyré, Numerical Tour of Signal Processing]

Images

T.F. des
Images



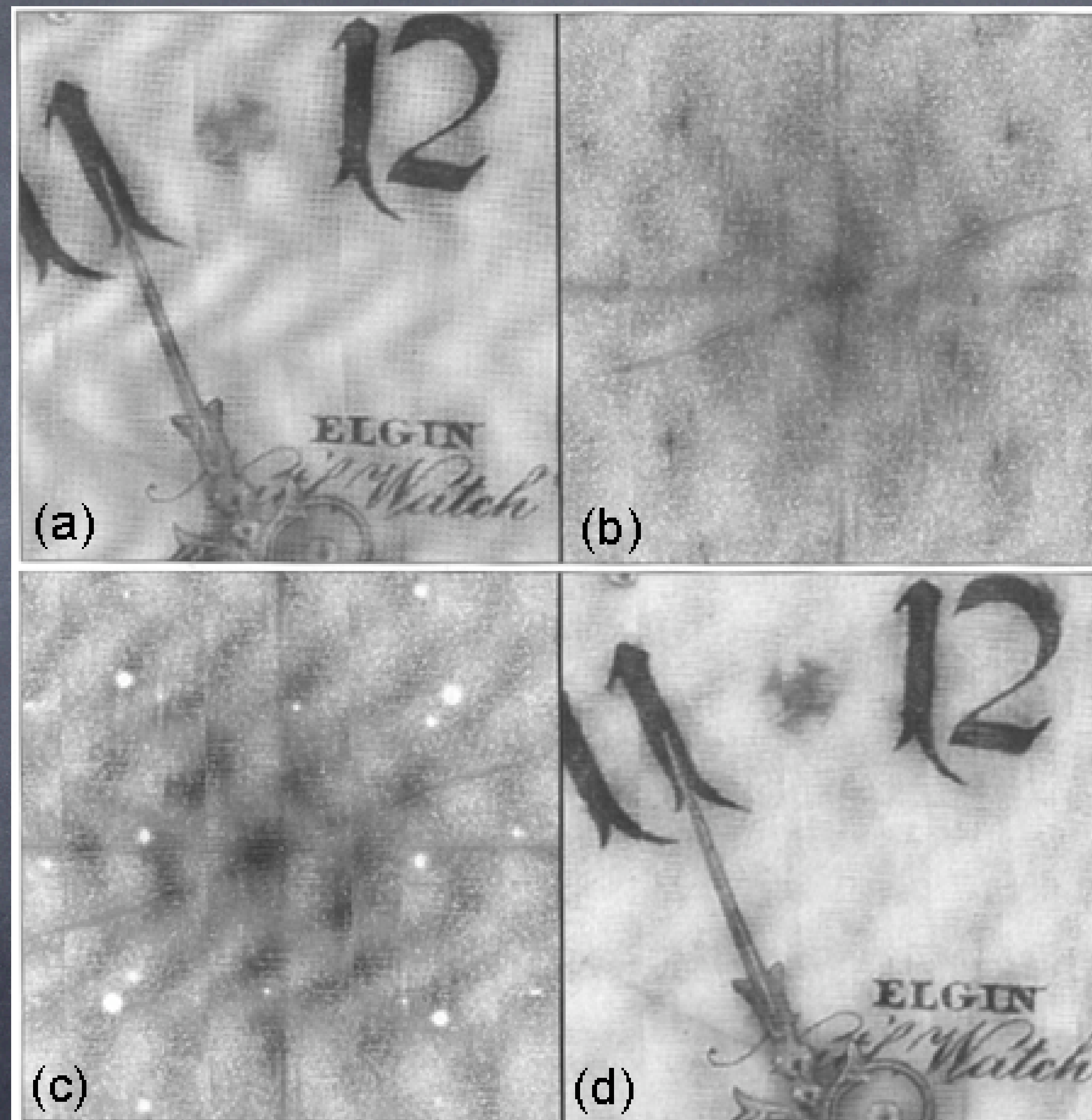
Photocopie originale



T.F.
On voit les étoiles!

Photocopie originale

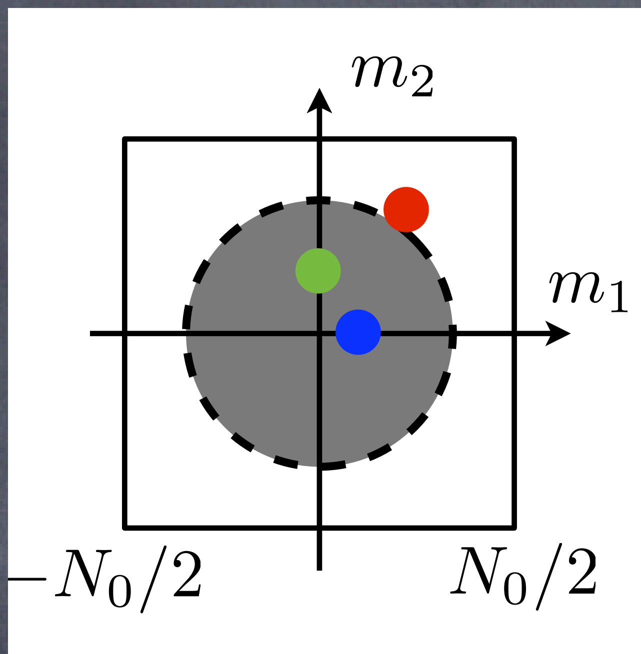
T.F.
On voit les étoiles!

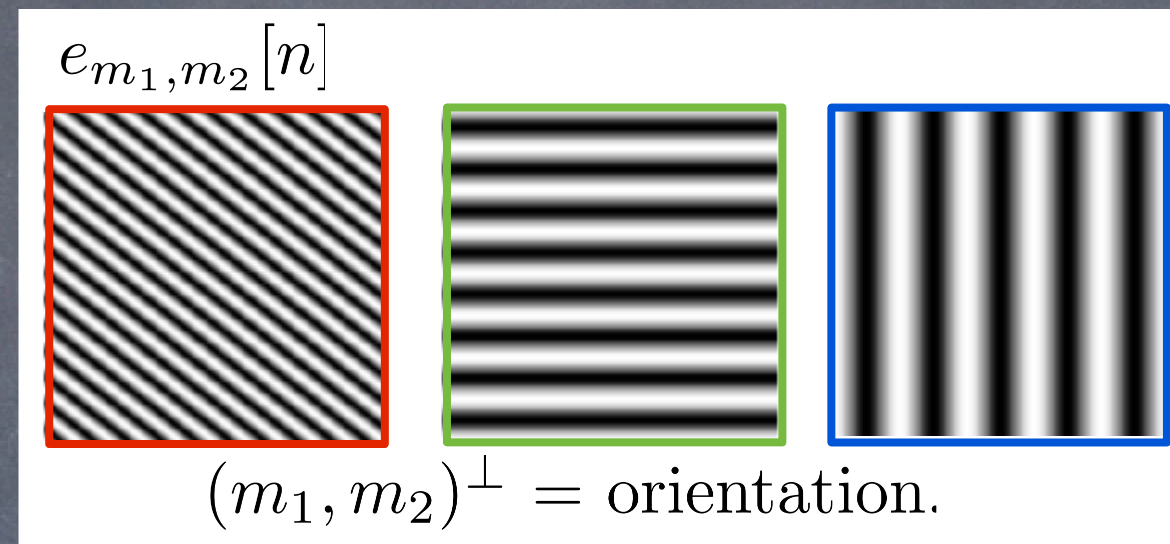


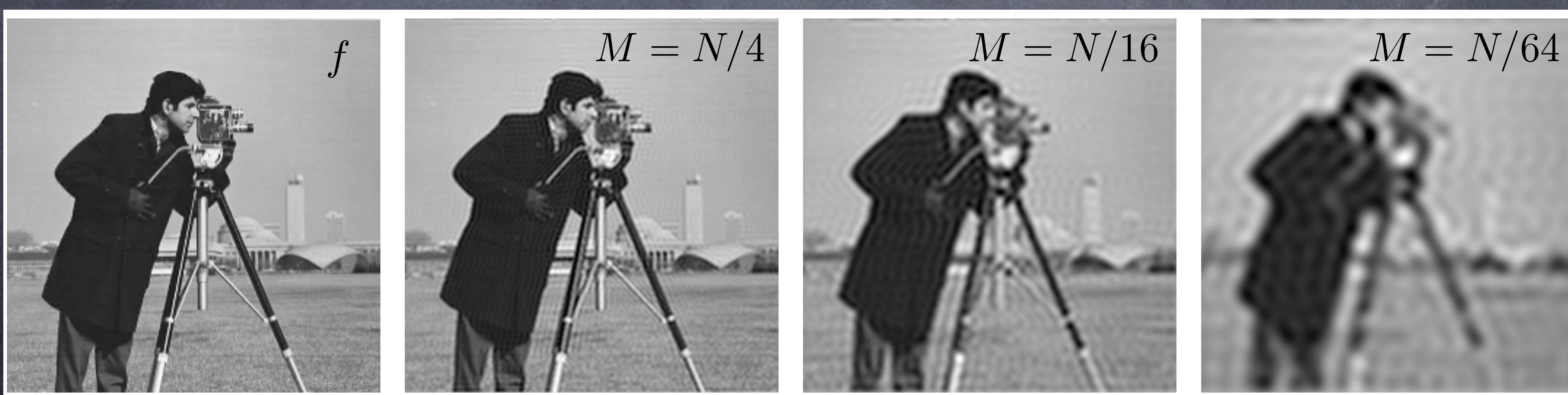
F.T.
Enlevons les étoiles
(coup de gomme à effacer)

T.F.I
Wow!

Fourier & discontinuities





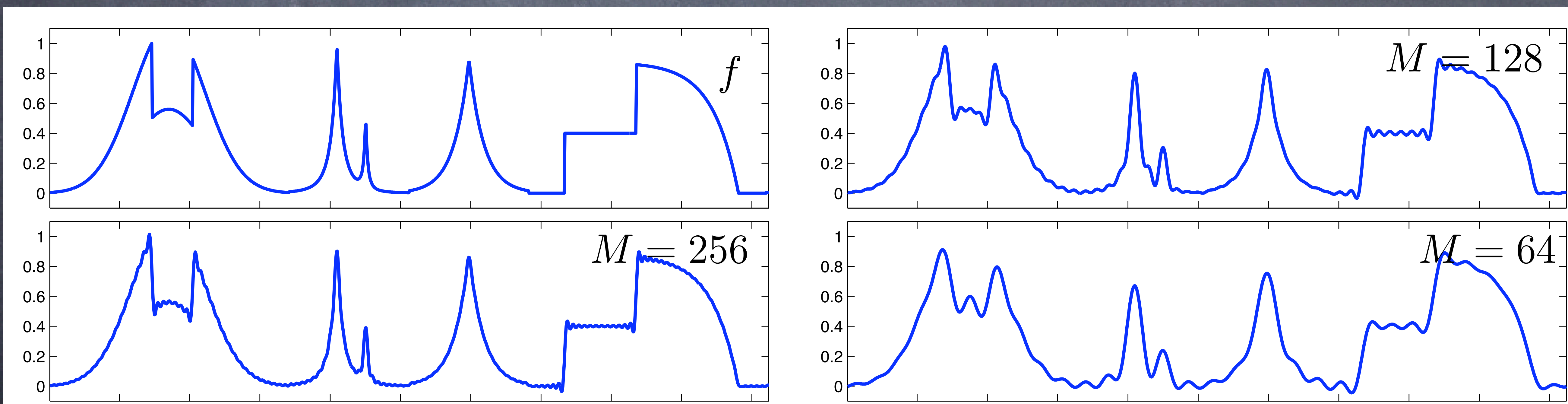


[Peyré, Numerical Tour of Signal Processing]

Fourier & discontinuities

Linear Fourier approximation:

$$f_M = \sum_{m=-M/2}^{M/2} \langle f,\, e_m \rangle e_m$$



Step singularity: Gibbs oscillations.

[Peyré, Numerical Tour of Signal Processing]

Smooth C^α signals: $\|f - f_M\|$ decays fast.

D'autres exemples

Image 1024x1024
(~ 10^6 pixels)

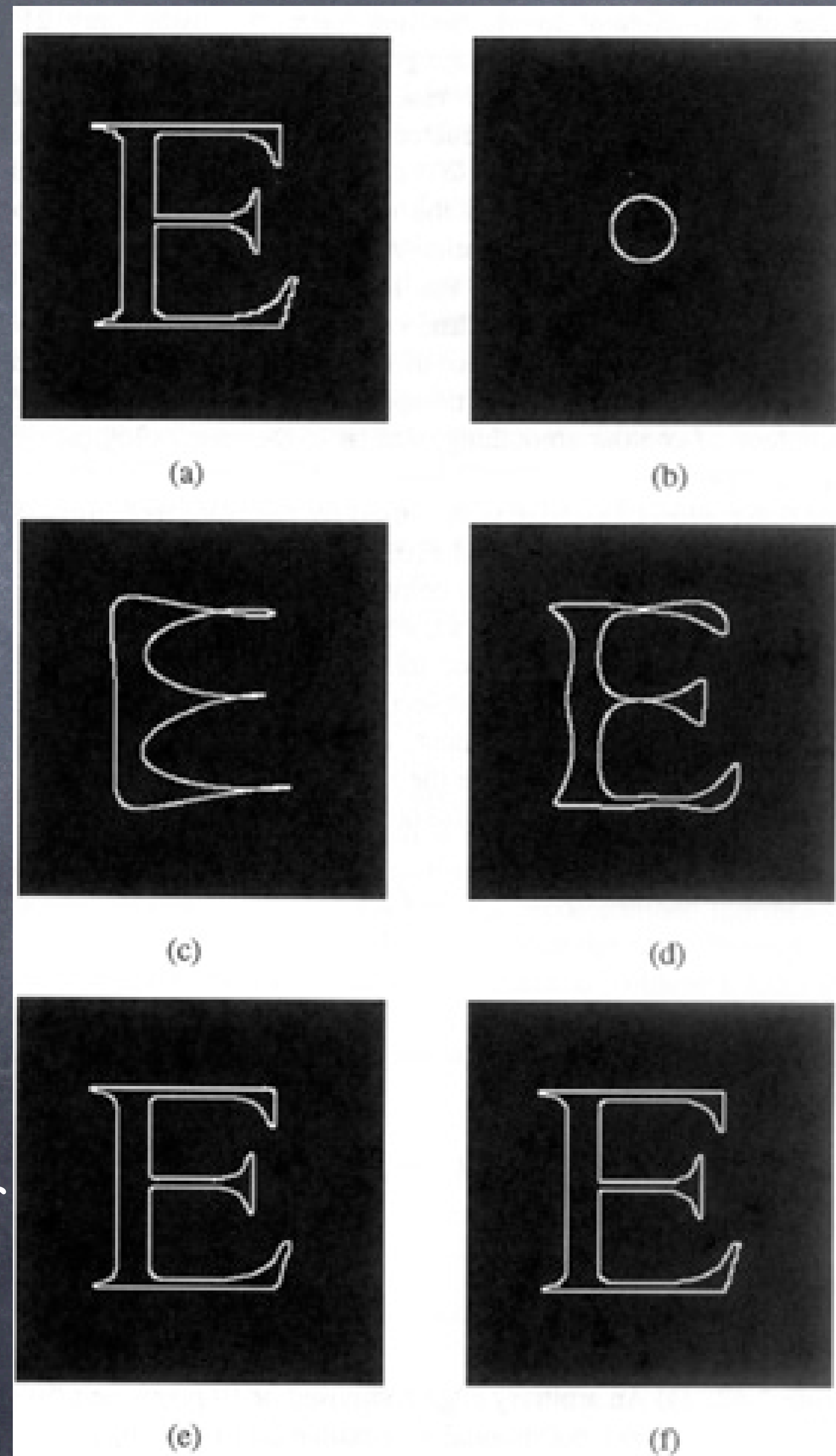
3 coeffs de Fourier

21 coeffs de Fourier

61 coeffs de Fourier

201 coeffs de Fourier

401 coeffs de Fourier



Limites de Fourier

- L'analyse de Fourier est donc inadaptée aux signaux qui changent brusquement et de manière imprévisible: or, en traitement du signal c'est souvent dans de tels changements que l'information est la plus intéressante

Limites de Fourier

- **Défauts majeurs:**

  1) une information sur un moment du signal est répandue parmi toutes les fréquences de sa transformée

  2) le manque d'information sur le temps (espace) rend une T.F. terriblement sensible aux erreurs

Limites de Fourier

- Si on enregistre un signal d'une heure et que les 5 dernières minutes sont corrompues, cette erreur corrompt toute la T.F.

- Les erreurs de phases sont désastreuses : elles risquent d'engendrer un signal totalement différent du signal initial

Limites de Fourier

"Parce que la FFT est très efficace, elle est employée dans des problèmes auxquelles elle est inapdaptée. On abuse de la FFT de même que les Américains prennent leur voiture pour aller au coin de la rue"

Yves Meyers