

IMN-359

Labo FFT

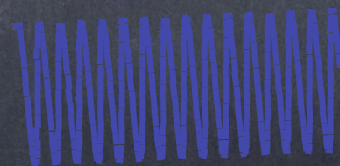
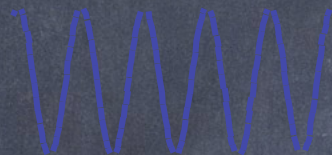
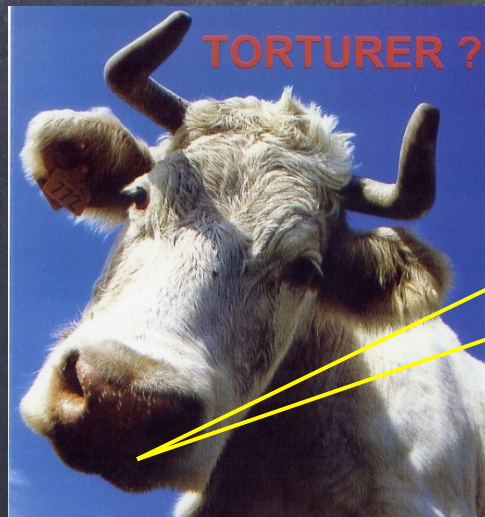
T.F discrète

- La transformée de Fourier

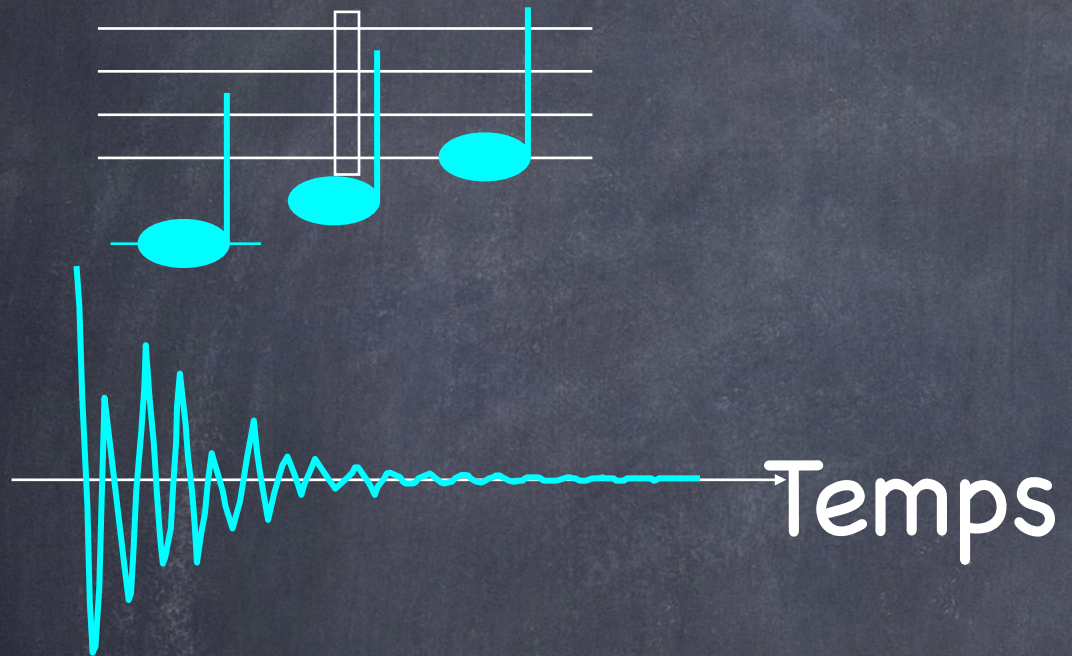


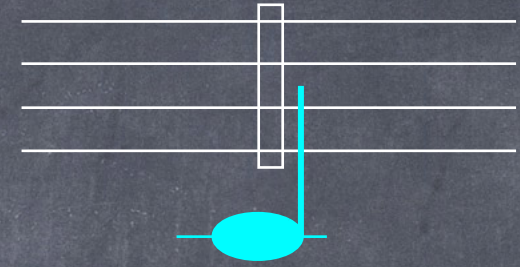
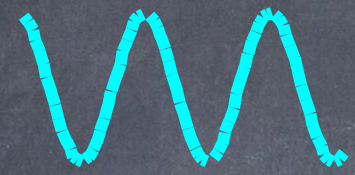
Notion de transformée de Fourier (TF)

Analogie : son = vibration qui se propage dans le temps

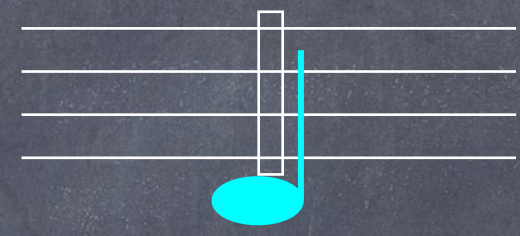


On entend non pas une vibration (fonction du temps) mais une note donc une fréquence

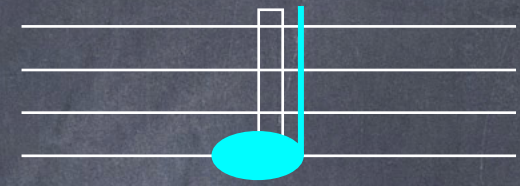
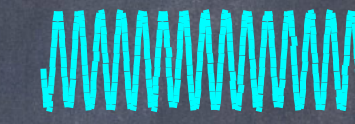




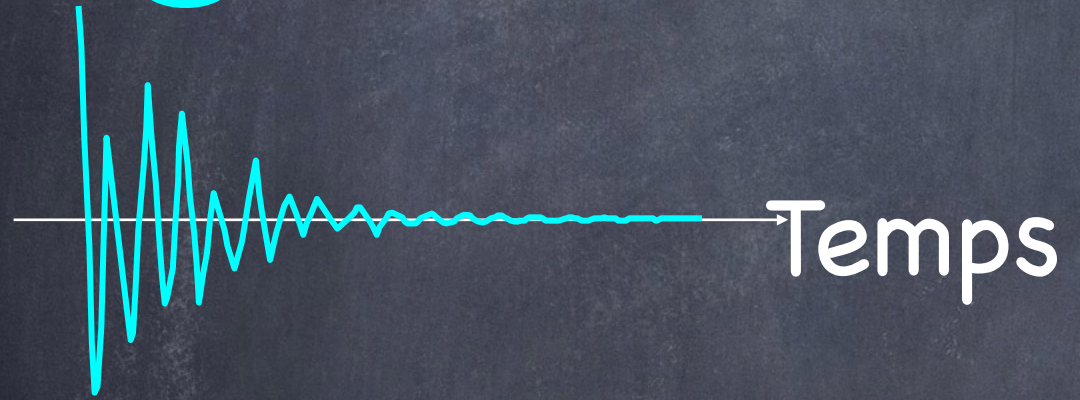
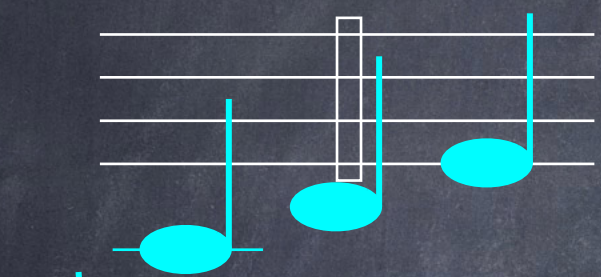
DO

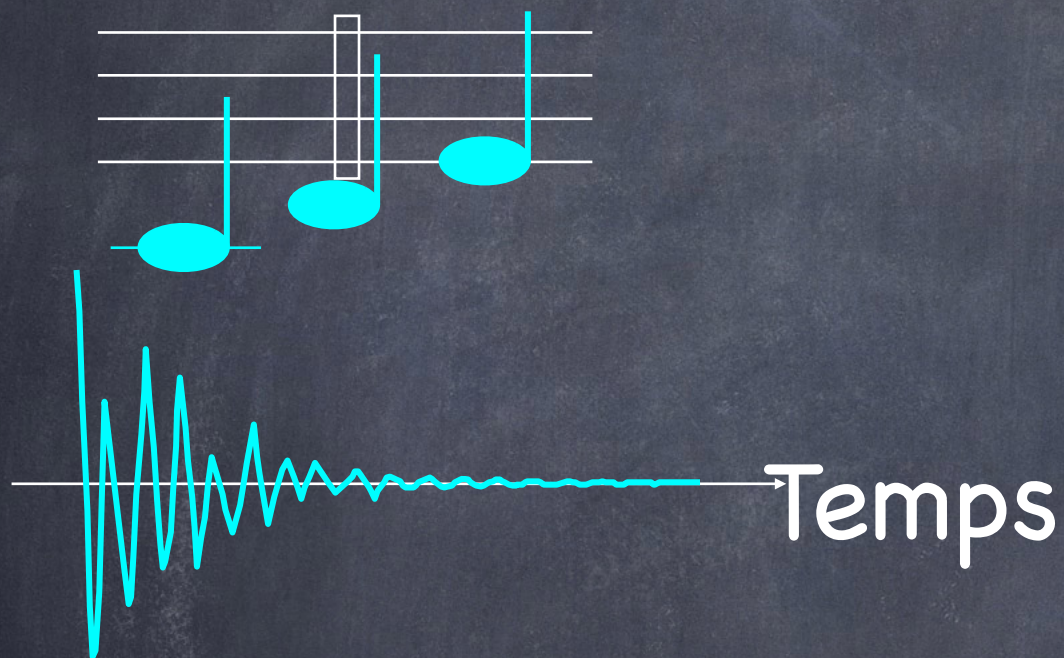


MI



SOL

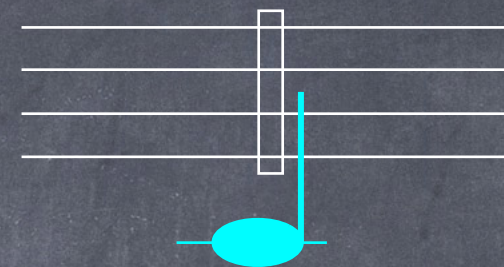
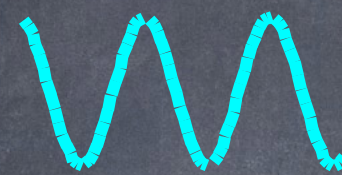
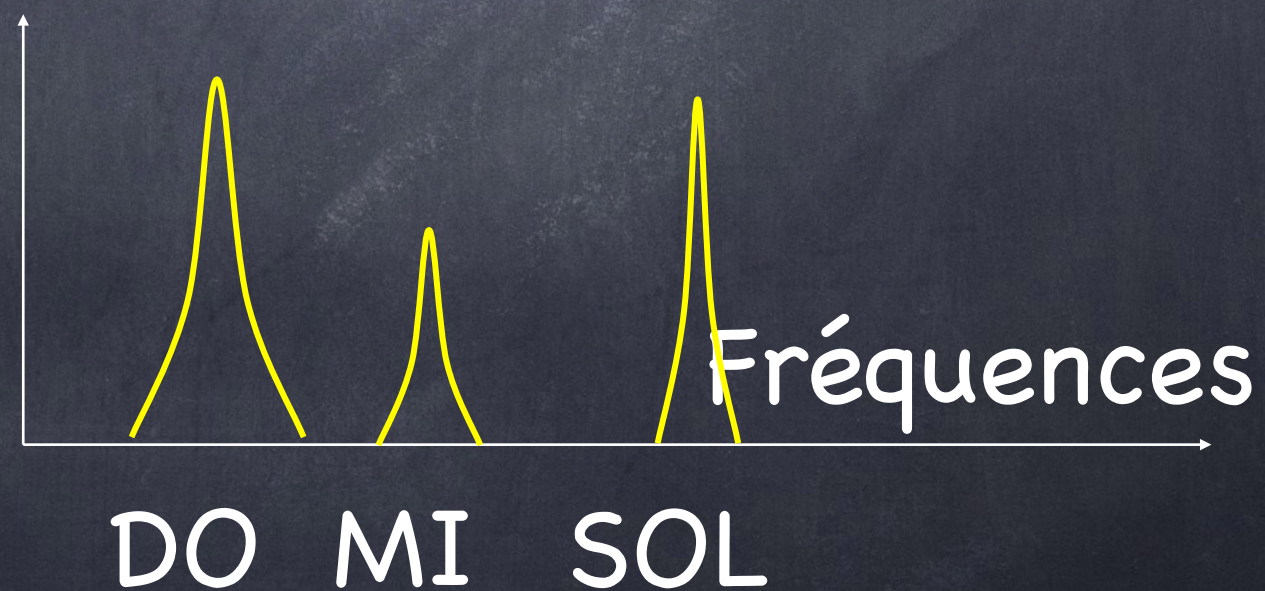




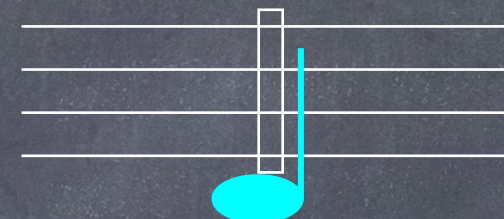
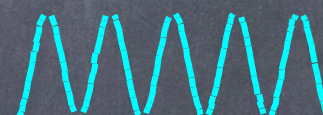
Transformée de Fourier : donner le « poids » relatif d'une fréquence dans un signal

TF →

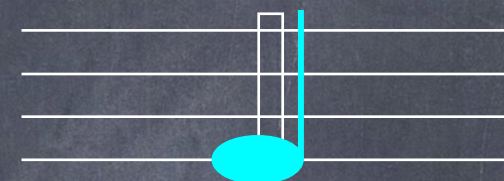
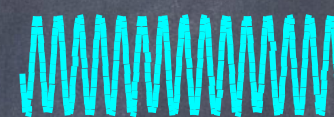
Intensité



DO



MI

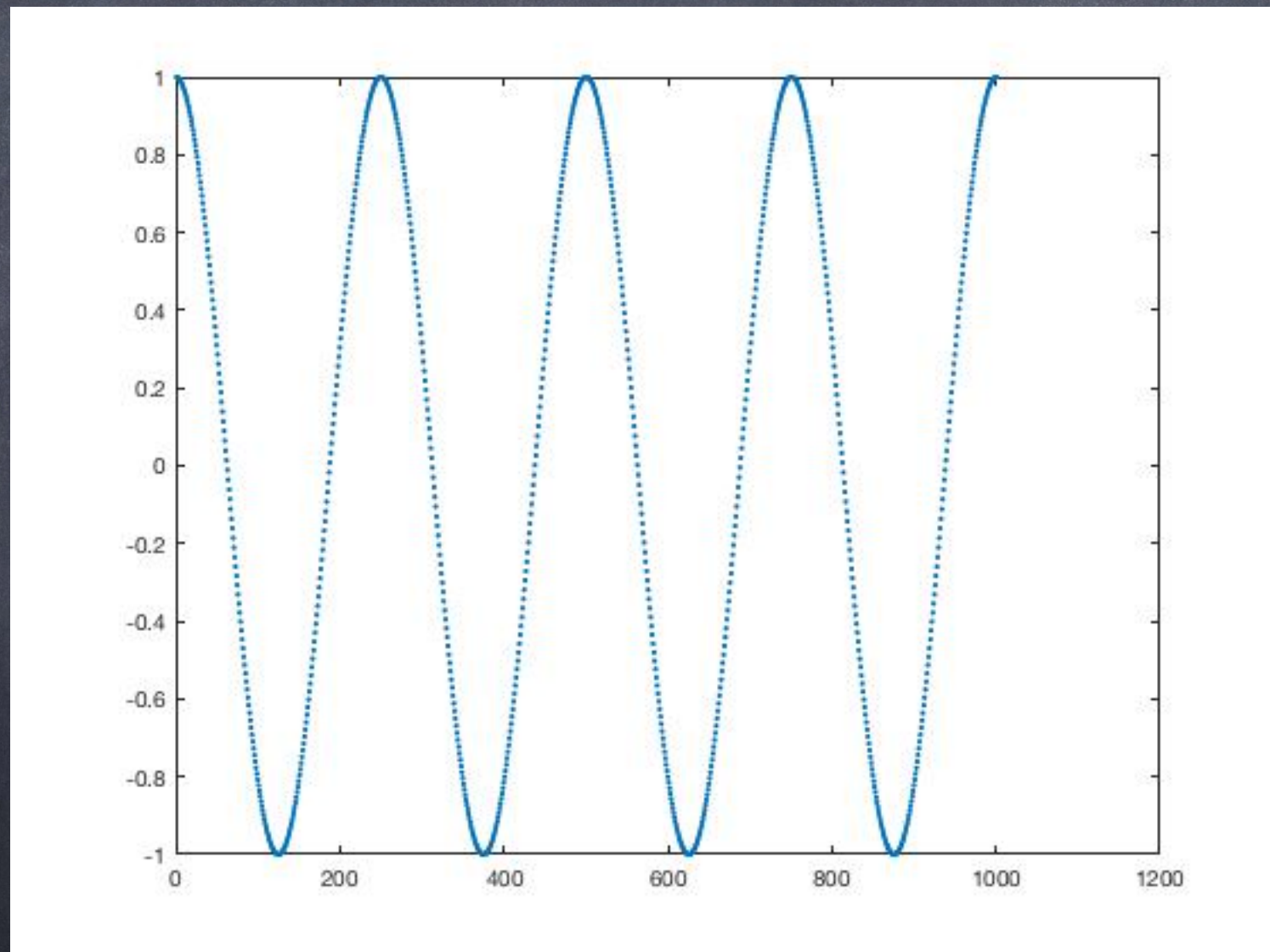


SOL

Exercice 1D

1. Faites-moi le plot d'un cos qui oscille k_0 fois par période de N pts (ici $k_0 = 4$)

$$y = \cos(2\pi/N \cdot k_0 \cdot n)$$



Exercice 1D

1. En theorie, la TF analytique de:

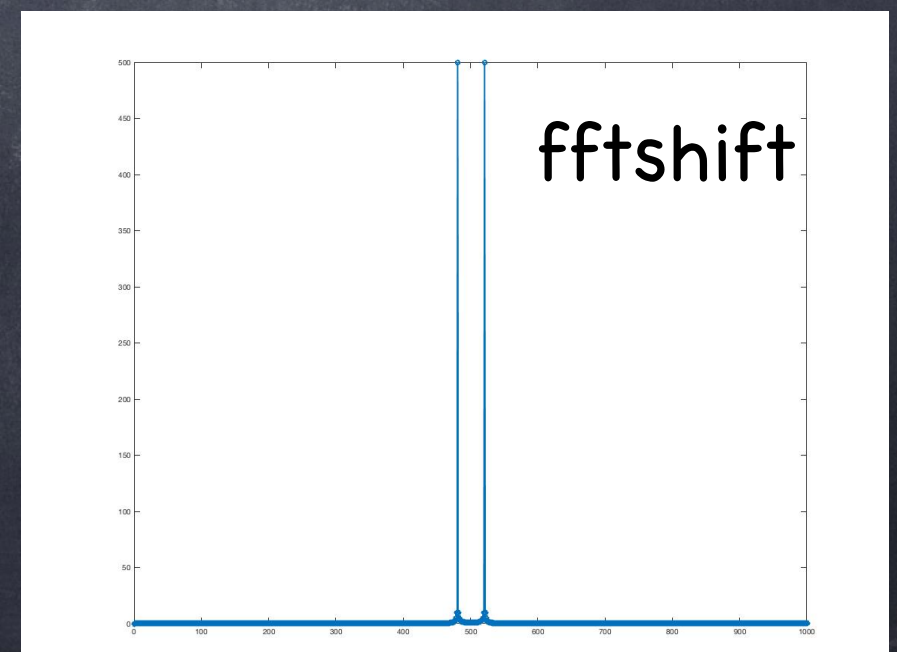
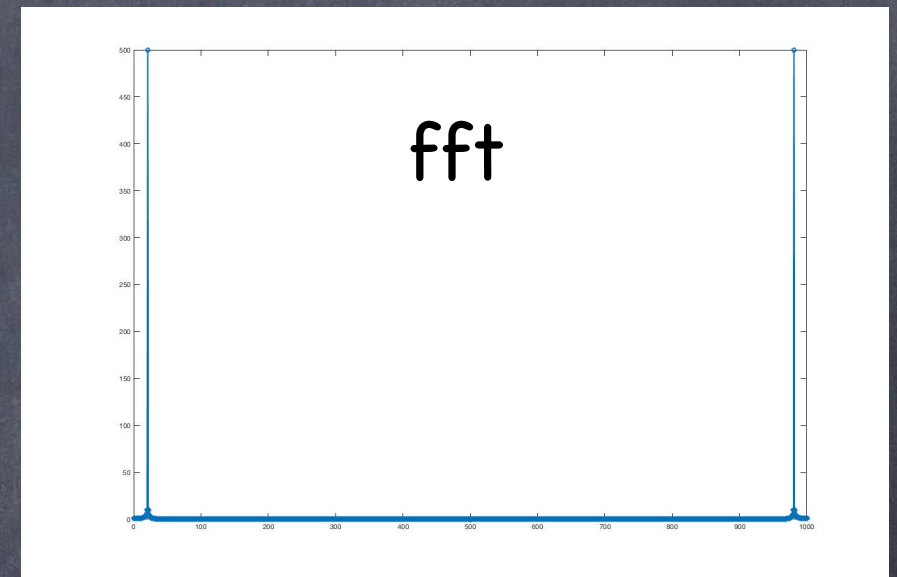
$$\text{TF}[\cos(k_0 \cdot t)] = \text{dirac}(\omega - k_0) + \text{dirac}(\omega + k_0)$$

(ici $k_0 = 20$)

2. Faites la FFT de votre cos numérique

- Visualiser-le (real, abs, imag)

- Visualiser la version fftshift

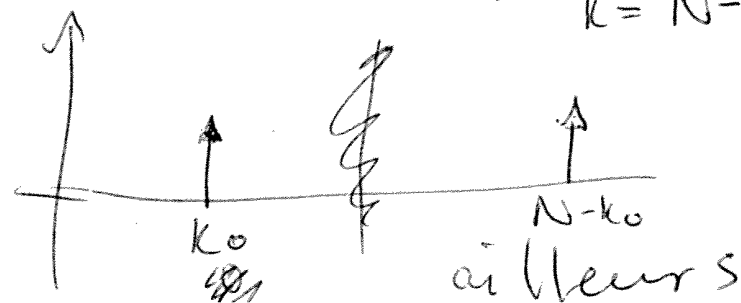


Observations

- Il y a toujours des petits complexes qui trainent. Le real ou abs seront nécessaires pour faire les plot
- La TFD du cosinus qui oscille à la fréquence k_0 sur N points allume une fréquence à k_0 et à $-k_0$ ($N - k_0$ dans un tableau python)

Q1: En utilisant la TF,
comment faire un plot de
 $f(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{N} k_0 x\right)$?
fréquence

$$\begin{aligned}\hat{f}(k_1) &= \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi}{N} k_0 n\right) e^{-\frac{2\pi i n k_1}{N}} \\&= \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{e^{i \frac{2\pi k_0 n}{N}} + e^{-i \frac{2\pi k_0 n}{N}}}{2} \right) e^{-\frac{2\pi i n k_1}{N}} \\&= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left(e^{i \frac{2\pi n}{N} (k_1 - k_0)} + e^{-\frac{2\pi i n}{N} (k_1 + k_0)} \right) \\&= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left(1 + e^{-\frac{2\pi i n}{N} 2k_1} \right) \\&= \frac{N}{2} \quad \text{si } k = k_0 \text{ ou } k = N - k_0 \\&\quad \text{Orthogonal de la base de Fourier}\end{aligned}$$



Exercice 1D #2

• Générez-moi un cos qui oscille N fois par période sans utiliser la fonction cos !

- Remplir un vecteur de Fourier vide
- Allumer les bonnes fréquences
- Visualiser la ifft

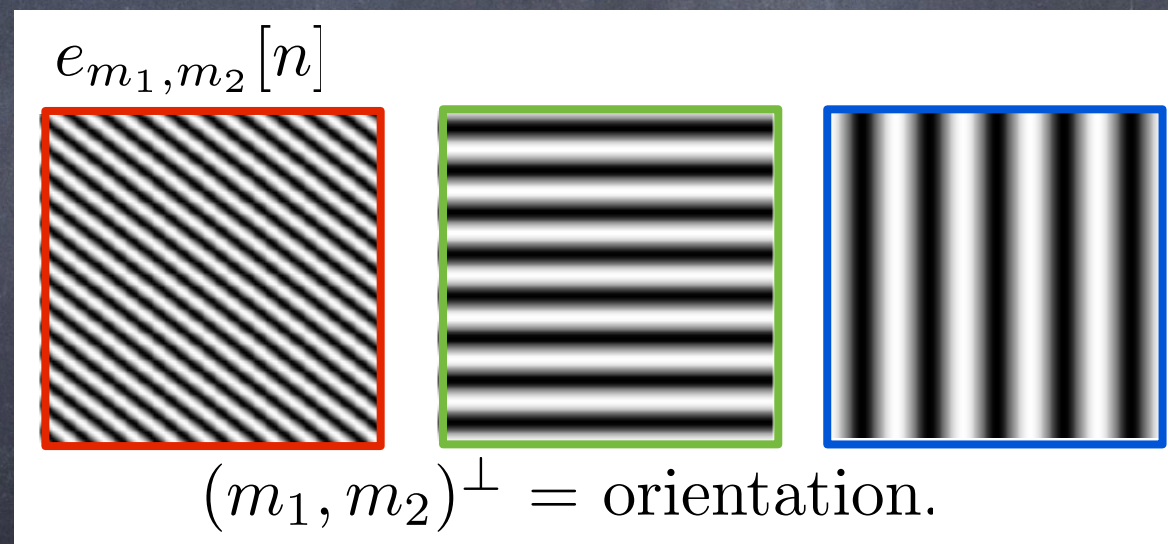
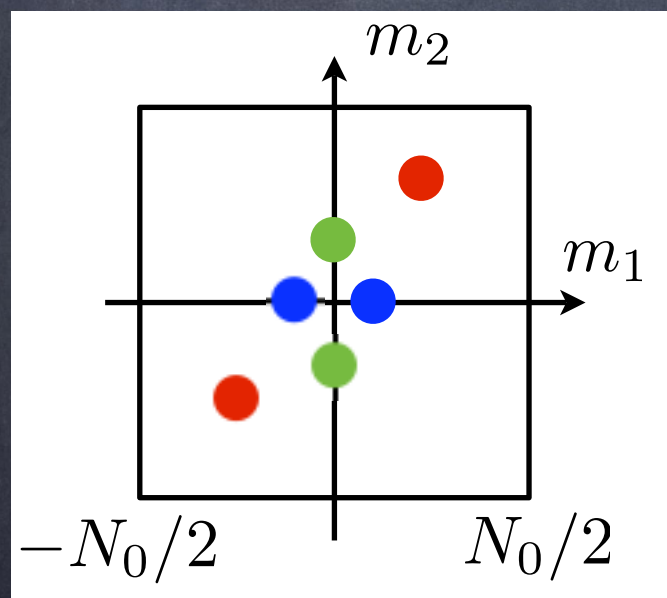
(attention au shift et imaginaires)

2D discrete Fourier Basis

2D discrete Fourier basis: $N = N_0 \times N_0$ pixels

$$e_m[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{\frac{2i\pi}{N_0} m_1 n_1 + \frac{2i\pi}{N_0} m_2 n_2} = e_{m_1}[n_1] e_{m_2}[n_2]$$

Frequency $m = (m_1, m_2) \in \{0, \dots, N_0 - 1\} \times \{0, \dots, N_0 - 1\}$



Et l'image, elle?

- Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

Image

T.F.

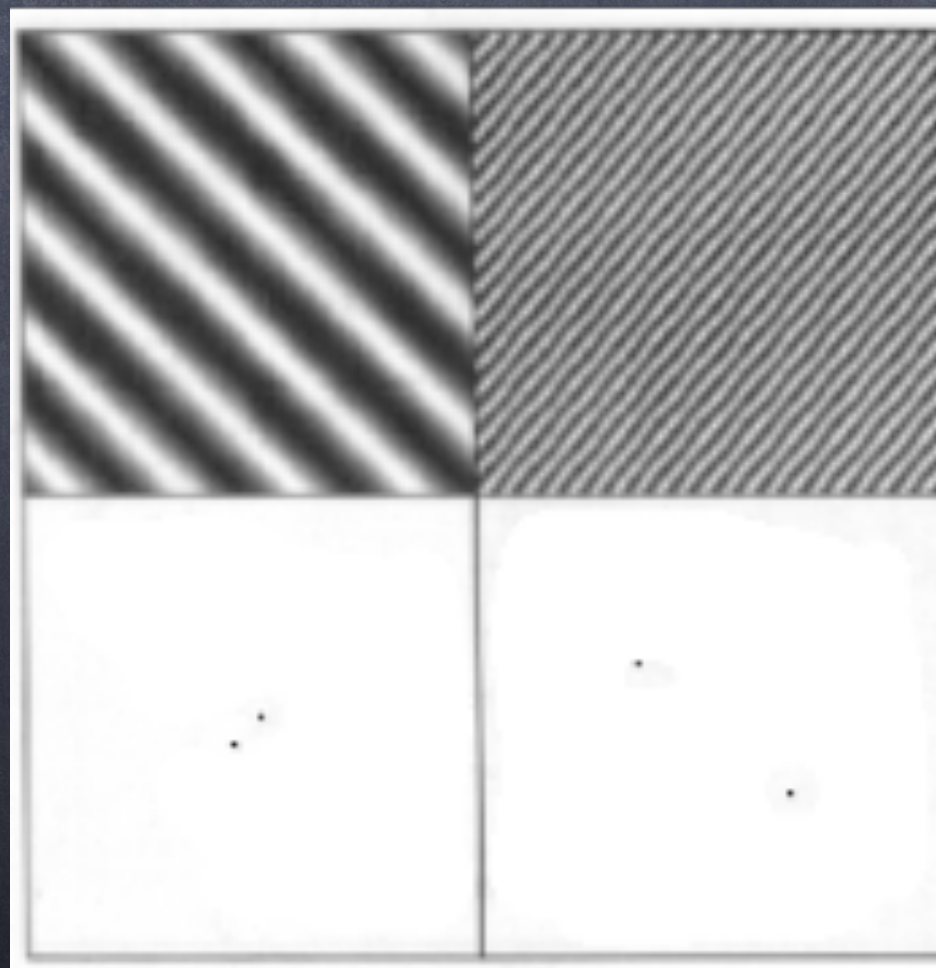


Et l'image, elle?

- Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

Image

T.F.

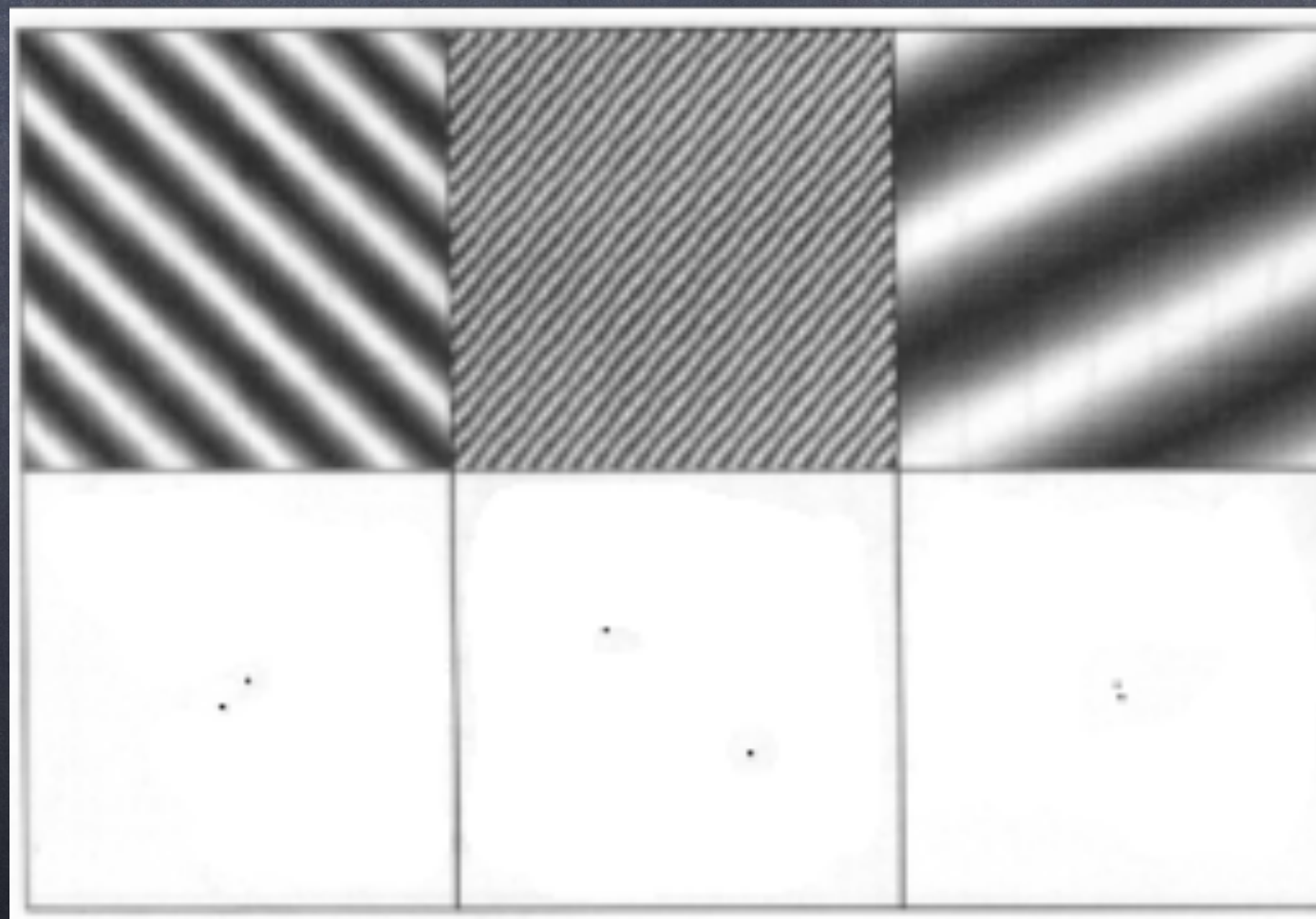


Et l'image, elle?

- Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

Image

T.F.

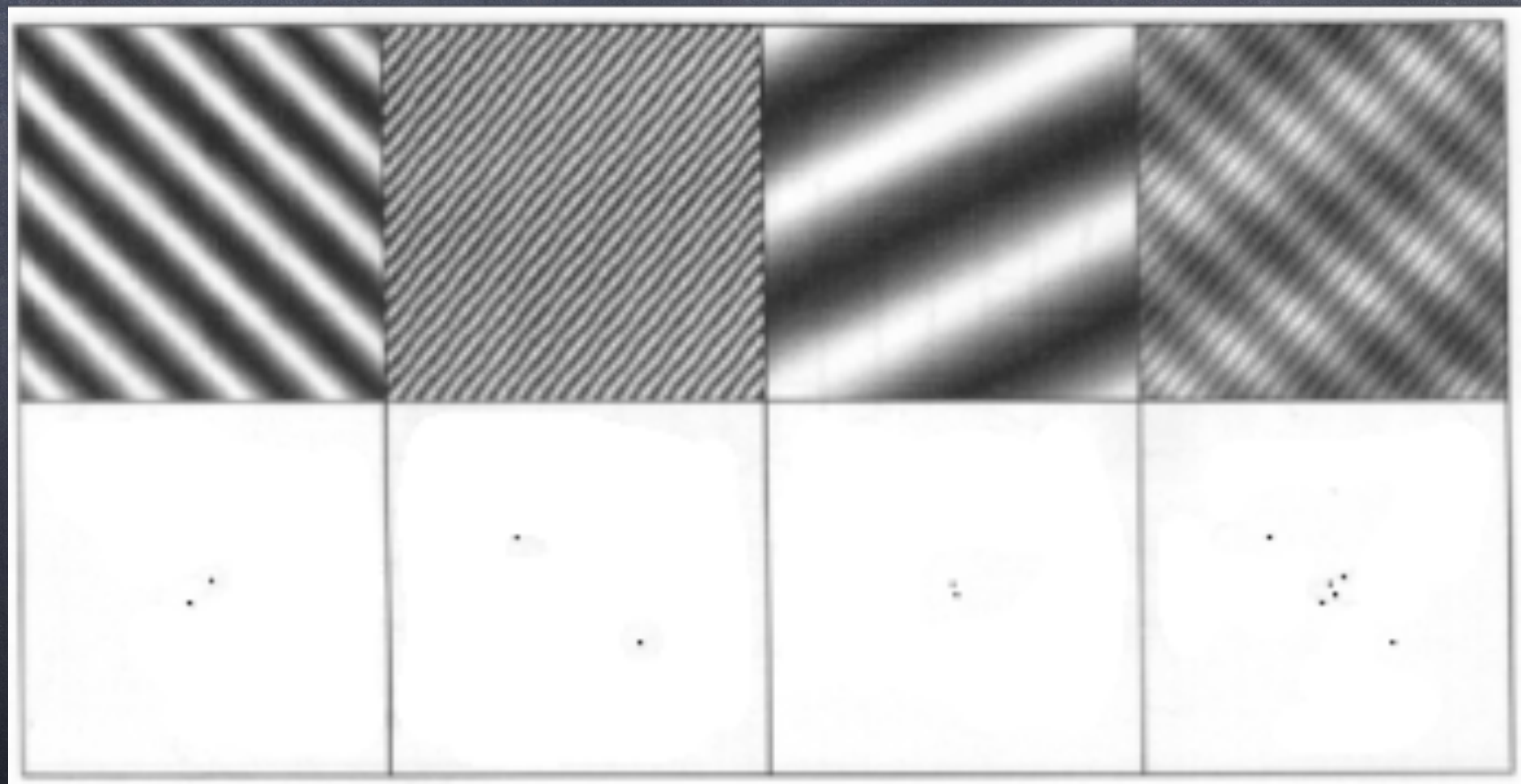


Et l'image, elle?

- Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

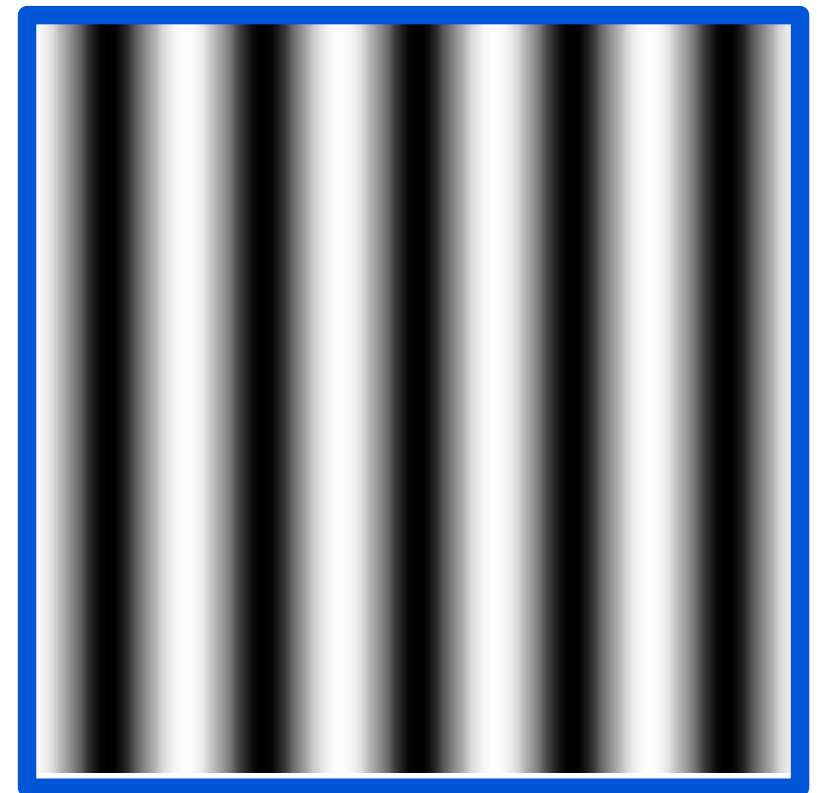
Image

T.F.



TP pratique

Générer une
texture horizontale
en utilisant la
ifft



Pour les curieux: une vague en 2D

<http://www.math.ubc.ca/~cass/courses/m309-03a/a1/clayton/part4.html>

TP pratique

Générer une
texture verticale
en utilisant la
ifft



TP pratique



Générer une
texture diagonale
en utilisant la
ifft