

Bloc 1 – Representació del coneixement i cerca

Tema 4:
Resolució de problemes mitjançant cerca.
Cerca no informada.

- Cerca no informada

2. Cerca de solucions
3. Estratègia en amplària
4. Estratègia de cost uniforme
5. Estratègia en profunditat

7. Estratègia per aprofundiment iteratiu

Bibliografia

S. Russell, P. Norvig. *Intel·ligència Artificial. Un enfocament modern*. Prentice Hall, 2nd edition, 2004 (Capítol 3) <http://aima.cs.berkeley.edu/2nd-ed/>

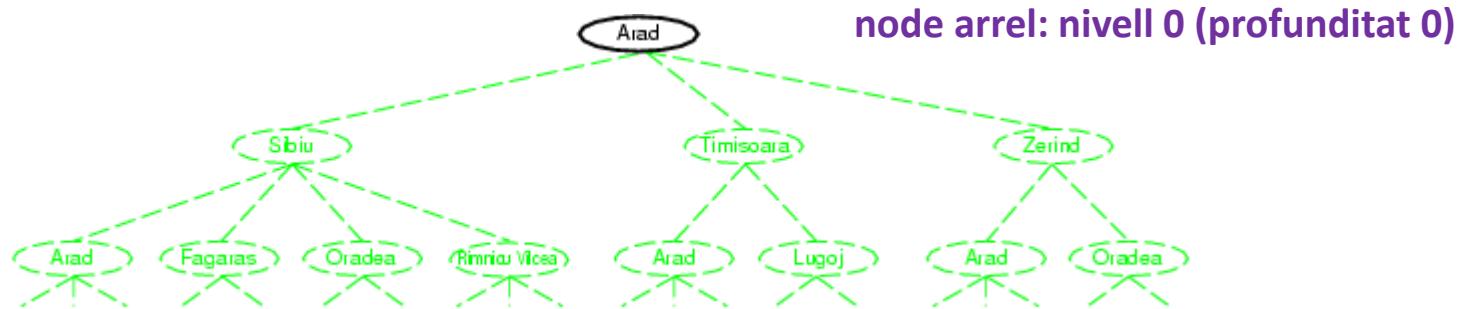
2. Cerca de solucions

Procés general de cerca

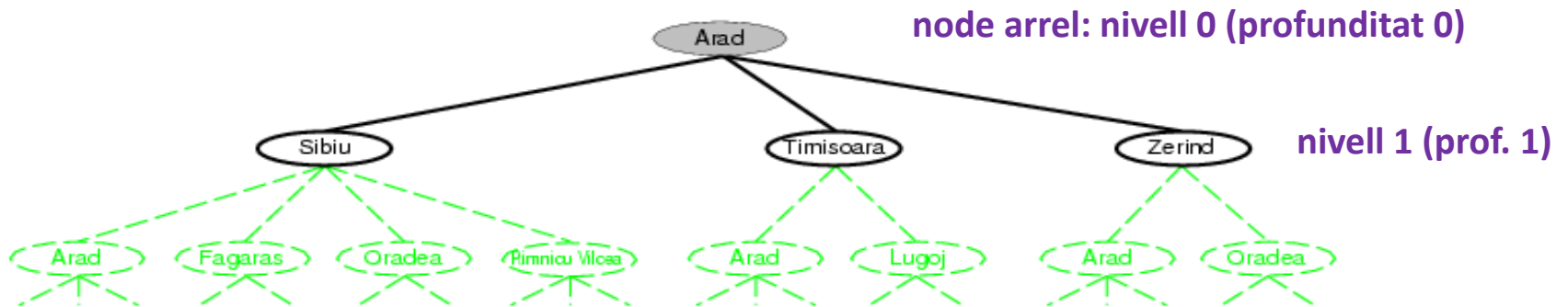
1. node-actual <- Estat inicial del problema
2. Comprovar si node-actual és l'estat final del problema; en aquest cas, FI.
3. Expandir node-actual aplicant les accions del problema en aquest estat i generant el conjunt de nous estats.
4. Escollir un node que no ha sigut expandit encara (node-actual)
5. Anar al pas 2

El conjunt de nodes no expandits es denomina **conjunt frontera**, **nodes fulla** o **llista OPEN**.

2. Cerca de solucions: cerca en arbre

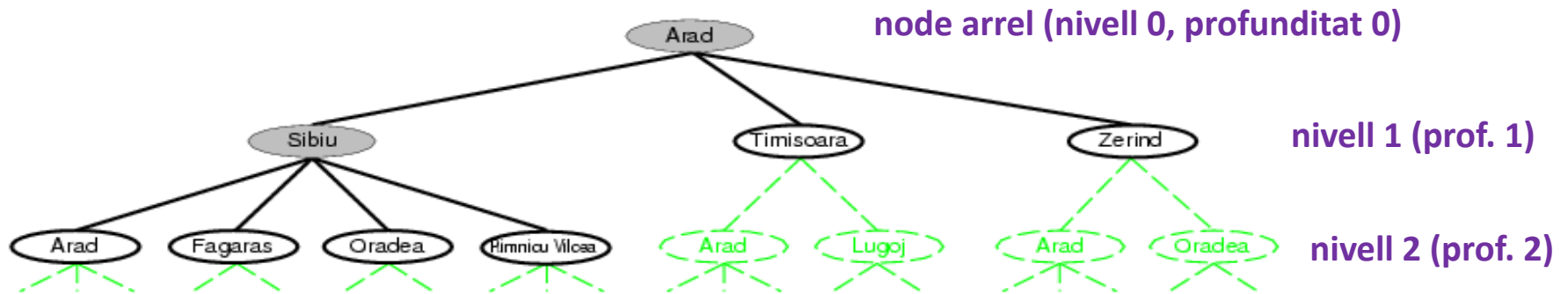


OPEN={Arad} \Rightarrow Escollir node i eliminar-ho de la llista (expansió del node) \Rightarrow Arad objectiu?: NO \Rightarrow Generar fills



OPEN={Sibiu Timisoara Zerind} \Rightarrow Escollir node i eliminar-ho de la llista (expansió del node) \Rightarrow Sibiu objectiu?: NO \downarrow Generar fills

2. Cerca de solucions: cerca en arbre



OPEN = {Timisoara Zerind Arad Fagaras Oradea Rimnicu Vilcea}

2. Cerca de solucions: algorisme TREE-SEARCH

- Els algorismes de cerca comparteixen l'estructura bàsica vista anteriorment; es diferencien, bàsicament, en l'elecció del següent node a expandir (**estratègia de cerca**).

function TREE-SEARCH (*problema*) **return** una solució o fallada

 Inicialitzar la llista OPEN amb l'estat inicial del problema

do

if llista OPEN està buida **then return** *fallada*

expandir un node: escollir node fulla i eliminar-ho de la llista OPEN

if node escollit és l'estat final **then return** la corresponent *solució*

 generar fills i afegir els nodes resultants a la llista OPEN

enddo

estratègia de
cerca

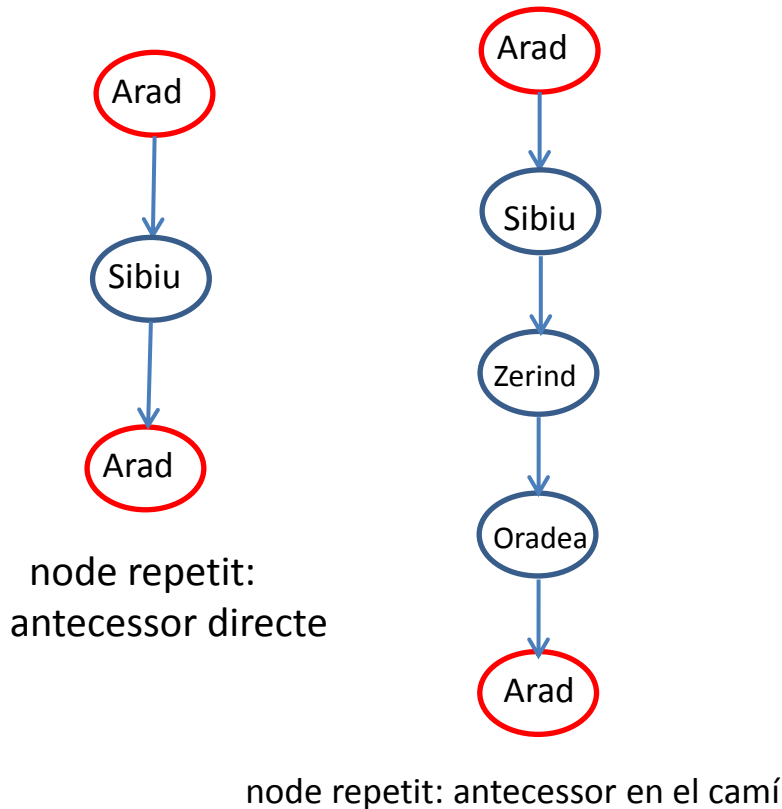


2. Cerca de solucions: estats repetits

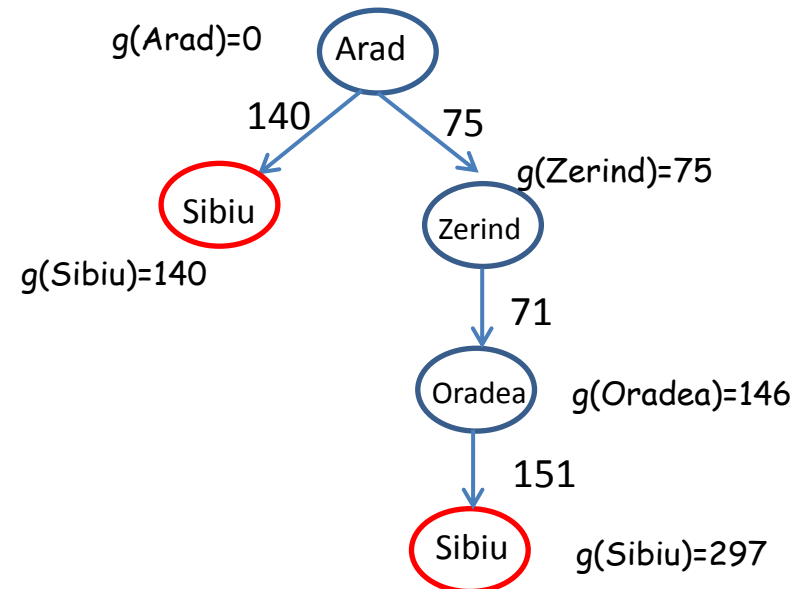
Arbre de cerca \neq Espai d'estats (l'arbre de cerca pot contenir estats repetits i cicles); e.g.: l'espai d'estats del problema 'Romania' solament té 20 estats mentre que l'arbre complet de cerca és infinit)

Estats repetits:

- Accions reversibles: cicles



camins redundants



2. Cerca de solucions: estats repetits

Com evitar estats repetits

- Incloure en l'algorisme TREE-SEARCH una estructura de dades per a guardar els nodes explorats o expandits (llista CLOSED)
- Quan es genera un nou node, si aquest es troba en la llista CLOSED (nodes ja expandits) o en la llista OPEN (nodes encara no expandits) es pot eliminar en lloc d'afegir-ho a la llista OPEN
- Nou algorisme: **GRAPH-SEARCH**, algorisme que separa el graf de l'espai d'estats en dues regions: la regió de nodes explorats/expandits i la regió de nodes no expandits.

En general, evitar nodes repetits i camins redundants és solament una qüestió d'eficiència.

2. Cerca de solucions: algorisme GRAPH-SEARCH

La llista OPEN s'implementa com **una cua de prioritats (priority queue)**: s'extrau l'element de la cua amb la màxima prioritat d'acord a una funció d'avaluació (llista ordenada de manera que el primer element de la cua és el que té major prioritat)

Per a cada estratègia de cerca es defineix una **funció d'avaluació ($f(n)$)** que retorna un valor numèric per al node **n** tal que el node s'insereix en la cua de prioritats en el mateix ordre en el qual seria expandit per l'estratègia de cerca.

2. Cerca de solucions: algorisme GRAPH-SEARCH

function GRAPH-SEARCH (*problema*) **return** una solució o una fallada

Inicialitzar la llista OPEN amb l'estat inicial del problema

Inicialitzar la llista CLOSED a buit

do

if OPEN està buida **then return** *fallada*

$p \leftarrow \text{pop}(\text{llista OPEN})$

afegir p a la llista CLOSED

if p = estat final **then return** *solució* p

generar fills de p

per a cada fill n de p :

aplicar $f(n)$

if n no està en CLOSED **then**

if n no està en OPEN o (n està repetit en OPEN i $f(n)$ és millor que el valor del node en OPEN) **then**

inserir n en ordre creixent de $f(n)$ en OPEN*

else $f(n)$ és millor que el valor del node repetit en CLOSED **then**

escollir entre re-expandir n (inserir-ho en OPEN) o descartar-lo

enddo

* Com estem interessats a trobar únicament la primera solució, es pot eliminar n' de la llista OPEN

2. Cerca de solucions: algorisme GRAPH-SEARCH

Cerca en arbre (TREE-SEARCH):

- manté la llista OPEN però no la llista CLOSED amb tots els nodes expandits (menys memòria)
- pot evitar estats repetits en la llista OPEN
- re-expandeix nodes ja explorats

Cerca en graf (GRAPH-SEARCH):

- manté la llista OPEN i CLOSED (majors requeriments de memòria)
- control d'estats repetits i camins redundants (reducció de la cerca)

2. Cerca de solucions: propietats

Avaluarem les estratègies de cerca d'acord a:

1. Completitud
2. Complexitat temporal
3. Complexitat espacial
4. Optimalitat

Solucions que representen un balanç entre:

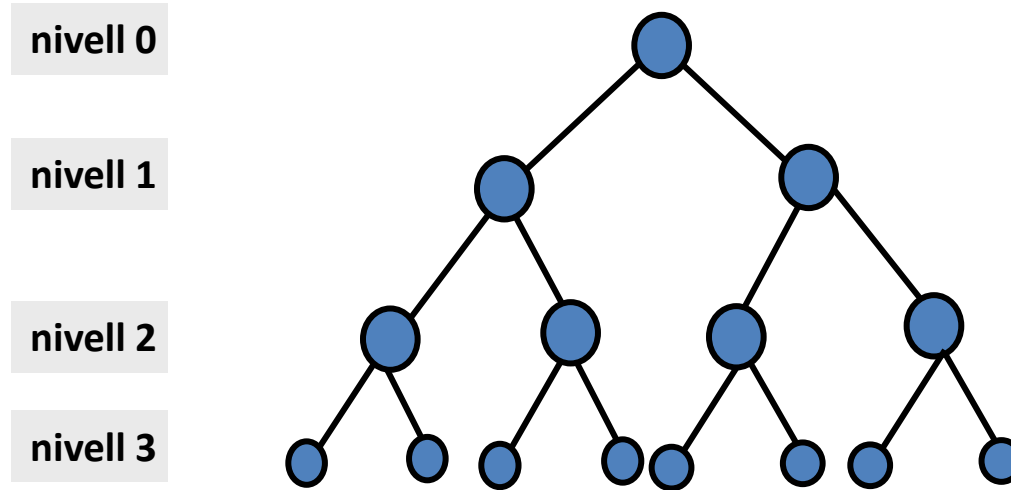
- cost del camí solució: $g(\text{estat_final})$
- cost de la cerca: cost de trobar el camí solució

Tipus d'estratègies de cerca:

1. no informada o cerca cega (ordre d'expansió dels nodes)
2. Informada o cerca heurística (expansió 'intel·ligent' dels nodes)

3. Amplària

Expandir el node menys profund (entre els nodes de la llista OPEN)



Funció d'avaluació (cua de prioritats): $f(n) = \text{nivell}(n) = \text{profunditat}(n)$

3. Amplària: propietats

- Completa
- Òptima :
 - Amplària sempre retorna **el camí solució més curt (menys profund)**
 - El camí més curt és òptim si totes les accions tenen el mateix cost i el camí és una funció no decreixent de la profunditat del node (costos no negatius)
- Complexitat temporal per a factor de ramificació b i profunditat d :
 - nodes expandits $1 + b + b^2 + b^3 + b^4 + \dots + b^d$ $O(b^d)$
 - nodes generats $1 + b + b^2 + b^3 + b^4 + \dots + b^d + (b^{d+1} - b)$ $O(b^{d+1})$
- Complexitat espacial per a factor de ramificació b i profunditat d :
 - En l'algorisme GRAPH-SEARCH, tots els nodes resideixen en memòria
 - $O(b^d)$ en la llista CLOSED i $O(b^{d+1})$ en la llista OPEN (dominat per la grandària d'OPEN)
- Conclusions:
 - Cost espacial més crític que el cost temporal
 - Cost temporal inviable per a valors alts de b i d

3. Amplària

Requeriments de temps i memòria per a amplària

$b = 10$

100.000 nodes generats/segon

1000 bytes d'emmagatzematge/node

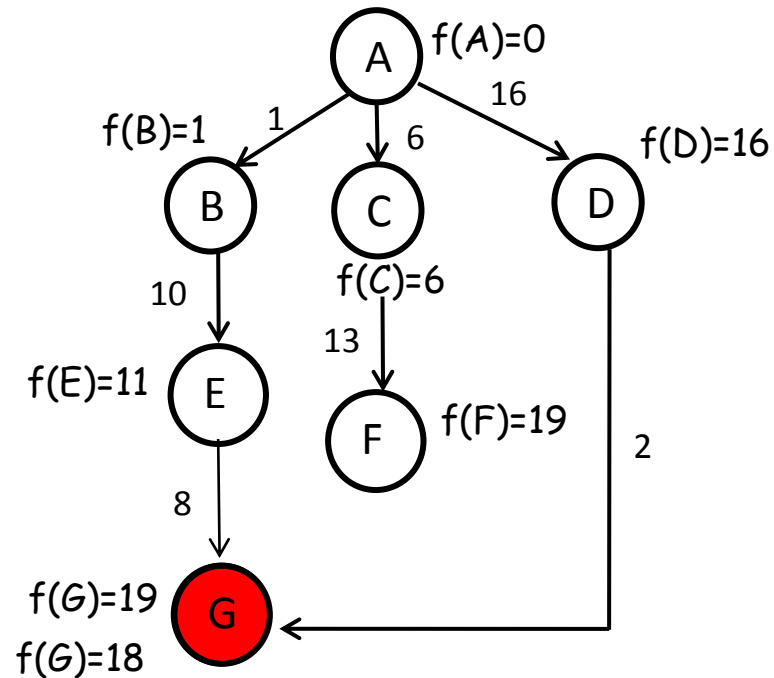
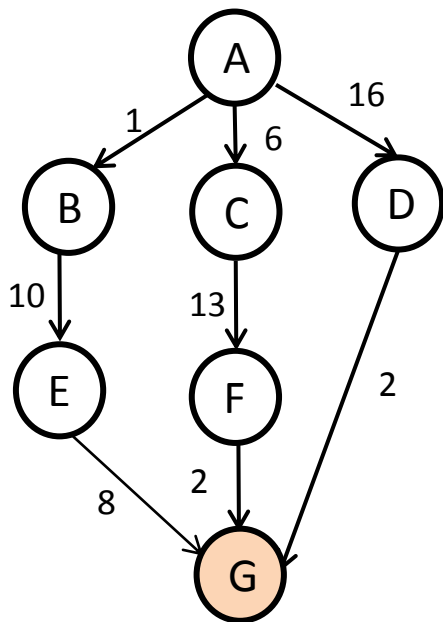
(Dades preses del llibre 3rd edition of the *Artificial Intelligence. A modern approach*)

Profunditat	Nodes	Temps	Memòria
2	110	1.1 ms	107 kilobytes
4	11110	111 ms	10.6 megabytes
6	10^6	11 s.	1 gigabytes
8	10^8	19 min.	103 gigabytes
10	10^{10}	31 hores	10 terabytes
12	10^{12}	129 dies	1 petabytes
14	10^{14}	35 anys	99 petabytes
16	10^{16}	3500 anys	10 exabytes

4. Cost uniforme

Expandir el node amb **el menor cost** (menor valor de $g(n)$)

Funció d'avaluació (cua de prioritats): **$f(n)=g(n)$**



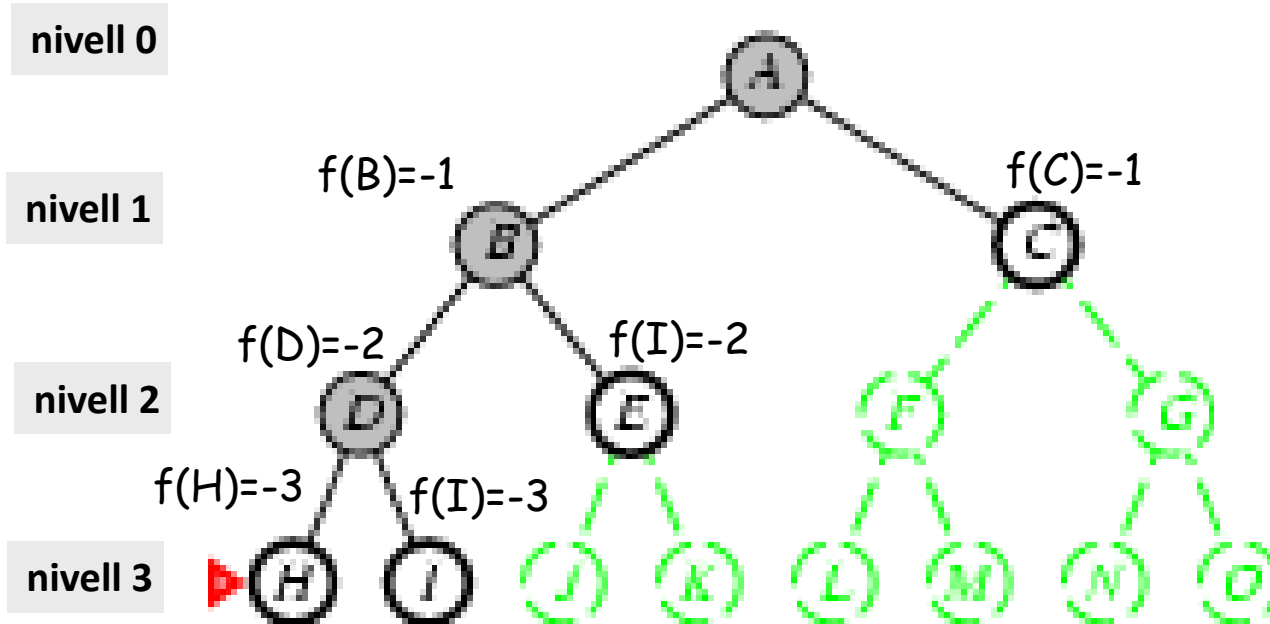
4. Cost uniforme

- Completa
 - si els costos de les accions $\geq \varepsilon$ (constant positiva, costos no negatius)
- Òptima :
 - si els costos de les accions són no negatius $g(\text{successor}(n)) > g(n)$
 - cost uniforme expandeix nodes en ordre creixent de cost
- Complexitat temporal i espacial:
 - siga C^* el cost de la solució òptima
 - assumim que totes les accions tenen un cost mínim de ε .
 - complexitat temporal i espacial: $O(b^{C^*/\varepsilon})$

5. Profunditat: cerca en arbre (TREE-SEARCH)

Expandir el node més profund (entre els no expandits)

Funció d'avaluació (cua de prioritats): $f(n) = -\text{nivell}(n)$



Backtracking :

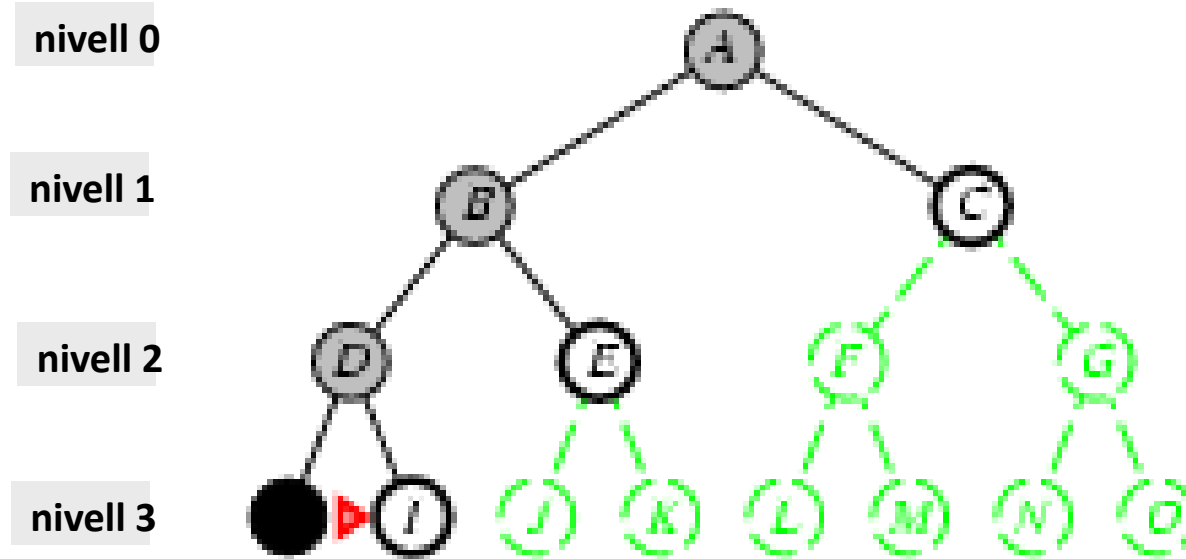
1. node mort, node no objectiu i no expandible (no hi ha accions aplicables)
2. límit de profunditat màxim (definit per l'usuari)
3. estat repetit (opcional si s'aplica control de nodes repetits)

Per a aquest exemple, establim un límit de profunditat màxim $m=3$

5. Profunditat: cerca en arbre (TREE-SEARCH)

BACKTRACKING(n):

1. Eliminar n de la llista CLOSED
2. Si $\text{parent}(n)$ no té més fills en OPEN \Rightarrow BACKTRACKING ($\text{parent}(n)$)
3. Si $\text{parent}(n)$ té més fills en OPEN \Rightarrow escollir següent node de la llista OPEN



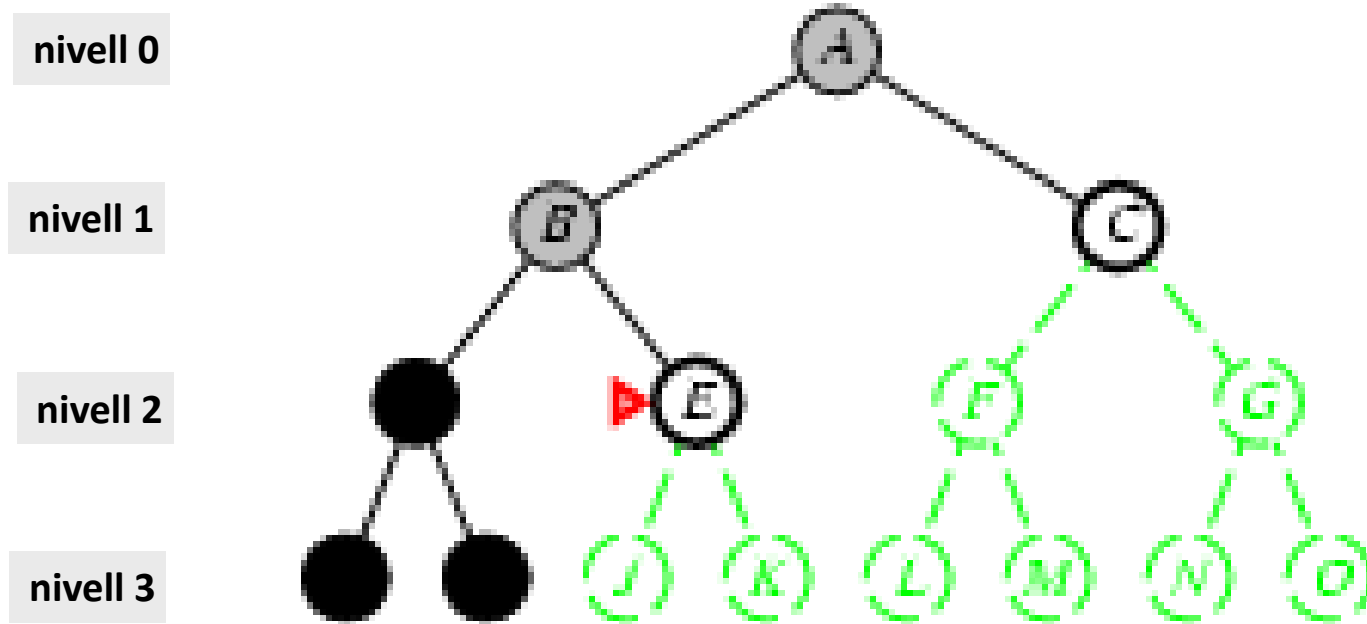
Eliminar H de la llista OPEN:

1. posar H en la llista CLOSED
2. comprovar si H és objectiu: NO
3. comprovar si H està en el màxim nivell de profunditat ($m=3$): SI \Rightarrow BACKTRACKING (H)

llista OPEN = {I(-3), E(-2), C(-1)}

llista CLOSED = {A, B, D}

5. Profunditat: cerca en arbre (TREE-SEARCH)



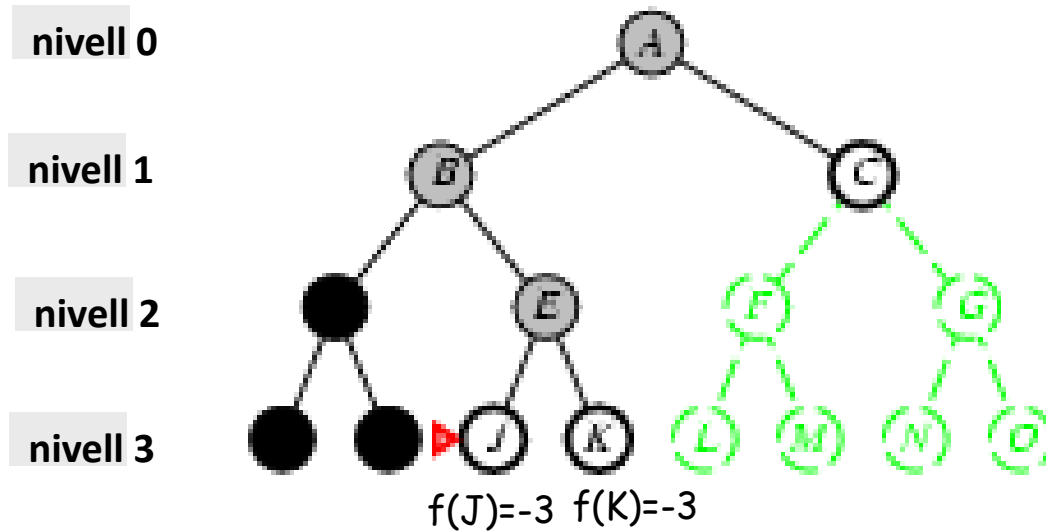
Eliminar I de la llista OPEN:

1. posar I en la llista CLOSED
2. comprovar si I és objectiu: NO
3. comprovar si I està en el màxim nivell de profunditat ($m=3$): SI => **BACKTRACKING (I)**

llista OPEN = {E(-2),C(-1)}

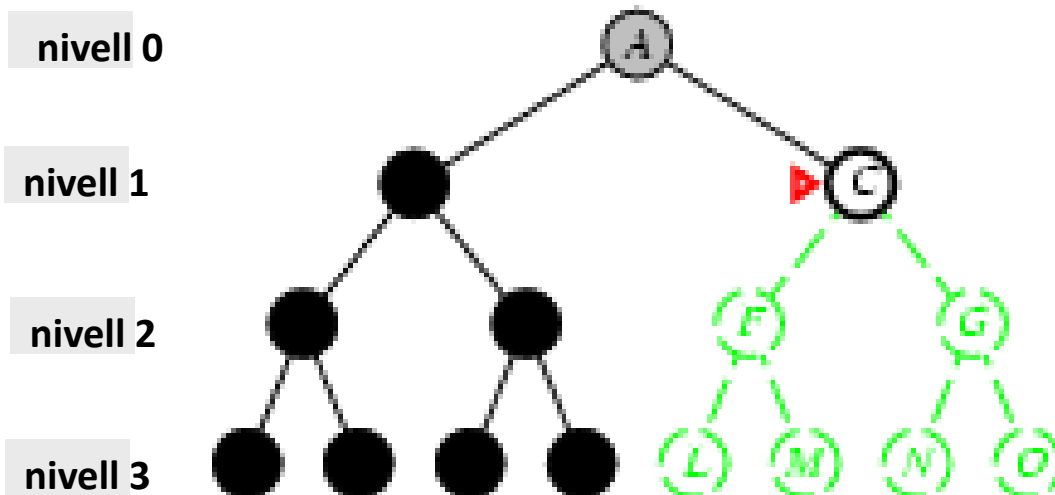
llista CLOSED = {A,B}

5. Profunditat: cerca en arbre (TREE-SEARCH)



llista OPEN = {J(-3), K(-3), C(-1)}

llista CLOSED = {A, B, E}



llista OPEN = {C(-1)}

llista CLOSED = {A}

5. Profunditat: propietats

- Complexitat temporal:

- Per a un arbre de màxima profunditat m , $O(b^m)$
- si $m=d$ llavors profunditat explora tants nodes com amplària. Però m pot ser un valor molt més gran que d

- Complexitat espacial:

- La versió TREE-SEARCH solament emmagatzema el camí del node arrel al node fulla actual (llista CLOSED), juntament amb els nodes germans no expandits dels nodes del camí (llista OPEN).
- Per a un factor de ramificació b i màxima profunditat m , $O(b.m)$.
- Llistes OPEN i CLOSED contenen molt pocs nodes: a penes no existeix control de nodes repetits. En la pràctica, profunditat genera el mateix node diverses vegades.
- Encara així, la versió TREE-SEARCH de profunditat pot ser més ràpida que amplària

- Completitud:

- Si no hi ha màxim nivell de profunditat i no hi ha control de nodes repetits => no és completa
- Si no hi ha màxim nivell de profunditat i hi ha control de nodes repetits => és completa
- Si hi ha màxim nivell de profunditat (m) podria perdre la solució si aquesta no es troba en l'espai de cerca definit per m => no és completa

- No òptima

7. Aprofundiment iteratiu

function Iterative_Deepening_Search (problem) **returns** (solution, failure)

inputs: problem /*a problem*/

for depth = 0 **to** ∞ **do**

 result = depth_limited_search (problem, depth)

if result \neq failure **return** result

end

return failure

end function

depth_limited_search (problem, limit)

....

if goal_test(node) then return SOLUTION(node)

else if depth(node) = limit then backtracking

else generate_successors (node)

....

Realitza **iterativament** una **cerca limitada en profunditat**, des d'una profunditat-màxima 0 fins a ∞ ..

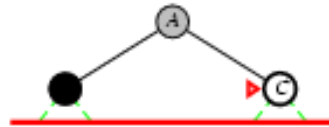
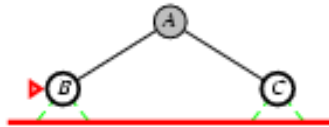
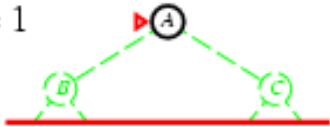
- ◆ Resol la dificultat d'elecció del límit adequat de la cerca en profunditat.
- ◆ Combina avantatges de cerca primer en amplitud i primer en profunditat.
- ◆ **Completa i admissible.**
- ◆ Complexitat temporal $O(b^d)$, complexitat espacial $O(b \cdot d)$

7. Aprofundiment iterativ

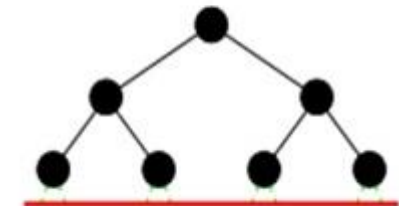
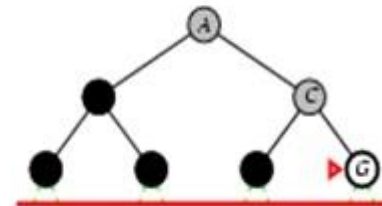
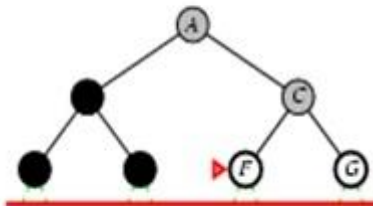
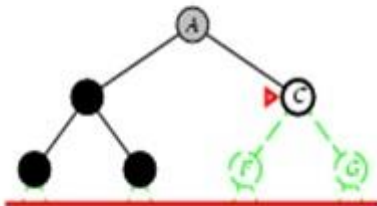
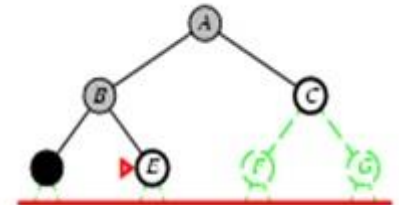
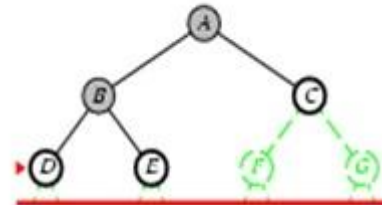
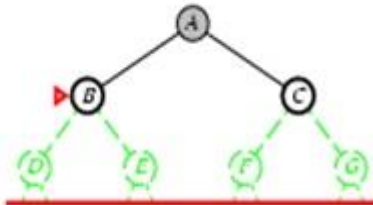
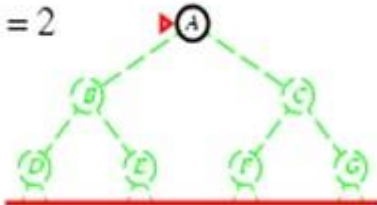
Limit = 0



Limit = 1

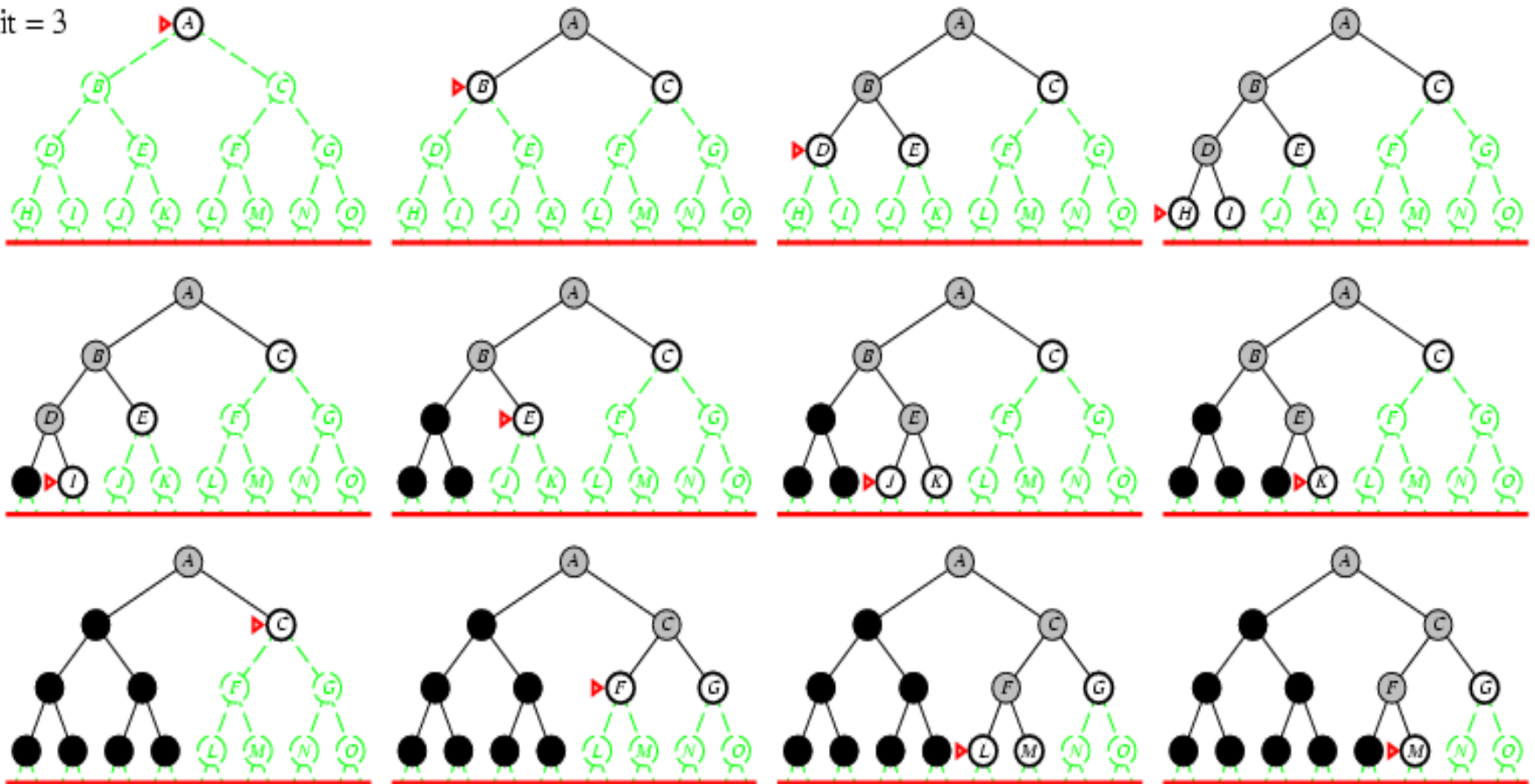


Limit = 2



7. Aprofundiment iterativ

Limit = 3



7. Aprofundiment iteratiu

- Nombre de nodes generats per a $b=10$, $d=5$:

– Aprofundiment iteratiu:	$(d) \cdot b + (d-1) \cdot b^2 + (d-2) \cdot b^3 + \dots + 1 \cdot b^d$	123.456
– Amplària:	$1 + b + b^2 + \dots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d + (b^{d+1} - b)$	1.111.100

AI pot semblar ineficient perquè genera estats repetidament, però realment no és així:

- En un arbre de cerca amb ramificació similar en cada nivell, la major part dels nodes està en el nivell inferior.
- Els nodes de nivell inferior (d) són generats una sola vegada, els anteriors dues vegades, etc. Els fills de l'arrel es generen d vegades.

La cerca en amplària generarà alguns nodes en profunditat $d+1$, mentre que AI no ho fa. Per açò, AI és en realitat més ràpida que amplària.

AI és el mètode de cerca no informada preferit quan l'espai de cerca és gran i no es coneix a priori la profunditat de la solució.

Resum de cerca no informada

Criteri	Amplària	Cost uniforme	Profunditat	Aprofundiment iteratiu
Temporal	$O(b^d)$	$O(b^{C^*/\varepsilon})$	$O(b^m)$	$O(b^d)$
Espacial	$O(b^d)$	$O(b^{C^*/\varepsilon})$	$O(b.m)$	$O(b.d)$
Òptima?	Sí*	Sí	No	Sí*
Completa?	Sí	Sí**	No	Sí

* Òptima si els costos de les accions són tots iguals

** Completa si els costos de les accions $\geq \varepsilon$ per a un ε positiu