25.2 习题 II

习题 25.2.1 设 E 为有界集, f 在 E 上一致连续, 证明 f 在 E 上有界.

习题 25.2.2 从闭区间 $[0,1]$ 出发, 构造类 Cantor 集如下, 在第 k 步时, 对每一个余下的闭区间，移走相对长度为 θ_k $(0<\theta_k<1)$ 的同心开区间. 证明余下的集合总长为零当且仅当 $\sum_{k=1}^{\infty}\theta_k=\infty$.

习题 25.2.3 Lebesgue 外侧度定义中的无穷求和是否能替换为有穷求和:

$$m^*(E)=\inf\left\{\sum_{k=1}^{N}|I_k|:\{I_k\}_{k=1}^{N}\text{ 为}\mathbb{R}^n\text{的}N\text{个开矩体}, E\subset\bigcup_{k=1}^{N}I_k\right\}.$$

习题 25.2.4 设 μ^* 为 $\mathbb{R}^n$ 上的外测度. 设 $A \subset \mathbb{R}^n$, 定义

$$\mu_A^*(E) = \mu^*(E \cap A), \ \forall E \subset \mathbb{R}^n.$$

那么 μ_A^* 是外测度, 且任何 μ^*-可测集也是 μ_A^*-可测的.

习题 25.2.5 教材第二版 2.2 节思考题 2,3.