

25.5 习题 5

习题 25.5.1 设 $\{f_k\}$ 和 $\{g_k\}$ 在 E 上分别依测度收敛于 f 和 g . 那么以下运算成立.

- (1) $f_k + g_k$ 依测度收敛于 $f + g$
- (2) 若 $m(E) < \infty$, 那么 $f_k g_k$ 依测度收敛于 fg
- (3) 若 $m(E) < \infty$, $g \neq 0, a.e.$, 那么 f_k/g_k 依测度收敛于 f/g

习题 25.5.2 设 f 在 E 上可测, $\forall a \in \mathbb{R}, F_f(a) = m(f > a)$.

- (1) 若 $f_k \nearrow f$, 那么 $F_{f_k} \nearrow F_f$
- (2) 若 f_k 依测度收敛于 f , 那么对任意 F_f 的连续点 a , 都有 $F_{f_k}(a) \rightarrow F_f(a)$.

习题 25.5.3 设 $\{f_k\}$ 为 E 上的可测函数列, 点点收敛于 f . 证明存在可测集列 $\{E_j\}_{j=0}^{\infty}$ 满足: f_k 在 E_j 上一致收敛, $m(E_0) = 0$ 以及 $E = \bigcup_{j=0}^{\infty} E_j$.

习题 25.5.4 教材第二版 3.2 节 p140 思考题 1,3,5,6.

习题 25.5.5 教材第二版 p147 思考题 2.