1.7 习题

除非特别指出, 所有集合均指 $\mathbb{R}^n$ 的子集. 定义 $\inf \varnothing = \infty$.

习题 1.7.1 未给出证明的结论, 证明之.

习题 1.7.2 若 $\{E_k\}_{k=0}^{\infty}$ 为一集合列, 那么

$$\limsup_{k\to\infty} E_k = \left\{x : x\text{属于无穷多个}E_k\right\},$$

$$\liminf_{k\to\infty} E_k = \left\{x : x\text{不属于有限多个}E_k\right\}.$$

习题 1.7.3 指示函数有以下性质:

(1) $\chi_{A\cap B} = \chi_A \cdot \chi_B$; $\chi_{A\cup B} = \chi_A + \chi_B - \chi_{A\cap B}$; $\chi_{A^c} = 1 - \chi_A$;

(2) $\chi_{\limsup\limits_{k\to\infty} E_k} = \limsup\limits_{k\to\infty} \chi_{E_k}$; $\chi_{\liminf\limits_{k\to\infty} E_k} = \liminf\limits_{k\to\infty} \chi_{E_k}$

习题 1.7.4 设 E 为集合, 证明 $int(E)$ 是开集.

习题 1.7.5 任何开集都是 F_σ 集, 闭集都是 G_δ 集.

习题 1.7.6 若 E, F 不相交, E 紧 , F 闭 , 那么 $d(E, F) > 0$.