

1. 已知离散型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 0.3, & 1 \leq x < 3 \\ 0.5, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$,

则 $P\{X > 1 | X \neq 3\} =$ ()。

A. $\frac{5}{7}$; B. $\frac{5}{8}$; C. $\frac{7}{8}$; D. $\frac{7}{10}$ 。

2. 设 X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的一个简单样本, 总体均值 $EX = \mu$,

总体方差 $DX = \sigma^2$, 下列几个总体均值 μ 的无偏估计量中, 方差最小的是_____。

A. $\hat{\theta} = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + \frac{1}{2}X_3$; B. $\hat{\theta} = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{6}X_3$;
C. $\hat{\theta} = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$; D. $\hat{\theta} = \frac{1}{3}X_1 + \frac{3}{4}X_2 - \frac{1}{12}X_3$ 。

3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $E|X - \mu| =$ _____。

A. 0 ; B. μ . ; C. σ ; D. $\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\sigma$ 。

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知; x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的样本,

给定 $0 < \alpha < 1$, 下列表述中正确的结论是 _____。

A. $P\{\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}\} = 1 - \alpha$;

B. $P\{\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)\frac{s}{\sqrt{n}}\} = 1 - \alpha$;

C. $P\{\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}\} = \alpha$;

D. $P\{\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}\} = 1 - \alpha$ 。

5. 设随机变量 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y)$, 对任意实数 z ,

则有 $P\{\max\{X, Y\} > z\} =$ _____。

A. $1 - F(z, z)$; B. $P\{X > z\} + P\{Y > z\}$;

C. $F(z, z)$; D. $P\{X > z, Y > z\}$ 。

6. 设随机变量 X, Y 的二阶矩 EX^2, EY^2 存在,

下列不等式中正确的结论是_____。

A. $|E(X)| > (EX^2)^{1/2}$; B. $(E|X + Y|^2)^{1/2} \geq (EX^2)^{1/2} + (EY^2)^{1/2}$;

C. $|Cov(X, Y)| \geq \sqrt{DX} \cdot \sqrt{DY}$; D. $|E(XY)| \leq (EX^2)^{1/2} \cdot (EY^2)^{1/2}$ 。

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, ($n \geq 2$); 总体均值 $EX = \mu$,

总体方差 $DX = \sigma^2$, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ 。

则对任意 $\varepsilon > 0$, 成立_____。

A. $P\{|\bar{X} - \mu| < \varepsilon\} \leq \frac{D\bar{X}}{\varepsilon^2}$; B. $P\{|\bar{X} - \mu| \geq \varepsilon\} \geq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$;

C. $P\{|\bar{X} - \mu| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$; D. $P\{|\bar{X} - \mu| < \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$ 。

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本,

记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$, 则下列各式中正确的是_____。

A. $X_1 - \bar{X} \sim N(0, \frac{n+1}{n}\sigma^2)$, B. $X_1 - \bar{X} \sim N(0, \frac{n-1}{n}\sigma^2)$,

C. $\frac{n}{(n-1)\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$, D. $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$ 。

1. 设 X 为随机变量, 则有 $\lim_{M \rightarrow +\infty} P\{|X| > M\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 袋中有 5 只红球和 3 只白球。从中任取 3 只球, 已知取出有红球时,

则至多取到 1 只白球的概率为_____。

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x, y < +\infty;$$

则 $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ 的概率密度 $f_Z(z) =$ _____。

4. 已知随机变量 X 的分布函数 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ \frac{1}{2}(1+x^3), & -1 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

则 $Y = 2X^2 + 1$ 的分布函数 $F_Y(y) =$ _____。

5. 设总体 $X \sim N(\mu_0, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的一组样本值, μ_0 已知。

则参数 σ^2 的极大似然估计 $\hat{\sigma}^2 =$ _____。

6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自于总体 X 的样本; 总体均值 $EX = \mu$, 总体方差 $DX = \sigma^2$,

常数 C , 使得 $C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计, 则 $C =$ _____。

7. 设总体 $X \sim N(-1, 4^2)$, X_1, X_2, \dots, X_9 为总体 X 的一个样本, \bar{X} 为样本均值,

则 $P\{|\bar{X}| < 1\} =$ _____。(已知 $\Phi(1.5) = 0.9332$)。

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, ($n \geq 2$);

$$\text{记 } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

在未知方差 σ^2 , 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$ 时,

选取检验用的统计量及服从的分布是_____。

接连不断地掷一颗骰子, 直到出现小于 5 点为止, 以 X 表示最后一次掷出的点数, 以 Y 表示掷骰子的次数。

试求: (1) 求二维随机变量 (X, Y) 的分布律;

(2) 求 (X, Y) 关于 X 的边沿分布律, (X, Y) 关于 Y 边沿分布律;

(3) 证明 X 与 Y 相互独立; (4) 求 EX, EY ; (5) 求 $E(XY)$ 。