北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

2018—2019学年第1 学期

考试答题册

题号	一	二	三	四	五[五]	六[六]	总分
成绩							
阅卷人签字							
校对人签字							

考试课程: 概率统计A,概率统计B

(A卷)

班级:____________ 学号:____________

姓名:____________ 教师:____________

考场:____________ 座位号:____________

2019 年1月8 日

北京航空航天大学考生守则

第五十一条 考生应提前10 分钟凭学生卡或学生证进入考场，参加补考还必须携带《补考准考证》。入场后必须保持安静，服从监考教师安排，按指定位置就座。并将本人证件放在桌面上，以便监考教师核对。

第五十二条 迟到15 分钟者，禁止入场，取消考试资格。考试开始60 分钟后方可交卷退场。考试结束前10 分钟，考生不准离开考场。

第五十三条 考试时除准备必需的文具（如钢笔、圆珠笔、铅笔、橡皮、绘图仪器和无字典存储和编程功能的电子计算器）外，不得携带手机、智能手表、文曲星、商务通或带有存储、编程、查询功能的高档计算器进入座位，否则按考试违纪论处，如考试过程中使用上述工具视为作弊。考试中不准使用自备的答题纸和草稿纸，不允许擅自更换试卷，不允许互相传借文具、纸张。书籍（开卷考试除外）、书包及上述通讯工具等物品一律按要求放到指定地点。

第五十四条 答题前必须先写上自己的姓名、班级和学号，答题一律用蓝、黑色钢笔或圆珠笔书写（填涂《答题卡》用2B 铅笔），字迹要工整、清楚，答题书写在草稿纸上的一律无效。

第五十五条 若遇问题，必须举手向监考教师示意。除试卷印刷问题，不允许向监考教师提出任何与试卷内容有关的问题。考生不许私自相互借用任何考试用具。

第五十六条 考试进行中，未交卷者原则上不允许离开考场，确需离场时必须交卷后方可离开。未交卷擅自离开考场者，按考试结束处理，不得再次进入考场参加考试。考生在任何情况下都不得将试卷带出考场。

第五十七条 宣布考试结束时，考生应立即停止答题，一律由监考教师上位收卷，在收齐全部试卷之前，考生必须保持在原座位，不得说话，凡违反者一律按作弊处理。延误不交卷者，监考教师有权视情节按违纪或作弊处理，考试成绩按零分记。

第五十八条 考试结束后，应在监考教师清点试卷无后，方可退场，否则按考试违纪处理。退场后不得在考场附近逗留、大声喧哗。

第五十九条 学生违纪和作弊行为的认定，按照《北京空航天大学考试违规行为的认定办法》执行。对违反考试纪律或作弊（含协同作弊）者，监考教师有权当场收回试卷，并在试卷上写上“违纪”或“作弊”字样，取消其考试资格，考生在《考场记录单》上签字后立即退场，对拒不退场者将从严处理。

第六十条 考试违纪或作弊的学生所在班级取消当年申请评定优良学风班的资格。有作弊记载的学生取消免试推荐研究生资格。

第六十一条 代替他人或由他人代替参加考试的替考作弊者，按《国家教育考试违规处理办法》(中华人民共和国教育部令第18 号)规定进行严肃处理直至开除学籍。

一　填空题(每小题3分，共27 分)

1. 在$(0,1)$内任取两个实数,则它们的和小于$\frac{1}{2}$的概率是_________

2. 已知离散型随机变量X的分布函数为$F_X(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ 0.2, & 1\le x<3\\ 0.7, & 3\le x<4\\ 1, & \text{其他}\end{cases}$,

则$P(X<4|X\neq 3)=$_________

3. 将两信息分别编码为A和B传递出去,接收站收到时,A被误收作B的概率是0.01,B被误收作A的概率是0.02,信息A和信息B传送的频繁程度为2:1, 若接收站收到的信息为A,则原发信息是A的概率为_________

4. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为来自总体$N(\mu,\sigma^2)$的简单随机样本,则$D[\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2]$ 的值为_________

5. 设总体X的概率密度为$f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda\alpha x^{\alpha-1}e^{-\lambda x^{\alpha}}, & x>0\\ 0, x\le 0\end{cases}$,其中$\lambda>0$是未知参数,$\alpha>0$是已知常数,$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是来自总体$X$的简单随机样本,则$\lambda$ 的极大似然估计为_________

6. 设随机变量X服从几何分布,其分布律为:$P(X=k)=p(1-p)^{k-1},k=1,2,\cdots$,其中$0<p<1$为常数,则$E(X)=$_________,$D(X)=$_________

7. 设随机变量X与Y独立,X的概率分布为:

X	1	2
p	0.3	0.7

,而Y的密度函数为$f(y)$,求$U=X+Y$的概率密度函数_________

8. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为来自于正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的简单随机样本,常数C使得$C\sum\limits_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为σ^2的无偏估计,则$C=$_________

9. 已知随机变量X和Y的分布律为

X	-1	0	1
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

,

Y	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

,

且$P(XY=0)=1$,则$P(X>Y)$_________

二　选择题(每小题3分，共27 分)

1. 设随机变量X的概率密度为$f(x) = f(-x)$,其中$-\infty < x < +\infty$,则对$a > 0$, $P\{|X| < a\} =$_________ ( )

(A) $2[1 - F(a)]$　　(B) $2F(a) - 1$

(C) $2 - F(a)$　　(D) $1 - 2F(a)$

2. 设总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为总体X的一个样本,$\overline{X}$为样本均值,S^2为样本方差,则下列结论成立的是_________ ( )

(A) $2X_1 - X_2 \sim N(\mu, \sigma^2)$　　(B) $\dfrac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

(C) $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S}\sqrt{n-1} \sim t(n-1)$　　(D) $\dfrac{n(\overline{X} - \mu)^2}{S^2} \sim F(1, n-1)$

3. 下列可作为随机变量分布函数的是_________ ( )

(A) $F(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

(B) $F(x) = \dfrac{1}{\pi} arctan x + \dfrac{1}{2}$

(C) $F(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}(1 - e^{-x}), & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$

(D) $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$,其中$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$

4. 设随机变量X的概率密度为$f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{4}} (-\infty < x < +\infty)$,则以下随机变量服从$N(0,1)$的是 _________ ( )

(A) $\dfrac{X+3}{2}$　　(B) $\dfrac{X+3}{\sqrt{2}}$

(C) $\dfrac{X-3}{2}$　　(D) $\dfrac{X-3}{\sqrt{2}}$

5. 设随机变量X服从参数为λ的泊松分布,则_________ ( )

(A) $E(\dfrac{1}{X+1}) > \dfrac{1}{\lambda+1}$　　(B) $E(\dfrac{1}{X+1}) = \dfrac{1}{\lambda+1}$

(C) $E(\dfrac{1}{X+1}) < \dfrac{1}{\lambda+1}$　　(D) $E(\dfrac{1}{X+1})$不能确定

6. 设随机变量X的概率密度为$f(x)$, $Y = -X$,则Y的概率密度为_________ ( )

(A) $-f(y)$　　(B) $1 - f(-y)$　　(C) $f(-y)$　　(D) $f(y)$

7. 设总体X服从区间$(0, \theta)$上的均匀分布,而$2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$是来自X的一组观测值,则θ的极大似然估计值为_________ ( )

(A) $\dfrac{1}{5}$　　(B) $\dfrac{1}{8}$　　(C) 5　　(D) 8

8. 设随机变量X的数学期望为EX,方差为DX,则对任意正数ε,有__________ (　　)

(A) $P\{|X-EX|\geq\varepsilon\}\geq 1-\dfrac{DX}{\varepsilon^2}$

(B) $P\{|X-EX|\geq\varepsilon\}\leq \dfrac{DX}{\varepsilon^2}$

(C) $P\{|X-EX|\geq\varepsilon\}\leq 1-\dfrac{DX}{\varepsilon^2}$

(D) $P\{|X-EX|\geq\varepsilon\}\geq \dfrac{DX}{\varepsilon^2}$

9. 在假设检验中,显著性水平α的意义是__________ (　　)

(A) H_0为真时,经检验拒绝H_0的概率

(B) H_0为真时,经检验接受H_0的概率

(C) H_0为假时,经检验拒绝H_0的概率

(D) H_0为假时,经检验接受H_0的概率

三 (本题16分)

设二维随机变量(X,Y)的概率密度$f(x,y)=\begin{cases}x^2+\dfrac{1}{3}xy & 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq 2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

(1)求(X,Y)分别关于X,Y的边沿密度函数;

(2)求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$;

(3)求$P(X<\dfrac{1}{3}|Y=1)$

(4)求$P(X<\dfrac{1}{3}|Y<1)$

四 解答题(本题14分)

设总体X的密度函数为$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{3}{\theta^3}x^2, & 0\le x\le\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$,$\theta>0$为未知参数,

$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为来自总体X的样本,$Y_n=max(X_1,X_2,\cdots,X_n)$.

(1)求θ的矩估计量;

(2)证明:$\dfrac{4}{3}\overline{X}$和$\dfrac{3n+1}{3n}Y_n$都是θ的无偏估计量;

(3)比较(2)中的两个估计量哪一个更有效

[五] (本题学《概率统计A》的学生做，学《概率统计B》的学生不做,本题8分)
设随机过程$X(t)=X+tY+t^2Z$,其中X,Y,Z是相互独立的标准正态随机变量.请判断$X(t)$是否为(广义)平稳过程.

五 (本题学《概率统计B》的学生做，学《概率统计A》的学生不做,本题8 分)
设某次考试的考生成绩服从正态分布,从中随机地抽取36名考生的成绩,算得平均成绩为66.5分,标准差为15分,问在显著水平0.05下,是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分?并给出检验过程.(注:$t_{0.975}(36)=2.0281, t_{0.975}(35)=2.0301, t_{0.95}(36)=1.6883, t_{0.95}(35)=0.6896, z_{0.975}=1.96, z_{0.95}=1.65$)

[六] (本题学《概率统计A》的学生做，学《概率统计B》的学生不做,本题8分)
1号箱中有1号球2个,2号球1个,3号球1个;2号箱中有1号球2个,2号球2个,3号球1个;3号箱中有1号球3个,2号球2个,3号球1个。若进行有放回抽取,每次取一个,第一次从1号箱取,如果第n次取到$i(i = 1, 2, 3)$号球,则第$n+1$次从i号箱取球,以X_n表示第n次取到球的编号,则$\{X_n, n = 1, 2, \cdots,\}$为齐次马尔可夫链.
(1)写出状态空间及一步转移概率矩阵;
(2)求$P\{X_1 = 3, X_2 = 2, X_4 = 1\}$;

六 (本题学《概率统计B》的学生做，学《概率统计A》的学生不做,本题8分)
设二维随机变量(X, Y)服从单位圆$x^2 + y^2 \le 1$上的均匀分布.
(1)求X与Y的相关系数ρ_{XY};
(2)判断X与Y是否独立.