

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

ИНСТИТУТ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК И МАТЕМАТИКИ

Кафедра алгебры и фундаментальной информатики

Различение слов перестановочными автоматами

Направление подготовки 02.04.02

«Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Допустить к защите:

Зав. кафедрой:

доктор физико-математических
наук

профессор М.В. Волков

Нормоконтролер:

кандидат физико-математических
наук

доцент И.И. Иванов

Магистерская диссертация

Карповой

Ольги Дмитриевны

Научный руководитель:

доктор физико-математических
наук,

профессор А.М. Шур

Екатеринбург

2018

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	2
1 Основные определения	3
2 Постановка задачи	4
3 Полезные факты	5
4 Серии тождеств	6
4.1 Тождества из двух блоков	6
4.2 Тождества из трех блоков	6
4.3 Тождества из четырех и более блоков	6
5 Заключение	7

ВВЕДЕНИЕ

Задача о различении двух наборов входных данных - одна из самых простых вычислительных задач, которые можно себе представить. Обычно, входные данные представлены в виде двух строк u и v над конечным алфавитом Σ и известны заранее.

В мощной вычислительной модели, такой как RAM, задача решается за константную память (помимо памяти, занимаемой строками): нам достаточно одного регистра для того, чтобы найти позицию, в которой различаются u и v .

Однако для более слабой модели, например, для конечных автоматов, задача существенно усложняется, и ее уже нельзя решить за константную память. Задача об определении минимального размера конечного автомата, различающего два данных слова, NP-трудна. Более того, не всё известно об асимптотике минимального количества вершин, необходимого, чтобы построить различающий автомат для каждой пары слов, длина которых меньше либо равна заданному наперед числу. Это и есть задача о различении слов автоматами, и на данный момент известны только верхняя и нижняя границы искомой функции, между которыми довольно большой разрыв.

Далее в работе будут даны все необходимые определения, задача будет поставлена более формально, также будет показана эквивалентность этой задачи поиску тождеств в полгруппе преобразований и группе перестановок. Более того, будут приведены серии тождеств, одна из которых позволяет слегка поднять нижнюю границу искомой функции.

1 Основные определения

Пусть $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, s, T)$ – детерминированный конечный автомат, где Σ – входной алфавит, из которого формируются слова, принимаемые автоматом, $\Sigma \neq \emptyset$,

Q – множество состояний автомата, $Q \neq \emptyset$,

δ – функция переходов, определенная как отображение $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$,

s – начальное состояние, $s \in Q$

T – множество терминальных (конечных) состояний, $T \subseteq Q$.

Определение 1.1. Автомат \mathcal{A} – перестановочный, если переход из любого состояния по любому символу является перестановкой состояний, или, что тоже самое, для любого символа x из Σ и любых состояний q и p $\delta(q, x) \neq \delta(p, x)$.

Определение 1.2. Автомат принимает слово, если по окончании его обработки он находится в терминальном состоянии.

Определение 1.3. Пусть u и v – слова над алфавитом Σ . Говорят, что автомат различает слова u и v , если он принимает одно из них и не принимает другое.

Определение 1.4. Пару слов (u, v) будем называть тождеством для некоторого автомата, если он либо принимает и u , и v , либо отвергает и u , и v , то есть не различает их.

Обозначим за $sep(u, v)$ количество состояний в минимальном детерминированном конечном автомате, различающем u и v , за $sepp(u, v)$ – количество состояний в перестановочном автомате, различающем u и v . Например, автомат на рисунке 1 различает слова 0010 и 1000.

2 Постановка задачи

3 Полезные факты

4 Серии тождеств

4.1 Тождества из двух блоков

4.2 Тождества из трех блоков

4.3 Тождества из четырех и более блоков

5 Заключение

Список литературы