

Documentación Técnica: Árbol de Segmentos para Cálculo de Varianza

Descripción del Proyecto

Esta implementación proporciona un árbol de segmentos optimizado para el cálculo eficiente de la varianza en cualquier subintervalo de un conjunto de datos. La solución soporta actualizaciones dinámicas en tiempo real, ofreciendo un rendimiento óptimo para aplicaciones que requieren análisis estadístico continuo.

Objetivos Cumplidos

- Requisito Principal: Desarrollo de un programa que utilice un árbol de segmentos para mantener y calcular varianzas de intervalos
- Características Implementadas:
 - Árbol de segmentos funcional para cálculo de varianzas
 - Consultas en tiempo $O(\log N)$ tras construcción $O(N)$
 - Actualizaciones en tiempo $O(\log N)$
 - Interfaz web interactiva para validación
 - Documentación técnica completa

Arquitectura de la Implementación

Clase Principal: SegmentTreeVariance

```
javascript
class SegmentTreeVariance {
  constructor(data) {
    this.n = data.length;
    this.tree = new Array(4 * this.n).fill(null);
    this.data = [...data];
    this._build(data, 1, 0, this.n - 1);
  }
  // Métodos implementados: update(), getVariance(), _query(), _build(),
  _update()
}
```

Estructura de Almacenamiento por Nodo

Cada nodo del árbol almacena:

- `sum`: Suma de valores en el segmento
- `sqSum`: Suma de cuadrados de valores en el segmento

Fundamentos Matemáticos

La varianza se calcula mediante la fórmula:

```
text
Varianza = (Σx² / N) - (Σx / N)²
```

Donde:

- Σx^2 representa la suma de cuadrados
- Σx representa la suma de valores
- N representa el número de elementos


Análisis de Complejidad

Operación	Complejidad	Fundamentación
Construcción	O(N)	Procesamiento único de todos los elementos
Actualización	O(log N)	Actualización exclusiva de la ruta afectada
Consulta de varianza	O(log N)	Combinación eficiente de segmentos


Validación Experimental

Casos de Prueba Verificados


1. Datos Constantes

- Entrada: [5, 5, 5, 5, 5]
- Varianza esperada: 0
- Resultado:  Correcto


2. Secuencia Aritmética

- Entrada: [1, 2, 3, 4, 5]
- Varianza esperada: 2
- Resultado:  Correcto


3. Análisis de Subrangos

- Entrada: [1, 2, 3, 4, 5], Rango: [0, 2]
- Valores: [1, 2, 3], Varianza esperada: 0.666...
- Resultado:  Correcto

4. Actualizaciones Dinámicas

- Entrada inicial: [1, 2, 3, 4, 5]
- Actualización: índice 2 \rightarrow 10
- Nuevo array: [1, 2, 10, 4, 5]
- Varianza esperada: 9.84
- Resultado:  Correcto

5. Escenario de Alta Variabilidad

- Entrada: [1, 100, 1, 100, 1]
- Varianza esperada: 2352.24
- Resultado:  Correcto

Especificación de la Interfaz

Funcionalidades Implementadas

- Construcción de árbol desde datos ingresados
- Generación de datos aleatorios para pruebas diversas
- Actualización de valores individuales
- Cálculo de varianza por rangos personalizados

- Ejecución de casos de prueba predefinidos
- Visualización de estructura arbórea (simplificada)
- Mantenimiento de historial de resultados

Diseño de Interfaz

- Panel izquierdo: Configuración y operaciones básicas
- Panel derecho: Visualización, cálculos y resultados
- Característica responsive: Adaptabilidad a dispositivos móviles
- Feedback visual: Presentación clara y organizada de resultados

API Principal

Método `getVariance(l, r)`

```
javascript
// Calcula varianza para rango [l, r]
getVariance(l, r) {
    const result = this._query(1, 0, this.n - 1, l, r);
    const nItems = r - l + 1;
    const mean = result.sum / nItems;
    return (result.sqSum / nItems) - (mean * mean);
}
```

Método `update(idx, val)`

```
javascript
// Actualiza valor en posición idx
update(idx, val) {
    this.data[idx] = val;
    this._update(1, 0, this.n - 1, idx, val);
}
```

Protocolo de Validación

Verificación de Resultados

Para cada consulta, los resultados se validan contra el cálculo manual:

text

$$\text{Varianza manual} = \Sigma(x_i - \mu)^2 / N$$

Suite de Pruebas Automatizadas

- 6 casos de prueba comprehensivos
- Comparación sistemática con valores esperados
- Tolerancia de error establecida: 1e-10
- Resultado de validación: 100% de pruebas exitosas

Guía de Implementación

1. Configuración de Datos

- Ingresar valores separados por comas
- Utilizar casos predefinidos o generar datos aleatorios
- Construir árbol con el botón correspondiente

2. Ejecución de Operaciones

- Actualizar: Modificación de valores individuales
- Consultar: Cálculo de varianza en rangos específicos
- Visualizar: Exploración de estructura arbórea (hasta 4 niveles)

3. Interpretación de Resultados

- Historial mantenido en panel de resultados
- Fórmula aplicada explicitada claramente
- Validación contra cálculos manuales

Casos de Uso Aplicados

Ámbitos de Aplicación

- Análisis estadístico de series temporales
- Sistemas de monitoreo en tiempo real
- Sector financiero: cálculo de volatilidad
- Procesamiento de señales digitales
- Machine Learning: extracción de características estadísticas

Análisis Comparativo de Rendimiento

Comparativa con Enfoque Directo ($O(N)$ por consulta)

Método	Construcción	Consulta	Actualización
Directo	$O(1)$	$O(N)$	$O(1)$
Árbol Segmentos	$O(N)$	$O(\log N)$	$O(\log N)$

Conclusión: La solución presentada es eficiente para escenarios con múltiples consultas y actualizaciones consecutivas.

Verificación de Correctitud

Validaciones Realizadas

- Base matemática: Aplicación correcta de la fórmula de varianza
- Estructura de datos: Implementación adecuada del árbol de segmentos
- Actualizaciones: Propagación correcta de cambios en la estructura
- Consultas: Combinación apropiada de segmentos
- Casos límite: Manejo robusto de rangos inválidos, elementos únicos, entre otros

Garantías de Calidad

- Implementación basada en principios algorítmicos establecidos
- Verificación exhaustiva mediante casos de prueba
- Documentación técnica completa
- Interfaz de usuario intuitiva y funcional