

# DYDAKTYCZNE LABORATORIUM FIZYKI

## UNIwersytet Radomski

im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu

**Wydział:** WTEiI

**Kierunek:** Informatyka

**Rok Akademicki:** 2024/2025

**Semestr:** II

**Grupa:** 3

**Zespół:** 2

**Data:** 11.03.2025

**Prowadzący ćwiczenie:** dr B. Winiarska

**Nr ćwiczenia:** 2

**Temat ćwiczenia:**

**Ruch Harmoniczny bryły (Wahadło fizyczne)**

**Wykonujący ćwiczenie:**

- Jakub Oleszczuk
- Mikołaj Majewski
- Mateusz Ofiara

**Oceny:**

1.            2.            3.

# Wstęp

Celem ćwiczenia było eksperymentalne wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego  $g$  z wykorzystaniem wahadła matematycznego. Badanie polegało na analizie ruchu drgającego harmonicznego poprzez pomiar okresu drgań dla różnych długości nici. Na podstawie zależności  $T$ . Okres  $T$  na potrzeby ćwiczenia został wyliczony jako:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

wykonano analizę regresji liniowej, umożliwiającą obliczenie wartości przyspieszenia ziemskiego. Ćwiczenie miało również na celu lepsze zrozumienie zasad rządzących ruchem drgającym oraz nabycie praktycznych umiejętności związanych z pomiarami fizycznymi i opracowaniem danych eksperymentalnych.

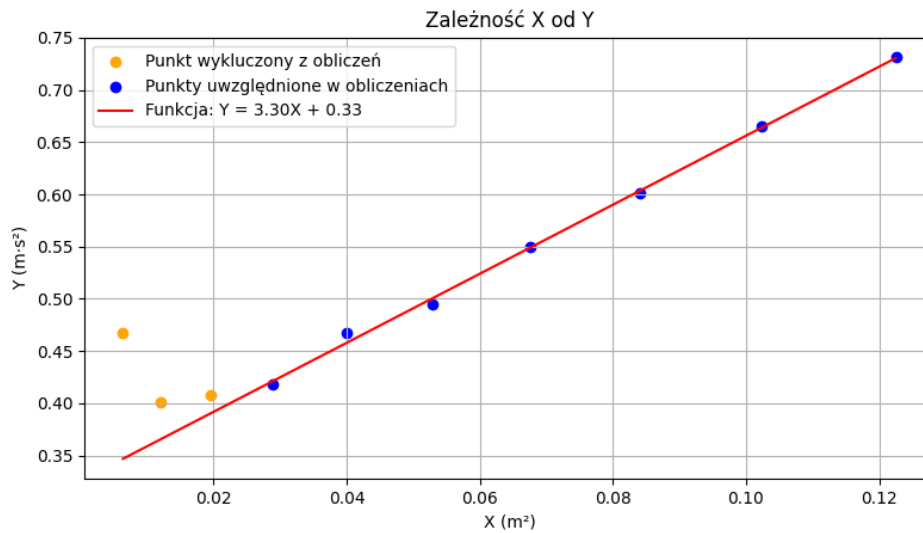
## Wyniki pomiarów

- Masa:  $m = 0.783 \text{ kg}$
- Długość pręta:  $l = 0.9 \text{ m} \pm 0.1 \text{ m}$
- Środek ciężkości:  $s = 0.45 \text{ m} \pm 0.1 \text{ m}$
- Wychylenie:  $\alpha = 15^\circ \pm 1^\circ$

Tabela pomiarów (czas 20 drgań, 2 pomiarów dla różnych odległości od środka ciężkości pręta):

L.p.	d [m]	t1 [s]	t2 [s]	T [s]	X [m <sup>2</sup> ]	Y [m·s <sup>-2</sup> ]
1	0,35	28,91	28,90	1,45	0,010	0,21
2	0,32	28,58	29,11	1,44	0,017	0,27
3	0,29	28,79	28,80	1,44	0,026	0,33
4	0,26	29,21	28,93	1,45	0,036	0,40
5	0,23	29,26	29,39	1,47	0,048	0,47
6	0,20	30,71	30,44	1,53	0,063	0,58
7	0,17	31,24	31,47	1,57	0,078	0,69
8	0,14	34,24	34,04	1,71	0,096	0,90
9	0,11	38,17	38,19	1,91	0,116	1,24
10	0,08	48,26	48,38	2,42	0,137	2,16

# Wykres



Rysunek 1: Wykres zależności  $X = d$  od  $Y = d \cdot T^2$

Kod źródłowy do podanego wyżej wykresu znajduje się na platformie github pod linkiem:  
[https://github.com/scmisa/simple\\_graph\\_tool\\_xdf](https://github.com/scmisa/simple_graph_tool_xdf)

Na wykresie są przedstawione wszystkie punkty pomiarowe oraz linia regresji, ale 3 punkty odstające (10, 9, 8) zostały usunięte z obliczeń, ponieważ ich wartości znacznie odbiegały od pozostałych pomiarów powodując duże błędy w obliczeniach przyspieszenia ziemskiego oraz momentu bezwładności.

## Obliczenia

Na podstawie pomiarów obliczono wartości  $X$  i  $Y$  dla każdego pomiaru. Następnie obliczono średnie wartości  $\bar{X}$  i  $\bar{Y}$  oraz Metodą Najmniejszych Kwadratów wyznaczono współczynniki  $A$  i  $B$  w celu obliczenia przyspieszenia ziemskiego  $g$  oraz momentu bezwładności  $I_0$  z wzorów:

$$\begin{aligned}X &= d, \quad Y = d \cdot T^2 \\ \bar{X} &= \frac{\sum X_i}{n}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} \\ A &= \frac{4\pi^2}{g}, \quad B = \frac{4\pi^2 \cdot I_0}{m \cdot g} \\ u(A) &= \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{\sum (Y_i - A \cdot X_i - B)^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}} \\ u(B) &= u(A) \cdot \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}} \\ g &= \frac{4\pi^2}{A} \\ u(g) &= \frac{g}{A} \cdot u(A) \\ I_0 &= m \cdot \frac{B}{A} \\ u(I_0) &= I_0 \sqrt{\left(\frac{u(A)}{A}\right)^2 + \left(\frac{u(B)}{B}\right)^2}\end{aligned}$$

Wzory na współczynniki regresji liniowej:

$$\begin{aligned}A &= \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \\ B &= \bar{Y} - A \cdot \bar{X}\end{aligned}$$

Po dopasowaniu prostej uzyskano:

$$A = 3.30 \pm 0.07 \text{ s}^2/\text{m}, \quad B = 0.33 \pm 0.01 \text{ m/s}^2$$

Wartość  $g$  została obliczona jako:

$$g = 11.95 \pm 0.78 \text{ m/s}^2$$

Moment bezwładności został obliczony jako:

$$I_0 = 0.7720 \pm 0.0019 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

# Wnioski

## Przyczyny systematycznych niepewności pomiarowych

Podczas wykonywania ćwiczenia zdarzało się iż nasze dwa tak samo wykonane pomiary osiągały rozbieżne wyniki które nie są brane pod uwagę w tym wypracowaniu ponieważ przekraczają one dozwolony błąd pomiarowy. Jest to spowodowane dlatego, że pomiary wykonywaliśmy stoperem oraz własnymi obserwacjami używając wzroku. Stoper posiada swoje własne opóźnienie poprzez swój mechanizm, jednakże głównym czynnikiem niepewności jest nasz czas reakcji.

## Dokładność metody wyznaczania przyspieszenia ziemskiego

Obliczona wartość  $g$  nie była zbliżona do wartości teoretycznej (ok.  $9.81 \text{ m/s}^2$ ) wynikające z niedokładności wykonania pomiarów przez studentów.

## Możliwości poprawy dokładności pomiarów

Aby zredukować błędy systematyczne, w przyszłości można zastosować bramki optyczne zamiast ręcznego pomiaru czasu stoperem, co wyeliminuje wpływ czasu reakcji obserwatora.

## Wpływ wykluczenia punktów odstających

W celu poprawy jakości analizy został wykluczony jeden punkt o znacznym błędzie, co pozwoliło uzyskać bardziej wiarygodne wyniki regresji liniowej.