

Plenum 03

Grundlagen der Optimierung

Wintersemester 2021

05.11.2021 und 08.11.2021

Newton-Verfahren

Welche Fragen gibt es?

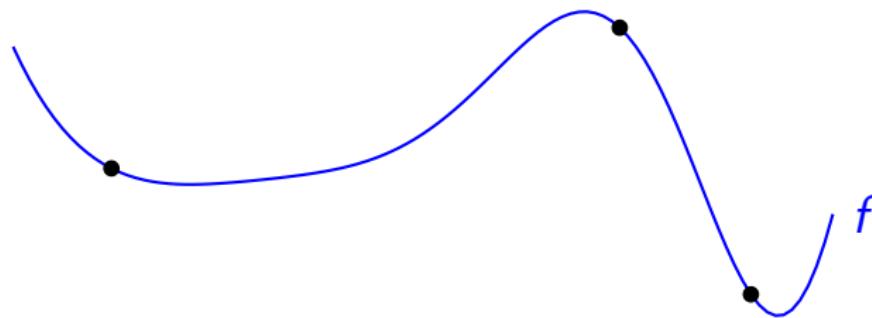
Zwei Motivationen des Newton-Verfahrens

Wie waren nochmal die zwei Herleitungen des Newton-Verfahrens zur Lösung der unrestringierten Aufgabe

Minimiere $f(x)$ über $x \in \mathbb{R}^n$?

Illustration des Newton-Verfahrens

Illustrieren Sie unter Verwendung des Taylorpolynoms
2. Ordnung die Newton-Richtungen bei der
Minimierung der dargestellten Funktion an den
markierten Punkten.



Ist die Newton-Richtung Abstiegsrichtung?

Was können wir anhand der Erkenntnisse von der vorherigen Folie darüber aussagen, ob die Newton-Richtung eine Abstiegsrichtung ist? (Auch an die mehrdimensionalen Situation denken.)

Vergleich Gradienten-/Newton-Verfahren

- Was sind Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Gradientenverfahren und Newton-Verfahren zur Lösung der unrestringierten Aufgabe

Minimiere $f(x)$ über $x \in \mathbb{R}^n$?

- Welche Rolle spielt jeweils das Skalarprodukt M , das man im \mathbb{R}^n wählt?

Vereinfachtes Newton-Verfahren

- ① Was war nochmal das vereinfachte Newton-Verfahren?
(für die Nullstellensuche von F)
- ② Welche lokale Konvergenzeigenschaft hat es?

Vereinfachtes Newton-Verfahren

Satz

Es sei F eine C^1 -Funktion und $x^* \in \mathbb{R}^n$ ein Punkt mit $F(x^*) = 0$ und $F'(x^*)$ regulär. Dann existiert eine Umgebung $B_\delta(x^*)$ von x^* , sodass für jedes $x^{(0)} \in B_\delta(x^*)$ gilt:

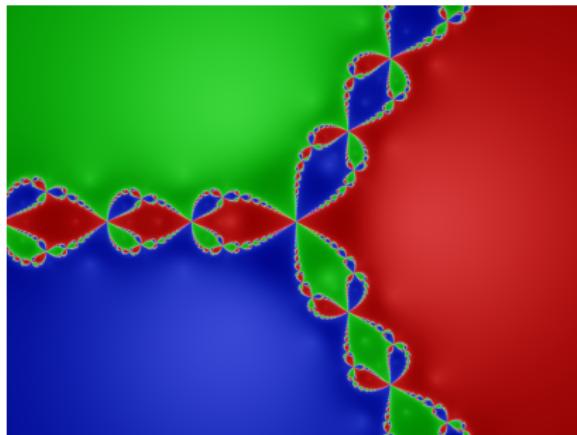
- ① Das vereinfachte Newton-Verfahren ist wohldefiniert und erzeugt eine Folge $(x^{(k)})$, die gegen x^* konvergiert.
- ② Die Konvergenzrate ist *q-linear*.

Vereinfachtes Newton-Verfahren

Was unterscheidet ein vereinfachtes
Newton-Verfahren dann überhaupt noch vom
Gradientenverfahren in der Optimierung?

Newton-Verfahren ohne Globalisierung

Das Newton-Verfahren zur Berechnung der komplexen Nullstellen von $F(z) = z^n - 1$:



https://en.wikipedia.org/wiki/Newton_fractal

[https://scipython.com/book2/chapter-8-scipy/examples/
the-newton-fractal/](https://scipython.com/book2/chapter-8-scipy/examples/the-newton-fractal/)

Welche Fragen gibt es?