R. Herzog, G. Müller
Universität Heidelberg

Übung I - 1

Ausgabedatum: 13. Oktober 2025
Abgabedatum: 20. Oktober 2025

Übungsaufgabe I-1.1. (Aussagen und Wahrheitswert)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Sätze Aussagen sind. Begründen Sie Ihre Entscheidungen kurz und geben Sie für die Aussagen (wenn möglich) ihren Wahrheitswert an.

(a) Grün ist die schönste Farbe.
(b) Das Lichtjahr ist keine Zeiteinheit.
(c) Geh jetzt ins Bett!

Übungsaufgabe I-1.2. (Symbolisierung von Sätzen der Umgangssprache)

Verwenden Sie die in Definition 1.3 des Skripts definierten Junktoren, um die unten stehenden Aussagen zu symbolisieren.

Hinweis: Weitere Beispiele dafür finden sich in Beispiel 1.4 des Skripts.

(a) Sind sie zu stark, bist du zu schwach.
(b) Wir sehen gerade entweder einen Sonnenaufgang oder einen Sonnenuntergang.
(c) Ausschließlich eine Woche vor Silvester ist Heiligabend.

Übungsaufgabe I-1.3. (Klammern in zusammengesetzten Aussagen)

Es seien A_i für $i = 1, \dots, 8$ Aussagen. Setzen Sie in der folgenden zusammengesetzten Aussage alle Klammern, die auf Grund der Bindungsregeln (Ausdruck (1.1) des Skripts) weggelassen werden konnten.

$$A_1 \vee \neg A_2 \wedge A_3 \to \neg A_4 \wedge A_5 \leftrightarrow \neg\neg A_6 \to A_7 \vee A_8$$

Übungsaufgabe I-1.4. (Symbolisierung von Sätzen der Umgangssprache mit Quantoren)

Symbolisieren Sie die unten stehenden Aussagen mithilfe der Aussageformen

$$\begin{aligned} A(x) &: x \text{ ist Arbeitnehmer} \\ K(x,y) &: x \text{ kennt } y \\ S(x,y) &: x \text{ arbeitet für } y \end{aligned}$$

für die nichtleere Grundmenge P aller Personen. Arbeitgeber sind Personen, für die jemand arbeitet.

(a) Wer für niemanden arbeitet, ist kein Arbeitnehmer.

(b) Es gibt genau einen Arbeitgeber, der keinen seiner Arbeitnehmer kennt.

Übungsaufgabe I-1.5. (Negation von Aussagen mit Quantoren)

Gegeben sei ein Grundbereich X und Aussageformen $A(x), B(x,y), C(x,y,z)$ für $x, y, z \in X$. Negieren Sie die folgenden Aussagen und vereinfachen Sie die resultierenden Aussagen soweit wie möglich.

(a) $\forall x \, \forall y \, \big(A(x) \to B(x,y)\big)$

(b) $\forall x \, \exists y \, \forall z \, \big((C(x,y,z) \lor A(z)) \land B(x,y)\big)$

Hausaufgabe I-1.1 (Aussagen und Wahrheitswert) 1 + 1 + 1 = 3 Punkte

Entscheiden Sie, welche der folgenden Sätze Aussagen sind. Begründen Sie Ihre Entscheidungen kurz und geben Sie für die Aussagen (wenn möglich) ihren Wahrheitswert an.

(a) Kannst du Englisch sprechen?

(b) Autos sind rot.

(c) Das Gewicht ist eine Kraft.

Hausaufgabe I-1.2 (Symbolisierung von Sätzen der Umgangssprache) 1 + 1 + 1 = 3 Punkte

Verwenden Sie die in Definition 1.3 des Skripts definierten Junktoren, um die unten stehenden Aussagen zu symbolisieren.

Hinweis: Weitere Beispiele dafür finden sich in Beispiel 1.4 des Skripts.

(a) Ich gehe heute entweder in die Uni oder zum Sport.

(b) Bei meiner Größe stoße ich mich nicht oft.

(c) Wenn du den Bildschirm nicht ausmachst, kriegst du noch eckige Augen.

Hausaufgabe I-1.3 (Junktoren und Wahrheitstafeln) 2 Punkte

Es seien P und Q Aussagen. Beweisen Sie Lemma 1.5 Aussage (ii) aus dem Skript, also dass die folgenden Aussagen dieselben Wahrheitstafeln haben:

(a) $P \leftrightarrow Q$ (b) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Hausaufgabe I-1.4 (Assoziativität der Äquivalenz) 2 Punkte

Beweisen oder widerlegen Sie die Assoziativität des Junktors „$\leftrightarrow$“.

Hausaufgabe I-1.5 (Symbolisierung von Sätzen der Umgangssprache mit Quantoren) 1.5 + 1.5 = 3 Punkte

Symbolisieren Sie die unten stehenden Aussagen mithilfe der Aussageformen

$$\begin{aligned} B(x) &: x \text{ ist bewohnt} \\ H(x, y) &: x \text{ ist mindestens so hoch wie } y \\ S(x, y) &: x \text{ und } y \text{ stehen in der gleichen Stadt} \end{aligned}$$

für die nichtleere Grundmenge H aller Häuser.

(a) Jedes Haus, das ein höchstes Haus seiner Stadt ist, ist unbewohnt.

(b) Es gibt genau eine Stadt, in der alle bewohnten Häuser gleich hoch sind.

Dabei sollen folgende Annahmen gelten:

- In jeder Stadt steht mindestens ein Haus.
- Jedes Haus steht in genau einer Stadt.

Hausaufgabe I-1.6 (Negation von Aussagen mit Quantoren) 1 + 1 = 2 Punkte

Gegeben sei ein Grundbereich X und Aussageformen $A(x), B(x, y), C(x, y, z)$ für $x, y, z \in X$. Negieren Sie die folgenden Aussagen und vereinfachen Sie die resultierenden Aussagen soweit wie möglich.

a) $\exists x \, \forall y \, \big(A(x) \land B(x, y)\big)$

b) $\forall x \, \exists y \, \forall z \, \big((A(z) \land \neg B(x, y)) \lor C(x, y, z)\big)$

Bitte reichen Sie Ihre Lösungen der Hausaufgaben als ein PDF auf Mampf ein.