

Plenum 03

Einführung in die Numerik

Sommersemester 2022

10.05.2022 und 12.05.2022

Singulärwertzerlegung (SVD)

Was sind die Highlights der Woche?

- Informationen, die man aus der SVD bekommt

Welche Fragen gibt es? I

- orthogonales Komplement einer Menge
- Beweis der Submultiplikativität der Matrixnorm und wann die Abschätzung scharf ist (Satz 4.8)
- $\sum_{i=1}^n (v_i^T x)^2 = \|x\|_2^2$

Orthogonale Matrizen

- ① Wie können wir uns die lineare Abbildung vorstellen, die durch eine orthogonale Matrix V repräsentiert wird?
- ② Und wie ist das für V^T ?

Illustration der SVD

Wie können wir die SVD $A = U\Sigma V^T$ nutzen, um uns die Matrix-Vektor-Multiplikation Ax vorzustellen?

Illustration von Satz 4.11

Die führenden k Terme der SVD bilden die beste Rang- k -Approximation einer gegebenen Matrix A im Sinne der $\|\cdot\|_2 \rightarrow 2$ -Norm.

Wir verwenden eine Matrix A mit Bilddaten, bilden die SVD $A = U\Sigma V^T$ und vergleichen A mit

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} | & & | \\ u_1 & \cdots & u_k \\ | & & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - & v_1^T & - \\ \vdots & & \vdots \\ - & v_k^T & - \end{bmatrix}$$

für verschiedene Werte von k .

Konditionszahl orthogonaler Matrizen

Was ist die Konditionszahl orthogonaler Matrizen?