

# Plenum 04

## Grundlagen der Optimierung

### Wintersemester 2021

12.11.2021 und 15.11.2021

Modellierung linearer Optimierungsaufgaben  
Existenz von Lösungen  
Basisvektoren

# Was sind die Highlights der Woche?

- Es ist immer möglich, ein LP in Normalform zu bringen.
- Lokale Minimierer bei LP sind globale Minimierer.
- Visualisierungsmöglichkeiten und grafische Lösung von LP
- Hauptsatz der linearen Optimierung: Unter den Lösungen (falls nichtleer) ist immer eine Ecke.

# Welche Fragen gibt es?

- Definition des Rezessionskegels
- Vorstellung von Ecken eines Polyeders und Basisvektoren
- Aufteilung  $x_i \rightsquigarrow x_i^+ - x_i^-$  bei Konvertierung eines LP in Normalform
- Was ist die konische Hülle?
- Gibt es bessere Schranken für die Anzahl der Ecken als  $\binom{n}{m}$ ?
- Warum enthält die Lösungsmenge eines LP (falls nicht leer) immer eine Ecke?
- Wie kann man echte Ungleichungen in LPs behandeln?

# Aufgaben mit 1-Norm und $\infty$ -Norm

Wir wollen folgende Aufgaben jeweils als lineare Optimierungsprobleme umformulieren:

- 1 Aufgaben mit der 1-Norm  $\|y\|_1 = \sum_{i=1}^m |y_i|$

Minimiere  $\|Ax - b\|_1$  über  $x \in \mathbb{R}^n$

- 2 Aufgaben mit der  $\infty$ -Norm  $\|y\|_\infty = \max_{i=1,\dots,m} |y_i|$

Minimiere  $\|Ax - b\|_\infty$  über  $x \in \mathbb{R}^n$

Dabei sind  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  und  $b \in \mathbb{R}^m$ .

# Existenz von Lösungen

Die Kompaktheit einer nichtleeren Sublevelmenge ist zwar hinreichend (Satz 1.4), aber nicht notwendig für die Lösbarkeit eines LP.

Finden Sie Beispiele linearer Optimierungsaufgaben für folgende Situationen:

- ① Alle nichtleeren Sublevelmengen sind unbeschränkt, und das LP **besitzt** einen Minimierer.
- ② Alle nichtleeren Sublevelmengen sind unbeschränkt, und das LP besitzt **keinen** Minimierer.

# Rezessionskegel

Es sei

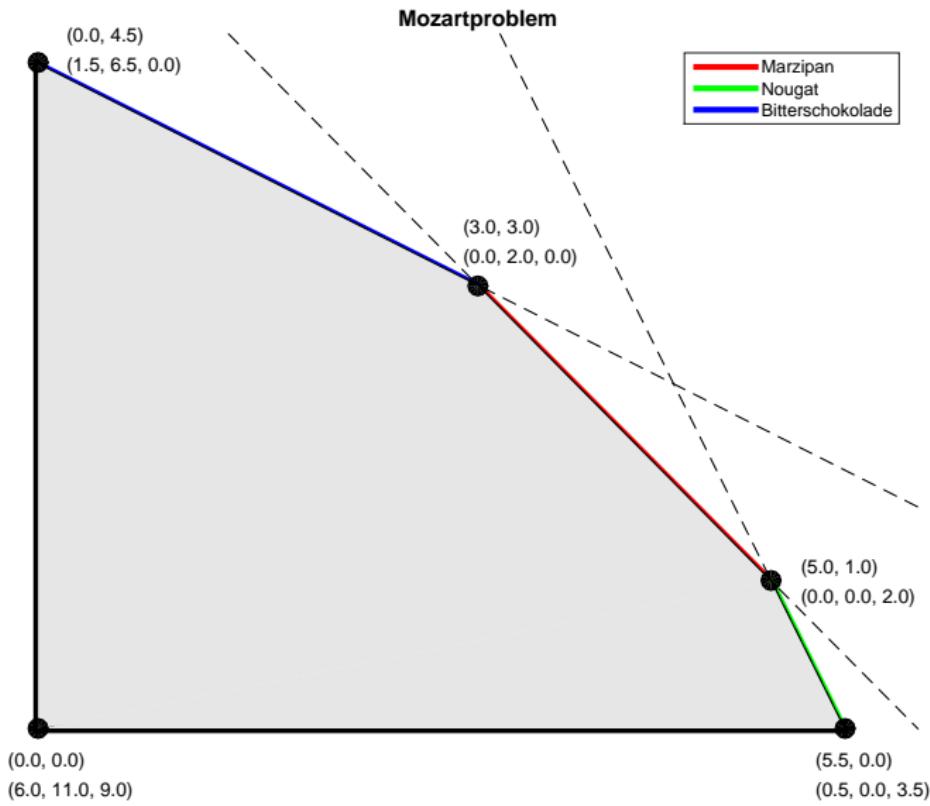
$$P := \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$$

ein Polyeder in Normalform.

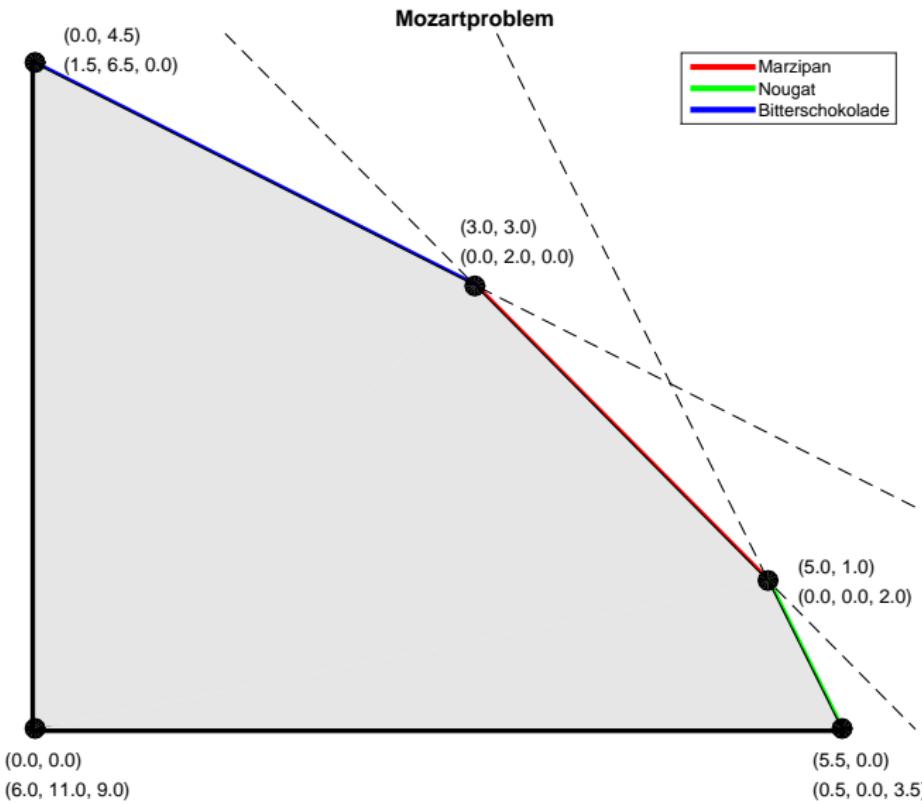
Welche Bedeutung hat der Rezessionskegel

$$\{d \in \mathbb{R}^n \mid Ad = 0, d \geq 0\}?$$

# Basisvektoren beim Mozartproblem



# Basisvektoren mit mehreren Darstellungen



# Welche Fragen gibt es?