

Plenum 09

Grundlagen der Optimierung

Wintersemester 2021

17.12.2021 und 20.12.2021

Konvexe Mengen
Konvexe Funktionen

Was sind die Highlights der Woche?

- Epigraphcharakterisierung der Konvexität von Funktionen
- Charakterisierung der Konvexität über Ableitungen

Welche Fragen gibt es?

- starke Konvexität und Konvexität von $f - \frac{\mu}{2} \|\cdot\|^2$
- schnelle Untersuchung auf Konvexität
- Definition der strikten Konvexität für verallgemeinerte reellwertige Funktionen
- Wie zeigt man, dass g^2 konvex ist, falls g konvex und ≥ 0 ist?

Konvexe Mengen und Zusammenhang

- ① Was sind die konvexen Teilmengen von \mathbb{R} ?
- ② Was gilt im \mathbb{R}^n ? Sind alle konvexen Mengen zusammenhängend? Ist jede zusammenhängende Menge konvex?

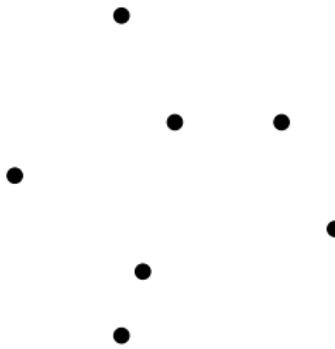
Mittelpunkt-konvexe Mengen

Eine Menge $C \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt **mittelpunkt-konvex**, wenn mit $x, y \in C$ auch $(x + y)/2 \in C$ liegt.

Ist die Mittelpunkt-Konvexität äquivalent zur Konvexität?

Konvexität

- 1 Wie sieht die Menge aller Konvexitätskombinationen der folgenden Punktmenge in \mathbb{R}^2 aus?

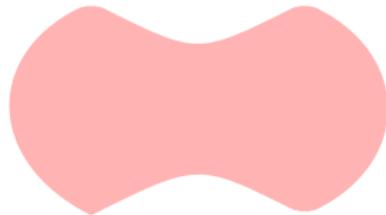
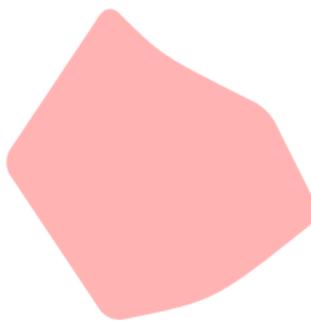
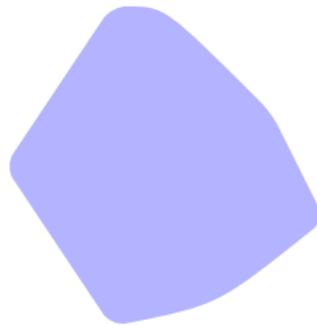


- 2 Und von dieser Punktmenge in \mathbb{R}^2 ?



Erkennen von Konvexität

Wie(so) erkennen wir eigentlich Konvexität von Mengen im \mathbb{R}^2 visuell?



Ehegattensplitting

Was hat das sogenannte Ehegattensplitting mit Konvexität zu tun?

Starke Konvexität

Was hat die starke Konvexität von f mit der Konvexität von $f(\cdot) - \frac{\mu}{2}\|\cdot\|^2$ zu tun?

Mittelpunkt-konvexe Funktionen

Eine Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ heißt
mittelpunkt-konvex, wenn

$$f(\alpha x + (1 - \alpha) y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha) f(y)$$

gilt für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ und $\alpha = 1/2$.

Ist die Mittelpunkt-Konvexität äquivalent zur Konvexität?