

Plenum 10

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2022

16.01.2023 und 17.01.2023

Konvexe Optimierungsaufgaben
Affine Unterräume
Topologische Eigenschaften konvexer Mengen

Was sind die Highlights der Woche?

- Satz von Carathéodory (Satz 15.13)

Welche Fragen gibt es?

- Beweis von Lemma 15.2
- Begriff der *eigentlichen* Funktion
- Indikatorfunktion
- Quizfrage 15.5: Es gilt $\text{aff}(M_1 + M_2) = \text{aff}(M_1) + \text{aff}(M_2)$
- Quizfragen 15.7–15.10
- Begriffe Unterraum, affiner Unterraum, Richtungsraum, Dimension, Anzahl der Basiselemente
- algebraisches Inneres
- Quizfragen 15.3–15.5

Konvexe Optimierungsaufgaben

Was ist das Besondere an konvexen Optimierungsaufgaben?

Minimiere $f(x)$ über $x \in \mathbb{R}^n$

mit $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ konvex?

Orthogonale Projektion

Wodurch ist die orthogonale Projektion $\text{proj}_U p$ eines Punktes $p \in \mathbb{R}^n$ auf einen Unterraum U charakterisiert?

Affine Unterräume

Veranschaulichung der folgenden Konzepte:

- ① Affinkombination
- ② affine Unabhängigkeit
- ③ affine Basis und Dimension
- ④ affine Hülle
- ⑤ Dimension einer Menge
- ⑥ Richtungsraum eines affinen Unterraums

Relativtopologie konvexer Mengen

- ① Was ist das relative Innere $\text{rel int } C$ einer konvexen Menge C ?
- ② Was ist $\text{rel int } C$ im Fall $\dim C = n$?
- ③ Was ist $\text{rel int } A$ im Fall eines affinen Unterraums A ?
- ④ Impliziert $C_1 \subseteq C_2$ immer auch $\text{int } C_1 \subseteq \text{int } C_2$?
- ⑤ Impliziert $C_1 \subseteq C_2$ immer auch $\text{rel int } C_1 \subseteq \text{rel int } C_2$?
- ⑥ Warum benötigen wir keinen Begriff des relativen Abschlusses?

Hüllenoperatoren

Wir haben in der Lehrveranstaltung bereits einige mit dem Namen **Hülle** bezeichnete Operationen verwendet.

- Welche kennen wir?
- Was sind gemeinsame Merkmale?

Bisher verwendete Hüllenoperatoren

Schreiben Sie die folgenden Hüllenoperatoren in ähnlicher Form wie im Beispiel:

$$\overline{A} = \bigcap \{B \subseteq \mathbb{R}^n \mid B \text{ ist abgeschlossen und } A \subseteq B\}$$

$$\text{span } A = \dots$$

$$\text{cone } A = \dots$$

$$\text{conv } A = \dots$$

$$\text{aff } A = \dots$$