

# Plenum 10

## Einführung in die Numerik

### Sommersemester 2022

28.06.2022 und 30.06.2022

Bernstein-Polynome, Bézier-Kurven,  
Tschebyschow-Approximation

# Was sind die Highlights der Woche?

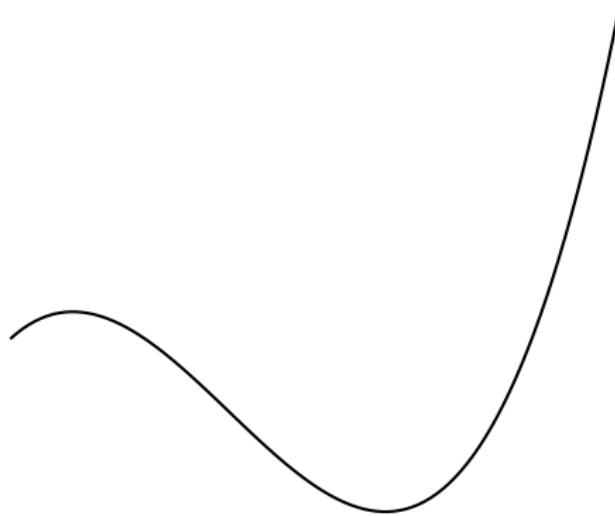
- Webseite zur Visualisierung der de Casteljau Bezier Auswertung
- Tschebyschow Knoten
- Eigenschaften der Bernsteinpolynome

# Welche Fragen gibt es? I

- Wie sieht man, dass Bezierkurven in der konvexen Hülle ihrer Kontrollpunkte liegen?
- Was sind affine Abbildungen?
- Wie kann man die Eigenschaft (ii) des Alternantensatzes 17.2 interpretieren?
- Woraus folgern wir die Anzahl der Schnittstellen im Beweis von Folgerung 17.3?
- Wie vektorisiert man den de-Casteljau Algorithmus?

# Tschebyschow-Approximation von Hand

Wie in etwa sieht die Tschebyschow-Approximation dieser Funktion durch ein konstantes bzw. lineares Polynom aus?



# Tschebyschow-Approximation von Hand

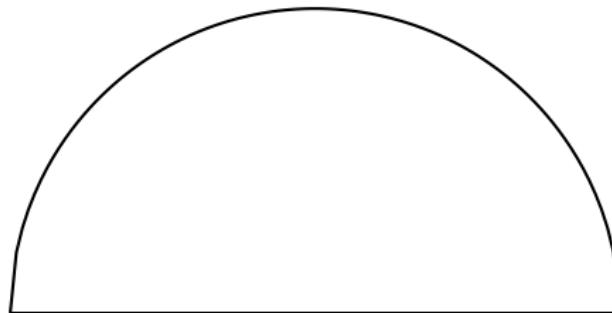
Können Sie ein Beispiel angeben (zeichnen), bei dem die Tschebyschow-Approximation durch ein konstantes ( $n = 0$ ) Polynom mehr als die aus dem Alternantensatz mindestens erwarteten  $n + 2$  Extremstellen der Fehlerfunktion besitzt?

# Lage der Tschebyschow-Knoten

Können Sie die Lage der Tschebyschow-Knoten

$$x_j = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{2j+1}{n}\right), \quad j = 0, \dots, n-1$$

z. B. für  $n = 5$  in diesem Bild des halben Einheitskreises einzeichnen?



Warum sind diese Stellen für die Interpolation der Runge-Funktion besser geeignet als äquidistante?

# Eigenschaften von Bézier-Kurven

- ① Kommt es auf die **Reihenfolge** der Kontrollpunkte an?
- ② Ist es möglich, dass eine Bézier-Kurve im Raum  $\mathbb{R}^3$  komplett in einer **Ebene** liegt?
- ③ Ist es möglich, dass eine Bézier-Kurve **sich selbst schneidet**?
- ④ Können Sie **Beispiele für eine Selbstüberschneidung** angeben (zeichnen) in den Fällen  $n = 2$  und  $n = 3$ ?