

Plenum 09

Einführung in die Numerik

Sommersemester 2022

21.06.2022 und 23.06.2022

Polynominterpolation

Was sind die Highlights der Woche?

- Beispiel von Runge

Welche Fragen gibt es? I

- Lagrange-Polynom und dessen Aufwand bei der Auswertung
- relative Konditionszahl der Interpolationsaufgabe (auch bei Änderung der Stützstellen)
- Quizfrage zum Zusammenhang zwischen Glattheit der Funktion, Ableitungsordnung und Fehlerordnung bei finiten Differenzen
- Nutzen der dividierten Differenzen

Grad des Interpolationspolynoms

Gegeben seien die paarweise verschiedenen Stützstellen x_0, \dots, x_n und Stützwerte y_0, \dots, y_n . Ist die Lösung der Interpolationsaufgabe eigentlich immer ein Polynom vom Grad n ?

Vandermonde-Matrix beim Shiften

Wie verhält sich die Vandermonde-Matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 \\ 1 & x_1 \end{bmatrix}$$

beim „Shiften“ der Stützstellen, wenn also x_0 durch $x_0 + s$ und x_1 durch $x_1 + s$ ersetzt wird?

Polynominterpolation: Vor- und Nachteile

Was sind die Eigenschaften?

Monome
Lagrange
Lagrange baryz.
Newton

Gleichungssystem

Vorberechnung

Auswertung

Hinzufügen Stützstelle

Änderung Stützwerte

Shift-Invarianz

Approximationenfehler

Nennen Sie Beispiele für Funktionen f , für die die Folge der Interpolationspolynome mit beliebigen Stützstellen auf einem kompakten Intervall $[a, b]$ gleichmäßig gegen f konvergiert.

Hinweis: Für die Funktion $f(x) = \cos(x)$ war das der Fall (Beispiel 15.12).

Verwenden Sie die Abschätzung

$$\|f - p\|_{C([a,b])} \leq \sup_{x \in [a,b]} \frac{|f^{(n+1)}(x)|}{(n+1)!} \underbrace{\sup_{x \in [a,b]} \prod_{i=0}^n |x - x_i|}_{\leq (b-a)^n}$$