

## LABORATORUL #4

### PROIECTAREA SISTEMELOR AUTOMATE DE CONTROL CU METODA LOCULUI RĂDĂCINILOR

1. Scopul laboratorului.
2. Metoda Evans de desenare a locului rădăcinilor.
3. Elemente de compensare: *lead*, *lag*, *notch*.
4. Exemplu de utilizare MATLAB pentru proiectarea cu ajutorul metodei locului rădăcinilor.
5. Mini-proiect 1.
6. Mini-proiect 2.

#### 1. Scopul laboratorului.

Ne propunem să învățăm aspectele practice ale utilizării metodei locului rădăcinilor pentru proiectarea sistemelor automate de control. În acest scop, vom considera un model al instalației, liniar și invariabil în timp, reprezentat de o funcție de transfer Laplace. Pentru simplitate, vom considera funcția de transfer dată deja ca un raport de polinoame.

Pentru început, vom considera sistemul în buclă închisă depinzând de un parametru (**K**), iar ecuația caracteristică (din numitorul funcției de transfer în buclă închisă):

$$a(s) + K \cdot b(s) = 0 \Leftrightarrow 1 + K \cdot L(s) = 0$$

Reprezentarea grafică a tuturor rădăcinilor pentru variația lui K între 0 și infinit se numește **locul rădăcinilor**. Problema de proiectare se reduce la determinarea câștigului K pentru a obține o anumită locație dorită a polilor funcției de transfer în bucla închisă.

Vom discuta diverse cazuri de compensare, apoi vom lua un exemplu pentru a exersa utilizarea instrucțiunilor MATLAB corespunzătoare locului rădăcinilor. Deoarece cunoștințele despre sisteme de control se bazează în mare măsură pe practică și exercițiu, vom considera două mini-proiecte care necesită scrierea programelor de proiectare în MATLAB. Laboratorul de săptămâna aceasta are un caracter mai aplicativ, permițându-vă exercitarea tuturor cunoștințelor dobândite până acum.

#### 2. Metoda Evans de desenare a locului rădăcinilor.

Evans a propus câteva reguli pentru reprezentarea grafică a rădăcinilor. Detalii teoretice despre aplicarea metodei la desenarea manuală a locului rădăcinilor sunt prezentate la curs. Vom considera în laborator utilizarea MATLAB pentru desenarea locului. Fără demonstrație, regulile de desenare sunt:

**Reguli pentru desenarea unui loc pozitiv sau negativ**

- **REGULA 1:** Cele "n" ramuri ale locului radacinilor pleaca intotdeauna din polii lui  $L(s)$ , iar "m" ramuri se termina in zerourile lui  $L(s)$ .
- **REGULA 2:** Toate ramurile locului radacinilor se situeaza pe axa reala, la stanga unui numar impar (par) de poli sau zerouri.
- **REGULA 3:** Pentru valori mari ale lui  $s$  si  $K$ ,  $n-m$  ramuri ale locului sunt asimptote dupa unghiurile  $\phi_l$  ce pleaca dintr-un punctul  $a$  de pe axa reala unde

$$\phi_l = \frac{180^\circ + 360^\circ \cdot (l-1)}{n-m}$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n-m} p_i - \sum_{i=1}^{n-m} z_i}{n-m} \quad l = 1, 2, \dots, n-m$$

$$\phi_l = \frac{360^\circ \cdot (l-1)}{n-m}$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n-m} p_i - \sum_{i=1}^{n-m} z_i}{n-m} \quad l = 1, 2, \dots, n-m$$

- **REGULA 4 (consecinta a definitiei):**

Unghiul de plecare a unei ramuri a locului dintr-un pol multiplu este dat de:

$$q \cdot \phi_{l,dep} = \sum_{i=1}^q \psi_i - \sum_{i=1}^q \phi_i - 180^\circ - 360^\circ \cdot (l-1)$$

$$q \cdot \phi_{l,dep} = \sum_{i=1}^q \psi_i - \sum_{i=1}^q \phi_i - 360^\circ \cdot (l-1)$$

Unghiul de sosire a unei ramuri a locului intr-un zero multiplu este dat de:

$$q \cdot \psi_{l,dep} = \sum_{i=1}^q \phi_i - \sum_{i=1}^q \psi_i + 180^\circ + 360^\circ \cdot (l-1)$$

$$q \cdot \psi_{l,dep} = \sum_{i=1}^q \phi_i - \sum_{i=1}^q \psi_i + 360^\circ \cdot (l-1)$$

- **REGULA 5:** Locul radacinilor traverseaza axa imaginara in puncte unde criteriul Routh arata o tranzitie de la radacini in stanga planului complex catre radacini in partea dreapta a planului complex.

- **REGULA 6:** Locul va avea radacini multiple in puncte de pe locul radacinilor unde

$$\left( b \cdot \frac{da}{ds} - a \cdot \frac{db}{ds} \right) = 0$$

$$\frac{180^\circ + 360^\circ \cdot (l-1)}{q}$$

Ramurile vor sosi intr-un punct cu q radacini la unghiuri separate de si vor pleca cu aceeasi separatie intre unghiuri.

$$\frac{360^\circ \cdot (l-1)}{q}$$

### 3. Elemente de compensare: lead, lag, notch.

Proiectarea unei legi de compensare a unei instalatii se face pe baza cerințelor referitoare la răspunsul staționar și dinamic. Obiectivul este acela de a rearanja polii sistemului în buclă închisă pentru a satisface anumite condiții de proiectare. De obicei, fiecare dintre polii ce trebuie mutați se adresează pe rând, prin aplicarea unor termeni în legea de control capabili să producă schimbarea dorită. In acest scop, trei legi de compensare s-au impus:

#### Compensarea cu avans de faza („lead compensation”)

$$D(s) = \frac{s+z}{s+p}, |z| < |p|$$

- 1) Aproximează o lege de control PD, cu avantaje în scăderea timpului de creștere și a suprareglării.
- 2) Efectul **zero**-ului din funcția de transfer a compensării cu avans de fază produce o deplasare a locului rădăcinilor către stânga, către regiuni mai stabile ale planului complex.
- 3) Alegerea valorilor pentru  $z$  și  $p$  se face empiric, prin încercări, și se bazează pe experiență.
- 4) De obicei, **zero**-ul se plasează în apropierea polului (sau polilor) din funcția de transfer în bucla închisă, asupra cărora dorim să acționăm. Alegerea polului se face dintr-o serie de compromisuri, dar în general este mult la stânga zero-ului.
- 5) La analiza în frecvență a acestei metode de compensare, vom vedea că se adaugă fază la frecvențe imediat mai mari decât **zero**-ul introdus. In plus, amplificarea este redusă la frecvențe înalte.
- 6) Proiectarea se face din datele de proiectare pentru regimul dinamic al sistemului în buclă închisă.

#### Compensarea cu întârziere de fază („lag compensation”)

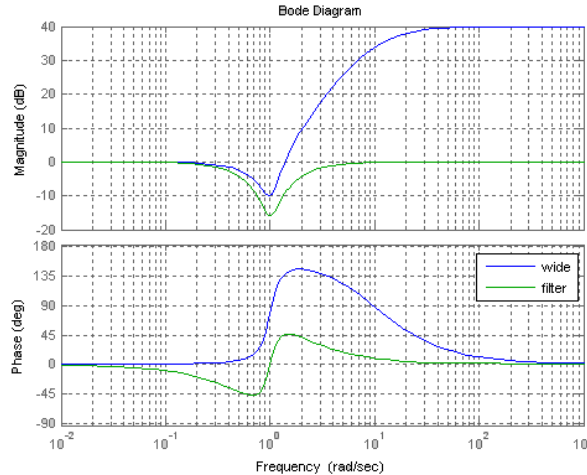
$$D(s) = \frac{s+z}{s+p}, |p| < |z|$$

- 1) Aproximează o lege de control PI, cu avantaje la îmbunătățirea performanțelor de regim staționar.
- 2) Are ca efect scăderea de fază la frecvențe înalte.

- 3) Proiectarea se face pentru a obține un anumit câștig (mai mare) la frecvență joasă, ce va influența eroarea staționară.

### Compensarea notch

- 1) Se folosește pentru a obține stabilitate în sistemele cu amortizare redusă, și posibile oscilații.
- 2) Dacă se dorește deplasarea unor poli imaginari complex conjugați și apropiați de axa imaginară, la poziții mai îndepărtate de axa imaginară (la stânga), am putea folosi două compensări cu avans de fază.
 
$$D(s) = \frac{(s + z_{c1}) \cdot (s + z_{c2})}{(s + p)^2} = \frac{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}{(s + p)^2}, |z| < |p|$$
  - a. „Două compensări” pentru că avem efectul a doi poli.
  - b. Efectul ar fi de a adăuga câte un **zero** lângă (sau pentru) fiecare pol.
  - c. Adăugarea de fază se obține imediat după frecvența compensării  $\omega_n$ .
  - d. De obicei, se alege frecvența compensării notch  $\omega_n$  la o valoare mai mică decât frecvența polilor rezonanți din funcția de transfer a instalației, pentru a se obține anularea oscilațiilor prin adăugare de fază la frecvența polilor rezonanți. O altă alternativă de proiectare este dată de urmărirea direcției de plecare a locului din polii rezonanți.
  - e. Legea de compensare se poate modifica în cea a unui filtru **notch**, în care numitorul compensării are aceeași poli cu zero-urile, pentru a influența cât mai puțin restul sistemului.
- 3) Deși nu ne propunem analiza în frecvență a acestor metode, figura următoare ne-ar putea ajuta să înțelegem mai multe despre compensarea **notch**. Figura dă o comparație cu filtrul convențional **notch**.



### 4. Exemplu de utilizare MATLAB pentru proiectarea cu ajutorul metodei locului rădăcinilor.

Acum puteți lansa programul *L4\_Intro.m*.

```
clear; clc;
echo on;
%-----
% Vom considera un sistem de ordinul doi
P1 = tf(1,[1,0.2,1])
```

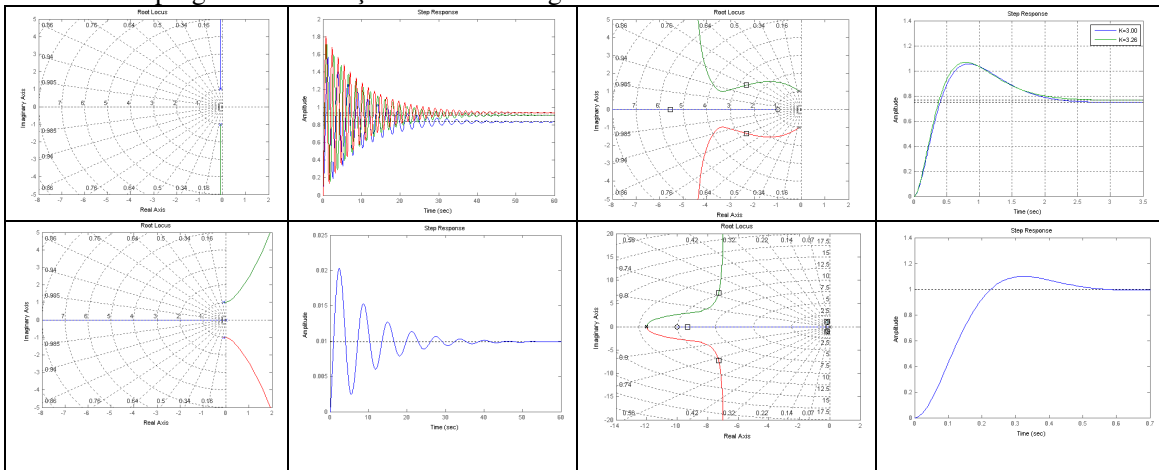
```
% Dorim reprezentarea in planul complex a tuturor radacinilor
% ecuatiei caracteristice 1+K*P1(s)=0, unde K este variabil pozitiv.
%
% In acest scop, vom folosi instructiunea rlocus(sys)
echo off;
rlocus(P1); % Deseneaza figura 1
axis([-8,2,-5,5]);
sgrid;
echo on;
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Vom observa raspunsul sistemului in bucla inchisa la semnal treapta
% pentru trei valori ale lui K (5, 10, 15)
%
echo off;
CL1=feedback(5*P1,1);
CL2=feedback(10*P1,1);
CL3=feedback(15*P1,1);
figure; step(CL1, CL2, CL3); % Deseneaza figura 2
legend('K=5','K=10','K=15');
echo on;
%
% Observam in 'Figure 2' ca raspunsul la semnal treapta este oscilant.
%
% Putem folosi reprezentarea locului radacinilor pentru a gasi un
% control mai bun decat cel proportional prin K (= 5,10, sau 15).
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Inainte de a descrie regulile de desenare a locului radacinilor, putem
% considera cateva remarci intuitive:
% - Daca adaugam un zero in functia de transfer, putem spera o deplasarea
% a locului radacinilor catre stanga.
% - Creste amortizarea in raspunsul la semnal treapta.
%
% Adaugarea unui zero (s=-1) ne obliga sa adaugam un pol (s=-10), pentru
% a respecta definitia unei functii de transfer corespunzatoare unui
% sistem real,aceea de a avea n>=m (n=gradul numitorului, m=gradul
% numaratorului). Mai mult, vom introduce un castig egal cu raportul
% pol/zero, pentru a avea castig unitar la frecventa zero.
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
echo off;
figure;
```

```
D=10*tf([1 1],[1 10])
rlocus(D*P1); % deseneaza figura 3
axis([-11,2,-5,5]);
sgrid; hold on; rlocus(D*P1,3);
plot(rlocus(D*P1,[3]),'ks');
echo on;
%
% Se observa ca datorita existentei polului din legea de compensare,
% locul radacinilor plecand din cei doi poli ai functiei de transfer
% originale P1 se deplaseaza catre stanga.
%
% Fiecare punct de pe loc, reprezinta o posibila solutie pentru ecuatie
% caracteristica (care este data de expresia de la numitorul functiei
% de transfer in bucla inchisa), pentru un anumit K.
%
% De exemplu, pentru K = 3, am obtine radacinile marcate cu patrate albe
% pe 'Figure 3', cu o amortizare z=0.94 pentru perechea complex conjugata.
%
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Raspunsul sistemului in bucla inchisa la semnal treapta pentru K=3
% este redat in noua figura.
echo off;
CL=feedback(3*D*P1,1);
figure; step(CL); % Deseneaza figura 4
echo on;
%
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Rezultatele cele mai bune in privinta formei raspunsului la semnal
% treapta s-ar obtine prin selectia unui castig K corespunzator punctului
% cel mai aproape de axa reala, de pe locul radacinilor (curbura joasa a
% desenului).
%
% Pentru a determina K, facem click pe grafic in punctul respectiv, si
% gasim aproximativ K=3.26.
%
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Sa analizam rezultatele prin determinarea polilor si
% desenarea raspunsului la semnal treapta.
echo off;
CLx=feedback(3.26*D*P1,1);
hold on; step(CLx); grid on; legend('K=3.00','K=3.26');
pole(CLx)
echo on;
% Daca am face proiectare in domeniul timp, am obtine:
```

```
% Amortizare z=0.96
% Eroare stationara ess=1-0.7655=0.2347
% Timpul de crestere tr=0.27 sec.
% Timpul de stabilizare ts=2.50sec.
%
% Singura problema ramane eroarea stationara.
%
%
%
pause;    % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Sa reluam problema initiala, considerand sistemul P1.
%
% - vom sterge toate figurile.
close all;
%
%
%
pause;    % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Sa incepem acum proiectarea prin eliminarea erorii stationare.
% Putem face asta printr-un control PI (proportional-integrativ)
echo off;
figure;
DI=0.1*tf([1 10],[1 0])
rlocus(DI*P1); % Deseneaza figura
axis([-11,2,-5,5]);
sgrid;
echo on;
%
% Observam ca pentru K > 0.2, locul radacinilor trece in dreapta planului
% complex, determinand instabilitate.
%
%
pause;    % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Sa vedem raspunsul sistemului in bucla inchisa la semnal treapta.
%
echo off;
CL1=feedback(0.1*D*P1,1);
figure; step(CL1); % Deseneaza figura
echo on;
%
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% - Observam acum ca eroarea stationara este zero, si valoarea finala a
% raspunsului la semnal treapta este 1.
% - Ne deranjeaza micile oscilatii din raspuns. Putem masura perioada lor
% la aproximativ 6 secunde.
```

```
%
% Ar trebui sa eliminam aceste oscilatii din raspuns, prin compensarea
% fazei sistemului in bucla inchisa, prin adaugarea de zerouri.
% Putem incerca adaugarea unui singura zero, ca la prima metoda de
% compensare, dar probabil noul pol din origine s-ar deplasa catre acest
% zero introdus, inainte ca polii nostri pereche sa faca acest lucru.
%
% Vom face la fel ca in electronica analogica: vom cauta sa definim un fel
% de filtru pe frecventa oscilatiilor.
% In loc de 'filtru notch' vom folosi termenul de 'compensare notch'.
%
% In plus, vom folosi o forma modificata a functiei de transfer,
% considerand o comportare asemanatoare cu o dubla
% compensare (vezi figura din referat).
%
%
pause; % apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
echo off;
figure;
DI=0.1*tf([1 10],[1 0]);
DN=144*tf([1 2*0.12*1 1],[1 24 144]);
rlocus(DI*DN*P1); % Deseneaza figura
sgrid;
echo on;
% Observam ca locul radacinilor include o mica inchidere de la polii
% resonanti la noile zerouri introduse.
%
% Putem presupune ca sistemul este stabil pentru orice K.
% De exemplu, observam radacinile pentru K=10.
% Sa vedem raspunsul in domeniul timp, pentru K=10.
echo off;
CLn=feedback(10*DI*DN*P1,1);
figure; step(CLn); grid on; % Deseneaza figura
```

Prin rularea programului se obțin următoarele figuri.





### 5. Mini-proiect 1.

Se consideră vasul *Tampa* al *US Coast Guard*, o ambarcațiune de 90 metri arătată în figură.



Experimente pe mare au permis identificarea coeficienții hidrodinamici de deplasare și exprimarea legilor de mișcare printr-un model Laplace dat de următoarele funcții de transfer:

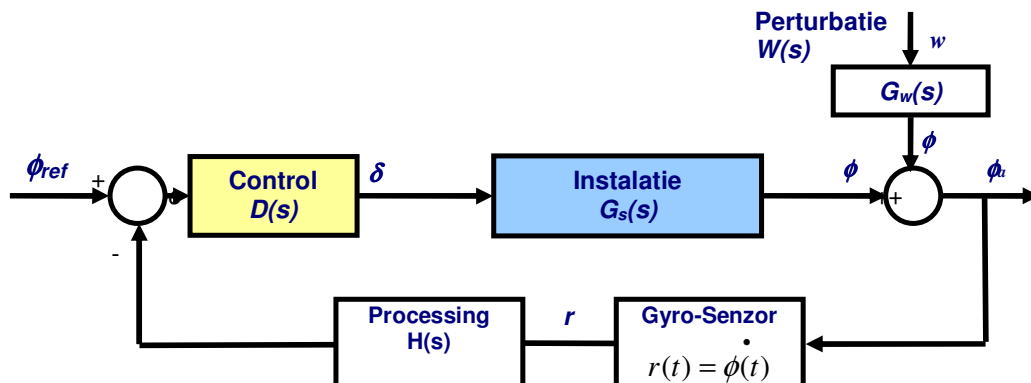
- unghiul de deplasare  $\phi(s)$  în funcție de unghiul cârmei  $\delta(s)$  (se consideră ca lege intrare-ieșire):

$$G_s(s) = \frac{\phi(s)}{\delta(s)} = \frac{-0.0184 \cdot (s + 0.0068)}{s \cdot (s + 0.2647) \cdot (s + 0.0063)}$$

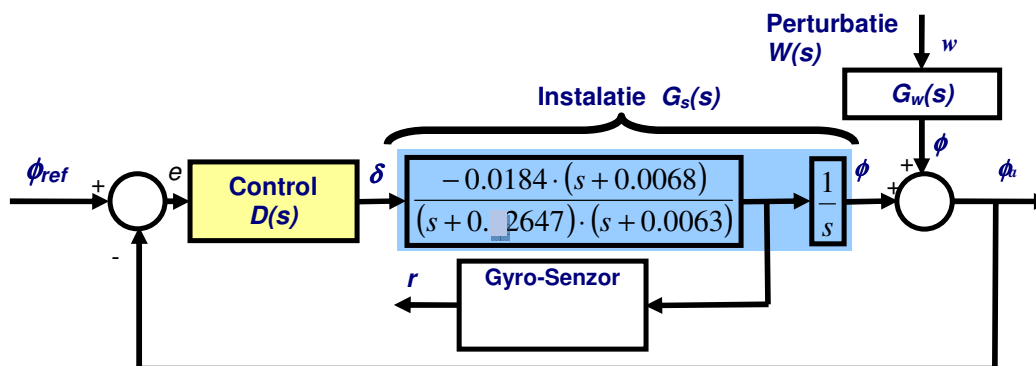
- unghiul de deplasare  $\phi(s)$  în funcție de viteza vântului  $w(s)$  (vântul se consideră ca perturbare):

$$G_w(s) = \frac{\phi(s)}{w(s)} = \frac{0.0000064}{s \cdot (s + 0.2647) \cdot (s + 0.0063)}$$

Datele numerice sunt reale. Orice alta perturbare se neglijează. Figurile următoare sunt echivalente.







Se folosesc notațiile specifice deplasării unei ambarcațiuni:

- $\phi$  = unghiul de deplasare [rad];
- $\phi_{ref}$  = referința unghiului de deplasare [rad];
- $r = d\phi/dt$  (derivata unghiului de deplasare [rad/sec])
- $\delta$  = unghiul dat de poziția cârmei [rad]
- $w$  = viteza vântului [m/sec].

Pentru a proiecta o lege de control pentru unghiul de deplasare, am avea nevoie de măsurarea valorii curente a unghiului de deplasare. Acest lucru se face prin intermediul unui giroscop, un dispozitiv capabil să ne ofere derivata unghiului de deplasare, ( $r$ ). Se consideră câștig unitar prin acest senzor. Se cere proiectarea pentru un timp de stabilizare mai bun decât 50 secunde și un timp de creștere mai bun decât 18 secunde.

Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

1. Observați cele două funcții de transfer. De ce valorile numerice sunt numere foarte mici?
2. Care este sensul semnului negativ din prima funcție de transfer? Cum ar trebui completată figura de mai sus în ce privește semnul câștigului legii de compensare?
3. Dacă nu am folosi nici o reacție și nici o compensație, operând în buclă deschisă cu o comandă directă a unghiului de deplasare prin prescrierea unui unghi de comandă la cârmă, la ce eroare staționară ne putem aștepta? Calculați întâi valoarea finală a lui  $G_s$  și  $G_w$ , cu teorema valorii finale, la aplicarea unei funcții treaptă. Cum este această valoare față de valoarea unitară a treptei aplicate? Avem nevoie de control în buclă închisă?
4. Să analizăm un control în buclă închisă printr-un câștig proporțional  $K$  ( $=Kp$ ). Pentru a simplifica analiza, vom neglija efectul vântului, și vom discuta doar  $G_s(s)$ . Inițializați un fișier MATLAB de tip *\*.m*, în care veți scrie programul vostru de analiză. Să începem prin observarea locului rădăcinilor pentru controlul în buclă închisă cu control proporțional. Deoarece funcția de transfer a instalației are un câștig negativ, ar trebui să reprezentăm un loc al rădăcinilor negativ, pentru un  $K < 0$ . Alternativ, putem defini  $G_{sp} = -G_s$ , și lucra cu un  $K$  pozitiv. Câte ramuri are locul rădăcinilor? Încercați să înțelegeți posibilele procese de compensare a polilor cu zero-uri, și traiectoriile ce pleacă din poli și merg asimptotic către infinit.
5. Alegeți arbitrar o valoare  $K$  de pe loc, și obțineți un răspuns la semnal treaptă.
  - a. Ce puteți spune despre eroarea staționară în acest caz?
  - b. Cum se compara timpul de creștere și timpul de stabilizare cu cerințele de proiectare?
  - c. Salvați rezultatele în referat.

6. Acum să facem proiectarea propriu-zisă. Deoarece un pol este compensat automat de un zero din funcția de transfer a instalației, undeva la frecvențe foarte joase, ne interesează efectul celorlalți doi poli cu traiectorii ce converg către infinit la creșterea lui  $K$ . Timpul de stabilizare va fi dictat deci de partea reală a acestor doi poli. Se obține:

$$\sigma > \frac{4.6}{ts} = \frac{4.6}{50} = 0.092$$

Tot ce trebuie să facem este să găsim punctele de pe locul rădăcinilor pentru care avem rădăcini cu modulul părții reale mai mare decât 0.092 (la stânga lui -0.092 pe axa reală). Specificați valoarea minimă a lui  $K$  cu această proprietate.

7. Acum să ne uităm la timpul de creștere. Pentru că ne interesează un răspuns relativ rapid al sistemului, înseamnă că ne vom uita la puncte de pe locul rădăcinilor ce corespund unor rădăcini complexe, pentru care locul a plecat de pe axa reală, iar existența unei amortizări subunitare va forța o creștere mai rapidă, cu o posibilă suprareglare. Din condițiile de proiectare pentru numitor de ordinul doi știm că:

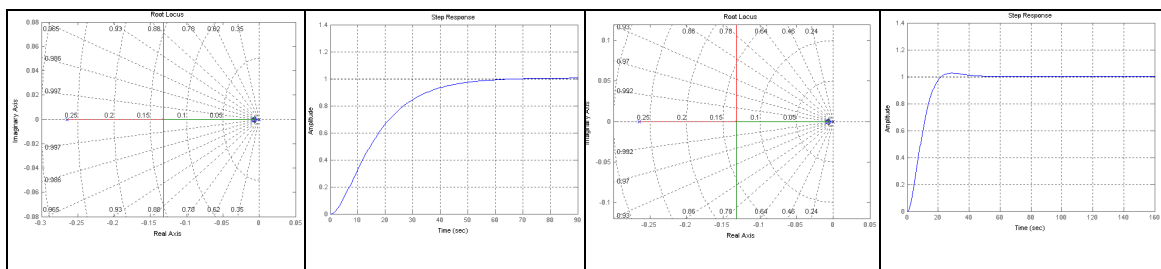
$$t_r = \frac{1.8}{\omega_n} < 18 \Rightarrow \omega_n > 0.10$$

Deci vom căuta puncte de pe locul rădăcinilor pentru care componenta imaginară este deasupra lui 0.10. S-ar putea să trebuie să re-deseñați locul rădăcinilor pentru o reprezentare grafică ce va conține aceste valori. Poate vă ajută:

`rlocus(Gsp); axis([-0.30, 0.05, -0.12 0.12]);`

8. În fine, specificați valoarea lui  $K$ . Obțineți răspunsul la semnal treaptă pentru  $K$  optimal. Dacă rezultatele dorite se obțin cu control proporțional  $K$ , atunci nu este nevoie să introducem termeni de compensare dinamică.
9. Considerați sistemul de control proporțional proiectat de voi și determinați răspunsul ambarcațiunii la o rafală de vânt de 10m/sec (modelată ca un semnal treaptă). Cum influențează această rafală de vânt unghiul de deplasare? Sau, dacă preferați: Care este valoarea staționară a unghiului de deplasare  $\phi$ , dacă referința este constantă, și se aplică o perturbație  $W$  de tip semnal treaptă?

*Proiectarea unui control automat nu conduce la soluții unice. Următoarele figuri sunt posibile soluții, dar nu vă obligă la obținerea aceluiași rezultate.*



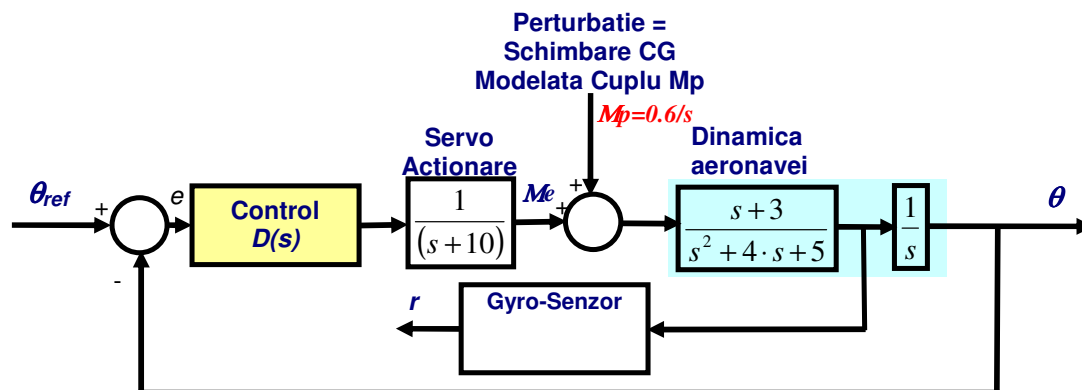
## 6. Mini-proiect 2

Compania *TheFlyingFrog Airlines* consideră introducerea unui bar gratuit în spatele fiecărei aeronave pentru a atrage mai mulți pasageri. În scopul compensării automate a șocului produs de schimbarea centrului de greutate a aeronavei la deschiderea barului - când toți pasagerii se grăbesc să ia ceva de la bar - compania introduce un pilot automat.



Un specialist în aeronave vă explică principiul de control al altitudinii. Scopul activității de pilotaj este de a menține o altitudine constantă, indiferent de acțiunea diferiților factori perturbatori. În acest scop, mărimea controlată este direcția de deplasare exprimată ca un unghi față de orizontală. Vom nota acest unghi cu  $\theta$ . Pentru a obține corecția direcției de zbor, pilotul acționează asupra părții din spate a fiecărei aripi denumită ascensor („*elevator*”). Mărimea de acțiune este unghiul de liftare  $\delta$ . Fiecare poziție a aripii determină aplicarea unui cuplu electromecanic asupra aeronavei,  $M_e$ , și eventual schimbarea direcției de zbor.

Pentru proiectarea acestui control automat se consideră figura de mai jos, incluzând modelul aeronavei, perturbația, și giroscopul utilizat pentru măsurarea poziției.



Se consideră următoarele cerințe de proiectare:

- valoarea staționară la aplicarea șocului treaptă  $M_p=0.6$ , mai mică decât 0.025.
- determinați valorile lui  $K$  pentru stabilitate la control proporțional.
- Obțineți cel mai rapid răspuns posibil la semnalul treaptă  $M_p=0.6$ . Ne dorim ca valoarea finală (regim staționar) să fie cât mai mică (ideal nulă), deci să aibă cât mai puțină influență în operarea aeronavei. În plus, nu încurajăm oscilații în răspuns care ar fi simțite neplăcut de către pasageri.

Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

Să considerăm controlul fără nici un termen de compensare dinamică, adică  $D(s)=K$ .

1. Scrieți funcțiile de transfer în buclă deschisă și buclă închisă, pentru dependența *theta* funcție de *theta-ref*, dacă neglijăm efectul perturbației  $M_p$ .
2. Calculați valoarea finală/staționară (și eroarea staționară) la aplicarea unui semnal treaptă la intrarea *theta-ref*, pe baza funcției de transfer determinate.
3. Deoarece (sau dacă...) aceasta eroare staționară este nulă, putem considera efectul perturbației  $M_p$  la fiecare referință aplicată lui *theta-ref*. În acest scop, să scriem funcțiile de transfer în buclă deschisă și buclă închisă, de la perturbația  $M_p$  la mărimea de ieșire *theta*, considerând lipsa oricărei dinamici la intrarea *theta-ref* (formal, *theta-ref*=0).
4. \*\*\* Calculați eroarea staționară la aplicarea perturbației ca semnal treaptă  $[0.6/s]$ , cu ajutorul teoremei valorii finale și a funcției de transfer determinate în funcție de valoarea lui  $K$ .
5. \*\*\* Calculați valoarea numerică a lui  $K$  pentru o eroare staționară mai mică decât 0.025.
6. Desenați locul rădăcinilor pentru orice  $K>0$ .
7. Citiți de pe grafic valoarea lui  $K$  pentru limita de instabilitate.
8. Pentru  $K=0.5 \cdot K_{instabilitate}$ , citiți de pe locul rădăcinilor valoarea coeficientului de amortizare. Reprezentați grafic răspunsul la semnal treaptă  $M_p=0.6$  pentru acest  $K$  și confirmați valoarea coeficientului de amortizare.
9. Ne-ar interesa o valoare cât mai mare a lui  $K$  astfel încât să reducem valoarea finală (staționară) la aplicarea  $M_p$ . Considerați o compensare dinamică pentru îmbunătățirea rezultatelor dinamice. Principala grijă este perechea de poli rezonanți. Să încercăm reducerea efectului lor printr-o compensare *notch*, dată de termenul ( $z=0.91$ ,  $wn=2.5$ )

$$D_n(s) = 100 \cdot \frac{s^2 + 2 \cdot 0.91 \cdot 2.5 + 6.25}{(s + 25)^2}$$

Desenați locul rădăcinilor. La ce valoare a lui  $K$  se obține acum instabilitatea?

10. Reprezentați răspunsul la semnalul treaptă  $M_p=0.6$ , pentru  $K=250$ . Citiți de pe grafic la cât se reduce valoarea finală.
11. \*\*\*Comentați dacă am fi putut reduce valoarea finală și mai mult prin utilizarea unui termen integral.

**Proiectarea unui control automat nu conduce la soluții unice. Următoarele figuri sunt posibile soluții, dar nu vă obligă la obținerea acelorași rezultate.**

