SOLUTII PENTRU TEMA DE CASA NUMARUL 6

Problema 1

Obtineți ecuațiile de stare pentru forma canonică de control, ce corespund funcției de transfer:

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+9s+20}$$

Soluție

Scriem ecuațiile de stare în forma canonica direct din coeficienții funcției de transfer

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -20 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 1] \qquad\qquad 0$$

Problema 2

Considerați sistemul caracterizat prin ecuațiile de stare:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \cdot [x] + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u$$

Determinați funcția de transfer ***u* -> *y=x1***.

Soluție

Pentru a determina funcția de transfer ***u* -> *y=x1*** , vom considera H_1=[1 0]

Putem aplica direct formula din curs 6, pagina 50:

$$L(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = H \cdot (s \cdot I - F)^{-1} \cdot G + J$$

unde identificăm matricile (considerăm ca ieșire, prima variabilă de stare ***x1***):

$$F = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = [1 \quad 0] \qquad J = 0$$

și ținem cont de inversa unei matrice

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{det\, A} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Deci:

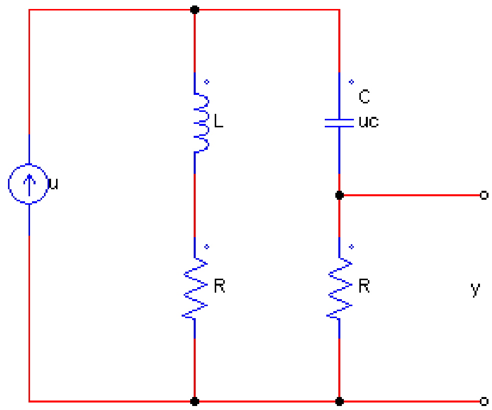
$$L_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = H_1 \cdot (s \cdot I - F)^{-1} \cdot G + J = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} s+4 & -1 \\ 2 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= [1 \quad 0] \cdot \frac{1}{(s+4)\cdot(s+1)+2} \cdot \begin{bmatrix} s+1 & 1 \\ -2 & s+4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(s+4)\cdot(s+1)+2} \cdot [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ s+4 \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2+5\cdot s+6}$$

Problema 3

Considerați circuitul electric din figură:



Scrieți ecuațiile de stare ce corespund acestui circuit. Considerați semnalul de intrare u(t) ca fiind curentul i(t) si ieșirea y(t) ca fiind o tensiune. Apoi, considerați variabilele de stare ***x₁=iL*, *x₂=vC***.

Soluție

Ecuațiile ce descriu funcționarea circuitului:

$$\begin{cases} L\cdot\dfrac{di_1}{dt}+R\cdot i_1=v \\ i_2=C\cdot\dfrac{dvc}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1+i_2=u \\ L\cdot\dfrac{di_1}{dt}_1=-R\cdot i_1+\left(v_c+R\cdot(u-i_1)\right) \\ y=R\cdot C\cdot\dfrac{dv_c}{dt} \\ \dfrac{dv_c}{dt}=\dfrac{1}{C}\cdot(u-i_1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{di_1}{dt}_1=\left(-\dfrac{2\cdot R}{L}\right)\cdot i_1+\dfrac{1}{L}\cdot v_c+\dfrac{R}{L}\cdot u \\ \dfrac{dv_c}{dt}=-\dfrac{1}{C}\cdot i_1+\dfrac{1}{C}\cdot u \\ y=R\cdot C\cdot\dfrac{dv_c}{dt}=R\cdot(u-i_1) \end{cases}$$

Ecuatiile de stare sunt:

$$\left.\begin{array}{l} \begin{bmatrix}\dot{i}_1\\ \dot{v}_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{-2\cdot R}{L} & \frac{1}{L}\\ -\frac{1}{C} & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_1\\ v_c\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{R}{L}\\ \frac{1}{C}\end{bmatrix}\cdot u \\ y=\begin{bmatrix}-R & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_1\\ v_c\end{bmatrix}+R\cdot u \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} F=\begin{bmatrix}\frac{-2\cdot R}{L} & \frac{1}{L}\\ -\frac{1}{C} & 0\end{bmatrix} & G=\begin{bmatrix}\frac{R}{L}\\ \frac{1}{C}\end{bmatrix} \\ H=\begin{bmatrix}-R & 0\end{bmatrix} & J=R \end{cases}$$