

SOLUTII PENTRU TEMA DE CASA NUMARUL 5

Problema 1

Determinati domeniul de variatie a lui K pentru care urmatorul sistem este stabil. In acest scop desenati diagramele Bode pentru $K=1$ si imaginati-va ca graficul de amplitudine se deplaseaza in sus sau jos cu valoarea lui K .

Verificati raspunsul printr-un desen rapid al locului radacinilor.

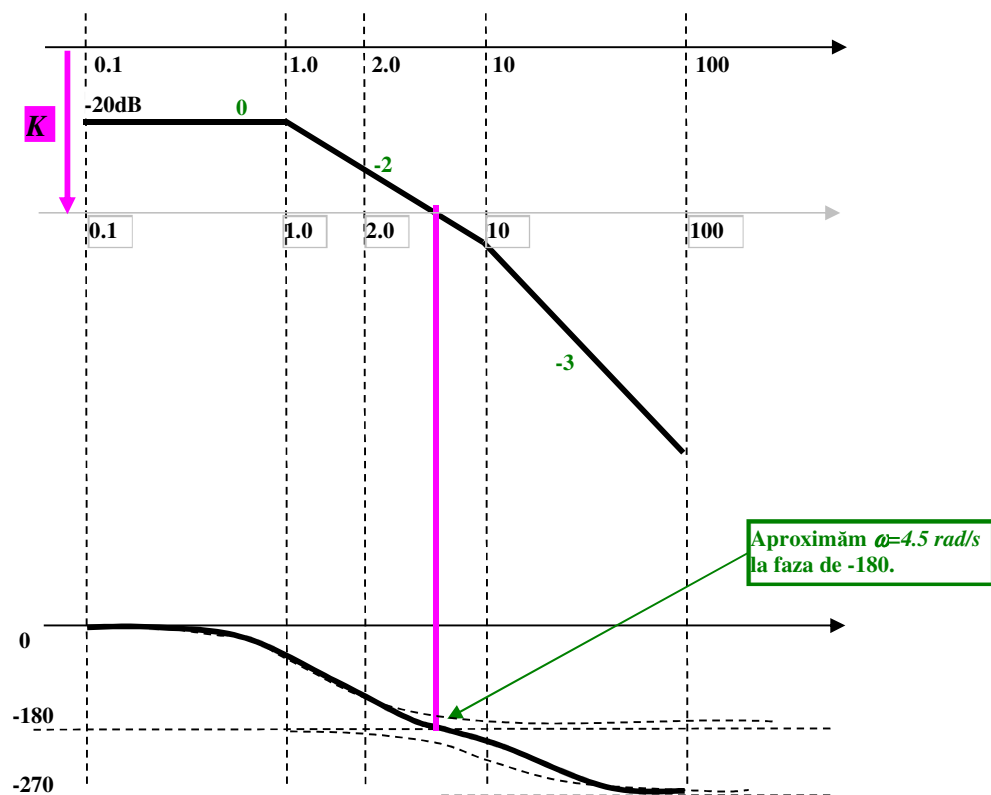
$$KG(s) = \frac{K}{(s+10) \cdot (s+1)^2}$$

Solutie:

$$KG(s) = \frac{1}{10} \cdot \frac{K}{\left(\frac{s}{10} + 1\right) \cdot (s+1)^2}$$

Frecvențele de interes sunt 1 și 10.

La $s=0$, avem $G(0)=1/10=0.1 \Rightarrow A=-20\text{dB}$.



Condiția de rezervă de amplitudine

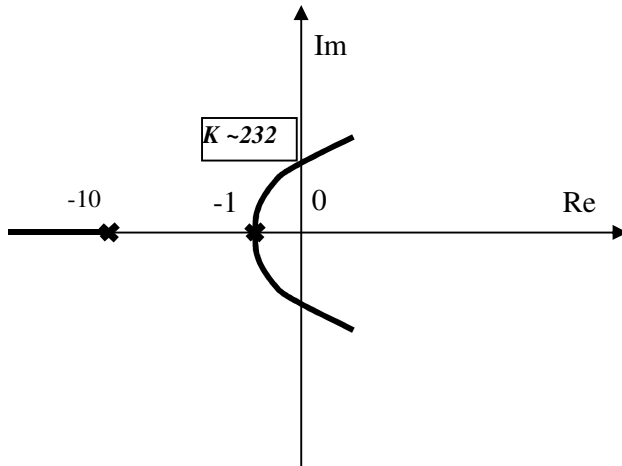
$$KG(s) = \frac{1}{10} \cdot \frac{K}{\left(\frac{j \cdot 4.5}{10} + 1\right) \cdot (j \cdot 4.5 + 1)^2} \rightarrow |KG| = |K| \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{1.2}} \cdot \frac{1}{21.25} = |K| \cdot \frac{1}{232} < 1 \rightarrow K < 232$$

Locul radacinilor:

Avem 3 ramuri, care pleaca din polii sistemului aflat la -10 si -1 (dublu).

Nu avem nici un zero, deci toate 3 ramurile sunt asimptote.

Unghiurile asimptotelor sunt la $180/3=60$.



Problema 3

Proiectati un compensator cu avans de faza astfel incat ***PM*>50**, si largimea de banda (bandwidth) ***w_{BW}*>20rad/sec**, folosind diagramele Bode, pentru functia de transfer in bucla deschisa:

$$G(s) = \frac{50000}{s \cdot (s + 10) \cdot (s + 50)}$$

Solutie

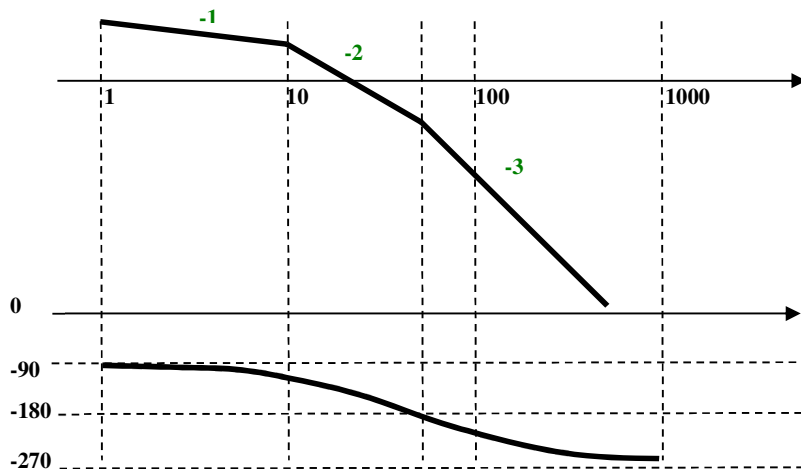
Desenam diagrama Bode pentru sistemul fara compensatie.

$$G(s) = \frac{100}{s \cdot \left(\frac{s}{10} + 1\right) \cdot \left(\frac{s}{50} + 1\right)}$$

Frecventele de interes sunt la 0, 10 si 50 rad/sec.

La $s=10*j$, avem un castig de aproximativ 4.47 (13dB).

La $s=50*j$, avem un castig de aproximativ 0.28 (-10dB).



Putem estima că ω_c este între 10 și 50rad/sec, poate în jur de 20rad/sec.

Să adăugăm fază la această frecvență. Ne propunem să adăugăm 60° .

Deoarece vrem să fim siguri că obținem $PM > 50^\circ$, considerăm și o rezervă de 10° .

Din graficul de la curs (pagina 54), citim $\alpha=0.05$.

$$D(s) = \frac{T \cdot s + 1}{\alpha \cdot T \cdot s + 1}$$

Pentru a avea fază maximă adăugată în jur de 20rad/sec, trebuie să selectăm

$$\frac{1}{T \cdot \sqrt{\alpha}} = \omega_c \Rightarrow T \cdot \sqrt{0.05} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{T} = 4.47 \approx 5 \Rightarrow \frac{1}{\alpha T} = 100$$

Deci:

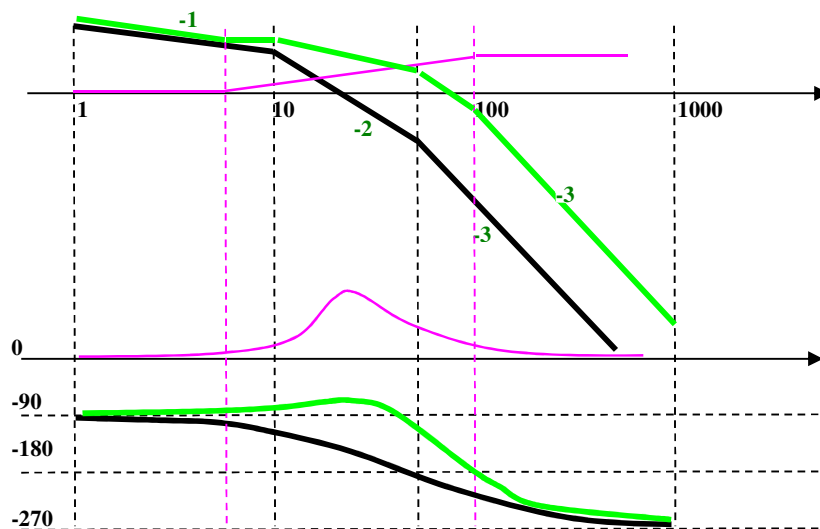
$$D(s) = 20 \cdot \frac{s + 5}{s + 100}$$

Trebuie să redesenăm diagrama Bode pentru:

$$D(s) \cdot G(s) = 20 \cdot \frac{s + 5}{s + 100} \cdot \frac{50000}{s \cdot (s + 10) \cdot (s + 50)}$$

Putem să facem asta prin adunare pe graficul anterior =>

”instalatie in negru + compensare in roz = DG in verde”.



Se obține reprezentarea grafică, cu linie verde.

Aceasta trebuie să taie axa de amplificarea unitară (zero dB), la $\omega = 20 \text{ rad/sec}$.

K se alege din această condiție (tragem curba verde în jos):

$$|D(j20) \cdot G(j20)| = \left| 20 \cdot \frac{j \cdot 20 + 5}{j \cdot 20 + 100} \cdot \frac{50000}{j \cdot 20 \cdot (j \cdot 20 + 10) \cdot (j \cdot 20 + 50)} \right| = 20 \cdot \frac{20.61}{20 \cdot 5.1} \cdot \frac{25}{2.23 \cdot 5.38} = 8.42$$

$$K = 1/8.42 = 0.118$$