Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iasi
Facultatea Electronică, Telecomunicaţii şi Tehnologia Informaţiei
Disciplina „Sisteme automate de control”, Anul V / SEIII

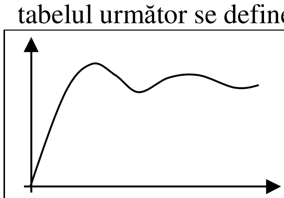
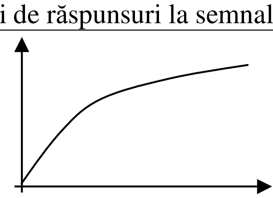
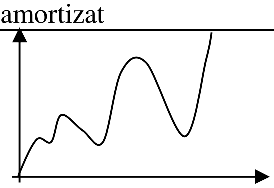
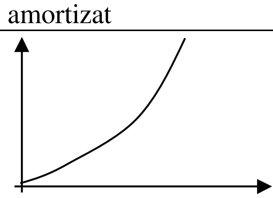
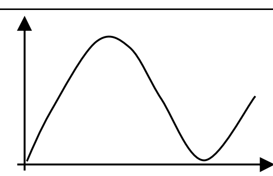
LABORATORUL #2
RĂSPUNSUL DINAMIC AL SISTEMELOR.

1. Scopul laboratorului

Vom analiza diferite sisteme dinamice în MATLAB pentru a dezvolta o intuiţie asupra relaţiilor dintre locaţia polilor şi zerourilor în planul complex şi răspunsul dinamic al sistemelor. Indicii de performanţă utilizaţi pentru evaluarea sistemelor dinamice sau pentru prescrierea datelor de proiectare a sistemelor dinamice sunt prezentaţi. O atenţie specială se va acorda sistemelor de ordinul doi, cât şi posibilităţii reducerii sistemelor de ordin ridicat la analiza unor sisteme de ordin redus. In final, vom defini stabilitatea sistemelor şi vom exemplifica problemele legate de determinarea stabilităţii.

2. Instrucţiuni MATLAB pentru reprezentarea graficelor în domeniul timp şi frecvenţă.
a. Sisteme de ordinul întâi
b. Sisteme de ordin superior cu poli reali
c. Reducerea ordinului sistemelor complexe.

După cum am vazut în laboratorul precedent, aplicarea unor semnale de tip treaptă sau impuls la intrarea sistemelor dinamice serveşte la observarea unor proprietăţi specifice fiecărui sistem. În tabelul următor se definesc 5 tipuri de răspunsuri la semnalul treaptă.

		
(a) Răspuns stabil, oscilatoriu amortizat	(b) Răspuns stabil, aperiodic amortizat	
		
(c) Răspuns instabil, oscilatoriu neamortizat	(d) Răspuns instabil, aperiodic	(e) Răspuns oscilatoriu, întreţinut

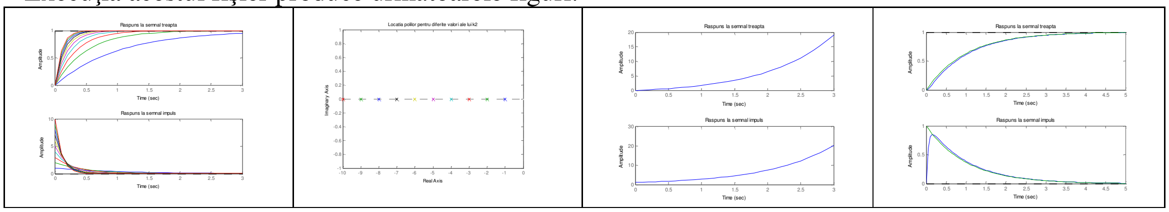
Să revedem răspunsul la semnale de test (treaptă şi impuls) al sistemelor de ordinul întâi şi legătura dintre locaţia polilor şi răspunsul în domeniul timp. Sistemele cu un model caracterizat de un singur pol trebuie să aibă acest pol număr real pentru că funcţia de transfer este întotdeauna un raport de polinoame cu coeficienţi reali. In alte cuvinte, dacă avem un pol numar complex, atunci vom avea de fapt o pereche de poli numere complexe.

Acum puteţi lansa programul *L2_intro.m*.

```
clear;
echo on;
%---------------------------------------------------------------------
%
% Studiem o functie de ordinul intai, cu o locatie variabila a polului
% si cu un castig de c.c. constant, egal cu 1.
% Alegem polii ca fiind egal cu -1, -2, ..., respectiv -10.
% Cu cat sunt polul situati mai departe de axa reala,
% catre -infinit, cu atat mai repede sistemul ajunge la regim stationar.
% Identificati valoarea polului ce corespunde fiecarui raspuns.
%
pause % Apasati orice tasta pentru raspunsul la semnale treapta si impuls
%---------------------------------------------------------------------
echo off;
subplot(2,1,1);
for k2=1:10
% definim functia de transfer ca un raport de doua polinoame
num=k2;
den=[1 k2];
M=tf(num,den);
%
% Sa observam un raspuns la un semnal treapta
step(M, 0:0.1:3); hold on;
end
title('Raspuns la semnal treapta');
%
subplot(2,1,2);
for k2=1:10
% definim functia de transfer ca un raport de doua polinoame
num=k2;
den=[1 k2];
M=tf(num,den)
%
% Sa observam un raspuns la un semnal impuls
impulse(M, 0:0.1:3); hold on;
end
title('Raspuns la semnal impuls');
%
echo on;
% Introducem comanda pzmap(M), cu care reprezentam polii si zerourile
% in planul complex.
pause % Apasati orice tasta pentru a reprezenta polii in planul complex
echo off;
figure;
for k2=1:10
```

```
num=k2;
den=[1 k2];
M=tf(num,den);
pzmap(M); hold on;
end
title('Locatia polilor pentru diferite valori ale lui k2');
%
echo on;
pause % apasati orice tasta pentru a continua
%-------------------------------------------------------------------
%
% Am studiat efectul unor poli reali si negativi.
% Daca avem un singur pol, real si pozitiv
%
clear;
figure;
num=1;
den=[1 -1];
M=tf(num,den)
subplot(2,1,1);
step(M, 0:0.1:3);
title('Raspuns la semnal treapta');
subplot(2,1,2);
impulse(M, 0:0.1:3);
title('Raspuns la semnal impuls');
pause % apasati orice tasta pentru a continua
%-------------------------------------------------------------------
%
% Sa studiem prezenta a doi poli reali si negativi, in functia de transfer
% Vom alege cei 2 poli la distanta mare unul de celalalt.
% Vom defini functia de transfer incat sa aiba acelasi castig unitar,
% la frecventa nula (s=0).
%
% Numim pol dominant, polul cel mai apropiat de originea planului complex.
% Vom compara raspunsul sistemului cu 2 poli,
% cu cel al unui singur pol dominat.
%
clear;
figure;
num=[1]; den=[1 1]; B=tf(num,den)
k1=1;
k2=20;
num=k1*k2;
den1=[1 k1]; den2=[1 k2]; den=conv(den1,den2);
M=tf(num,den)
subplot(2,1,1);
step(M, 0:0.05:5); hold on;
step(B, 0:0.05:5);
title('Raspuns la semnal treapta');
subplot(2,1,2);
impulse(M, 0:0.05:5); hold on;
impulse(B, 0:0.05:5);
title('Raspuns la semnal impuls');
```

Execuţia acestui fişier produce următoarele figuri.



Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

1. După execuţia programului *L2_intro.m*, răspundeţi la următoarele întrebări:
   a) Atribuiţi o clasificare răspunsului la semnal treaptă pentru sistemul de ordinul întâi, cu pol real şi negativ, pe baza tabelului de pe prima pagină.
   b) Ce fel de răspuns avem pentru un pol real pozitiv?
   c) Cum se compară răspunsurile la semnale treaptă şi impuls ale funcţiei de transfer cu doi poli cu răspunsurile funcţiei cu un singur pol dominant? Poate constitui aceast rezultat o premisă pentru aproximarea sistemelor complexe cu sisteme caracterizate de funcţii de transfer mai simple?
   d) Care este legătura între polul unui sistem de ordinul întâi şi stabilitatea sistemului?

3. Sisteme de ordinul doi.
a. Reprezentare generală.
b. Specificarea amortizării în planul complex.
c. Efectul adăugării unui *zero*. Efectul adăugării unui pol.

Un caz aparte de sistem dinamic este dat de sistemele de ordinul doi cu cei doi poli numere complexe. Vom considera un caz general pentru a studia efectul coeficienţilor polinomului de ordinul doi de la numitorul expresiei. Vom exemplifica folosirea unor instrucţiuni MATLAB specifice analizei sistemelor dinamice.

Aceeaşi descriere a laboratorului este disponibilă în fişierul MATLAB L2_ordinul2.m.

```
clear;
echo on;
%-------------------------------------------------------------------
% Forma generala a unui sistem de ordinul doi este:
%                                C
%  H(s)     =    -----------------------------
%                  (s^2 + 2*zeta*wn*s + wn^2)
% Se prefera aceasta forma pentru a pune in evidenta
%   - wn = frecventa proprie de oscilatie
%   - zeta = factorul de amortizare
%
% Daca stim ca un sistem este de ordinul al doilea, putem identifica
% functia de transfer din raspunsul la semnal treapta, care va avea
% intotdeauna  o suprareglare (supracrestere, overshoot).
% - Timpul de crestere este legat de frecventa proprie de oscilatie wn.
% - Suprareglarea este legata de amortizare.
% - timpul de stabilizare este legat de partea reala a polilor.
%
% La curs, am vazut formulele:
```

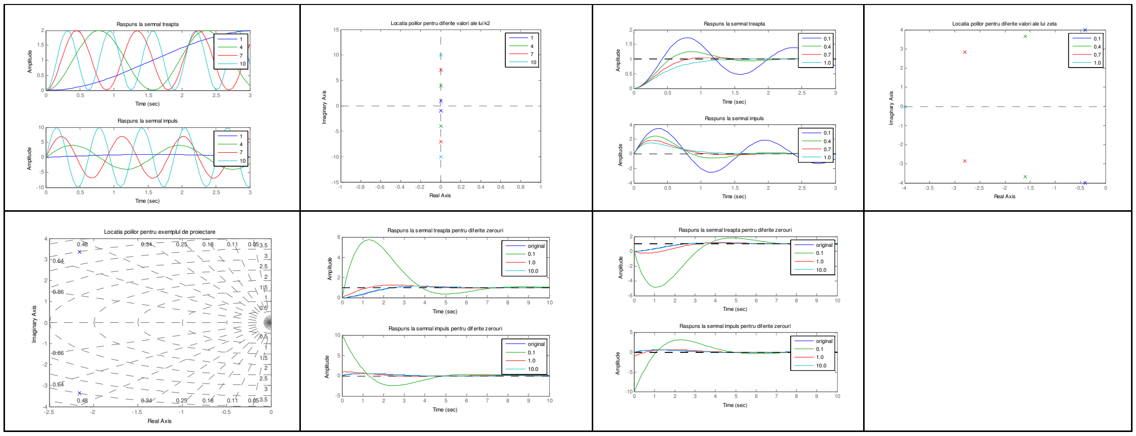
```
%     wn = 1.8/Tr            Tr - (timp de crestere)
%     zeta = 0.6(1 - Mp)     Mp - (suprareglare in procente)
%     zeta*wn = 4.6/Ts       Ts - (timp de stabilizare)
%     C = ssm/wn^2           ssm - (castig regim stationar: out/in)
%
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua.
%--------------------------------------------------------------------
% (1) Sa vedem intai, un oscilator pur pentru care zeta=0
%
%      P(s) =  wn^2/(s^2 + wn^2),
%
% Vom vizualiza locatia polilor si
% legatura cu raspunsul la semnale treapta si impuls.
%
pause % Apasati orice tasta pentru a continua.Asteptati apoi pentru grafic.
%--------------------------------------------------------------------
echo off;
subplot(2,1,1);
for wn=1:3:10
   % definim functia de transfer ca un raport de doua polinoame
   num=wn*wn;
   den=[1 0 wn*wn];
   M=tf(num,den)
   %
   % Sa observam un raspuns la un semnal treapta
   step(M, 0:0.05:3); hold on;
end
legend('1', '4', '7', '10');
title('Raspuns la semnal treapta');
%
subplot(2,1,2);
for wn=1:3:10
   % definim functia de transfer ca un raport de doua polinoame
   num=wn*wn;
   den=[1 0 wn*wn];
   M=tf(num,den);
   %
   % Sa observam un raspuns la un semnal impuls
   impulse(M, 0:0.05:3); hold on;
end
legend('1', '4', '7', '10');
title('Raspuns la semnal impuls');
%
echo on;
pause % Apasati orice tasta pentru a reprezenta polii in planul complex
%--------------------------------------------------------------------
echo off;
figure;
for wn=1:3:10
   num=wn*wn;
   den=[1 0 wn*wn];
   M=tf(num,den);
   pzmap(M); hold on;
```

```
end
legend('1', '4', '7', '10');
title('Locatia polilor pentru diferite valori ale lui k2');
echo on;
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua.
%-------------------------------------------------------------------
%
% (2) Sa introducem acum amortizarea zeta.
% Puteti inchide toate ferestrele windows pentru figurile precedente.
% Forma considerata:
%                            wn^2
%  H(s)     =    ----------------------------
%                  (s^2 + 2*zeta*wn*s + wn^2)
%
echo off;
clear;
wn=4;
figure;
subplot(2,1,1)
for i=1:3:10
   zeta=0.1*i;
   num=wn*wn;
   den=[1 2*zeta*wn wn*wn];
   M=tf(num,den);
   step(M, 0:0.05:3); hold on;
end
legend('0.1', '0.4', '0.7', '1.0');
title('Raspuns la semnal treapta');
%
subplot(2,1,2)
for i=1:3:10
   zeta=0.1*i;
   num=wn*wn;
   den=[1 2*zeta*wn wn*wn];
   M=tf(num,den);
   impulse(M, 0:0.05:3); hold on;
end
legend('0.1', '0.4', '0.7', '1.0');
title('Raspuns la semnal impuls');
echo on;
pause % Apasati orice tasta pentru a reprezenta polii in planul complex
%-------------------------------------------------------------------
echo off;
figure;
for i=1:3:10
   zeta=0.1*i;
   num=wn*wn;
   den=[1 2*zeta*wn wn*wn];
   M=tf(num,den);
   pzmap(M); hold on;
end
legend('0.1', '0.4', '0.7', '1.0');
title('Locatia polilor pentru diferite valori ale lui zeta');
```

```
echo on;
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua.
%--------------------------------------------------------------------
%
% (3) Sa discutam linia de amortizare constanta in planul complex.
% Multe date de proiectare includ suprareglarea.
% Din aceasta valoare se poate calcula amortizarea.
% Exista o legatura intre amortizare si pozitia unghiulara a polilor.
% Dpdv al proiectarii, problema se pune invers:
% - daca se cere suprareglarea, sa se calculeze pozitia polilor.
% Exemplu:
% zeta = 0.6(1 - Mp)     Mp - (suprareglare in procente)
% Mp = 10% (procente)         => zeta=0.6*0.9=0.54 =>
% theta = arcsin(zeta) = 0.57 rad = 32 grade.
%
%--------------------------------------------------------------------
%
clear; figure;
wn=4;
zeta=0.54;
num=wn*wn;
den=[1 2*zeta*wn wn*wn];
M=tf(num,den);
pzmap(M); hold on;
title('Locatia polilor pentru exemplul de proiectare');
% Comanda urmatoare deseneaza liniile de amortizare constanta si radacinile
% pentru simplificarea proiectarii.
sgrid;
%
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua.
%--------------------------------------------------------------------
%
% (4) Sa discutam adaugarea unui zero real negativ,
% la o functie de transfer de ordinul al doilea.
%
echo off;
clear;
figure;
wn=1;
zeta=0.54;
num=wn*wn;
den=[1 2*zeta*wn wn*wn];
M=tf(num,den);
%
subplot(2,1,1)
step(M, 0:0.1:10); hold on;
% Sa studiem efectul asupra raspunsului pentru diferite zerouri
for zl=1:3
   kl=10^(-2+zl);
   zz=[1 kl];
   num1=num*zz/kl;
   N=tf(num1,den)
   step(N, 0:0.1:10); hold on;
```

```
end
legend('original', '0.1', '1.0', '10.0');
title('Raspuns la semnal treapta pentru diferite zerouri');
subplot(2,1,2)
impulse(M, 0:0.1:10); hold on;
for zl=1:3
   kl=10^(-2+zl);
   zz=[1 kl];
   num1=num*zz/kl;
   N=tf(num1,den);
   impulse(N, 0:0.1:10); hold on;
end
legend('original', '0.1', '1.0', '10.0');
title('Raspuns la semnal impuls pentru diferite zerouri');
echo on;
pause % Apasati orice tasta pentru a continua.
%---------------------------------------------------------------------
%
% Repetam analiza pentru un zero real, pozitiv.
echo off;
clear;
figure;
wn=1;
zeta=0.54;
num=wn*wn;
den=[1 2*zeta*wn wn*wn];
M=tf(num,den);
%
subplot(2,1,1)
step(M, 0:0.1:10); hold on;
% Sa studiem efectul asupra raspunsului pentru diferite zerouri
for zl=1:3
   kl=10^(-2+zl);
   zz=[1 -kl];
   num1=num*zz/(-kl);
   N=tf(num1,den)
   step(N, 0:0.1:10); hold on;
end
legend('original', '0.1', '1.0', '10.0');
title('Raspuns la semnal treapta pentru diferite zerouri');
subplot(2,1,2)
impulse(M, 0:0.1:10); hold on;
for zl=1:3
   kl=10^(-2+zl);
   zz=[1 -kl];
   num1=num*zz/(-kl);
   N=tf(num1,den);
   impulse(N, 0:0.1:10); hold on;
end
legend('original', '0.1', '1.0', '10.0');
title('Raspuns la semnal impuls pentru diferite zerouri');
```

Execuţia acestui fişier produce succesiv următoarele figuri:



Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

Dupa execuţia programului *L2_ordinul2.m*, răspundeţi la următoarele întrebări:

2. Primul set de întrebări se referă la modelarea oscilatoarelor.

   e) Identificaţi legătura dintre fiecare reprezentare grafică a răspunsului şi valoarea fiecărei frecvenţe ω_n. Ce reprezintă valoarea maximă a răspunsului la semnal treaptă în domeniul timp (amplitudinea oscilaţiilor întreținute)?

   f) De ce răspunsul la semnal impuls este mai util decât răspunsul la semnal treaptă pentru un oscilator? Comentati pe baza răspunsurilor obţinute în laborator.

   g) Comentaţi asupra aplicării (particularizării) formulelor de legătură între răspunsul în domeniul timp şi reprezentarea prin funcţie de transfer în cazul unui oscilator (timp de răspuns, suprareglare, timp de stabilizare). Aceste formule se pot găsi la curs, în *listing*-ul programului sau pe paginile următoare.

3. Al doilea set de întrebări se referă la cazul care include amortizarea oscilaţiilor.

   h) Care este efectul amortizării ***zeta*** asupra răspunsului la semnale treaptă sau impuls? La ce valori ale lui ***zeta*** acest lucru este mai evident?

   i) Se poate spune că pentru orice ***zeta*** pozitiv, polii (rădăcinile numitorului) vor fi numere complexe?

   j) Cum se modifică locaţia în planul complex a perechilor de poli la modificarea amortizării ***zeta***?

   k) Pentru ***zeta*** = 0,4 și $\omega_n = 4$, determinaţi prin măsurare de pe grafic timpul de răspuns, suprareglarea, timpul de stabilizare şi comparaţi rezultatele ce se obţin cu formulele aproximative date.

4. Întrebări legate de partea a 4-a din fişier, privind adăugarea unui *zero* la o funcţie de transfer de ordinul al doilea.

   l) Cum se modifică parametrii răspunsului în timp (timp de răspuns, suprareglare, timp de stabilizare) pentru *zero*-ul real pozitiv adaugat (0.1=mult mai mic decât polii existenţi, 1.0=lângă polii existenţi, 10=mult mai mare decât polii existenţi)?

   m) Cum se modifică parametrii răspunsului în timp (timp de raspuns, suprareglare, timp de stabilizare) pentru *zero*-ul real negativ adaugat (0.1=mult mai mic decât polii existenţi, 1.0=lângă polii existenţi, 10=mult mai mare decât polii existenţi).

4. Sisteme în buclă închisă.

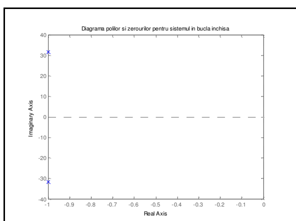
Vom introduce aici câteva comenzi MATLAB specifice lucrului cu sisteme în buclă închisă. Proiectarea sistemelor în buclă închisă va fi considerată în laboratorul următor.

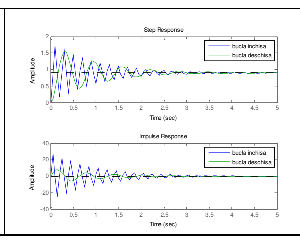
Acum puteţi lansa programul *L2_BuclInch.m*.

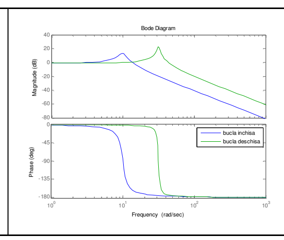
```
clear;
echo on;
%---------------------------------------------------------------------
% Exemplele precedente au analizat sisteme in bucla deschisa.
% Sistemele in bucla inchisa se utilizeaza pentru a schimba
% raspunsul sistemului. Vom vedea instructiunile MATLAB specifice lucrului
% in bucla inchisa.
%
% Vom defini o functie pentru instalatia analizata.
k=90;
w0 = 10;
zeta = 0.1;
% Functia de transfer in bucla deschisa o vom considera ca exemplu
%         Y(s)                  k
% H(s)= ---- =  ---------------------------
%         U(s)          (s^2 + 2*zeta*w0*s + w0^2)
%
num = [0 0 k];
den = [1 2*zeta*w0 w0^2]
H=tf(num,den)
% Vom considera o bucla de reactie unitara, printr-un bloc de control
% C(s) proportional (kp).
pause % Apasati orice tasta pentru a continua
%---------------------------------------------------------------------
%
% Diagrama sistemului in bucla inchisa este
%                   _________       __________
%        y          |        |      |         |   error     ref.
%    <--------o----|  H(s)  |<-----|  C(s)   |<-------(+)<------
%               |    |________|      |_________|         ^ -
%               |                                         |
%               |_________________________________________|
%
Kp = 10;
%
% Functia de transfer in bucla inchisa este:
%
%                    y                 H(s) * C(s)
%           G(s)= -----     =     ----------------
%                   ref.            1 + H(s) * C(s)
%
% putem folosi direct instructiunea FEEDBACK
M1=Kp*H;
G=feedback(M1,1)
%
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua
```

```
%-------------------------------------------------------------------
%
% Sa observam noua functie de transfer prin analiza polilor si zerourilor
% Vom introduce aici instructiuni specifice definirii unei noi functii de
% transfer pe baza polilor si zerourilor.
P=pole(G)
Z=zero(G)
pzmap(G)
title('Diagrama polilor si zerourilor pentru sistemul in bucla inchisa');
%
echo on;
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua
%-------------------------------------------------------------------
% Sa revedem efectul reactiei in raspunsul la semnal treapta si impuls
echo off;
figure;
subplot(2,1,1);
step(G, 0:0.05:5); hold on;
step(H, 0:0.05:5);
legend('bucla inchisa', 'bucla deschisa');
subplot(2,1,2);
impulse(G, 0:0.05:5); hold on;
impulse(H, 0:0.05:5);
legend('bucla inchisa', 'bucla deschisa');
figure;
bode(H); hold on;
bode(G); legend('bucla inchisa', 'bucla deschisa');
echo on;
pause % Apasati orice tasta pentru a continua
%-------------------------------------------------------------------
%
% Acest controler proportional nu este bun.
% Vom analiza diverse structuri de control ora viitoare.
```

Execuţia acestui fişier produce succesiv următoarele figuri.







Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

5. După execuţia programului *L2_BuclInch.m*, răspundeţi la următoarele întrebări:
   n) Cum a schimbat reacţia prin ***Kp*** funcţia de transfer în acest caz?
   o) Identificați prin măsurare directă frecvența oscilațiilor prezente în răspunsul la semnal treaptă şi impuls, pentru sistemele în buclă deschisă şi buclă închisă.
   p) Identificați de pe caracteristicile Bode de amplitudine, vârful rezonant. Cum se modifică această frecvență la închiderea buclei de reacție? (recapitulare).

6. Stabilitate

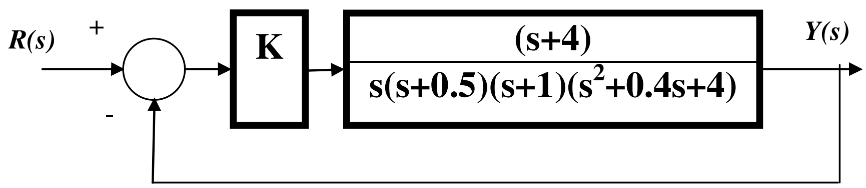
Un sistem liniar şi invariabil în timp este stabil dacă toate rădăcinile numitorului au partea reală negativă şi instabil în orice alt caz. La curs am analizat criteriul Routh pentru investigarea stabilităţii FĂRĂ rezolvarea rădăcinilor ecuaţiei polinomiale de la numitorul funcţiei de transfer.

In mediul MATLAB, stabilitatea se poate analiza mai uşor pentru că avem o posibilitate de calcul direct a rădăcinilor unei ecuaţii polinomiale prin instrucţiunea
roots(den).

De asemeni, instrucţiunea
isstable(G)
va lista valoarea „***1***" dacă sistemul este stabil şi „***0***" dacă sistemul este instabil.

Să considerăm următoarea problemă de stabilitate: Să se determine domeniul de variaţie a lui K din figura următoare astfel încât sistemul în buclă închisă să fie stabil. Sistemul în buclă deschisă cu funcţia de transfer dată în figură, reprezintă un model pentru o unitate de bandă magnetică. Am văzut în primul laborator că un astfel de sistem va produce un semnal crescător la aplicarea unui semnal treaptă. Deci sistemul in bucla deschisă este instabil.

****) datele numerice sunt puţin schimbate faţă de cele din primul laborator.*



Funcţia de transfer în buclă închisă este data de:

$$G(s)=\frac{K\cdot\dfrac{s+4}{s\cdot(s+0.5)\cdot(s+1)\cdot\left(s^2+0.4\cdot s+4\right)}}{1+K\cdot\dfrac{s+4}{s\cdot(s+0.5)\cdot(s+1)\cdot\left(s^2+0.4\cdot s+4\right)}}=\frac{K\cdot s+4\cdot K}{s\cdot(s+0.5)\cdot(s+1)\cdot\left(s^2+0.4\cdot s+4\right)+K\cdot s+4\cdot K}$$

se obţine:

$$G(s)=\frac{K\cdot s+4\cdot K}{s^5+1.9\cdot s^4+5.1\cdot s^3+6.2\cdot s^2+(2+K)\cdot s+4\cdot K}$$

Acum puteţi lansa programul *L2_Stabil.m*.

```
%
% Consideram o valoarea K=0.2 si investigam radacinile numitorului.
%
clear;
echo on;
%-------------------------------------------------------------------
K=0.2;
num=[K 4*K];
den=[1 1.9 5.1 6.2 2+K 4*K];
G=tf(num,den)
x=roots(den);
y=isstable(G)
```

```
% Consideram o valoarea K=2 si investigam radacinile numitorului.
%
clear;
echo on;
K=2;
num=[K 4*K];
den=[1 1.9 5.1 6.2 2+K 4*K];
G=tf(num,den)
x=roots(den);
y=isstable(G)
%
% Observam ca sistemul este stabil pentru K=0.2 si instabil pentru K=2.
%
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua
%-------------------------------------------------------------------
%
% Vom incerca sa vedem cum se modifica radacinile pentru
% un interval de variatie a lui K.
%
% Vom scrie un program capabil sa calculeze partea reala a radacinilor.
%
% In majoritatea sistemelor,
% instabilitatea se produce la valori mari ale lui K.
%
% Observati urmatoarele rezultate si determinati domeniul de variatie
% a lui K pentru care avem stabilitate.
%
% Atentie - Vor urma 30 de grupuri de rezultate.
%
pause   % Apasati orice tasta pentru a continua
%-------------------------------------------------------------------
%
echo off;
for K=0:0.1:3
   clear x,y;
   num=[K 4*K];
   den=[1 1.9 5.1 6.2 2+K 4*K];
   G=tf(num,den);
   K
   x=roots(den)
   y=isstable(G)
end
%-------------------------------------------------------------------
```

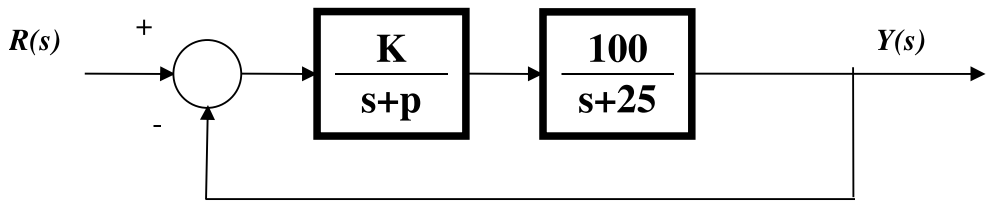
Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

6. După execuţia programului *L2_Stabil.m*, răspundeţi la următoarele întrebări:
   q) De la ce valoare a lui ***K*** sistemul devine instabil?
   r) Cât sunt rădăcinile polinomului caracteristic (a numitorului funcţiei de transfer în buclă închisă) pentru acest caz? Comparaţi rădăcinile de la ultima valoare a lui ***K*** care produce stabilitate şi de la prima ce conduce la instabilitate.

s) Determinați răspunsurile la semnal treaptă și impuls pentru un sistem în buclă închisă determinat pentru ***K=0.5*K*** $K=0.5 \cdot K_{critic}$ (valoarea de tranziție între buclă închisă și buclă deschisă).

7. Mini-proiect

Vom considera următoarea problemă de proiectare:
Se consideră sistemul cu reacţie unitară reprezentat în figura următoare:



Să se determine câştigul ***K*** şi locaţia polului ***p***, astfel încât sistemul în buclă închisă din figură să prezinte o suprareglare de 25% şi un timp de stabilizare la 1% sub 0.1secunde.
Verificaţi proiectarea în MATLAB.

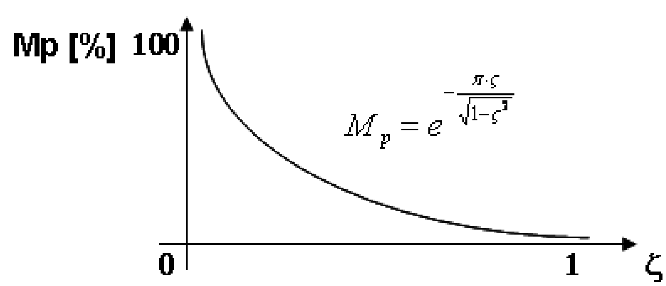
Sugestii pentru rezolvare:

Puteţi utiliza ecuaţiile de legătură între funcţia de transfer de ordinul doi şi răspunsul la semnal treaptă.

- Notăm rădăcinile cu: $s = -\sigma \pm j \cdot \omega_d$

- Funcţia de transfer în format general $H(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \varsigma \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} = \dfrac{\omega_n^2}{(s + \varsigma \cdot \omega_n)^2 + \omega_n^2 \cdot (1 - \varsigma^2)}$
- Prin echivalare, obţinem $\sigma = \varsigma \cdot \omega_n \quad \omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \varsigma^2}$
- Ecuaţiile de proiectare (date aici fără demonstrație detaliată):

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_n &\geq \frac{1.8}{t_r} \\ \varsigma &\geq \varsigma(M_p) \\ \sigma &\geq \frac{4.6}{t_s} \end{aligned}} \qquad \boxed{M_p = e^{-\frac{\pi \cdot \varsigma}{\sqrt{1-\varsigma^2}}}}$$



La Mp=25%, se citeşte de pe grafic o valoare a amortizării $\zeta = 0.4$.
La ts=0.1sec => $\sigma > 46$. => $\omega_n = \sigma / \zeta = 115$.

Scrieţi ***H(s)*** dedus din datele de proiectare (reprezentat haşurat) şi echivalaţi cu sistemul dat în figura din enunţul problemei, după aplicarea reacţiei unitare. Tineți cont că datele de proiectare pentru răspuns tranzistoriu sunt independente de câștigul sistemului.

Nu uitaţi să verificaţi rezultatele în MATLAB. Ajustați proiectarea, dacă este nevoie, pentru obținerea rezultatelor dorite.