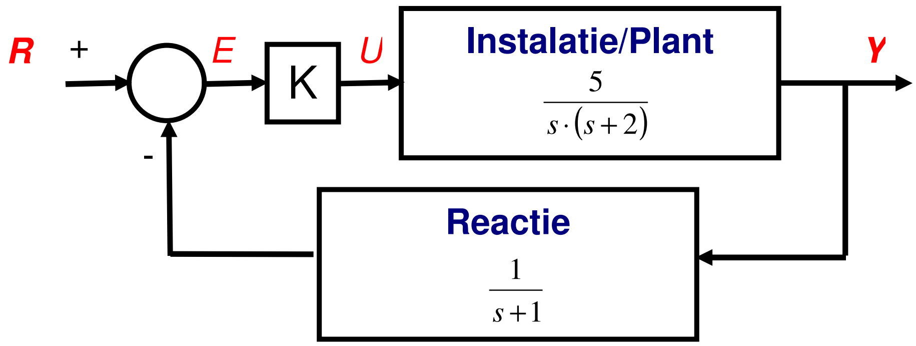
SOLUTII PENTRU TEMA DE CASA #4

Problema

Considerați sistemul prezentat în figură.

(a) Folosiți criteriul de stabilitate Routh pentru determinarea valorile lui K care asigură stabilitatea.

(b) Desenați locul rădăcinilor ecuației caracteristice în funcție de K>0. Indicați pe figură toate punctele de interes.



Soluție

(a)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K\cdot\frac{5}{s\cdot(s+2)}}{1+K\cdot\frac{1}{s+1}\cdot\frac{5}{s\cdot(s+2)}} = \frac{5\cdot K\cdot(s+1)}{s\cdot(s+1)(s+2)+5K} = \frac{5\cdot K\cdot(s+1)}{s^3+3s^2+2s+5K}$$

Criteriul Routh:

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & 5K \\ s & \frac{6-5K}{3} & \\ s^0 & 5K & \end{array}$$

K>0, 6>5K => 0<K<1.2

(b)

Trebuie să desenăm locul rădăcinilor pentru:

$$1+K\frac{5}{s(s+1)(s+2)}=0$$

Regula 1: avem 3 ramuri, toate 3 terminându-se în asimptote.

Regula 2: locul conține axa reală între -1 și 0, cât și între –infinit și -2.

Regula 3: centrul asimptotelor este la:

$$\alpha = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} = \frac{0-1-2}{3} = -1$$

si unghiurile sunt 180, 60, -60.

Regula 4: pentru K=1.2, avem mai sus criteriul Routh

$$s^3 + 3s^2 + 2s + 6 = 0 \Leftrightarrow (s^2 + 2)(s + 3) = 0 \Leftrightarrow s = -3, \pm i \cdot 1.414$$

Regula 5: Puncte de ramificație:
$s^2 + 6s + 5 + s^2 + 5s + s^2 + s = 0 \Leftrightarrow 3s^2 + 12s + 5 = 0 \Leftrightarrow s_1 \approx \cancel{-0.5}\,5 \quad s_2 = -3.5$