

## LABORATORUL #5

### PROIECTAREA SISTEMELOR AUTOMATE DE CONTROL CU AJUTORUL ANALIZEI ÎN FRECVENȚĂ.

1. Scopul laboratorului.
2. Utilizarea MATLAB pentru analiza în frecvență a sistemelor.
  - a. Diagrame Bode și Nyquist
  - b. Fișier de comenzi.
3. Compensarea sistemelor
  - a. Analiza în frecvență a rețelelor de compensare.
  - b. *Exemplu:* Compensarea unui motor de c.c.
  - c. Mini-proiect.
4. Proiectarea cu incertitudinea modelului („*loopshapping*”)
  - a. Descrierea metodei
  - b. *Exemplu:* Analiza amestecului combustibil-aer în motoarele termice

#### 1. Scopul laboratorului.

Metoda de analiză a sistemelor pe baza răspunsului în frecvență ne ajută la proiectarea sistemelor de compensare dinamică. Vom aprofunda cu ajutorul unor exemple instrucțiunile MATLAB specifice analizei în frecvență. Apoi vom rezolva un mini-proiect tipic pentru astfel de situații.

Proiectarea unui sistem cu parametri variabili se face prin asocierea unor incertitudini în model. Vom exemplifica acest lucru prin studiul controlului amestecului combustibil-aer la motoarele cu ardere internă.

În final, vom considera un proiect.

#### 2. Utilizarea MATLAB pentru analiza în frecvență a sistemelor.

##### a. Diagrame Bode și Nyquist

Lucrul cu diagrame Bode este cunoscut de la alte discipline. Practic, avem o reprezentare a modulului și fazei funcției de transfer în funcție de frecvența unui semnal aplicat la intrarea sistemului. În cazul proiectării sistemelor de control, diagramele Bode se folosesc pentru determinarea grafică a rezervelor de amplitudine și fază până la trecerea la instabilitate.

Diagramele Nyquist se folosesc pentru reprezentarea grafică a condițiilor de stabilitate. Aceeași informație din cazul diagramelor Bode este acum reprezentată în coordonate *imaginar-real* în loc de reprezentarea pe două grafice separate a amplitudinii și fazei. Stabilitatea se determină prin determinarea numărului de încercuiri ale punctului -1 de pe axa reală.

##### b. Fișier de comenzi

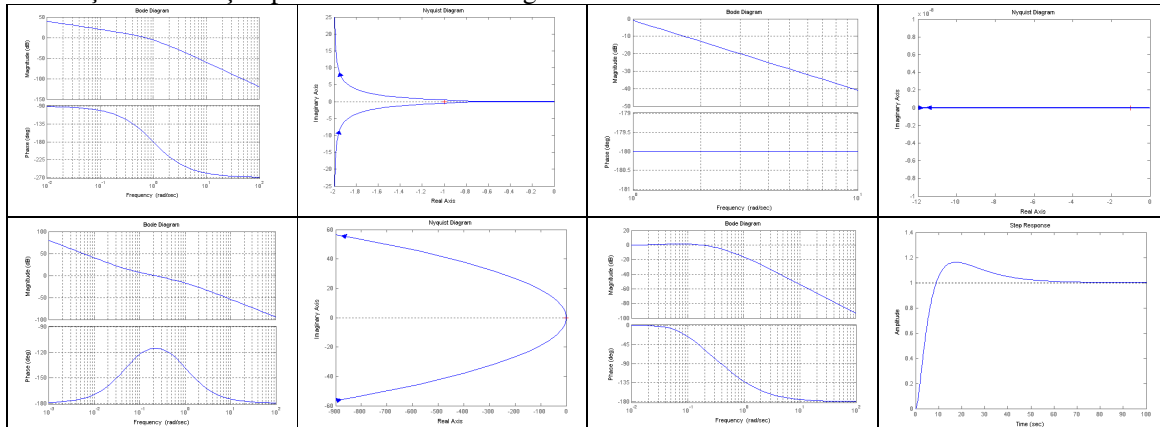
Vom lua un exemplu simplu pentru exersarea instrucțiunilor MATLAB folosite la analiza răspunsului în frecvență a sistemelor.

Acum puteți lansa programul *L5\_Intro.m*.

```
clear;
echo on;
%-----
% Vom incepe cu un exemplu simplu pentru a ne aminti despre amplificarea si
% faza unui sistem in bucla inchisa.
%
P1=tf(1,[1 2 1 0])
% Vom reprezenta diagrama Bode
bode(P1); grid on; title('bode(P1)');
% si diagrama Nyquist, cu punctul -1 indicat pe figura.
figure;
nyquist(P1); axis([-2,2,-2,2]); title('Nyquist(P1)');
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Am dori sa determinam de pe aceste grafice, punctele in care amplitudinea
% este unitara, si unde faza este -180. Apoi, sa obtinem rezervele de
% amplitudine si faza.
%
% In exemplul considerat, acest lucru se intampla o singura data.
%
% Putem determina aceste puncte direct de pe grafic, facand click in
% punctul dorit, sau putem folosi in mediul MATLAB, instructiunea margin,
% dupa ce in prealabil am salvat datele diagramei Bode ca variabile in
% spatiul MATLAB.
%
[mag,phase,w]=bode(P1);
[GM,PM,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w)
% Merita notat ca aceste valori sunt aproximatii deduse in functie de
% rezolutia cu care am calculate raspunsul in frecventa (diagrama Bode).
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Sa repetam acest proces pentru o alta functie de transfer.
close(1); close(2);
figure;
K=1.11;
P2=tf(1/K,[1 0 0]);
bode(P2); grid on; title('bode(P2)');
figure; nyquist(P2); axis([-2,2,-2,2]); title('Nyquist(P2)');
[mag,phase,w]=bode(P2);
[GM,PM,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w)
% Acest sistem va fi instabil in bucla inchisa. Diagrama Nyquist trece prin
% punctul -1. Deci inchiderea unei bucle simple, printr-un control
% proportional in jurul acestei functii de transfer P2, nu poate fi
% o optiune.
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Se observa ca panta diagramei Bode pentru amplitudine este -40dB/dec.
% Pentru a muta faza din valoarea -180, ar trebui sa reducem panta
% diagramei de amplitudine.
% Putem utiliza un control cu avans de faza:
```

```
%      K(1 + Td*s)
%  C(s) = -----, unde beta << Td
%      (1 + beta*s)
%
% Sa consideram ca date de proiectare, o largime de banda ceruta de
% 0.2rad/sec. In plus - din motivele aratate - dorim ca diagrama de
% amplitudine sa aiba o panta de -20dB/dec la aceasta frecventa.
%
% Legea de compensare trebuie sa desfasoare o panta crescatoare a diagramei
% de amplitudine, mult inainte de 0.2rad/sec. Sa consideram un zero la
% 0.05rad/sec si un pol la 1rad/sec.
%
%      1 + 20*s
%  C(s) = K -----
%      1 + s
%
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Proiectarea se reduce acum la determinarea castigului K astfel incat:
% |C(s)P2(s)| = 1      pentru s = 0.2*j
% |K*C1(s)*P2(s)| = 1   pentru s = 0.2*j
% K = 1/(C1(s)*P2(s))   pentru s = 0.2*j
% Vom face un calcul direct:
C1=tf([20 1],[1 1]);
[mag,phase,w]=bode(C1*P2, 0.2);
K=1/mag
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
% Legea de compensatie devine:
C=K*C1;
figure;
bode(C*P2); grid on; title('Bode(C*P2)');
figure; nyquist(C*P2); title('Nyquist(C*P2)');
axis([-6,1,-5,5]);
[mag,phase,w]=bode(C*P2);
[GM,PM,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w)
%
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Aceste rezultate numerice arata ca sistemul de compensare este bun.
% Sa confirmam acest lucru prin analiza sistemului de control in bucla
% inchisa.
%
CL=feedback(C*P2,1);
% Polii sistemului in bucla inchisa sunt la:
pole(CL)
% Raspunsul in frecventa a sistemului in bucla inchisa:
figure; bode(CL); grid on; title('Bode(CL)');
% Raspunsul la semnal treapta:
figure; step(CL);
%-----
```

Execuția acestui fișier produce următoarele figuri.



Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

1. Determinați grafic de pe prima figură („Bode(P1)”) rezerva de amplitudine și rezerva de fază. Comparați rezultatele cu cele afișate în fereastra MATLAB prin instrucțiunea „margin”.
2. Ce reprezintă cele două ramuri simetrice față de axa reală din graficul Nyquist arătat în figura a 2-a („Nyquist(P1)”)?
3. Ce puteți spune despre rezervele de amplitudine și fază pentru sistemul al 2-lea? Putem defini aceste rezerve în diagrama Bode din figura a 3-a?
4. Cum este confirmată stabilitatea în figura a 4-a („Nyquist(P2)”) ? Faceți *zoom* pe figură pentru a confirma dacă conturul Nyquist trece sau nu prin -1 și stabiliți de câte ori înconjoară -1.
5. Determinați rezervele de faza și amplitudine de pe graficul Bode din figura a 5-a („Bode(C\*P2)”).
6. Verificați pe figura 7-a („Bode(CL)”) condițiile inițiale de proiectare (*o lărgime de bandă cerută de 0.2rad/sec*).

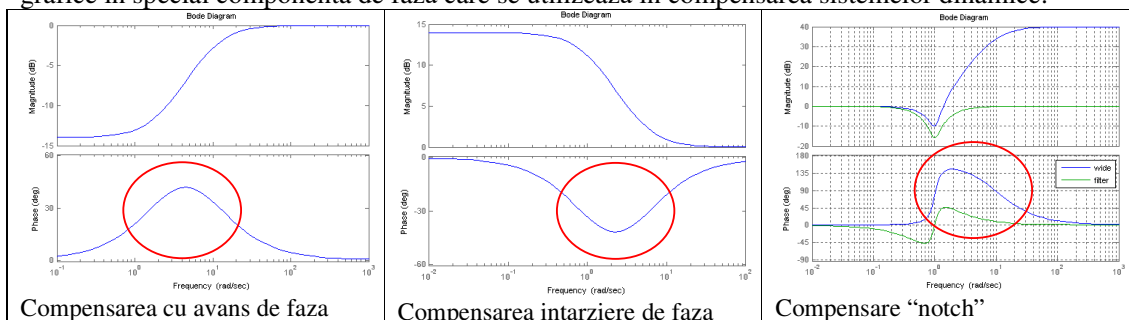
### 3. Compensarea sistemelor

#### a. Analiza în frecvență a sistemelor de compensare.

Am discutat în laboratorul precedent avantajele utilizării sistemelor de compensare pentru îmbunătățirea performanțelor dinamice. Am văzut atunci cele trei tipuri de compensare:

- compensare cu avans de fază
- compensare cu întârziere de fază
- compensare „notch”

Vom da aici - fără comentarii - diagramele Bode generice pentru fiecare astfel de caz. Urmăriți pe grafice în special componenta de fază care se utilizează în compensarea sistemelor dinamice.



**b. Exemplu: Compensarea unui motor de c.c.**

Vom considera un exemplu pentru a înțelege cum ne ajută analiza în frecvență la proiectarea sistemelor de compensare. Vom considera un motor de curent continuu și vom încerca o compensare cu avans de fază pentru îmbunătățirea performanțelor dinamice.

Să considerăm modelul instalației (în exemplu, un motor de curent continuu):

$$G(s) = \frac{1}{s \cdot (s + 5)}$$

Se dau datele de proiectare:

- Eroarea staționară mai mică decât 0.1 pentru un semnal de intrare de tip rampă.
- O suprareglare  $M_p < 10\%$ .

Se cere să determinăm compensarea cu avans de fază ce satisface aceste condiții.

Vom considera o lege de compensare de forma:

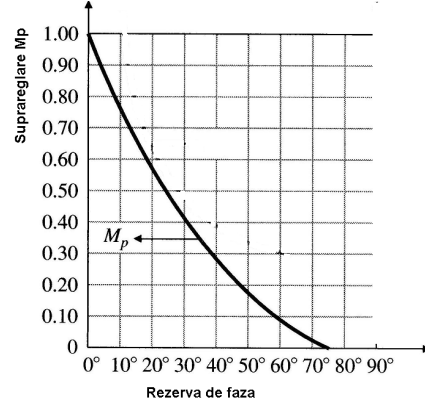
$$KD(s) = K \cdot \frac{s + z}{s + p}$$

folosită într-un sistem în buclă închisă. Vom începe prin a determina eroarea staționară a sistemului în buclă închisă la aplicarea unui semnal rampă:

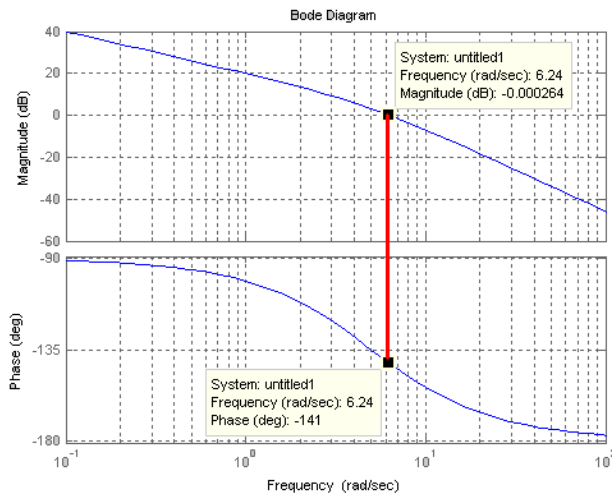
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \cdot \frac{1}{1 + KD(s)G(s)} \cdot \frac{1}{s^2} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \cdot \frac{1}{1 + K \cdot \frac{s+z}{s+p} \cdot \frac{1}{s \cdot (s+5)}} \cdot \frac{1}{s^2} \right] = \frac{1}{K \cdot \frac{z}{5 \cdot p}} < 0.1 \Rightarrow K \cdot \frac{z}{5 \cdot p} > 10$$

Am studiat la curs - și vom da aici fără demonstrație – relația între suprareglare/amortizare și rezerva de fază. Din reprezentarea grafică a acestei dependențe, determinăm o rezervă de fază de  $60^\circ$  pentru cerința unei suprareglări de 10% (cu cât vrem o suprareglare mai mică, cu atât ne trebuie mai multă rezervă de fază la frecvența de trecere).

**$PM=60^\circ$ .**



Trebuie să vedem diagrama de fază pentru un control proporțional fără termeni de compensare dinamică. În acest scop, considerăm arbitrar  $K=50$ , și reprezentăm diagrama Bode pentru funcția de transfer în buclă deschisă  $KG(s)$ .

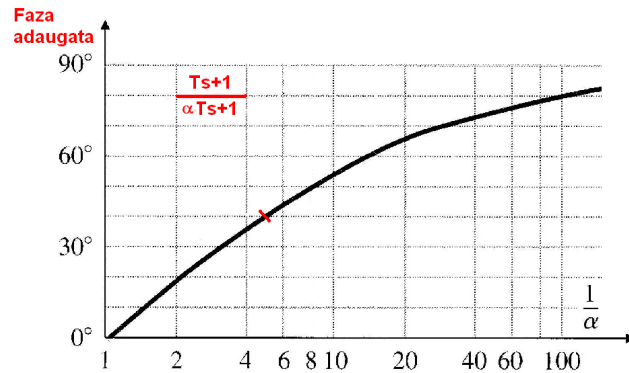


Citim de pe grafic,  $PM=39^\circ$ .

Dacă ar fi posibil, am adăuga o fază de  $60^\circ - 39^\circ = 21^\circ$  la frecvența de  $\omega = 6.24 \text{ rad/sec}$ .

Am putea încerca să obținem această fază cu ajutorul unui **zero** dintr-un compensator cu avans de fază. Din păcate, noul sistem va schimba valoarea frecvenței de trecere. Deci trebuie să proiectăm pentru adăugarea unei faze mai mari decât cea calculată mai sus ( $21^\circ$ ).

Cu un raport  $1/\alpha = p/z = 5$  am putea spera să producem o fază adițională maximă de  $40^\circ$ .



Am dori să obținem adaosul de fază maxim în jurul și puțin la dreapta lui  $6.24 \text{ rad/sec}$ , unde este frecvența de tăiere a graficului Bode dat. Știm că maximum adaos de fază se obține la o frecvență egală cu media geometrică a frecvenței **pole**-ului și a **zero**-ului.

Putem considera **zero**-ul la  $4 \text{ rad/sec}$  și **polul** la  $20 \text{ rad/sec}$ . Acesta este un proces iterativ și alegerea nu este unică. Legea de compensație rezultă (introducem un câștig  $=5$  pentru a nu avea amplificarea la  $s=0$ ):

$$D(s) = 5 \cdot \frac{s + 4}{s + 20}$$

Funcția de transfer a sistemului în buclă deschisă:

$$KD(s)G(s) = 50 \cdot \left( 5 \cdot \frac{s + 4}{s + 20} \right) \cdot \left( \frac{1}{s \cdot (s + 5)} \right)$$

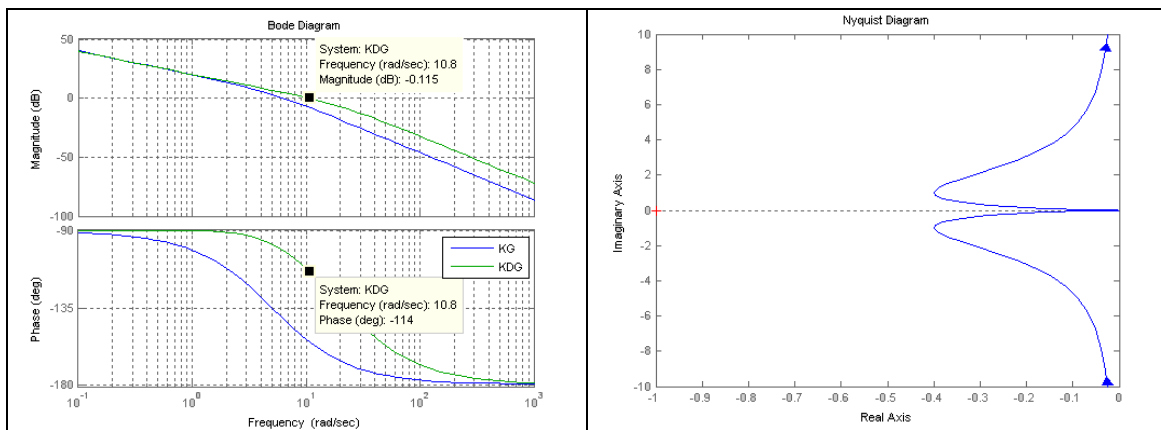
Acum puteți lansa programul *L5\_Compen.m* pentru analiza acestui rezultat.

```
clear;
echo off;
%-----
num=1;
den=[1 5 0];
G=tf(num,den);
bode(50*G); grid on;
figure;
D=5*tf([1 4],[1 20]);
bode(50*G, 50*D*G); grid on;
legend('KG', 'KDG');
[mag,phase,w]=bode(50*D*G);
[GM,PM,Wcg,Wcp]=margin(50*D*G);
figure;
nyquist(50*D*G);
%-----
```

Execuția acestui fișier produce următoarele rezultate în fereastra MATLAB:

GM = 2.3573e+004  
 PM = 66.4813  
 Wcg = 2.4279e+003  
 Wcp = 10.6584

cât și următoarele figuri.



De pe diagrama Bode citim o rezervă de fază de  $180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$ , puțin mai mare decât cerințele de proiectare (PM=60°).

Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

7. Refaceți programul de analiză pentru o nouă funcție de transfer

$$G(s) = \frac{1}{(s+1) \cdot (s+6)}$$

Proiectați o compensare cu avans de fază, capabilă de a furniza următoarele performanțe:

- eroare staționară la aplicarea unui semnal treaptă mai mică decât 0.01.
- suprareglare mai mică decât 25%.

## 6. Proiectarea cu incertitudinea modelului („loopshapping”)

### c. Descrierea metodei

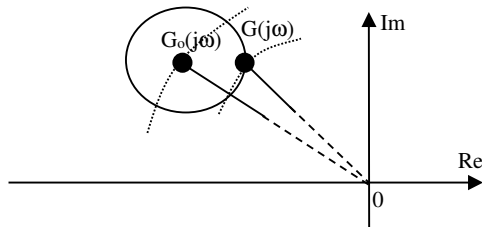
Toate analizele dezvoltate în acest laborator, cât și în cele precedente, s-au bazat pe condiții ideale, atât în ce privește semnalul de intrare (treaptă sau rampă), cât și modelul instalației. În realitate:

- semnalul de intrare poate avea o variație aleatorie,
- funcția de transfer poate fi schimbată de factori cum ar fi variația parametrilor de construcție, îmbătrânirea componentelor, efectul temperaturii și umidității mediului ambiant asupra parametrilor, s.a.m.d.

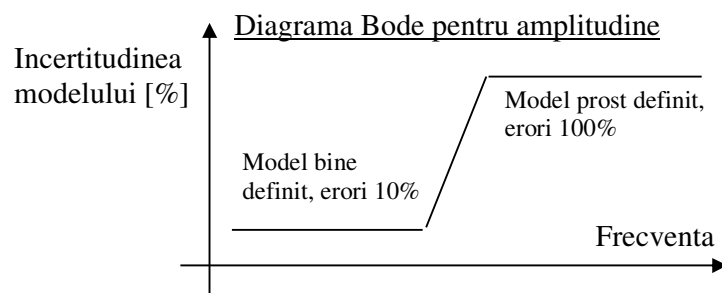
Vom încerca acum să modelăm și să discutăm proiectarea legii de compensare pentru variația parametrilor legii de transfer a instalației. Vom considera existența unei incertitudini în definirea modelului. Pentru orice valoare de interes „s”, funcția de transfer este un număr complex, o locație în planul complex. Vom exprima incertitudinea modelului ca o posibilă variație în amplitudine a acestei locații și o posibilă variație în fază (vezi figura).

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) \cdot [1 + W_{inc}(\omega) \cdot \Delta(j\omega)]$$

unde  $G_0(j\omega)$  este modelul nominal considerat în proiectare,  $W_{inc}(\omega)$  exprimă posibila variație în amplitudine ca o funcție egală cu un număr pur real, iar  $\Delta(j\omega)$  exprimă posibila variație în fază, ca o funcție caracterizată de o fază dependentă de locație, având un modul subunitar (deci  $|\Delta(j\omega)| < 1$ ).



De obicei,  $W_{inc}$  este foarte redus la frecvențe joase unde modelul este mai bine cunoscut și nu avem o variație atât de mare a parametrilor și este mai mare la frecvențe înalte unde modelul original s-ar putea să nu fi fost prea bine definit („efecte sau componente parazite”, vibrații, zgomote, s.a.m.d.) și unde variația parametrilor este mai importantă în operație (mediu ambiant, îmbătrânire).



Să presupunem că am proiectat o lege de compensație pentru modelul nominal  $G_0(j\omega)$  și că sistemul în buclă închisă este stabil, deci  $1 + DG_0 \neq 0$ . Am dori să păstrăm stabilitatea pentru orice variație a lui  $G(s)$  conform figurii (considerăm  $D(s)$  ca fiind legea de compensație):



$$1 + D \cdot G \neq 0 \Leftrightarrow 1 + D \cdot G_0 \cdot [1 + W_{inc} \cdot \Delta] \neq 0 \Leftrightarrow (1 + D \cdot G_0) \cdot [1 + T \cdot W_{inc} \cdot \Delta] \neq 0 \Rightarrow |T \cdot W_{inc} \cdot \Delta| < 1$$

$$\text{unde } T(s) = \frac{DG_0}{1 + DG_0} = \text{Funcție de sensibilitate}$$

Deoarece am considerat prin definiție  $|\Delta| < 1$ , obținem:

$$|T \cdot W_{inc}| < 1 \Leftrightarrow |T| \cdot W_{inc} < 1 \Leftrightarrow |T| < \frac{1}{W_{inc}} \Leftrightarrow \left| \frac{DG_0}{1 + DG_0} \right| < \frac{1}{W_{inc}}$$

Dacă această condiție este îndeplinită, sistemul rămâne stabil la variația modelului. Dacă DG este mică, atunci  $|T| \approx |DG_0|$ .

$$|DG_0| < \frac{1}{W_{inc}} @ \text{frecvențe înalte}$$

Am văzut deja posibilitatea de a defini condițiile de proiectare privind performanțele dinamice ale sistemului în buclă închisă în funcție de locația polilor în planul complex. Putem adăuga condițiile privind eroarea staționară. În realitate semnalul de intrare nu este doar treaptă sau rampă. Pentru un semnal de intrare aleatoriu, putem descompune acel semnal de intrare într-o sumă de semnale sinusoidale de frecvențe diferite, periodice, și defini eroarea staționară pentru fiecare dintre ele.

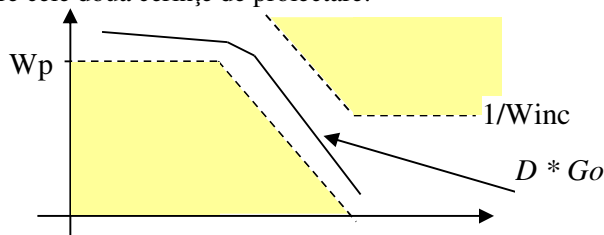
Un astfel de grafic înglobând toate condițiile pentru amplificarea pe buclă în funcție de frecvența semnalului de intrare poate reprezenta o altă definiție pentru condițiile de proiectare. În acest caz:

$$E(s) = \frac{1}{1 + DG_0} \cdot R(s) = S \cdot R \Rightarrow |E| = |S| \cdot |R| < e_b \Rightarrow |S| \cdot W_p < 1 \Rightarrow \left| \frac{1}{1 + DG_0} \right| < \frac{1}{W_p}$$

Specificatie Proiectare Eroare  $E(s)$

$$|DG_0| > W_p @ \text{frecvențe joase}$$

Proiectarea se reduce în acest caz la a găsi o lege de compensație care să aducă funcția de transfer între cele două cerințe de proiectare:

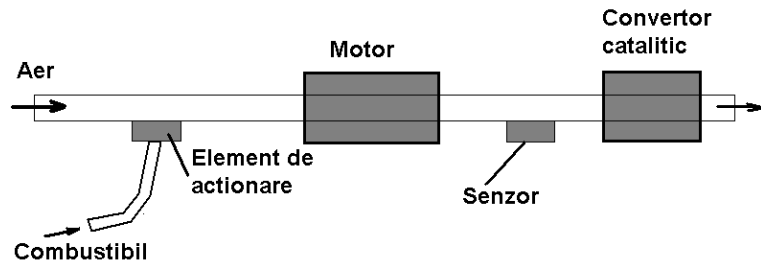


Operațiunea de prescriere a acestei condiții pentru amplificarea pe buclă (transmisia pe buclă) se mai numește formarea buclei („*loopshapping*”). Atenție însă la aproximațiile făcute, adevărate specific pentru frecvențe joase și respectiv înalte. Din acest motiv, etapele de proiectare sunt:

- Identificăm o posibilă formă a produsului  $D \cdot G_0$  care să respecte condițiile aproximative arătate în chenar ROSU (condiții aproximative).
- Proiectăm compensarea capabilă să transforme funcția de transfer originală (instalație) în funcția de transfer aleasă pentru sistemul în buclă închisă.
- Verificăm aceasta lege de compensație  $D(s)$  pentru ca  $D(s)$  și  $G_0(s)$  să respecte condițiile arătate în chenar VERDE (restricții fără aproximație).

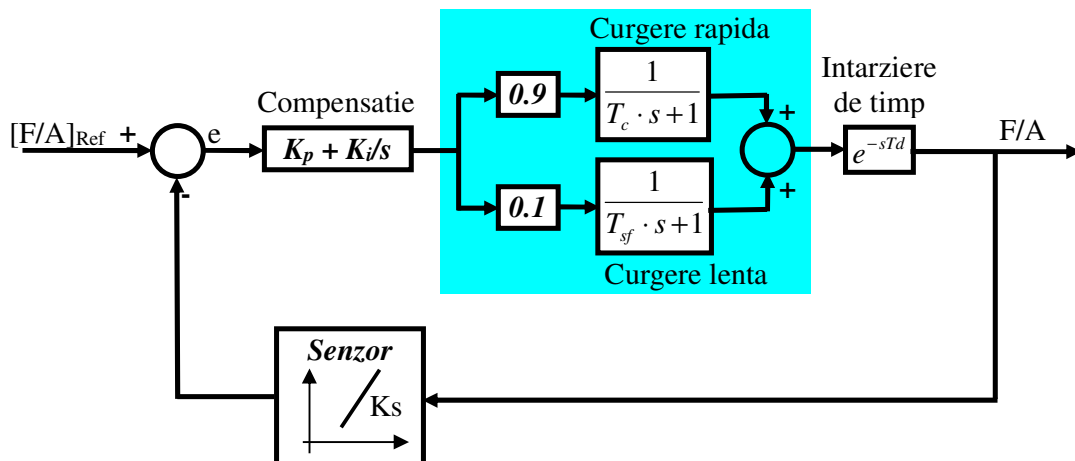
**d. Exemplu: Analiza amestecului combustibil-aer în motoarele termice**

După implementarea regulilor pentru reducerea poluării produse de motoarele cu ardere internă, companiile producătoare de automobile au introdus sisteme electronice de control cu reacție pentru controlul raportului combustibil-aer și implicit reducerea toxinelor. Un astfel de control în buclă închisă este necesar pentru a menține raportul combustibil-aer în apropierea raportului stoichiometric de 14.7:1.



Influența majorității factorilor perturbatori (conținutul aerului și al combustibilului, întârzieri datorate deplasării pistoanelor, întârzierile de timp datorate deplasării gazelor de eșapament între motor și senzor, s.a.m.d.) asupra bunei funcționări în apropierea raportului stoichiometric, este puternic dependentă de viteza (turația) motorului.

Fără a intra în toate detaliile de funcționare, să considerăm următorul model liniar în jurul punctului de raport stoichiometric.



Combustibilul poate fi introdus în camera de ardere sub forma unor vapori, într-un mod rapid. În plus, există o mică scurgere de combustibil lichid în camera de ardere într-un mod lent. Aceste două moduri sunt caracterizate de constante de timp de combustie diferite ( $T_c$  și respectiv  $T_{sf}$ ).  $T_d$  modelează întârzierea datorată ciclului de operare și deplasării gazelor până la senzor.

$$P = \left( \frac{0.9}{1 + T_c \cdot s} + \frac{0.1}{1 + T_{sf} \cdot s} \right) \cdot e^{-T_d \cdot s}$$

Cu cât este mai mare turația motorului, cu atât este mai mică constanta de timp de combustie și este mai mică constanta de timp de transport. Aceste dependențe se pot exprima cu relațiile aproximative:

$$\begin{cases} T_d = \frac{252}{RPM} \\ T_c = \frac{202}{RPM} \end{cases}$$

pentru turații între 2000 și 5000 RPM.

Deoarece modelul și funcțiile de transfer aferente variază cu punctul de operare (turația motorului), este dificil să construim un model și o lege de control unitară. Vom alege o turație (3000 RPM) ca viteză reprezentativă.

Diferențele în model pentru alte viteze vor fi reprezentate ca o incertitudine și vom încerca să compensăm pentru această incertitudine prin metoda formării buclei („*loopshapping*”).

Vom scrie modelul instalației pentru a turație de 3000 RPM și vom denumi acest model cu MOT3. Vom considera apoi un model al perturbațiilor pentru sistemul dat:

$$MOT3 \cdot (1 + w_{unc} \cdot \delta)$$

- $\delta$  = perturbația considerată ca un număr complex cu modulul mai mic decât 1.
- $w_{unc}$  = acționează ca o pondere, utilizată pentru a permite utilizarea aceluiași model pentru toată gama de turații, în funcție de incertitudinea modelului la diferite frecvențe.

Acum puteți lansa programul *L5\_Amestec.m*.

```
clear;
echo on;
%-----
% Sa exprimam modele pentru diverse turatii.
%      / 0.9      0.1      \      -Td*s
% P = |----- + ----- | * e
%      \ 1 + Tc*s   1 + Ts*f*s /
%
echo off;
rpm=3000;
Td=252/rpm;
Tc=202/rpm;
Ts*f=1;
delay=tf([-Td/2 1],[Td/2 1]); % Aproximatia Pade
ff=tf(1,[Tc 1]);
sf=tf(1,[Ts*f 1]);
F=0.9*ff+0.1*sf;
MOT3=F*delay;
% =====
rpm=2000;
Td=252/rpm;
Tc=202/rpm;
Ts*f=1;
delay=tf([-Td/2 1],[Td/2 1]); % Aproximatia Pade
ff=tf(1,[Tc 1]);
sf=tf(1,[Ts*f 1]);
F=0.8*ff+0.2*sf;
MOT2=F*delay;
% =====
rpm=5000;
```

```
Td=252/rpm;  
Tc=202/rpm;  
Tsf=1;  
delay=tf([-Td/2 1],[Td/2 1]); % Aproximatia Pade  
ff=tf(1,[Tc 1]);  
sf=tf(1,[Tsf 1]);  
F=0.9*ff+0.1*sf;  
MOT5=F*delay;  
%  
echo on;  
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua  
%-----  
%  
% Reprezentam cele 3 fdt pe acelasi grafic Bode  
bode(MOT2,'r',MOT3,'k', MOT5,'b'); grid on;  
legend('2000RPM','3000RPM','5000RPM');  
title('raspunsul in frecventa la diferite turatii');  
% Reprezentam cele 3 fdt pe acelasi grafic Nyquist.  
figure;  
nyquist(MOT2,'r',MOT3,'k', MOT5,'b');  
legend('2000RPM','3000RPM','5000RPM');  
title('digrama Nyquist la diferite turatii');  
%  
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua  
%-----  
%  
% Datorita variatiei modelului cu turatia, vom considera aceasta variatie  
% ca o perturbatie, definita astfel incat sa inglobam in aceeasi forma  
% matematica, toate cele trei modele descrise mai sus (MOT2, MOT3, MOT5).  
% Vom considera MOT3 ca model nominal.  
%  
% MGEN=MOT3*(1 + Winc*Delta),  
%  
% unde Winc reprezinta incertitudinea in ce priveste variatia amplitudinii  
% modelului. Putem sa o vedem si ca un procentaj de variatie fata de un  
% model nominal. De exemplu, la frecvente joase variatia maxima este de 20%  
% fata de modelul nominal, iar la frecvente mai mari decat 200rad/sec,  
% incertitudinea devine 100%.  
Winc=0.4*tf([0.010 0],[0.004 1]);  
figure; bode(Winc); title('Winc'); grid on;  
% Valoarea complexa a functiei de transfer pentru o anumita valoare a lui  
% "s" va fi situata intr-un disc, pe graficul Nyquist.  
%  
% Urmatoarele instructiuni s-ar putea sa nu fie evidente de la prima  
% citire. Se lucreaza direct cu componentele raspunsului in frecventa  
% pentru fiecare frecventa, dintr-un total de 50 puncte alese ca rezolutie.  
%  
echo off;  
MW=MOT3*Winc;  
N=50; j=sqrt(-1);  
points=logspace(-4,4,N);  
[MMWw,PMWw,points]=bode(MW,points);  
[MM3w,PM3w,points]=bode(MOT3,points);
```

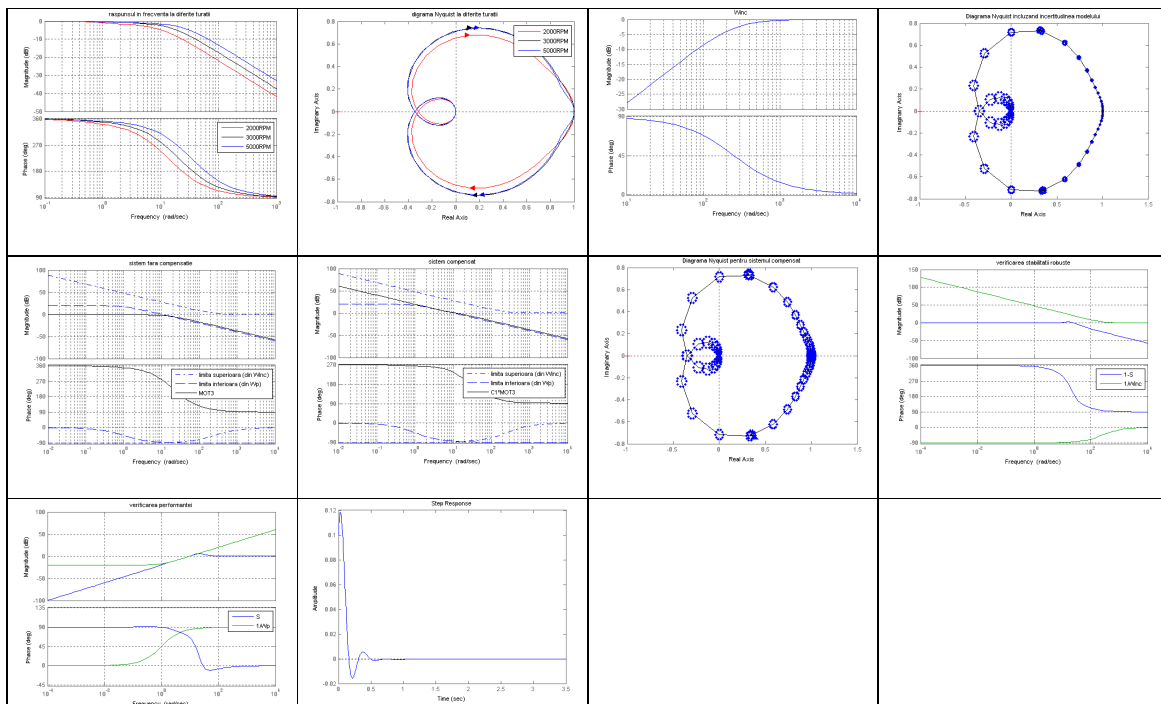
```
delta=exp(2*pi*sqrt(-1)*[0:0.1:1]');
for i=1:N
disk(:,i)=[MM3w(:,i)*exp(j*(2*pi/360)*PM3w(:,i))]+[MMWw(:,i)*delta];
end
figure;
for k=1:11,
    DSK=frd(disk(k,:),points);
    % nyquist(DSK, points);
    nyquist(DSK,''); hold on;
end
% nyquist(MOT3, points);
nyquist(MOT3,'k');
title('Diagrama Nyquist incluzand incertitudinea modelului');
echo on;
% Observam ca nu trecem prin -1 niciodata.
%
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
%
% Vom specifica acum cerintele de performanta pentru sistemul nostru.
% Consideram ca sunt deja date sub forma unei functii de transfer.
Wp = tf(10,[1,1]);
%
% Conditia de stabilitate la variatia parametrilor se poate exprima ca:
Wupp = 1/Winc;
%
% Vom reprezenta grafic performanta dorita (Wp) si conditia de stabilitate
% robusta (la variatia parametrilor) (1/Winc). Produsul DG trebuie sa se
% afle intre cele doua caracteristici.
%
figure; bode(Wupp,'-',Wp,'--',MOT3,'k'); grid on;
legend('limita superioara (din Winc)', 'limita inferioara (din Wp)', 'MOT3');
title('sistem fara compensatie');
%
% Se observa ca inchizand bucla de reactie cu castig unitar in jurul
% modelului pentru 3000 rpm (MOT30), nu satisface conditiile de performanta
% cerute (aproximate cu Wp).
%
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Ar trebui sa introducem o lege de compensatie capabila sa aduca raspunsul
% in frecventa a produsului DG intre cele doua curbe ce definesc conditia
% de stabilitate robusta si conditiile de performanta ale sistemului.
%
% Simplificam alegerea observand ca raspunsul in frecventa a lui (10/s)
% trece printre cele doua limite. Pentru a avea un astfel de raspuns in
% bucla inchisa, ar trebui sa compensam polul din functia de transfer a
% modelului MOT30. Deci propunem o compensare aproximativ egala cu
%  $C(s)=(s+10)/s$ .
%
C1=tf([1 10],[1 0]);
```

**Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iasi**  
**Facultatea Electronică, Telecomunicații și Tehnologia Informației**  
**Disciplina „Sisteme automate de control”, Anul V / SEIII**

```
DG=C1*MOT3;
figure; bode(Wupp,'-',Wp,'--',DG,'k'); grid on;
legend('limita superioara (din Winc)', 'limita inferioara (din Wp)', 'C1*MOT3');
title('sistem compensat');
%
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Sa refacem analiza de verificare a stabilitatii prin diagrama Nyquist.
echo off;
MW=C1*MOT3*Winc;
N=50; j=sqrt(-1);
points=logspace(-4,4,N);
[MMWw,PMWw,points]=bode(MW,points);
[MM3w,PM3w,points]=bode(MOT3,points);
delta=exp(2*pi*sqrt(-1)*[0:0.1:1]);
for i=1:N
disk(:,i)=[MM3w(:,i)*exp(j*(2*pi/360)*PM3w(:,i))]+[MMWw(:,i)*delta];
end
figure;
for k=1:11,
    DSK=frd(disk(k,:),points);
    % nyquist(DSK, points);
    nyquist(DSK, '.');
    hold on;
end
% nyquist(MOT3,points);
nyquist(MOT3, '.');
title('Diagrama Nyquist pentru sistemul compensat');
echo on;
%
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
% Sa verificam acum performanta sistemului si modul in care conditiile de
% proiectare sunt indeplinite. Trebuie sa facem aceasta verificare pentru
% ca am facut niste aproximatii la definirea limitelor (vezi referatul
% scris).
%
% Definim  $S=1/(1+DG)=1/(1+C1*MOT3)$ 
S=1/(1+C1*MOT3);
% Sa verificam si polii sistemului in bucla inchisa:
pole(S)
% Deci polii arata stabilitate.
% Sa verificam acum conditia initiala de stabilitate robusta, deci
% functionare corecta la variatia parametrilor. In acest scop, vom compara
%  $T=1-S$  cu  $1/Winc$  (conditia reala, nu aproximata).
figure; bode(1-S, 1/Winc, points); grid on;
title('verificarea stabilitatii robuste');
legend('1-S', '1/Winc');
pause; % Apasati orice tasta pentru a continua
%-----
%
```

```
% Deci conditia de stabilitate robusta este indeplinita.
%
% Sa verificam acum conditia de performanta.
%  $S < 1/W_p$  (conditia reala, nu aproximata).
figure; bode(S, 1/Wp, points); grid on;
title('verificarea performantei');
legend('S','1/Wp');
% Additional putem vedea actiunea buclei asupra unei perturbatii.
figure; step(0.1*S)
% Raspunsul arata bine, deci amestecul este adus la raportul stoichiometric
% rapid, si fara oscilatii.
```

Execuția acestui fișier produce următoarele figuri.



Lucru în clasă (rezultatele se includ în raportul de laborator):

8. Figura 1 arată diagramele Bode pentru 3 turații (2000,3000,5000RPM). Unde sesizați variații mai mari ale modelului?
9. Folosiți figura 2 pentru a caracteriza stabilitatea sistemului.
10. Analiza stabilității cu diagrama Nyquist (Figura 4) în condițiile incertitudinii modelului, s-a făcut prin maparea domeniului de variație a frecvenței prin 50 de puncte. În jurul fiecărui punct de analiză avem exprimată incertitudinea cu un disc. De ce raza acestor discuri este mai redusă în partea dreaptă a figurii?
11. Ce sens fizic ați da condiției  $W_p$ ?
12. Considerați că am fi putut face o treabă mai bună la alegerea produsului DG în figura 6? Am ales doar o dependență proporțională cu  $1/s$ .
13. Comentați figura 10, răspunsul la semnal treaptă aplicat funcției  $1/(1+DG)$ . Dacă acest semnal treaptă reprezintă o schimbare în referința sistemului, cine este ieșirea? De asemenea, dacă considerăm sistemul general cu o intrare pentru referință și o intrare pentru perturbare, cum intervine acest termen  $1/(1+DG)$  asupra perturbațiilor?

**Problemă suplimentară**

(14) Proiectați cu ajutorul diagramelor Bode un compensator cu adaos de fază astfel încât sistemul în buclă închisă să fie caracterizat de o rezervă de fază  $PM > 50^\circ$  și o lărgimea de bandă  $\omega_{BW} > 20 \text{ rad/sec}$ . Modelul instalației este caracterizat de:

$$G(s) = \frac{50000}{s \cdot (s+10) \cdot (s+50)}$$