

# Dummit & Foote Ch. 1.5: The Quaternion Group

Scott Donaldson

Mar. 2023

## 1. (3/24/23)

Compute the order of each of the elements of  $Q_8$ .

Element	1	-1	$i$	$-i$	$j$	$-j$	$k$	$-k$
Order	1	2	4	4	4	4	4	4

## 2. (3/24/23)

Write out the group tables for  $S_3$ ,  $D_8$  and  $Q_8$ .

1	(1, 2)	(1, 3)	(2, 3)	(1, 2, 3)	(1, 3, 2)
(1, 2)	1	(1, 3, 2)	(1, 2, 3)	(2, 3)	(1, 3)
(1, 3)	(1, 2, 3)	1	(1, 3, 2)	(1, 2)	(2, 3)
(2, 3)	(1, 3, 2)	(1, 2, 3)	1	(1, 3)	(1, 2)
(1, 2, 3)	(1, 3)	(2, 3)	(1, 2)	(1, 3, 2)	1
(1, 3, 2)	(2, 3)	(1, 2)	(1, 3)	1	(1, 2, 3)

1	$r$	$r^2$	$r^3$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r$	$r^2$	$r^3$	1	$sr^3$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^2$	$r^3$	1	$r$	$sr^2$	$sr^3$	$s$	$sr$
$r^3$	1	$r$	$r^2$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$s$
$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$s$	$r^3$	1	$r$	$r^2$
$sr^2$	$sr^3$	$s$	$sr$	$r^2$	$r^3$	1	$r$
$sr^3$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r$	$r^2$	$r^3$	1

1	-1	$i$	$-i$	$j$	$-j$	$k$	$-k$
-1	1	$-i$	$i$	$-j$	$j$	$-k$	$k$
$i$	$-i$	-1	1	$k$	$-k$	$-j$	$j$
$-i$	$i$	1	-1	$-k$	$k$	$j$	$-j$
$j$	$-j$	$-k$	$k$	-1	1	$i$	$-i$
$-j$	$j$	$k$	$-k$	1	-1	$-i$	$i$
$k$	$-k$	$j$	$-j$	$-i$	$i$	-1	1
$-k$	$k$	$-j$	$j$	$i$	$-i$	1	-1