

# Działania na liczbach binarnych i szesnastkowych

## Arytmetyka binarna

Uwaga! Błędy nadmiaru i niedomiaru

Uwaga! Liczba bitów przy kodzie uzupełnieniowym U2

### Dodawanie

$$\begin{array}{r} 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0 \end{array}$$

### Dodawanie z nadmiarem na 4 bitach

$$1111\ (15_{(10)}) + 1 = 10000\ (0_{(10)})$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1 \\ +\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

### Odejmowanie

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 \\ -\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ \hline 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

### Odejmowanie z niedomiarem na 4 bitach

$$1001\ (9_{(10)}) - 1101\ (13_{(10)}) = 1100\ (12_{(10)})$$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0 \end{array}$$

### Mnożenie

$$\begin{array}{r} \phantom{0000} 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ * \phantom{0000} 1\ 0\ 1 \\ \hline \phantom{0000} 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ +\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

### Dzielenie

$$\begin{array}{r} \phantom{000000} 1\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0 : 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ -\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ -\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

**Operacje logiczne w systemie binarnym**

a=10110011

b=01011010

c=00000000

**Koniunkcja**

a&amp;b=00000001

a&amp;c=00000000

**Alternatywa**

a | b=00000001

a | c=00000001

**Negacja**

!a=00000000

!b=00000000

!c=00000001

**Iloczyn bitowy**

a&amp;b=00010010

	1	0	1	1	0	0	1	1
&	0	1	0	1	1	0	1	0
<hr/>								
	0	0	0	1	0	0	1	0

a&amp;c=00000000

	1	0	1	1	0	0	1	1
&	0	0	0	0	0	0	0	0
<hr/>								
	0	0	0	0	0	0	0	0

**Suma bitowa**

a | b=11111011

	1	0	1	1	0	0	1	1
	0	1	0	1	1	0	1	0
<hr/>								
	1	1	1	1	1	0	1	1

a | c=10110011

	1	0	1	1	0	0	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	0
<hr/>								
	1	0	1	1	0	0	1	1

**Bitowa różnica symetryczna (alternatywa wykluczająca, suma modulo dwa)**

$$a \oplus b = 11101001$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \oplus \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

$$a \oplus c = 10110011$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \oplus \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

**Negacja bitowa**

$$\sim 10110011 = 01001100$$

$$\sim 01011010 = 10100101$$

$$\sim 00000000 = 11111111$$

**Przesunięcia bitowe**

$$a/8 = a \gg 3 = 00010110 \text{ (bo } 2^3=8)$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \gg \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \mid 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$b*2 = b \ll 1 = 10110100 \text{ (bo } 2^1=2)$$

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\ \ll \ 0 \mid 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \end{array}$$

**Ustawianie zadanego bitu**

Ustawiamy czwarty bit w słowie binarnym 110001001011 na 1=10110100.

	110001001011	zmieniane słowo
OR( )	000000010000	maska bitowa
	110001011011	wynik operacji

**Zerowanie zadanego bitu**

Zerujemy czwarty bit w słowie binarnym 110001010111.

	110001010111	zmieniane słowo
AND(&)	111111101111	maska bitowa
	110001000111	wynik operacji

**Negacja zadanego bitu.**

Zmieniamy stan czwartego bitu w słowie binarnym 110001000111.

	110001000111	zmieniane słowo
XOR(^)	000000010000	maska bitowa
	110001011111	wynik operacji

**Arytmetyka binarna w kodzie uzupełnieniowym U2****Dodawanie i odejmowanie liczb w kodzie uzupełnieniowym**

Liczbę w kodzie uzupełnieniowym dodajemy i odejmujemy tak samo jak w kodzie prostym. Przeniesienia poza bit znaku ignorujemy.

$$5 + (-3) = 2$$

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 0 \ 1 \\ + \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \end{array}$$

**Mnożenie w kodzie uzupełnieniowym**

Przed wykonaniem operacji rozszerzamy znakowo obie mnożone liczby tak, aby ich liczba bitów wzrosła dwukrotnie. Rozszerzenie znakowe polega na powielaniu bitu znaku na wszystkie dodane bity.

$$(-2) \times 3 = (-6)$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ * \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ + \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \end{array}$$

Wynik mnożenia musi być liczbą o długości równej sumie długości mnożonych przez siebie liczb (tutaj  $4+4=8$ ).

**Dzielenie w kodzie uzupełnieniowym.**

Zapamiętujemy znaki dzielonych liczb. Zamieniamy liczby na dodatnie. Dokonujemy dzielenia binarnego. Zmieniamy liczbę na liczbę przeciwną jeśli znaki dzielnej i dzielnika były różne. Jeśli w wyniku dzielenia otrzymamy resztę, to musi ona mieć ten sam znak, co dzielna.

$$6 : (-3) = (-2)$$

$$6 = 0110_{(2)}$$

$$-3 = 1101_{(U2)} - \text{zmieniamy na } 3 = 0011_{(2)}$$

$$0100:1101 = 0010 = 2_{(10)}$$

liczby miały różne znaki, więc zamieniamy na  $-2 = 1110_{(U2)}$

**Arytmetyka szesnastkowa**

Działania wykonuje się analogicznie jak przy arytmetyce dziesiętnej i binarnej. Poniżej pomocna w obliczeniach szesnastkowa tabliczka mnożenia. Wszystkie wartości w niej są w systemie szesnastkowym.

