UNIVERSIDAD ANDRÉS BELLO
FACULTAD DE INGENIERÍA
Ingeniería Civil Industrial

Curso: ICI 2207 - Taller de Modelamiento Mat.
Semestre: 1-2018
Profesores: Diego Beneventti, Héctor Herrera
Samantha Reid, Juan Carlos Velasques

Pre Solemne 1
Duración: 90 minutos.

Instrucciones:

- Responda las preguntas en el espacio dado. No se evaluarán respuestas escritas en otras ubicaciones u hojas anexas.
- No está permitido el uso de celulares, apuntes, bibliografía. Cualquier elemento se retirará y se evaluará con nota mínima.
- No están permitidas conductas poco éticas dentro de la evaluación. En caso de presentarse, se retirará la evaluación y se procederá a evaluar con nota mínima.
- En caso de no seguir rigurosamente las instrucciones de cada enunciado, se le descontará puntaje, sin posibilidad de objeción.

Nombre alumno: PAUTA

1. PARTE I: Ejercicio de interpretación (30 puntos)

1.1. Ejercicio 1:

En una ciudad se desea planificar la logística para eliminar la basura para todos los M municipios, de tal manera de minimizar el costo de transporte a los cinco rellenos sanitarios disponibles (R). Existe una estimación de generación de basura (G) por cada municipio y de los costos de transporte (C) hacia los distintos rellenos. Cada relleno puede admitir un flujo máximo de basura (A) en cada período, y tiene una capacidad máxima de acumulación de basura (D). Una cierta proporción de la basura acumulada en cada relleno (P) al final de cada período es reciclada y, por lo tanto, retirada del relleno. Considere que existe un inventario inicial dentro de los rellenos (Y).
En base a esto, se presenta el siguiente problema lineal para un horizonte de 20 semestres (S):

$$
\begin{aligned}
min \quad & \sum_{m\in M}\sum_{r\in R} C_{mr}x_{mr}^{s} && && (1)\\
s.t. \quad & G_m^s = \sum_{r\in R} x_{mr}^s && \forall m\in M, s\in S && (2)\\
& \sum_{m\in M} x_{mr}^s \leq A_r && \forall r\in R, s\in S && (3)\\
& y_r^{s-1} + \sum_{m\in M} x_{mr}^s = y_r^s + P_r y_r^s && \forall r\in R, s\in S/s>1 && (4)\\
& y_r^s \leq D_r && \forall r\in R, s\in S && (5)\\
& y_r^0 = Y_r && && (6)\\
& x_{mr}^s, y_r^s \geq 0 && \forall m\in M, r\in R, s\in S && (7)
\end{aligned}
$$

Con respecto al modelo, se pide lo siguiente:

a) Interprete claramente el significado de las variables del modelo.

b) Interprete claramente el significado de la función objetivo y las restricciones del modelo. En casos de que exista un error en la formulación, indíquelo y vuelva a modelarlo correctamente.

c) Una vez que se copa a capacidad del relleno, ¿es necesario clausurarlo?

Respuesta

a) Las variables serían:

- ◇ x_{mr}^s : basura llevada desde el municipio $m \in M$ al relleno $r \in R$ en el semestre $s \in S$.
- ◇ y_r^s: basura en el relleno $r \in R$ al final del semestre $s \in S$.

b) En cuanto a la formulación del modelo, se tiene:

- ◇ Función que minimiza los costos de transporte.
- ◇ Evacuación de basura.
- ◇ Admisión de rellenos.
- ◇ Balance de inventario.
- ◇ Capacidad de rellenos.
- ◇ Acumulación inicial.
- ◇ Dominio de las variables

Las fórmulas que presentan error son la (1) y la (6), ya que en (1) falta sumar por la cantidad de semestres, de la forma:

$$min \quad \sum_{m\in M}\sum_{r\in R}\sum_{s\in S} C_{mr}x_{mr}^s$$

Y la (6) que falta que se respete la restricción en cada relleno sanitario, de la forma:

$$y_r^0 = Y_r \qquad \forall r \in R$$

c) No es necesario, ya que como se permite reciclar la basura en cada periodo, se puede admitir más basura.

2. PARTE II: Ejercicios de desarrollo (80 puntos)

2.1. Ejercicio 1

Una fábrica textil se dedica a la producción de 4 tipos de telas: Seda, Viscosa, Gabardina y Franela. Cada una genera distintas utilidades y tiene una demanda diaria promedio, los cuales son conocidos a través de un estudio de mercado. Por otra parte, cada tipo de tela está compuesta por cuatro tipos de materia prima: algodón, polyester, lycra y seda, en distintas proporciones. La fábrica dispone diariamente de un stock limitado de estos productos. El objetivo del problema es calcular la cantidad a producir de cada tipo de tela para que la utilidad diaria de la fábrica sea máxima, asumiendo para esto que, tanto la mano de obra como la maquinaria. podrán adaptarse sin inconvenientes a los valores obtenidos.
A continuación, se presenta la tabla con los valores a considerar:

Telas	Utilidades	Demanda	Materia Prima			
			Algodón	Polyester	Lycra	Seda
Seda	\$200	200	3	2	1	5
Viscosa	\$150	300	1	2	3	0
Gabardina	\$300	150	1	3	2	2
Franela	\$380	250	2	5	1	3

Materia Prima	Stock
Algodón	50
Polyester	60
Lycra	65
Seda	75

En base a esto, se pide:

a) Plantee el modelo PL extendido.

b) Plantee el modelo PL parametrizado para n tipos de tela y m materias primas (recuerde formular bien sus conjuntos y parámetros).

c) Suponga ahora que tiene un costo por preordenar materia prima, un precio de venta para cada tela y un costo sobrante por materia prima no utilizada. Formule este problema de manera parametrizada.

d) Con respecto a c), considere ahora que, por políticas de la compañía, sólo se desean utilizar tres de las cuatro materias primas. Modele esta variación como un problema PNL.

e) Con respecto a c) (omitiendo el d)), integre la estocasticidad al problema (es decir, escriba el modelo FDE), considerando que ahora se tiene una demanda distinta para cada escenario $s \in S$.

Respuesta

a) La formulación extendida queda de la siguiente manera:

Variables:

x_i : Cantidad a producir de la tela $i, i =$ Seda, Visvosa, Gabardina, Lycra, Franela

Modelo matemático:

$$\begin{aligned}
Max \quad & \$200x_1 + \$150x_2 + \$300x_3 + \$380x_4 + \$180x_4 && (1)\\
s.t. \quad & x_1 \geq 200 && (2)\\
& x_2 \geq 300 && (3)\\
& x_3 \geq 150 && (4)\\
& x_4 \geq 250 && (5)\\
& 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 50 && (6)\\
& 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 60 && (7)\\
& x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 65 && (8)\\
& 5x_4 + 2x_3 + 3x_4 \leq 75 && (9)\\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 && (10)
\end{aligned}$$

Donde (1) representa la función objetivo, (2)-(5) representa el cumplimiento de la demanda, (6)-(9) es para no sobrepasar el stock máximo de materia prima y (10) es dominio de la variables.

b) Se establecen los conjuntos y parámetros

- n = Conjunto de tipo de telas.
- m = Conjunto de tipo de materias primas.
- u_i = utilidad generada por tela $i \in n$.
- d_i = demanda diaria promedio de tela $i \in n$.
- A_{ij} = materia prima empleada $j \in m$ en cada tela $i \in n$.
- m_j = Stock de materia prima $j \in m$.

Luego el modelo queda:

$$\begin{aligned}
Max \quad & \sum_{i \in n} x_i u_i && && (1)\\
s.t. \quad & x_i \leq d_i && \forall i \in n && (2)\\
& \sum_{i \in n} A_{ij} x_i \leq m_j && \forall j \in m && (3)\\
& x_i \geq 0 && \forall i \in n && (4)
\end{aligned}$$

Donde (1) representa la función objetivo, (2) representa el cumplimiento de la demanda, (3) es para no sobrepasar el stock máximo de materia prima y (4) es dominio de la variables.

c) Se deben crear nuevos parámetros asociados a los nuevos costos:

- ◇ p_j: costo de preordenar materia prima $j \in m$.
- ◇ v_i: precio de venta de tela $i \in n$.
- ◇ w_j: costo sobrante de materia prima $j \in m$.

Y por lo tanto, nuevas variables:

- ◇ x_j: cantidad a preordenar de materia prima $j \in m$.
- ◇ y_i: cantidad a vender de tela $i \in n$.
- ◇ z_j: cantidad sobrante de materia prima $j \in m$.

El modelo matemático queda:

$$
\begin{aligned}
Max \quad & \sum_{i\in n} y_i v_i - \sum_{j\in m} (x_j p_j + z_j v_j) & & (1)\\
s.t. \quad & y_i \leq d_i & \forall i \in n \quad & (2)\\
& z_j = x_j - \sum_{i\in n} A_{ij} y_i + m_j & \forall j \in m \quad & (3)\\
& x_j, z_j, y_i \geq 0 & \forall i \in n, j \in m \quad & (4)
\end{aligned}
$$

Donde (1) representa la función objetivo; (2) representa el cumplimiento de la demanda; (3) representa la relación entre el balance de unidades sobrantes con las producidas, preordenadas y stock; y (10) es dominio de la variables.

d) Ahora se agrega una variable binaria, de la forma:

w_j : 1 si se utiliza materia prima $j \in m$, 0 si no.

Y se modifica el modelo de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
Max \quad & \sum_{i\in n} y_i v_i - \sum_{j\in m} w_j (x_j p_j + z_j v_j) & & (1)\\
s.t. \quad & y_i \leq d_i & \forall i \in n \quad & (2)\\
& z_j = \left(x_j - \sum_{i\in n} A_{ij} y_i \right) w_j + m_j & \forall j \in m \quad & (3)\\
& x_j, z_j, y_i \geq 0 & \forall i \in n, j \in m \quad & (4)\\
& \sum_{i\in J} w_j = 3 & w_j \in \{0,1\} \quad & (5)
\end{aligned}
$$

e) Incorporando estocasticidad en la demanda, y considerando que la variable de primera etapa es x_j y las de segunda etapa son y_i y z_j, nos queda el siguiente modelo:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad && -\sum_{j\in n} x_j p_j + \sum_{k\in K} p_k \left(\sum_{i\in n} y_i^k v_i - \sum_{j\in m} z_j^k v_j \right) && && (1)\\
&s.t. \quad && y_i^k \leq d_i^k && \forall i \in n, k \in K && (2)\\
& && z_j^k = x_j - \sum_{i\in n} A_{ij} y_i^k + m_j && \forall j \in m, k \in K && (3)\\
& && x_j, z_j^k, y_i^k \geq 0 && \forall i \in n, j \in m, k \in K && (4)
\end{aligned}
$$