

Guía de ejercicios integrada 1

Profesor: Samantha Reid C., Héctor Herrera L.

Esta guía está pensada para todos los alumnos que estén cursando cualquier curso que incluya la modelación óptima lineal. Los ejercicios en esta lista no incluyen solución, y se irán resolviendo en clases o cuando se le realice una pregunta al docente.

1. Se debe determinar la cantidad de ovejas, cerdos y vacas a criar en una finca. El espacio disponible permite criar 30 ovejas, 50 cerdos o 20 vacas, o cualquier combinación de estas. La utilidad por cada oveja, cerdo y vaca es de 5, 4 y 10 respectivamente. Plantee el PL que maximiza la utilidad de la finca.
2. Un taller produce volátiles de color azul, verde y blanco. Los costos de producción son de \$10, \$15 y \$30 respectivamente y los precios de venta son \$20, \$23 y \$50 respectivamente. Se debe cumplir que, por cada 15 volátiles verdes se deben producir al menos, 4 volantines azules. Además, por cada volantín blanco, se debe producir, al menos, un volantín azul. La producción de volátiles blancos no debe exceder la suma de volantines verdes y azules.
3. Un dueño de la tienda de diseño ofrece muebles a medida a través de páginas webs. Sus clientes pueden definir las características de los muebles a través de la página, determinando así su precio y la fecha de entrega. Sin embargo, se aproxima la semana de navidad, por lo que será imposible entregar todos los pedidos en la fecha solicitada, por lo que este deberá decidir con cuales pedidos se queda.
En la actualidad, el dueño de la tienda trabaja con 5 mueblerías. Cada pedido tiene una ganancia, pero también cuenta con un costo y cantidad de horas de trabajo necesario, los cuales son dependientes de la mueblería que los realice. Se desea formular un PL que permita resolver el modelo matemático.
 - a) ¿Cómo se modifica el modelo si agrego una multa por no entregar un producto?
4. Una empresa compra leche a dos lecherías locales, y luego de mezclarla, la envasa en tres diferentes formatos para venderla en la zona. La leche la vende en envases metálicos retornables de 20 litros, en cajas de litro, y en cajas de 200 cc. En el siguiente cuadro se indica el costo de la leche, el contenido de materia grasa, y la disponibilidad semanal de leche para cada lechería:

Lechería	Costo leche [\$/L]	Contenido grasa [gr/L]	Disponibilidad [L]
A	500	35	4.000
B	450	20	5.000

El precio de venta de la leche envasada es independiente del porcentaje de leche usado de cada lechería, pero se sabe que la leche envasada debe tener una concentración mínima de materia grasa de 30 gramos por litro. Se dispone de un máximo de 20 horas semanales en la máquina envasadora, para envasar leche en caja (de litro o 200 cc). En el siguiente cuadro se muestran los siguientes datos para cada tipo de leche que vende la empresa: precio por unidad, costo de producción unitario (no incluye el costo de la leche), y consumo de tiempo en la máquina envasadora.

Tipo de Envase	Precio venta	Costo producción	Consumo tiempo [min]
Tarros 20 litros	15.000	90	0
Caja litro	900	180	0,4
Caja 200 cc	300	50	0,1

La empresa debe envasar un mínimo de 1.500 unidades de leche en formato de litro por semana. Además, las unidades de leche en formato 200 cc no deben ser más de la mitad de las unidades envasadas en caja (es decir, los formatos de 1 litro y 200cc). La cantidad máxima disponible de envases metálicos para envasar leche en 20 litros es de 1.200 unidades. Se desea formular un modelo de PL que permita determinar la cantidad de leche que se debe comprar a cada lechería, y la cantidad de leche a envasar en cada formato, con el fin de maximizar las ganancias, cumpliendo con las restricciones del problema.

5. Una empresa produce café y chocolate en polvo y los vende en tarros de 300 gramos (peso neto). En la tabla se muestran los segundos necesarios en la máquina moledora, y en la máquina envasadora, para producir un tarro de cada producto. También se indica el consumo de materia prima (café en grano o chocolate sólido) por cada tarro producido.

Producto	Moledora (seg / tarro)	Envasadora (seg / tarro)	Materia Prima (grs / tarro)
Café	12	6	310
Chocolate	15	5	308

Además de fabricar el chocolate en polvo, existe la posibilidad de comprarlo a granel, ya elaborado. En este caso, el costo del chocolate en polvo es de \$ 200 por tarro, y sólo se consume tiempo y dinero en la máquina envasadora. En el siguiente cuadro, se indica el costo de producción y de envasado, y el precio de venta, para cada producto.

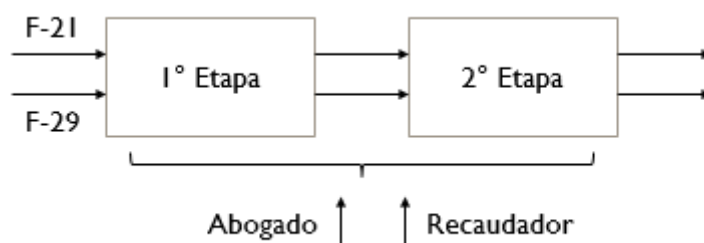
Producto	Costo Molido (\$ / tarro)	Costo Envasado (\$ / tarro)	Precio Venta (\$ / tarro)
Café	150	25	1.100
Chocolate	180	35	1.300

Se sabe que se dispone de 12 horas al día en la máquina moledora y de 8 horas diarias en la máquina envasadora, y las máquinas trabajan 6 días a la semana. Además, en la semana se puede comprar un máximo de 3.000 kilos de café en grano, y un máximo de 2.000 kilos de chocolate sólido, y se dispone de un total de 30.000 tarros para envasado. No existe límite para la cantidad de chocolate en polvo a comprar en granel, solo para envasarlo. Por otra parte, se debe cumplir con una producción mínima de 12.000 tarros de café por semana, y los tarros de chocolate producidos no deben corresponder a más de un cuarto de la producción total de tarros. Determine la cantidad de tarros a envasar de cada producto en la semana, de manera de obtener la mayor ganancia posible, considerando las restricciones del problema.

6. Supondremos que, para una cierta zona, se debe decidir el número de microbuses y autobuses articulares del Transantiago. El número de pasajes a transportar es de, al menos, 640 mil pasajeros al mes [Mp/mes]. Un microbús transporta 4 [Mp/mes], mientras que un bus articulado transporta 16 [Mp/mes]. Un microbús tiene un costo de 2 [MUF/mes/veh]. El presupuesto máximo para el sistema de transporte es 140 [MUF/mes]. Debido a restricciones administrativas, la flota total

(microbuses más buses articulados) no puede superar a los 100 [veh]. Debido a la poca maniobrabilidad de los buses articulados, cada uno produce una congestión vehicular equivalente a la de seis microbuses. Suponga que el objetivo es minimizar la congestión vehicular en la ciudad, y con ello, reducir los tiempos de viaje.

7. La tesorería del estado es la institución encargada de recaudar las deudas que tienen los contribuyentes. El diagrama de flujo de la figura muestra su funcionamiento de manera simplificada. Las deudas son de dos tipos: F-21 con un valor unitario de \$10.000 y F-29 con un valor unitario de \$15.000. La cobranza consta de dos etapas que deben llevarse a cabo en forma secuencial. Para ello se dispone de dos recaudadores y un abogado que trabajan 336 horas al mes [h/mes] cada uno. Se ha impuesto la condición de que el tiempo de abogado dedicado a la primera etapa no sea superior al tiempo dedicado en la segunda etapa. La cartera actual es de 30 deudas F-29 y 50 deudas F-21.

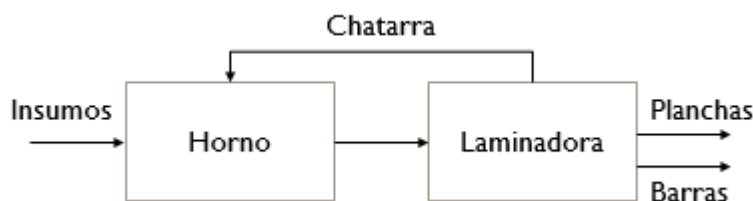


La tabla muestra las horas de trabajo que un recaudador y el abogado dedican a cada tipo de deuda en la primera y la segunda etapa de cobranza.

	1° Etapa		2° Etapa	
	Recaudador	Abogado	Recaudador	Abogado
F-21	5	4	3	2
F-29	14	4,5	13	7,5

Dado que los recursos disponibles no permiten procesar toda la cartera, hay que determinar cuál es el plan de cobranza óptimo.

8. La figura muestra el diagrama de flujo de la siderúrgica (empresa que produce acero). Primero el horno funde el mineral de hierro junto a otros insumos para producir “arrabio” o acero líquido. Luego la laminadora produce planchas y barras de acero. También produce chatarra en diferentes cantidades dependiendo de la combinación de planchas o barras que se produzcan, la cual debe ser continuamente retroalimentada al horno para controlar su temperatura.



Por compromisos comerciales, la producción de planchas debe ser como mínimo de 10 toneladas por semana [t/sem] y como máximo 90 [t/sem]. La producción máxima de barras es 60 [t/sem]. Por el requerimiento de chatarra del horno, la producción de planchas más dos veces la producción de barras debe ser como mínimo 80 [t/sem]. La laminadora trabaja como máximo 160 horas por semana [h/sem]. El tiempo unitario de laminación de planchas y de barras es 2 [h/t]. La utilidad neta de las planchas y de las barras es 5 [\$ /t] y 3 [\$ /t] respectivamente. Plantee el PL que maximiza la utilidad neta total de la siderúrgica.

9. Una empresa cuenta con excedentes de cada de 11.000 USD hoy (periodo cero) y contará con 6.000 USD el próximo periodo (periodo uno). Si los excedentes no son utilizados en sus respectivos periodos, se reparten como utilidad, por lo que no es posible acumularlos. Para aprovechar estos fondos, la empresa puede realizar dos proyectos, los que demandan los flujos de caja y las horas de dedicación indicados en la tabla. Por ejemplo, el proyecto A demanda 10.000 USD y 8 horas [h] de trabajo en periodo cero. La empresa dispone de 14 [h] de trabajo por periodo para ocupar estos proyectos.

Periodo	1	2	3	4	VPN
Flujos de Caja					
Proyecto A	-10.000	8.000	16.000	0	9.000
Proyecto B	0	-10.000	8.000	14.000	7.500
Horas de dedicación					
Horas en A	8	5	0	0	
Horas en B		12	0	2	

Con el objetivo de maximizar sus excedentes, la empresa puede participar de cada proyecto en el porcentaje que desee, bajo la condición de que, por cada 1 USD invertido en B, se debe invertir, al menos, 2 USD en A.

- a) Suponga que el remanente de la inversión se puede invertir a una tasa de 10% por periodo. ¿Cómo cambia su respuesta?
10. Una empresa está evaluando la posibilidad de modificar el horario de trabajo de sus empleados. Actualmente, trabajan de lunes a viernes 45 horas semanales [h/sem] repartidas equitativamente. El proyecto en evaluación contempla aumentar las horas trabajadas de lunes a miércoles y reducir la jornada los días jueves y viernes, porque los empleados son 20% más productivos al principio que al final de la semana. La jornada no puede exceder las 45 [h/sem] y no se puede trabajar más de 12 horas diarias [h/d].

La empresa cuenta con un presupuesto semanal para gastos semanales (teléfono, materiales, servicios básicos) de \$180.000 que están asociados a las horas de trabajo, y varían según el día de la semana. A continuación, la tabla muestra los gastos por hora trabajada según el día de la semana.

Día	Gastos generales por hora [\$/h]
Lunes	4.000
Martes	4.000
Miércoles	4.000
Jueves	3.000
Viernes	3.000

Suponiendo que se desea maximizar la productividad de su recurso humano, plantee y grafique el PL.

- Los empleados reciben un salario de \$2.000 [h] cada día de la semana. Hacia el fin de semana están cansados, así que toda actividad laboral de jueves y viernes tiene un costo personal de \$1.000 [h]. Si la empresa buscara maximizar el bienestar de sus empleados, y su presupuesto de gastos generales fuera de \$162.000 [sem], ¿cuál sería el horario óptimo? ¿Cuál sería el beneficio para los trabajadores?
 - Según lo establecido en a), ¿cuánto tendría que pagar la empresa por hora a sus empleados los jueves y viernes para que ellos estuvieran de acuerdo con la solución que maximiza la productividad de la empresa? Es decir, buscar una solución que convenga tanto a la empresa como a los trabajadores.
11. Una editorial imprime diarios y revistas. Todos los diarios son en blanco y negro, en tanto las revistas pueden ser blanco y negro o a color. La demanda mensual por diarios y revistas no supera las 1.000 unidades [u/mes] y 3.000 [u/mes] respectivamente. Las revistas se venden a \$200 cada una, con un margen para la empresa de 30%. Los diarios se venden a \$100 y su costo de producción es de \$50. Cada revista tiene en promedio 30 hojas; cada diario pesa aproximadamente 100 gramos cada hora pesa 1,5 gramos; cada hoja a color utiliza 10 mililitros aprox.; y cada hoja en blanco y negro utilizada 5 [ml] de tinta. Se dispone de 10 kilogramos de papel al menos y 8 frascos de tinta: 5 grandes (3[l] de tinta negra c/u), 2 medianos (2[l] de tinta a color c/u) y 1 pequeño (1[l] de tinta negra).
- La empresa emplea a dos trabajadores: un jefe y un empleado. El jefe debe ordenar (compaginar) y mantener el control de calidad (revisar), tareas para las que dispone 20 horas semanales [h/sem]. El empleado sólo debe ordenar y su jornada no puede superar las 40 [h/sem]. Revisar cada revista tarda 15 minutos y revisar cada diario toma 20 minutos. Ordenar sólo demanda 5 minutos. Plantee el PL que maximiza el margen de venta.
12. Cinco corredores de fondo de un mismo equipo tienen que repartirse la única bicicleta del equipo para lograr llegar a la meta en el menor tiempo posible. La siguiente tabla muestra las velocidades, en kilómetros por hora. Caminando y en bicicleta de cada corredor.

Deportista (Km/h)	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5
Caminando	4	2	3	2	3
En Bicicleta	7	8	7	9	8

Sabiendo que los deportistas salen todos juntos desde el mismo punto de salida y que la meta se encuentra a 10 kilómetros del mismo, escribir el modelo matemático que resuelva el problema de optimizar el uso de la bicicleta al punto de destino que lo haga lo antes posible.

13. Supongamos $3 \times 3 \times 3 = 27$ celdas dispuestas en 3 caras de un cubo. Tres celdas se dice que están en una misma línea del cubo si ellas están en una sección vertical, horizontal o diagonal de una misma cara del cubo. Por tanto existen 24 líneas. Se desea pintar cada celda de “blanco” o “negro” de manera que se minimice el número de líneas que tienen sus tres celdas con igual color.
14. Una empresa ha impuesto sus acciones en bolsa y un inversor ha descubierto la clave para sacar el beneficio que en el terreno de juego el resto de los accionistas no han obtenido en toda la temporada. El funcionamiento es el siguiente: al inicio de la temporada se puede invertir en ella una cantidad cualquiera de x euros, al comenzar la siguiente temporada se debe invertir adicionalmente $x/2$ euros, y luego pasada otra temporada se obtienen $2x$ euros. Lo obtenido en esas acciones al final de una temporada puede ser reinvertido de nuevo en dichas acciones al principio de la siguiente, si se desea. Si el momento actual el inversor dispone de 100.000 euros ¿cuál debe ser su plan de inversión en tales acciones para disponer de un máximo capital dentro de 6 años?