Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Ульяновский государственный Технический университет

Кафедра «Вычислительная техника»

Дисциплина «Системы искусственного интеллекта»

**Лабораторная работа №2**

**«Нечеткая логика»**

**Выполнил**:

студент гр. ИВТАСбд-41

Бродин К. Ю.

**Проверил работу:**

Хайруллин И. Д.

Ульяновск,

2025

**Общее задание**

Необходимо разработать программу на языке python, которая реализует предложенное вариантом задание. Предметную область можно выбрать из предложенного списка, либо выбрать свою.

**Задача. Вариант №8:**

На языке Python разработайте скрипт, позволяющий выполнить операцию **дополнения**, заданного пользователем **нечеткого множества с трапециевидной функцией принадлежности**. Входными данными будут параметры функции принадлежности и четкие объекты множества.  
Выходными – дополнение нечеткого множества.

**Предметная область №8:**

**Футбол / ставки:**

* вероятность победы: низкая
* вероятность победы: средняя
* вероятность победы: высокая

**Теоретическая подготовка**

*Что такое Нечеткая Логика?*

**Нечеткая логика (Fuzzy Logic)** — это раздел математики и логики, который расширяет традиционную, или булеву, логику.

В то время как традиционная логика (как в программировании) оперирует только двумя состояниями:

* **Истина (1)** или **Ложь (0)**;
* **Да** или **Нет**;
* **Черное** или **Белое**.

Нечеткая логика позволяет работать с частичной истинностью (Partial Truth).

Главный принцип нечеткой логики: объект может принадлежать к множеству в некоторой степени. Эта степень измеряется числом в интервале от 0 до 1.

* **0** означает полную **непринадлежность** (Ложь).
* **1** означает полную **принадлежность** (Истина).
* **0.5** означает **равновероятность** (одинаково и истина, и ложь).
* **0.8** означает "очень близко к истине".

Например, в моей предметной области (футбол, ставки):

* Команда с вероятностью победы **80%** полностью принадлежит к множеству *«Высокая вероятность победы»* (μ = 1.0).
* Команда с вероятностью победы **60%** частично принадлежит к множеству *«Высокая вероятность победы»* (μ ≈ 0.33), и, соответственно, частично принадлежит к множеству *«Не высокая вероятность победы»* (μ ≈ 0.67).

***Что такое трапециевидная функция принадлежности?***

**Трапециевидная функция принадлежности (Trapezoidal Membership Function)** — это один из наиболее часто используемых способов задания нечётких множеств.  
Она применяется для описания понятий, которые имеют **область значений с одинаковой высокой принадлежностью** (плато), а по краям — постепенный переход от 0 к 1 и обратно (например, «высокая вероятность победы», «сильный дождь», «высокая скорость»).

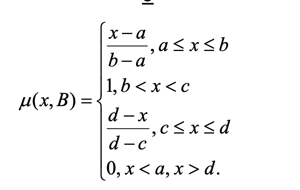
Трапециевидная функция, часто обозначаемая как trapmf (от trapezoidal membership function), полностью определяется **четырьмя параметрами**:

1. **a (Левая граница)** – точка, левее которой объект полностью не принадлежит множеству (μ(x) = 0).
2. **b (Начало плато)** – точка, начиная с которой объект считается «частично принадлежащим» и постепенно достигает полной принадлежности.
3. **c (Конец плато)** – точка, до которой объект полностью принадлежит множеству (μ(x) = 1).
4. **d (Правая граница)** – точка, правее которой объект снова полностью не принадлежит множеству (μ(x) = 0).

Таким образом:

* На интервале [a, b] значение функции плавно растёт от 0 до 1.
* На интервале [b, c] степень принадлежности остаётся равной 1 (идеальная зона).
* На интервале [c, d] значение функции плавно убывает от 1 до 0.

**Математическая формула**



*Что такое нечеткое множество?*

**Нечёткое множество (Fuzzy Set)** — это ключевое понятие в нечёткой логике. Оно представляет собой коллекцию элементов, граница принадлежности к которой является **размытой или нечёткой**, в отличие от традиционного (чёткого) множества.

Нечёткое множество A в универсальном множестве X определяется функцией принадлежности, μA​(x), которая присваивает каждому элементу x из X числовое значение в диапазоне от 0 до 1.

* **μA​(x)=1**: Объект x **полностью принадлежит** множеству A.
* **μA​(x)=0**: Объект x **полностью не принадлежит** множеству A.
* **0<μA​(x)<1**: Объект x **частично принадлежит** множеству A (например, 0.7 означает принадлежность на 70%).

*Что такое операция дополнения?*

Операция дополнения (Complement) в нечёткой логике — это аналог логической операции НЕ (NOT) из традиционной (булевой) логики.

Её назначение — найти степень принадлежности элемента к противоположному множеству.

Операция дополнения, обозначаемая как ¬A или A, вычисляется на основе **степени принадлежности** объекта к исходному множеству (A).

Для стандартного нечёткого дополнения используется простая формула, называемая **стандартной нечёткой отрицающей функцией (Standard Fuzzy Complement)**:



Где:

* μ¬A​(x) — это степень принадлежности объекта x к множеству "НЕ A".
* μA​(x) — это степень принадлежности объекта x к исходному множеству A.

**Описание предметной области**

Предметная область — оценка исхода футбольного матча через показатель **вероятности победы команды** (в %).

* Вероятность победы — это ключевой показатель в спортивной аналитике и ставках, который отражает вероятность того, что команда выиграет матч.
* В букмекерской практике и спортивной статистике часто используются **чёткие границы**: например, вероятность выше 70% трактуется как «высокая», 40–70% — «средняя», ниже 40% — «низкая».

**Проблема в том, что в реальном мире:**

* Команда с вероятностью победы **69%** и команда с вероятностью **71%** на практике отличаются незначительно.
* Чёткая логика вынуждает относить их в разные категории — «средняя» и «высокая», — игнорируя близость их значений.

**Нечёткая логика решает эту проблему**, вводя плавные переходы:

* Команда с вероятностью победы 71% может принадлежать к множеству «Высокая вероятность победы» на **90%**, и одновременно к множеству «Средняя вероятность победы» на **10%**.
* Это позволяет гибко описывать реальные ситуации и использовать более точные модели.

**В рамках лабораторной работы я моделирую нечеткое множество «Высокая вероятность победы» (A):**

* **Смысл:** степень, с которой конкретное значение вероятности победы принадлежит категории «высокая вероятность».
* **Функция:** для моделирования этого множества выбрана **трапециевидная функция принадлежности**, которая хорошо отражает ситуацию, когда существует интервал «уверенной высокой вероятности» (плато), а по краям значения постепенно затухают.
* **Дополнение (¬A):** операция дополнения вычисляет степень принадлежности к множеству «НЕ высокая вероятность победы», которое охватывает как низкие, так и средние значения вероятности.

**Описание реализации**

**Реализация** опирается на две ключевые функции.  
Первая — trapezoidal\_membership — отвечает за вычисление степени принадлежности (μA(x)) чёткого объекта *x* (значения вероятности победы команды в %) к нечеткому множеству *A*.  
Эта функция задаётся четырьмя параметрами (a, b, c, d), которые определяют левую границу, начало плато (область, где μ=1), конец плато и правую границу множества соответственно.

Вторая функция — complement\_fuzzy\_set — реализует операцию дополнения (μ¬A(x)).  
Она использует стандартную нечёткую формулу:



что позволяет вычислить степень принадлежности к множеству «НЕ высокая вероятность победы».

**Конфигурация и ввод данных**

В коде заданы конкретные параметры для моделирования множества «Высокая вероятность победы»: **a = 50, b = 65, c = 90, d = 100.**  
Эти значения определяют область:

* ниже 50% — принадлежность равна 0,
* от 65% до 90% — принадлежность равна 1 (уверенная высокая вероятность),
* после 100% — снова 0.

Основная часть программы выводит эти параметры для пользователя, а затем запрашивает ввод чётких объектов — конкретных значений вероятности победы (например, 40%, 70%, 95%), которые будут проверены.

**Обработка и вывод результатов**

Для каждого введённого пользователем значения вероятности программа выполняет:

1. Вычисление степени μA(x) с помощью трапециевидной функции принадлежности.
2. Вычисление степени μ¬A(x) через операцию дополнения.

Результаты отображаются в табличном виде, что демонстрирует главный принцип нечеткой логики:



**Визуальное подтверждение**

В конце строится график, который служит визуальным подтверждением корректности реализации.

* Синяя линия представляет функцию принадлежности «Высокая вероятность победы» (μA).
* Красная пунктирная линия — её дополнение «НЕ высокая вероятность победы» (μ¬A).

Чёткая симметрия линий относительно оси *y = 0.5* и их пересечение в этой точке подтверждают правильность операции дополнения в соответствии с аксиомами нечеткой логики.

**Контрольные вопросы.**

1. **Дайте определение нечеткому множеству.**

**Нечёткое множество (Fuzzy Set)** — это ключевое понятие нечёткой логики, которое представляет собой коллекцию элементов, граница принадлежности к которой является **размытой или плавной**, в отличие от традиционного (чёткого) множества.

Главное отличие:

* В чётком множестве элемент **либо принадлежит (1), либо не принадлежит (0)**.
* В нечётком множестве элемент принадлежит с определённой **степенью принадлежности** (μ), которая выражается числом в интервале **от 0 до 1**.

Например, множество "Нормальный вес" не имеет резкой границы: человек может принадлежать к нему со степенью 0.36, что означает, что он на 36% "нормальный" и на 64% "не нормальный".

1. **Какие способы задания функций принадлежности вы знаете?**

Функция принадлежности (μ(x)) — это графический и математический способ определения, насколько элемент x принадлежит нечёткому множеству. Существует несколько стандартных видов этих функций:

1. **Треугольная функция (Triangular, trimf):** Самый простой и интуитивный способ. Определяется тремя точками (a,m,b), где m — пик (1.0), а a и b — границы (0.0). **Эту функцию я реализовал** в своей работе.
2. **Трапециевидная функция (Trapezoidal, trapmf):** Похожа на треугольную, но имеет плоский пик (плато) между двумя точками (a,b,c,d). Используется для моделирования понятий с широкой зоной "идеального" значения (например, "средняя температура").
3. **Гауссова функция (Gaussian, gaussmf):** Использует форму кривой нормального распределения (колокола). Определяется центром и стандартным отклонением. Она даёт более гладкие, нелинейные переходы, чем треугольная или трапециевидная.
4. **Сигмоидальная функция (Sigmoidal, sigmf):** Имеет S-образную форму. Используется для моделирования понятий, которые либо только растут ("высокий возраст"), либо только падают ("низкая зарплата"), без возврата к нулю.
5. **Какую операцию вы реализовали в своей лабораторной работе?**

Я реализовал операцию Дополнения (Complement), также известную как логическое НЕ (¬A).

Суть операции:

Операция дополнения вычисляет степень принадлежности элемента к множеству, противоположному исходному.

Формула:



Для стандартного нечёткого дополнения используется формула:

В контексте моей предметной области (футбол, ставки):

Если моё исходное множество A — «Высокая вероятность победы», то реализованная операция дополнения вычисляет μ¬A(x) — степень, с которой команда принадлежит к множеству «НЕ высокая вероятность победы» (то есть к категории со средней или низкой вероятностью выигрыша).