

## CIRCUNFERENCIA I

- *DEFINICIÓN, ELEMENTOS Y ELEMENTOS ASOCIADOS.*
- *ÁNGULOS ASOCIADOS A LA CIRCUNFERENCIA.*
- *TEOREMAS ADICIONALES*



LA RUEDA, ELEMENTO FUNDAMENTAL  
EN EL DESARROLLO DE LA HUMANIDAD

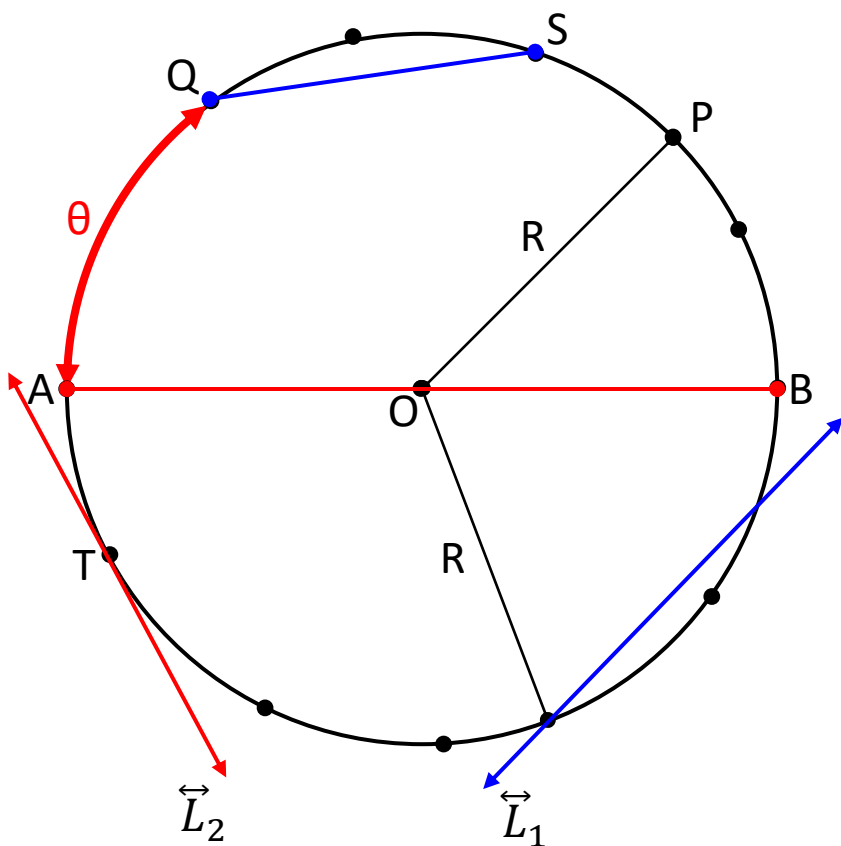


LOS ANDENES CIRCULARES EN EL  
VALLE SAGRADO DE MARAS  
MORAY (CUSCO)

## CIRCUNFERENCIA I

## DEFINICIÓN:

Es aquella figura geométrica formada por infinitos puntos, los cuales equidistan de un punto fijo coplanar a ella.



## ELEMENTOS:

- Centro: O
- Radio:  $\overline{OP}$

$$OP=R$$

## ELEMENTOS ASOCIADOS:

- Cuerda:  $\overline{QS}$
- Diámetro:  $\overline{AB}$
- Arco:  $\widehat{AQ}$

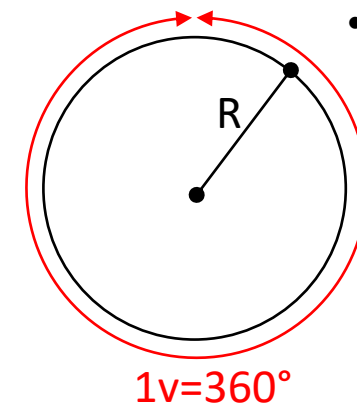
$$m\widehat{AQ}=\theta$$

Rectas:

- Secante:  $\overleftrightarrow{L_1}$
- Tangente:  $\overleftrightarrow{L_2}$

## TOMAR EN CUENTA:

La circunferencia se mide de dos formas.

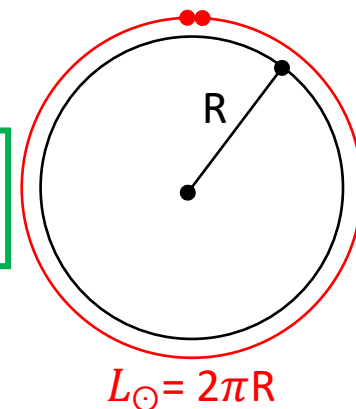


- Como medida angular

Medida de 1  
vuelta =  $360^\circ$

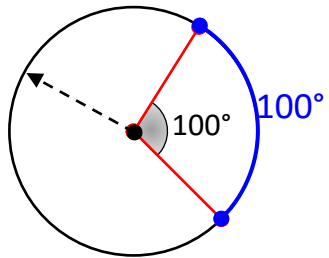
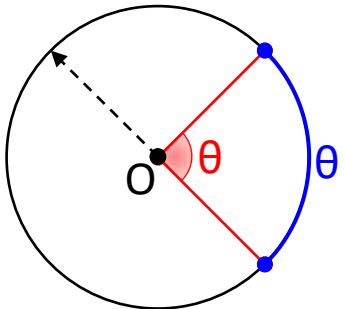
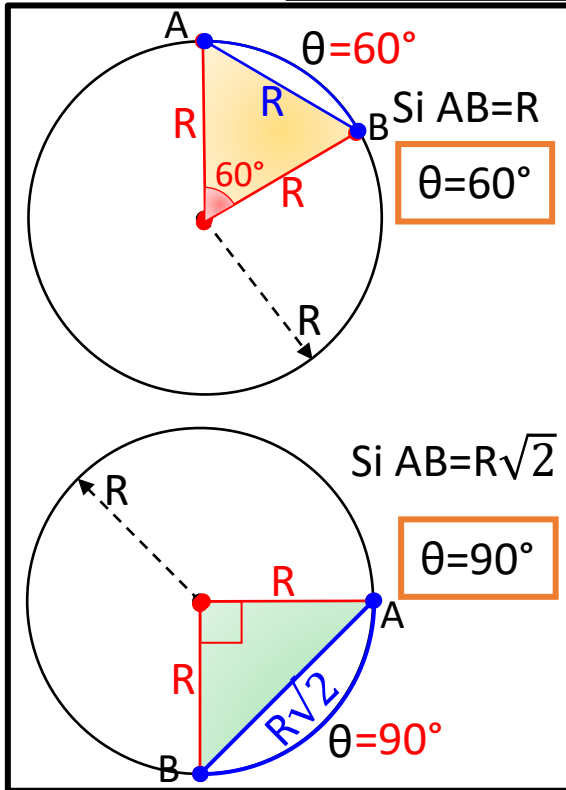
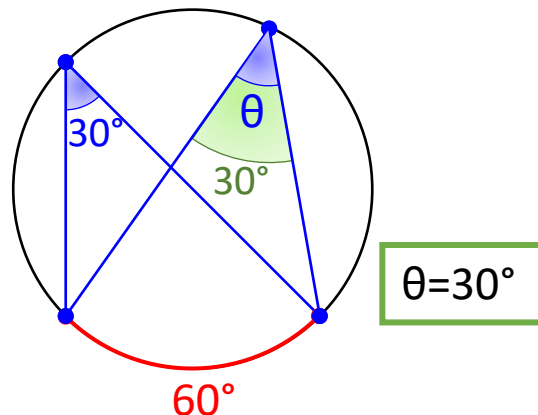
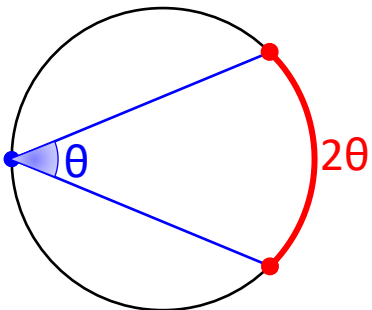
- Como longitud

Longitud de la  
circunferencia =  $2\pi R$

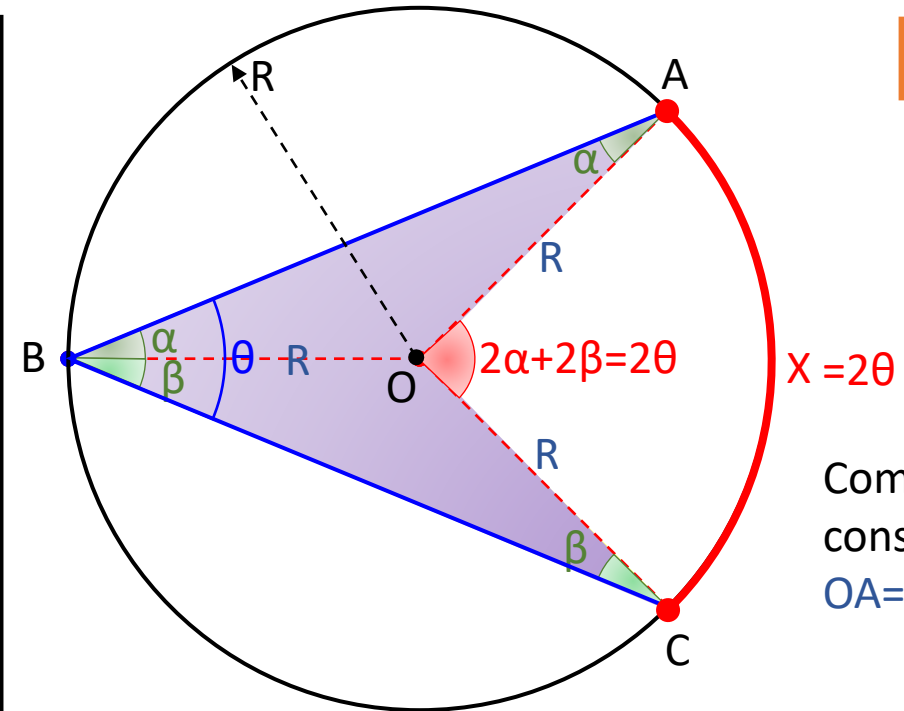


## CIRCUNFERENCIA I

## ÁNGULOS ASOCIADOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Ángulo central:Ángulo inscrito:

## DEMOSTRACION:



## DEMOSTRAR QUE:

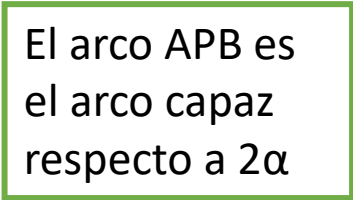
$$X = 2\theta$$

Como el radio es constante:  
 $OA = OB = OC = R$

- Los  $\Delta$ s AOB y BOC son isósceles:  
 $m\angle OAB = m\angle OBA = \alpha$   
 $m\angle OBC = m\angle OCB = \beta$   
 $\theta = \alpha + \beta$

- En ABCO por teorema:  
 $m\angle AOC = 2\alpha + 2\beta$   
 $m\angle AOC = 2\theta$
- Por ángulo central:  
 $\therefore X = 2\theta$

Es un arco de circunferencia determinado por el conjunto de todos los vértices de los ángulos inscritos con respecto a un mismo arco.



## CIRCUNFERENCIA I

The diagram illustrates the geometric construction for finding the angle between two intersecting circles,  $C_1$  and  $C_2$ , with centers  $O_1$  and  $O_2$ . The angle between the tangents at their intersection points is given as  $80^\circ$ . The distance between the centers is  $b$ , and the radius of  $C_1$  is  $a$ . The angle between the line segment  $O_1O_2$  and the tangent at  $O_1$  is  $40^\circ = X$ .

Nos piden  $m\widehat{BO_1} = \textcolor{red}{x}$

$$m\widehat{AB}=80^\circ$$

- Por  $\sphericalangle$  inscrito en  $\mathcal{C}_2$ :  

$$m\angle AO_1B = 40^\circ$$
- Si en la  $\mathcal{C}_1$  el radio es  $a$   
 El  $\triangle BO_1C$  es isósceles:  

$$m\angle O_1BC = 70^\circ$$
- Si en la  $\mathcal{C}_2$  el radio es  $b$   
 El  $\triangle BO_2O_1$  es isósceles:  

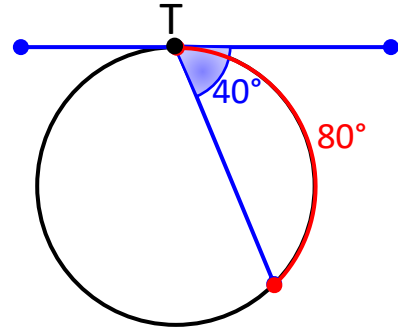
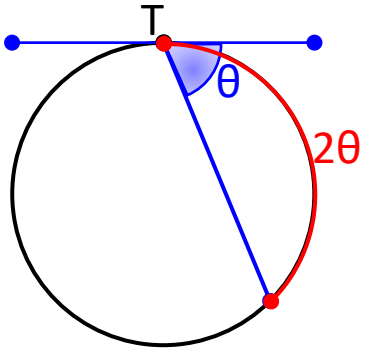
$$m\angle BO_2O_1 = 40^\circ$$
- Finalmente por  $\sphericalangle$  central en  $\mathcal{C}_2$ :  

$$\therefore X = 40^\circ$$

## CIRCUNFERENCIA I

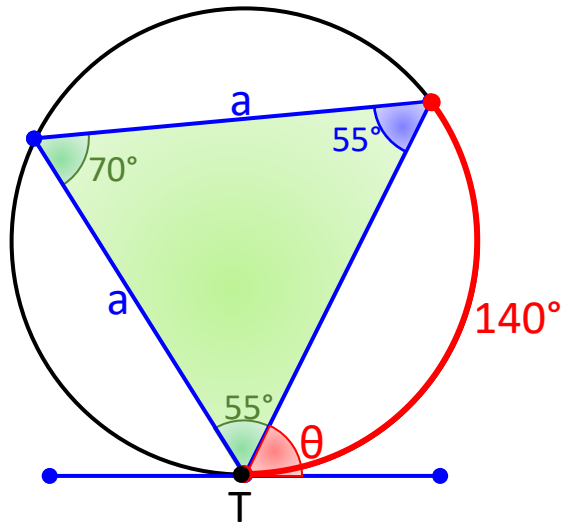
Ángulo semi - inscrito: • Si T es punto de

tangencia:

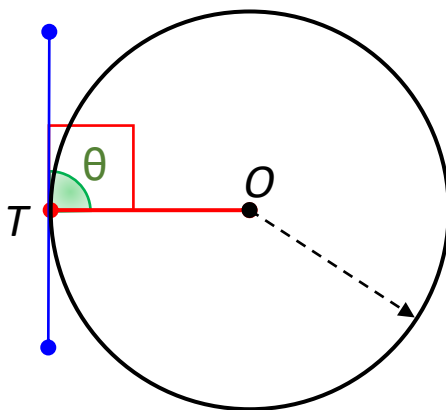


OBSERVACIÓN:

• Si T es punto de tangencia:

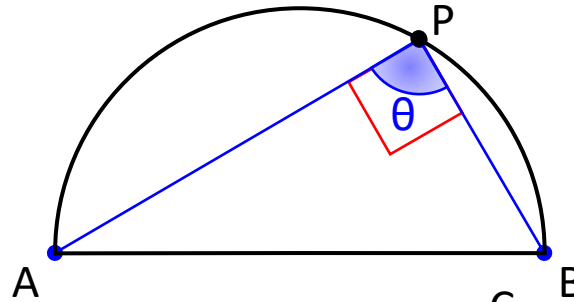


$$\theta = 70^\circ$$



$$\theta = 90^\circ$$

OBSERVACIONES:



Del gráfico, calcule  $m\widehat{PQ}$

• SEMI CIRCUNFERENCIA

$\overline{AB}$ : DIAMETRO

$$\theta = 90^\circ$$

RESOLUCIÓN:

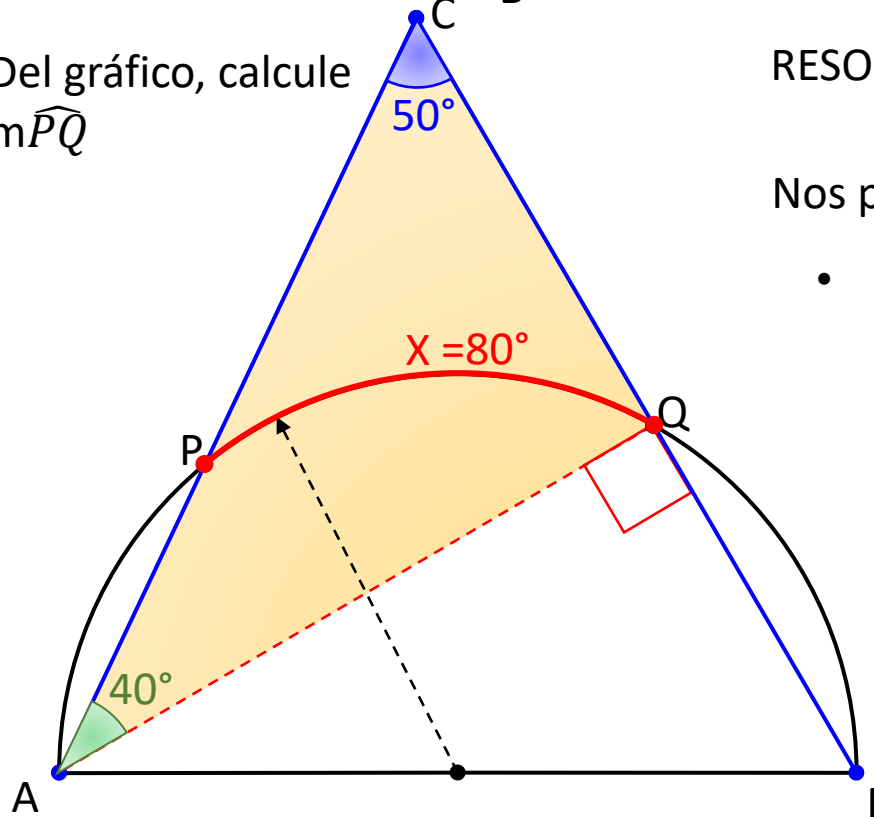
Nos piden  $m\widehat{PQ} = X$

• En la semi circunferencia trazamos  $\overline{AQ}$ , por teorema:

$$m\angle AQB = 90^\circ$$

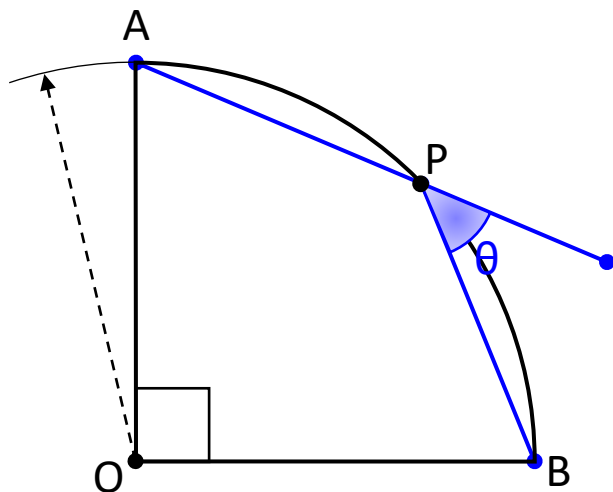
• En el  $\triangle AQC$ :  $m\angle QAC = 40^\circ$

• Por  $\angle$  inscrito:  $\therefore X = 80^\circ$



- CUADRANTE:

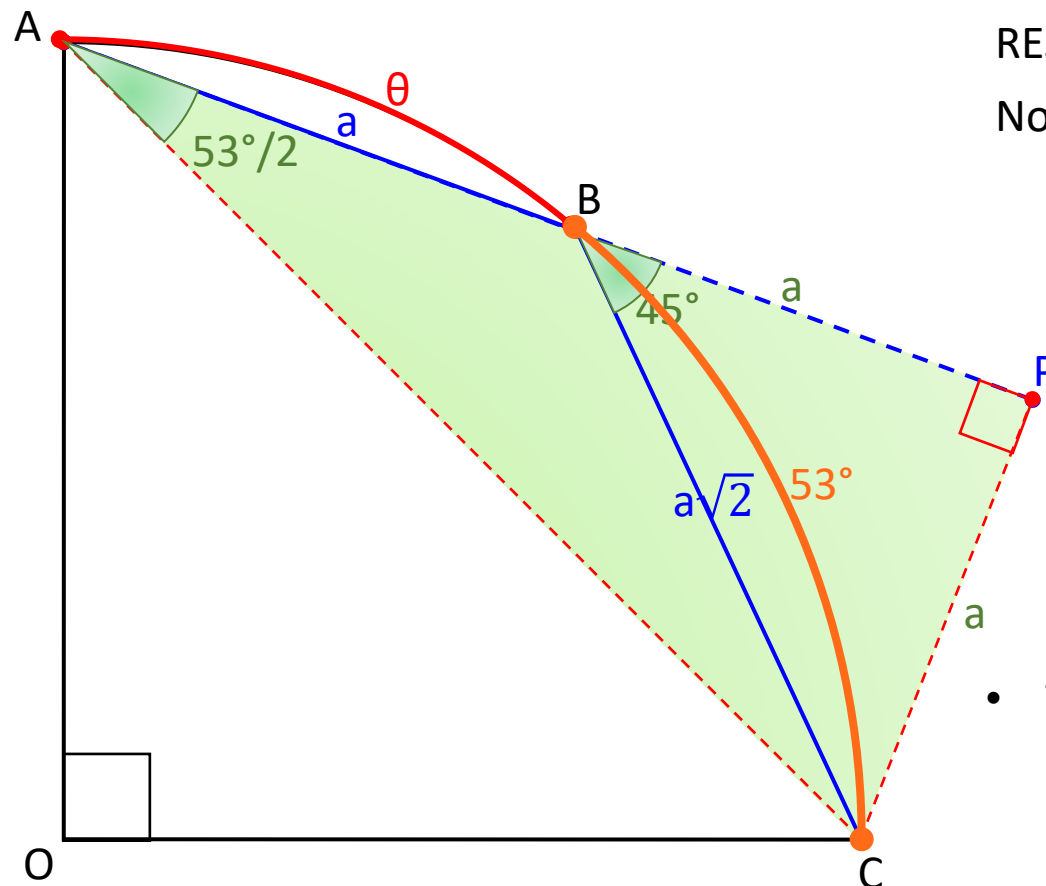
Cuarta parte de circunferencia o arco cuyo medida angular central es  $90^\circ$



Cuadrante AOB

$$\theta = 45^\circ$$

Del gráfico, AOB es un cuadrante. Si  $BC = AB\sqrt{2}$ . Calcule  $m\widehat{AB}$



RESOLUCIÓN:

Nos piden  $m\widehat{AB} = \theta$

Dato:

$$BC = AB\sqrt{2}$$

$$\text{Si } AB = a$$

$$BC = a\sqrt{2}$$

- Como AOB es un cuadrante por teorema:

$$m\angle CBP = 45^\circ$$

- Trazamos  $\overline{CP} \perp \overline{AB}$  tal que el  $\angle CPB$  es notable de  $45^\circ$ :

$$BP = CP = a$$

- Además el  $\angle APC$  es notable de  $53^\circ/2$ :

$$m\angle PAC = 53^\circ/2$$

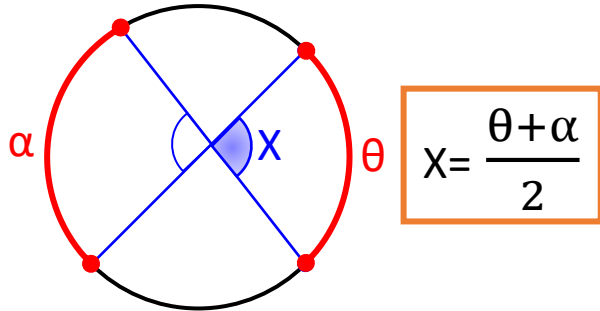
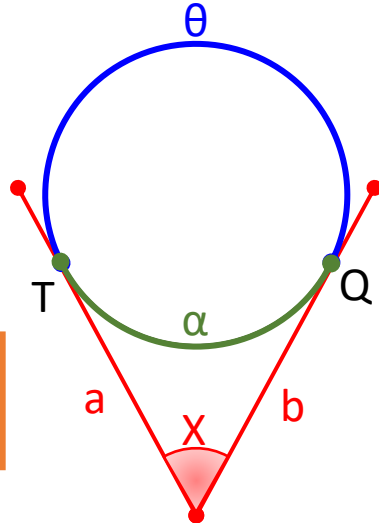
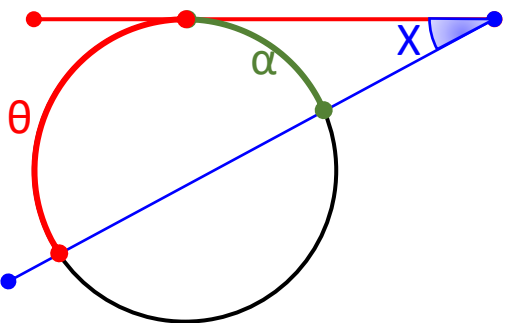
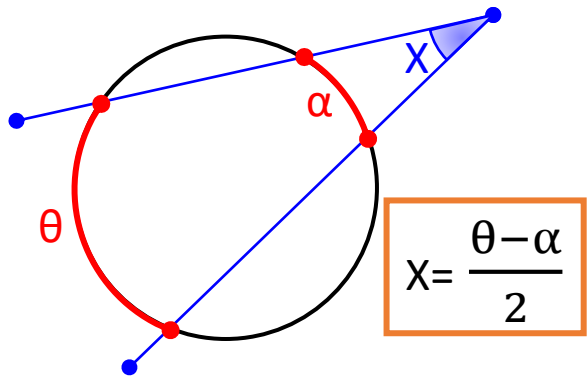
- Por  $\angle$  inscrito:  $m\widehat{BC} = 53^\circ$

- Finalmente en el cuadrante:

$$\theta + 53^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 37^\circ$$

## CIRCUNFERENCIA I

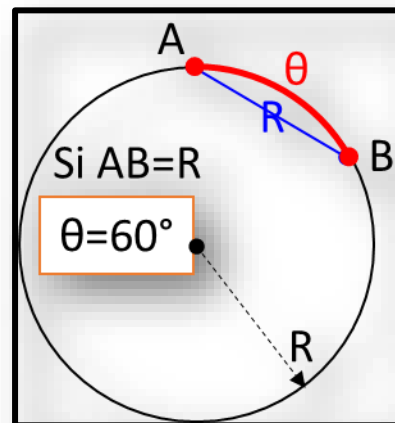
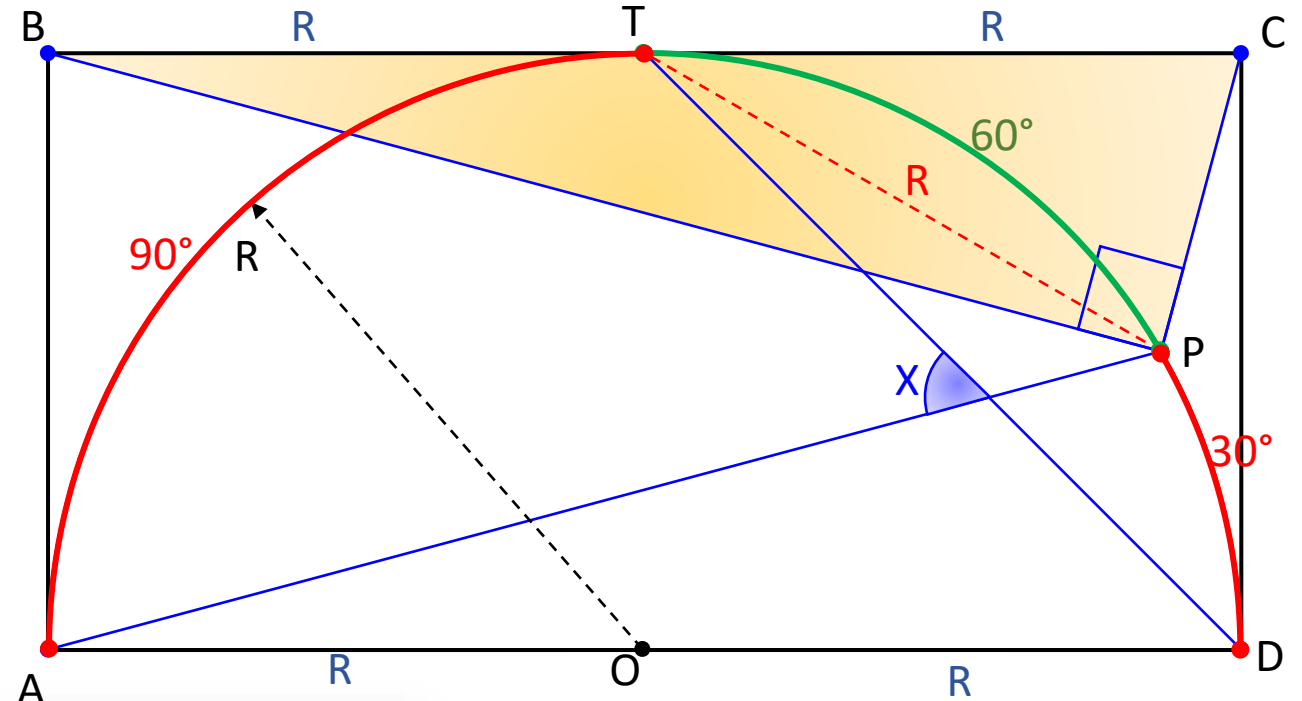
Ángulo Interior:Ángulo Exterior:

Si T y Q son puntos de tangencia:

$$X + \alpha = 180^\circ$$

$$a = b$$

Del gráfico ABCD es un rectángulo y T es punto de tangencia. Calcule X.



- Por el rectángulo y la circunferencia:

$$OA=OT=OD=BT=TC=R$$

- En el  $\triangle BPC$  mediana rel. hipotenusa:

$$PT=R$$

- Por observación:

$$m\widehat{PT}=60^\circ$$

- Entonces

$$m\widehat{PD}=30^\circ$$

- Por  $\angle$  interior:

$$X = \frac{90^\circ + 30^\circ}{2}$$

$$\therefore X=60^\circ$$



