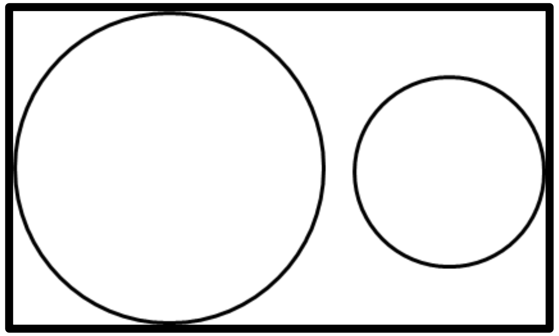
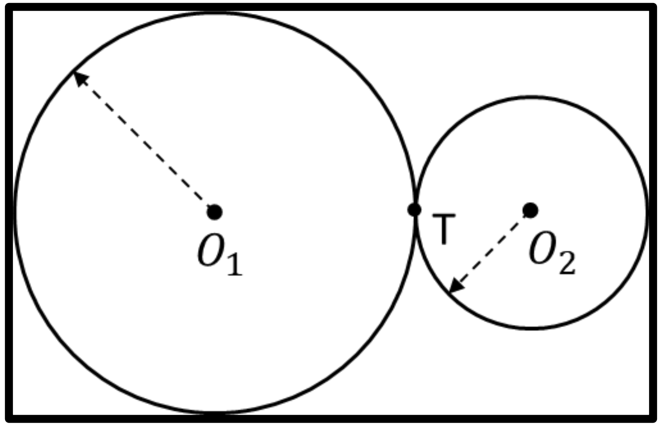
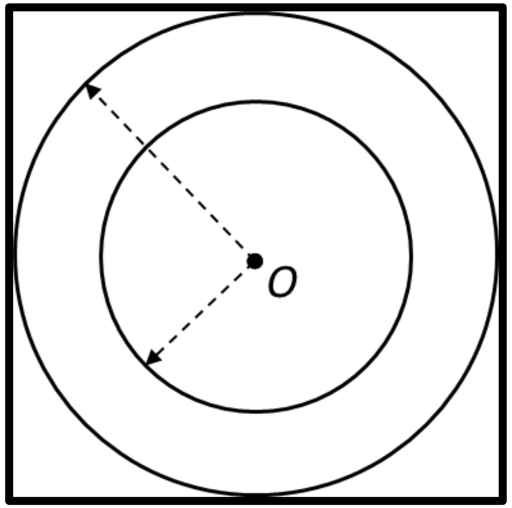
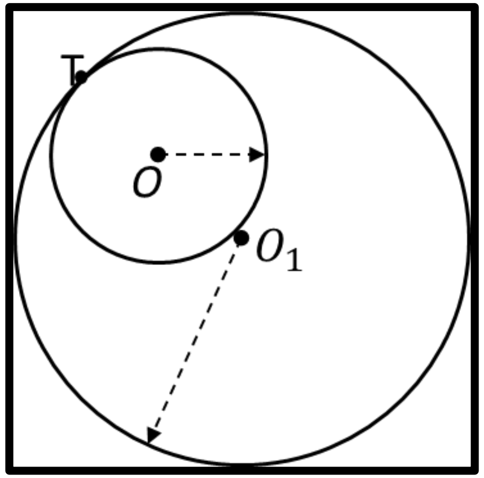
CIRCUNFERENCIA III

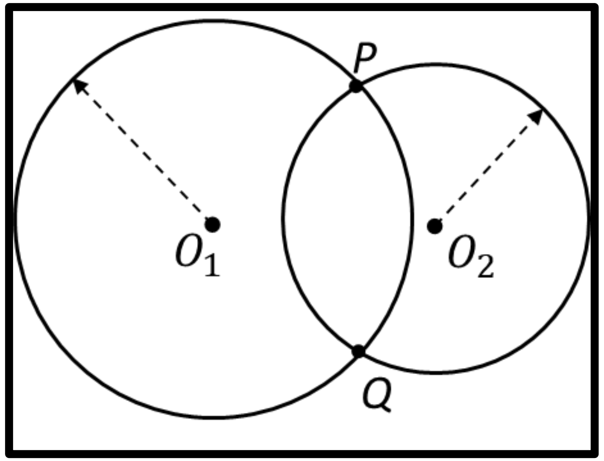
- *POSICIONES RELATIVAS ENTRE DOS CIRCUNFERENCIAS.*
- *TEOREMAS RELACIONADAS A LAS DIFERENTES POSICIONES, EXTERNAS, INTERNAS Y TANGENTES.*







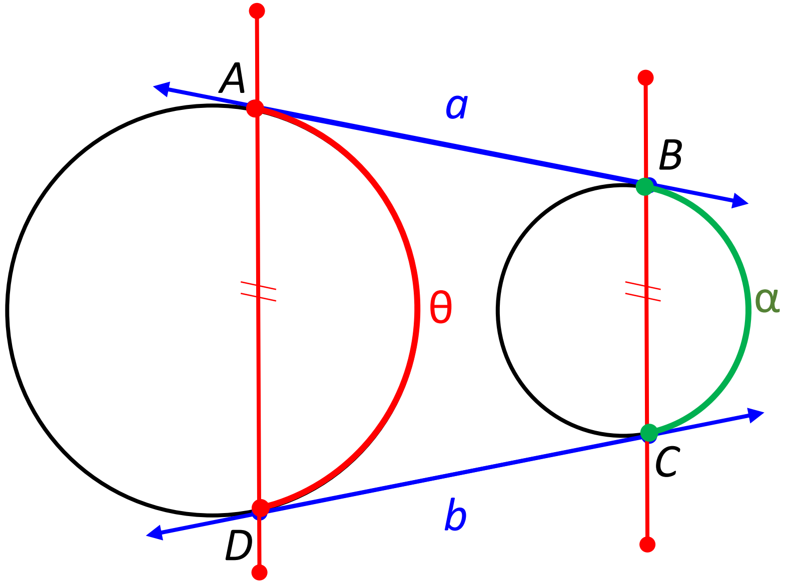




CIRCUNFERENCIA III

CIRCUNFERENCIAS EXTERNAS

Son aquellas circunferencias que no se intersecan y sus regiones internas son disjuntas.



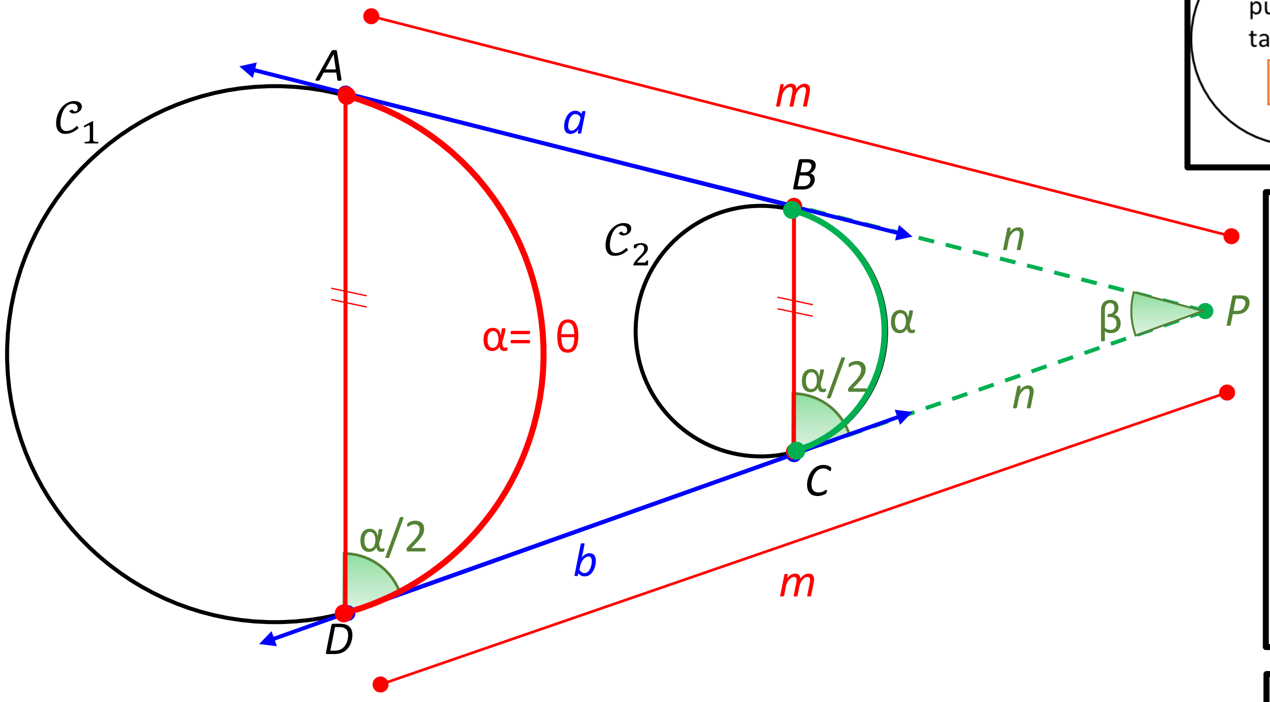
- *Si A, B, C, D son puntos de tangencia.*

$\boxed{AB=CD}$ $\boxed{a = b}$

$\boxed{m\widehat{AD} = m\widehat{BC}}$ $\boxed{\theta = \alpha}$

$\boxed{\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}}$

DEMOSTRACIÓN:



- *Por observación:*

En $\mathcal{C}_1$ *AP=PD=m*

En $\mathcal{C}_2$ *BP=PC=n*

a=m-n y b=m-n

$\boxed{a = b}$

- *Por observación:*

En $\mathcal{C}_1$ *β+θ=180°*

En $\mathcal{C}_2$ *β+α=180°*

$\boxed{\theta = \alpha}$

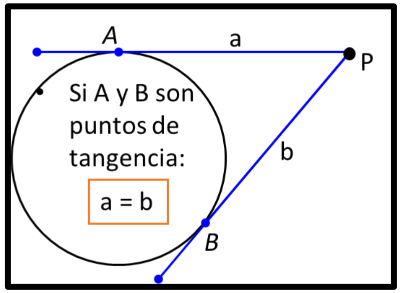
- *Por ∢ semi inscrito:*

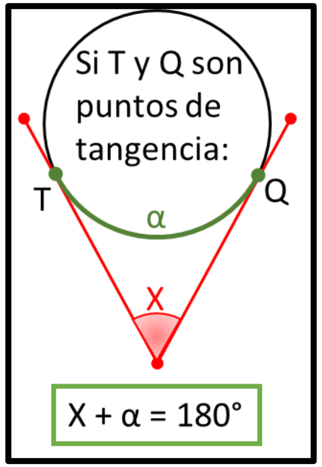
En $\mathcal{C}_1$ $m\sphericalangle ADP=\alpha/2$

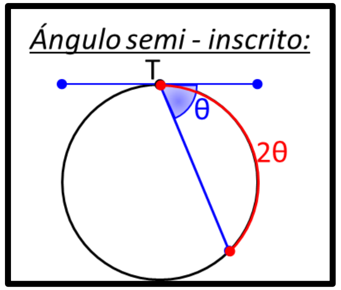
En $\mathcal{C}_2$ $m\sphericalangle BCP=\alpha/2$

- *Como los ∢ cumplen correspondencia:*

$\boxed{\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}}$

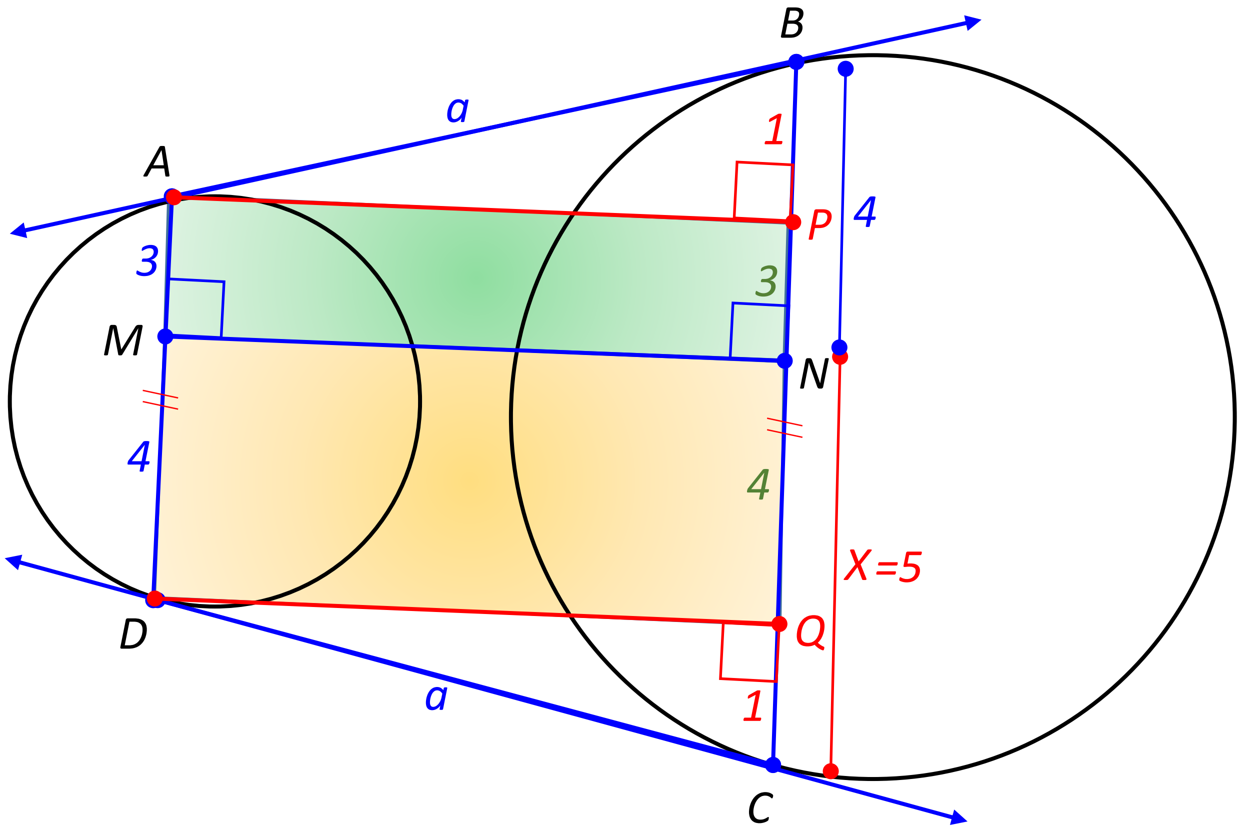




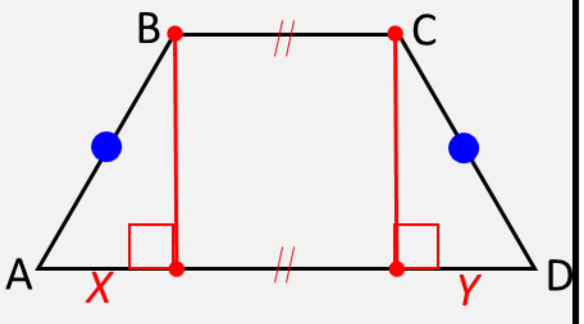


CIRCUNFERENCIA III

Del gráfico A, B, C y D son puntos de tangencia. Si AM=3 y MD=BN=4. Calcular NC.



Recordar:



En un trapecio isósceles se cumple

$\boxed{X=Y}$

RESOLUCIÓN:

Nos piden NC=X

Dato:

AM=3

MD=BN=4

- *Como A, B, C y D son puntos de tangencia:*

  AB=CD=a

  $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

- *Por lo tanto ABCD es un trapecio isósceles.*
- *Al trazar* $\overline{AP}$ *y* $\overline{DQ}$ *perpendiculares a* $\overline{BC}$ *se forma APNM y MNQD rectángulos:*

  NP=3 NQ=4

- *Por observación:*

  BP=CQ=1

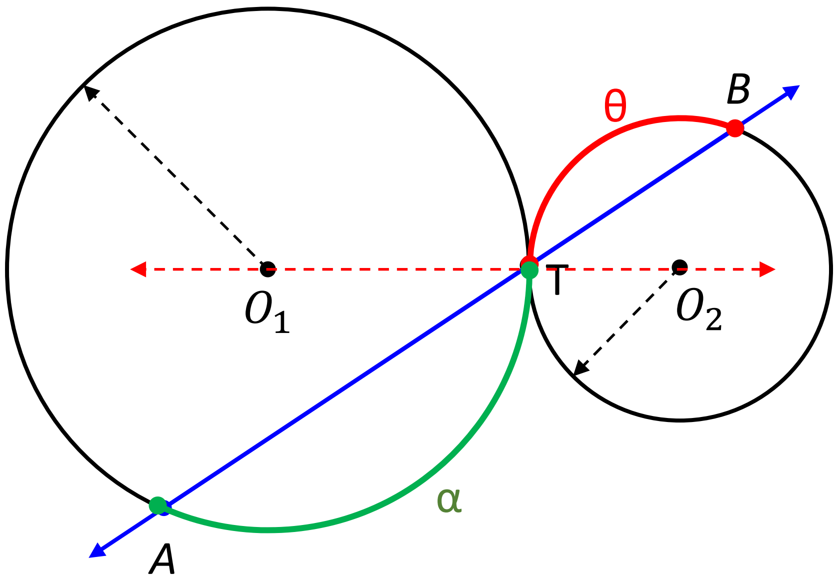
  X=4+1

  $\therefore X=5$

CIRCUNFERENCIA III

CIRCUNFERENCIAS TANGENTES EXTERNAS

Son aquellas circunferencias que se intersecan en un punto y sus regiones internas son disjuntas.

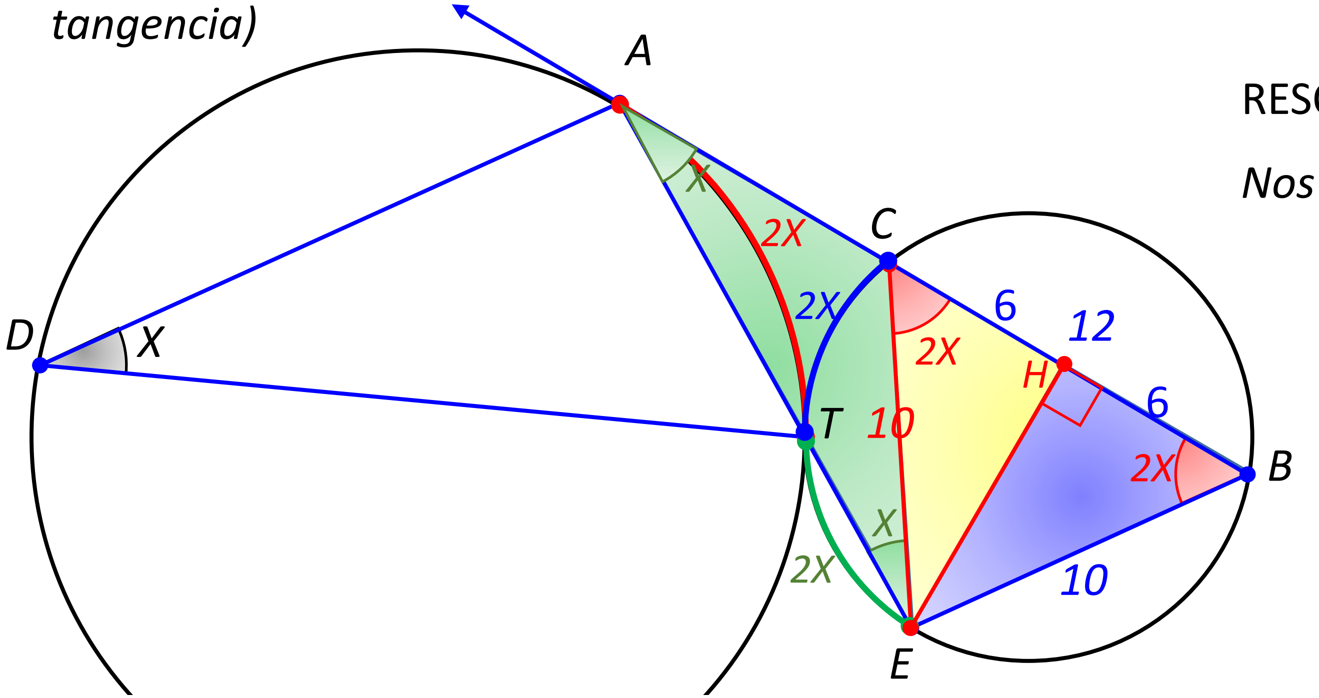


- Si T es puno de tangencia:

$\boxed{\text{T, O y } O_1 \text{ son colineales}}$

$\boxed{\theta = \alpha}$

Según el gráfico, calcule X. Si EB=10, CB=12 y $m\widehat{ET} = m\widehat{TC}$. (T es punto de tangencia)



RESOLUCIÓN:

Nos piden X

Dato:
EB=10
CB=12
$m\widehat{ET} = m\widehat{TC}$

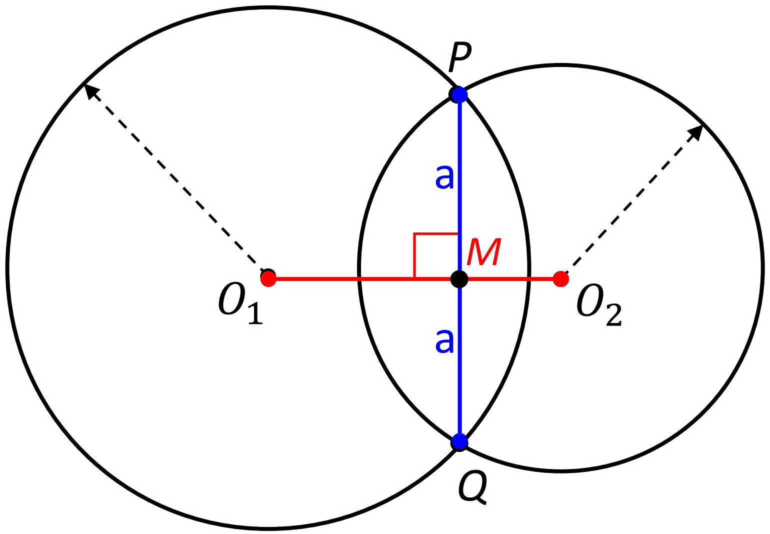
- *Por ∢ inscrito y semi inscrito:*
  m∢TAC=X
- *Como T es punto de tangencia:*
  $m\widehat{AT} = m\widehat{TE} = 2X$
- *Por dato:* *$m\widehat{TC} = 2X$*

- *Por ∢ inscrito:*
  m∢TEC=X *m∢EBC=2X*
- *En los ΔACE y ΔCEB son isósceles, trazamos $\overline{EH} \perp \overline{BC}$:*
- *⊿EHB es notable de 37° y 53°*
  2X=53°
  ∴X=53°/2

CIRCUNFERENCIA III

CIRCUNFERENCIAS SECANTES

Son aquellas circunferencia que se intersecan en dos puntos.



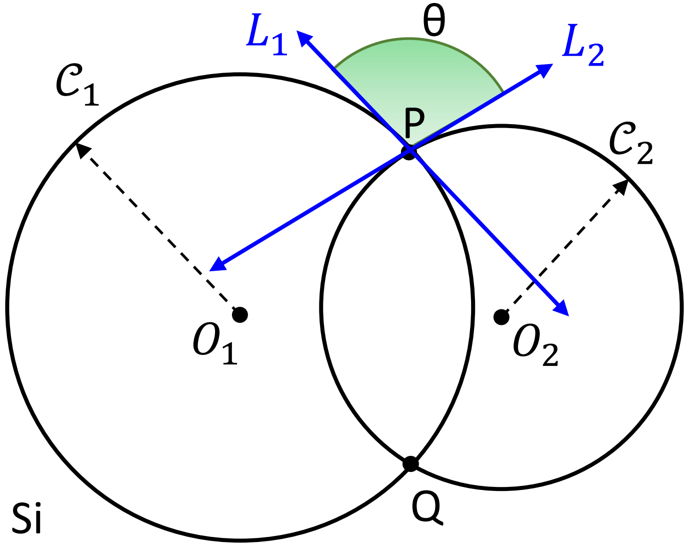
- Si $\overline{PQ}$ *es cuerda común:*

PM = MQ

$\overline{O_1O_2} \perp \overline{PQ}$

ÁNGULO ENTRE CIRCUNFERENCIAS

Es aquel ángulo determinado por las rectas tangentes, sobre uno de los puntos de intersección, de las circunferencias secantes.



Si

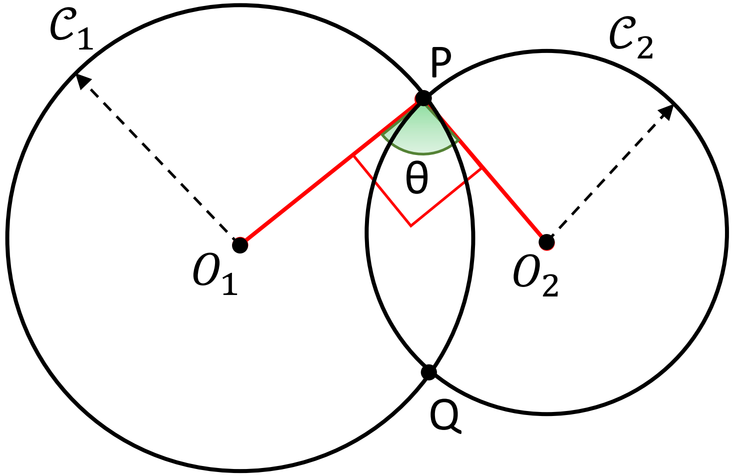
$\overleftrightarrow{L_1}$: Tangente a la $\mathcal{C}_1$

$\overleftrightarrow{L_2}$: Tangente a la $\mathcal{C}_2$

θ*: Medida del ángulos entre dos circunferencias secantes*

CIRCUNFERENCIAS ORTOGONALES

Son aquellas circunferencias secantes cuya medida determinada es 90°

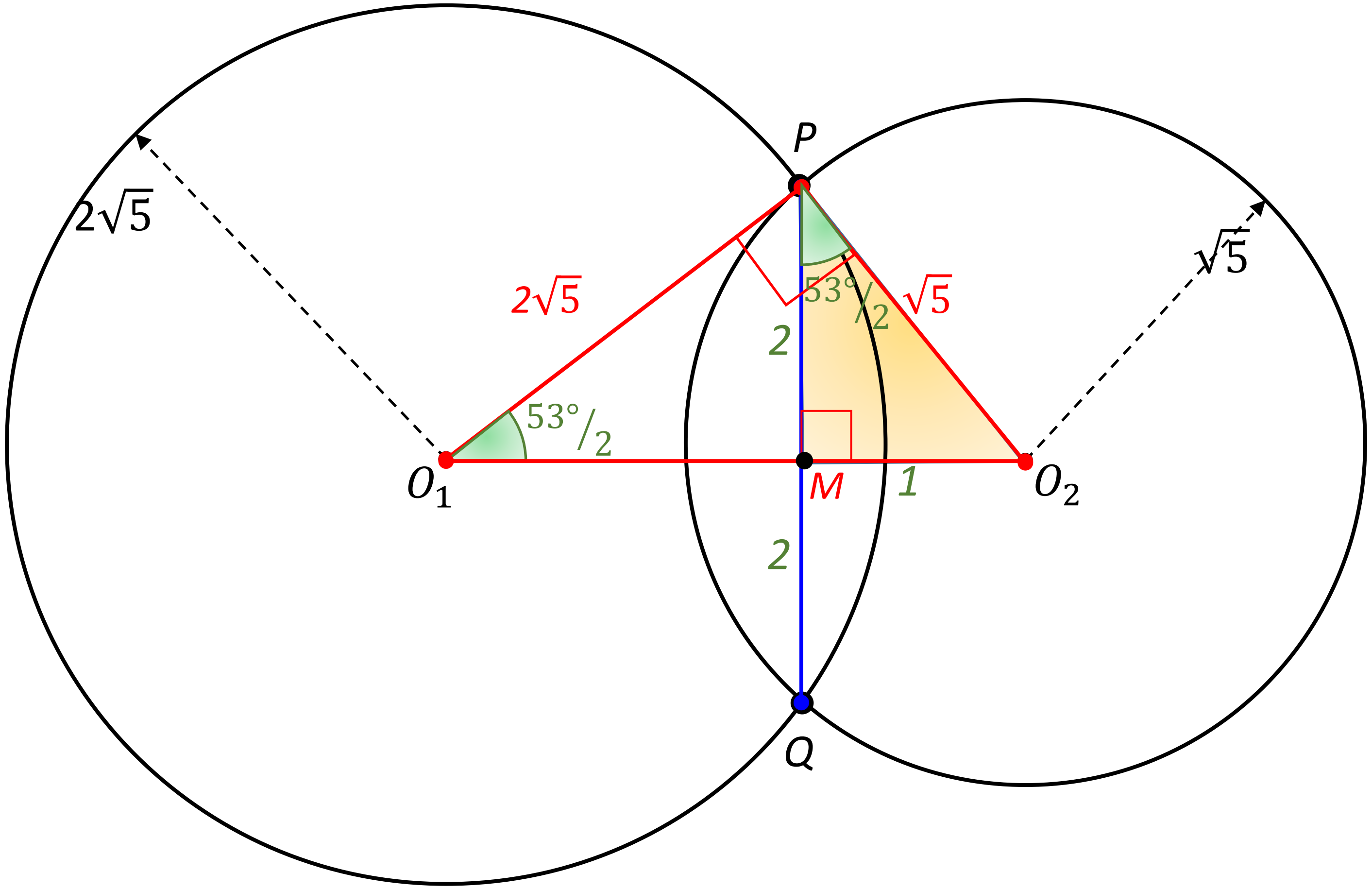


θ = *90°*

Las $\mathcal{C}_1$ *y* $\mathcal{C}_2$ *se le conocen como circunferencias ortogonales.*

CIRCUNFERENCIA III

Del gráfico, se tiene dos circunferencias ortogonales. Calcule PQ.



RESOLUCIÓN:

Nos piden PQ

- *Como las circunferencias son ortogonales, trazamos $\overline{O_1P}$ y $\overline{O_2P}$:*

  $m\measuredangle O_1PO_2=90°$
- *Como los radios son constantes:*

  $O_1P=2\sqrt{5}$ $\quad$ $O_2P=\sqrt{5}$
- *De las circunferencias son secantes:*

  $\overline{O_1O_2} \perp \overline{PQ}$
- *Los $\triangle O_1PO_2$ y $\triangle PMO_2$ son notables de 53°/2:*

  $PM=2$
- *Además:*

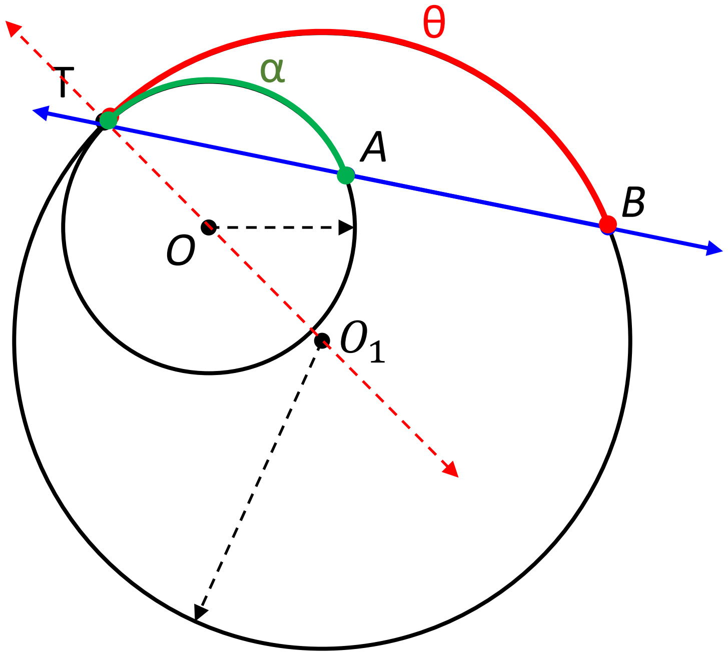
  $PM=MQ=2$

  $\therefore PQ=4$

CIRCUNFERENCIA III

CIRCUNFERENCIAS TANGENTES INTERNAS

Son aquellas circunferencias que se intersecan en un punto y sus regiones internas están una incluida en la otra.

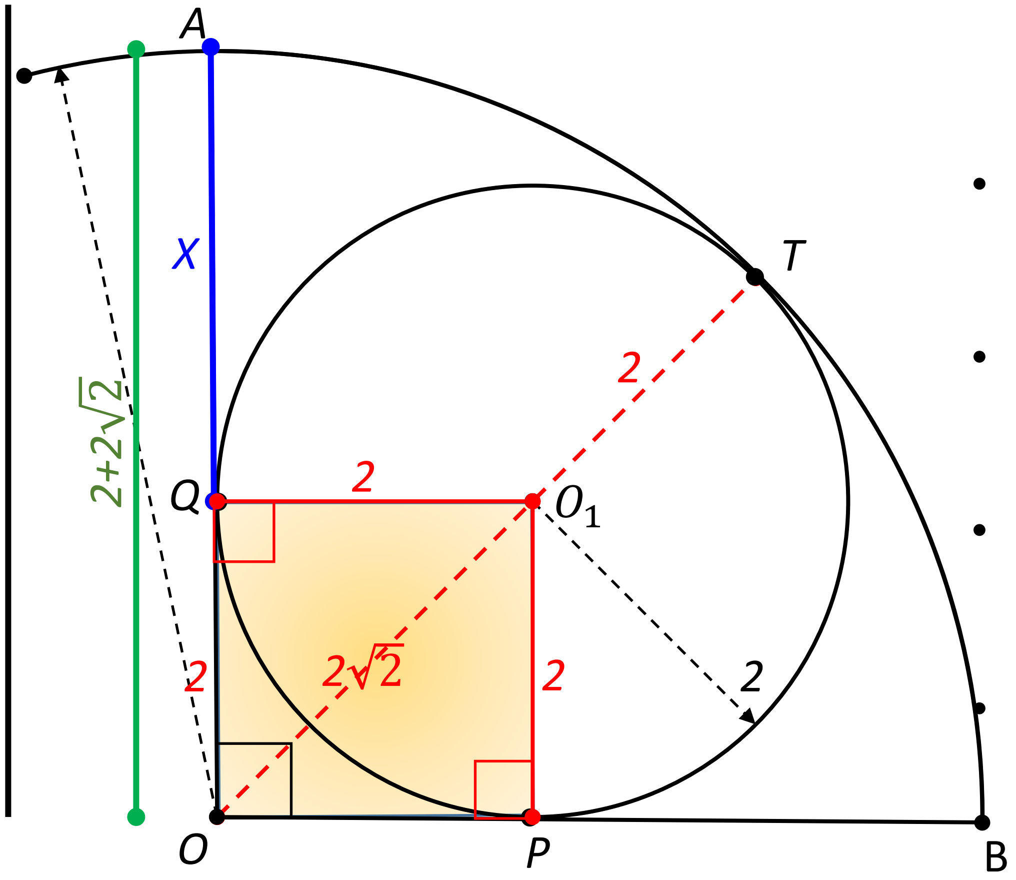


- *Si T es puno de tangencia:*

T, O y O_1 son colineales

$\theta = \alpha$

Del gráfico T, P y Q son puntos de tangencia. Calcule AQ.



RESOLUCIÓN:

Nos piden AQ=X

- *Como las circunferencias son tangentes interiores en T:*

  T, O y O_1 son colineales

- *Además Q y P son puntos de tangencia entonces trazamos $\overline{O_1Q}$ y $\overline{O_1P}$.*
- *Se forma OQO_1P un cuadrado:*

  $OQ=2$ $\quad$ $OO_1=2\sqrt{2}$

- *En el cuadrante el radio es constante:*

  $OT=OA=2+2\sqrt{2}$

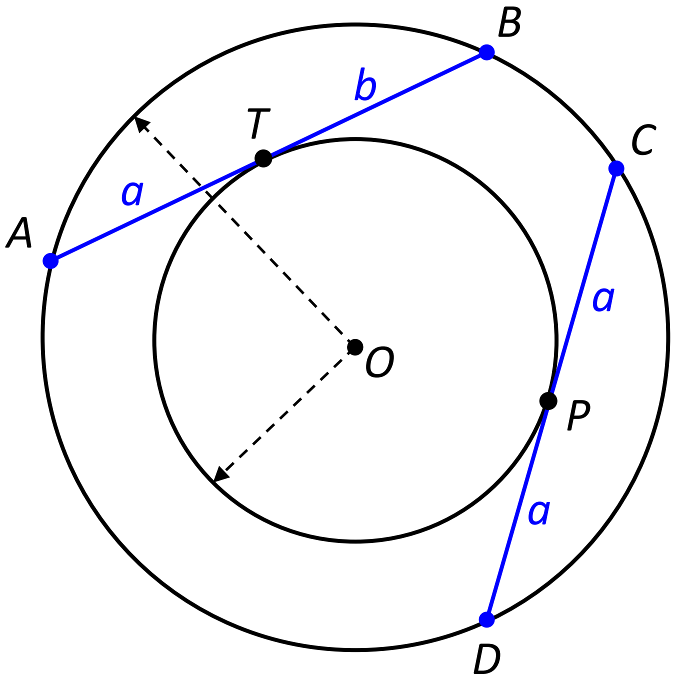
  $X+2 = 2+2\sqrt{2}$

  $\therefore X = 2\sqrt{2}$

CIRCUNFERENCIA III

CIRCUNFERENCIAS CONCÉNTRICAS

Son aquellas circunferencias que tienen el mismo centro.



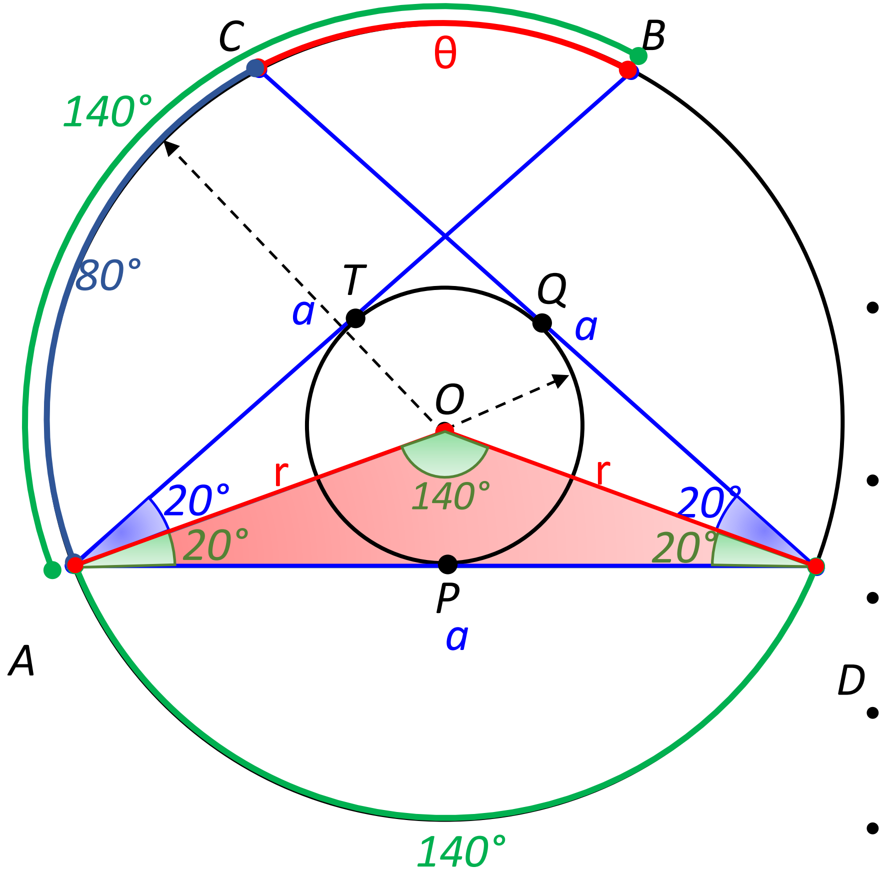
- *Si T es punto de tangencia:*

$\boxed{a = b}$

- *Si P es punto de tangencia:*

$\boxed{AB = CD}$

Del gráfico las circunferencias son concéntricas. Si m$\widehat{ACB}$=140°, calcule m$\widehat{CB}$.



RESOLUCIÓN:

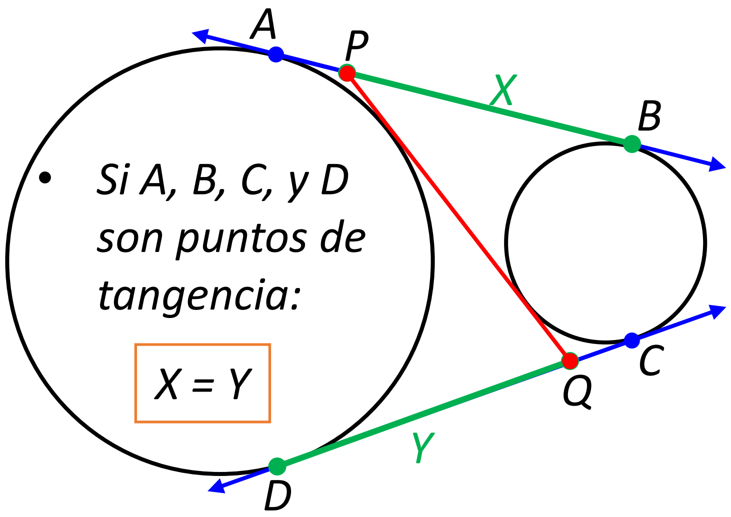
Nos piden m$\widehat{CB}$= θ

Dato:

m$\widehat{ACB}$=140°

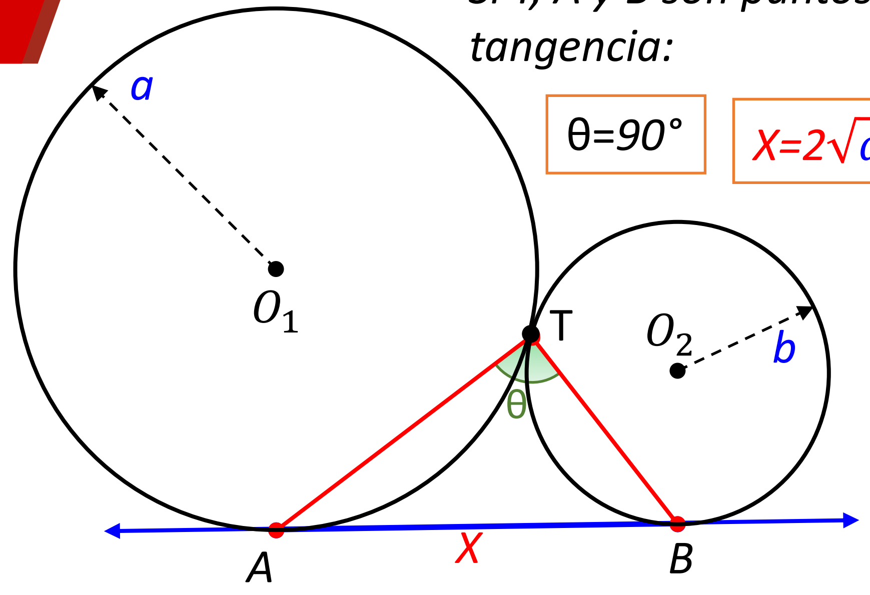
- *En las circunferencias concéntricas T, P y Q son puntos de tangencia:*
  AB=AD=CD=a
- *Por teorema de circunferencia:*
  m$\widehat{AB}$=m$\widehat{AD}$= m$\widehat{CD}$=140°
- *Por ∢ central:*
  m∢AOD=140°
- *En el ΔAOD isósceles:*
  m∢OAD= m∢ODA=20°
- *Por ∢ inscrito:*
  m$\widehat{AC}$=80°
  θ+80°=140°
  ∴θ=60°

TEOREMAS ADICIONALES:



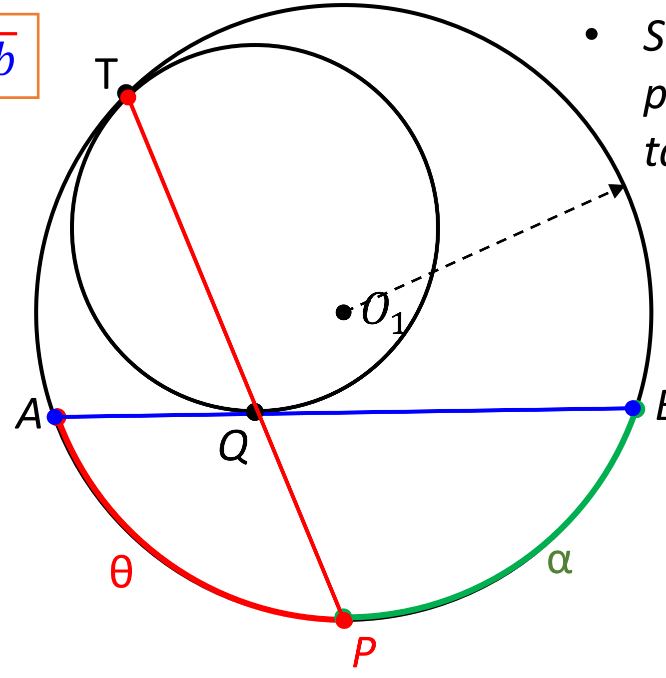
- *Si A, B, C, y D son puntos de tangencia:*

$$\boxed{X = Y}$$



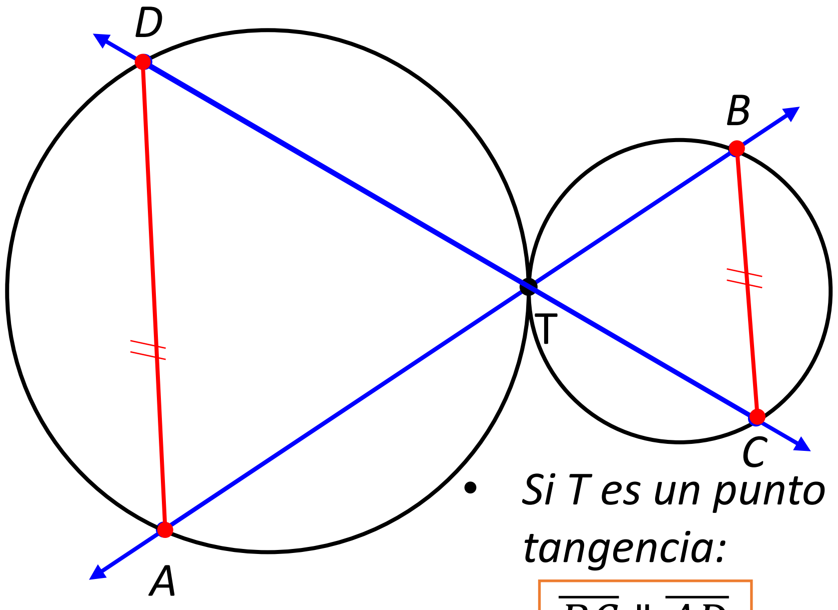
- *Si T, A y B son puntos de tangencia:*

$$\boxed{\theta = 90°} \quad \boxed{X = 2\sqrt{ab}}$$



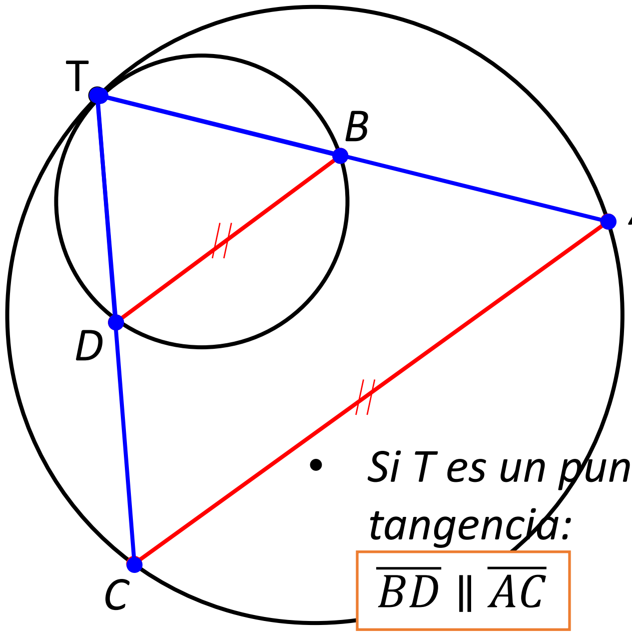
- *Si T y Q son puntos de tangencia:*

$$\boxed{\theta = \alpha}$$



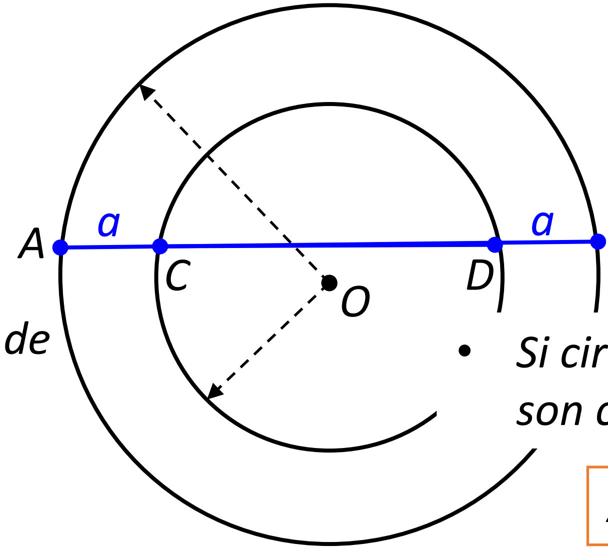
- *Si T es un punto de tangencia:*

$$\boxed{\overline{BC} \parallel \overline{AD}}$$



- *Si T es un punto de tangencia:*

$$\boxed{\overline{BD} \parallel \overline{AC}}$$



- *Si circunferencias son concéntricas:*

$$\boxed{AC = BD}$$