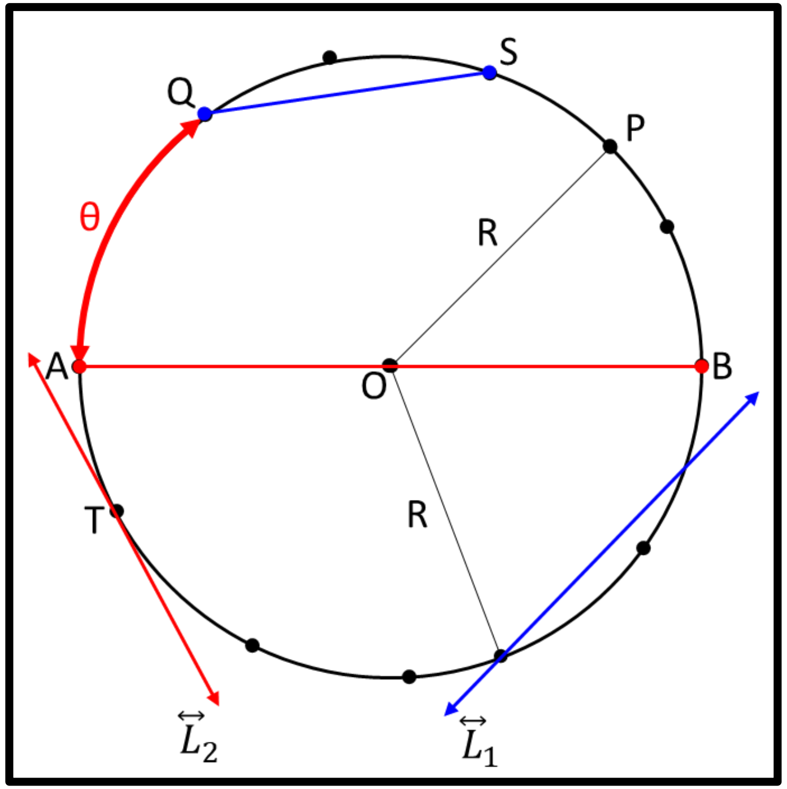
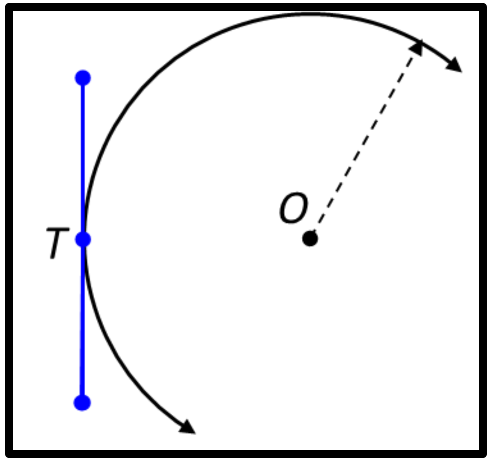
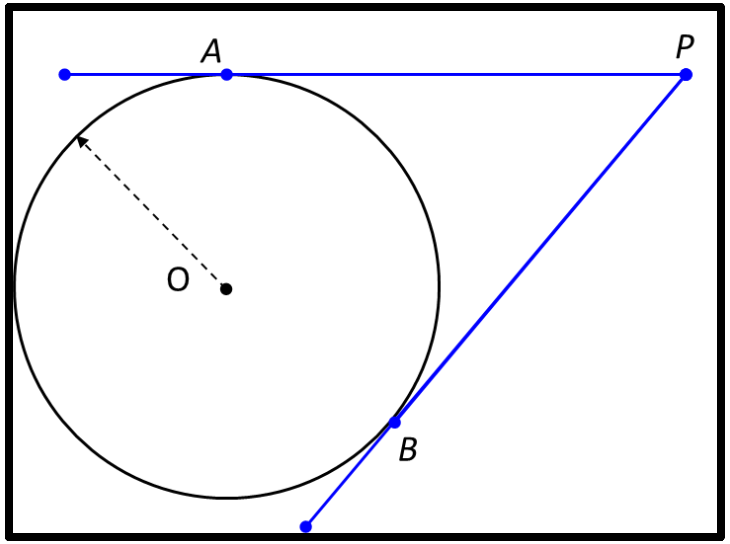
CURSO DE GEOMETRÍA

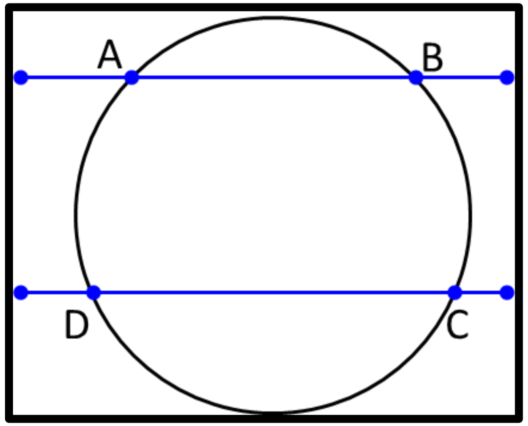
# CIRCUNFERENCIA II

- *TEOREMAS CON LINEAS TANGENTES.*
- *TEOREMAS CON LINEAS SECANTES.*
- *TEOREMAS RELACIONADAS CON EL RADIO Y CENTRO.*



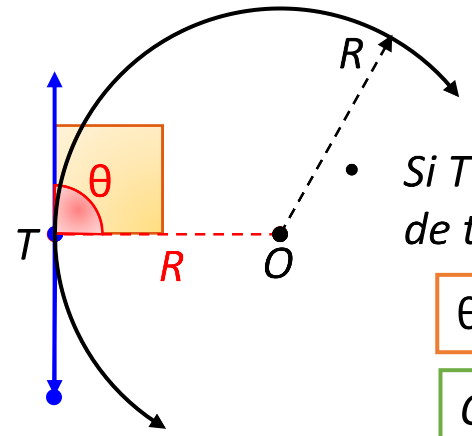



CURSO DE GEOMETRÍA

# CIRCUNFERENCIA II

## *TEOREMAS EN LA CIRCUNFERENCIA.*

1. *Teorema con una recta tangente:*

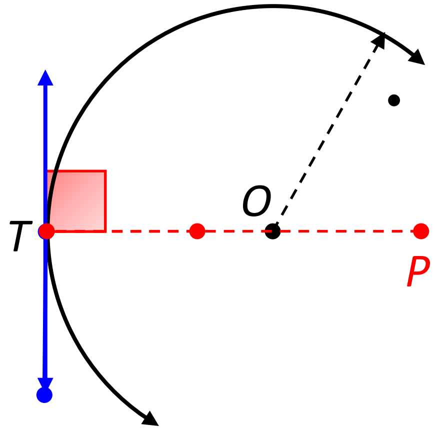



- *Si T es punto de tangencia*

$\boxed{\theta=90°}$

$\boxed{OT=R}$

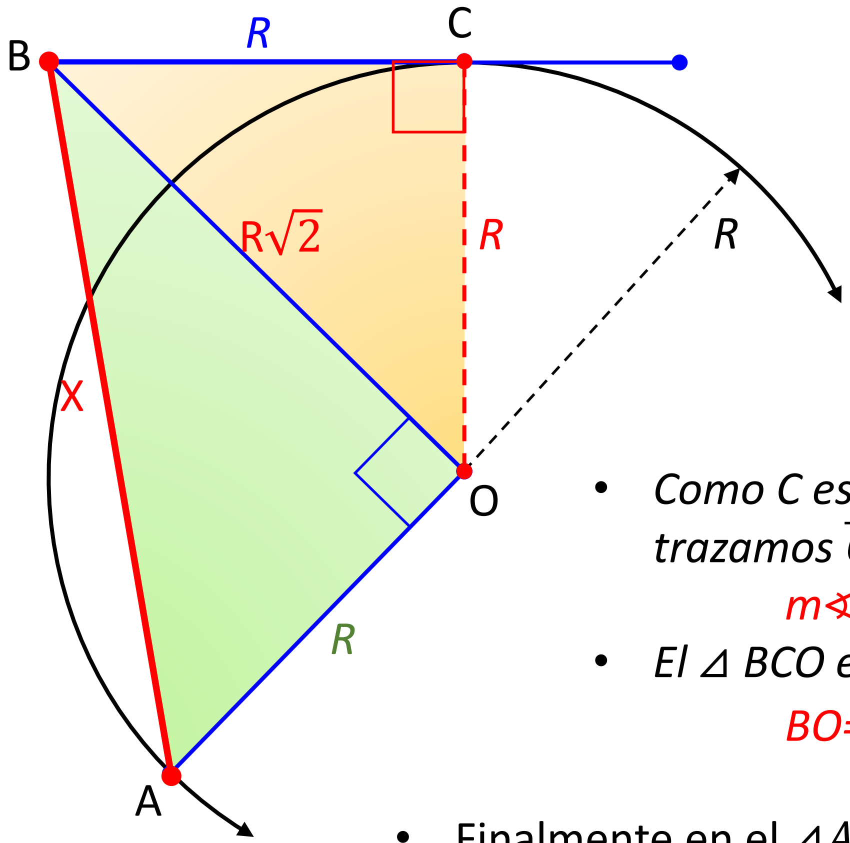
## *RECIPROCO*




- *Si desde T punto de tangencia se levanta una línea perpendicular a la recta tangente:*

$\boxed{O \in \overline{TP}}$

*Del gráfico C es un punto de tangencia, si BC=R. calcule AB.*




RESOLUCIÓN:

Nos piden AB=X

*Dato:*

*BC=R*

- *Como C es punto de tangencia, trazamos $\overline{OC}$, por teorema:*

  *m∢OCB=90°* *OC=R*

- *El ⊿ BCO es notable de 45°:*

  *BO=R$\sqrt{2}$*

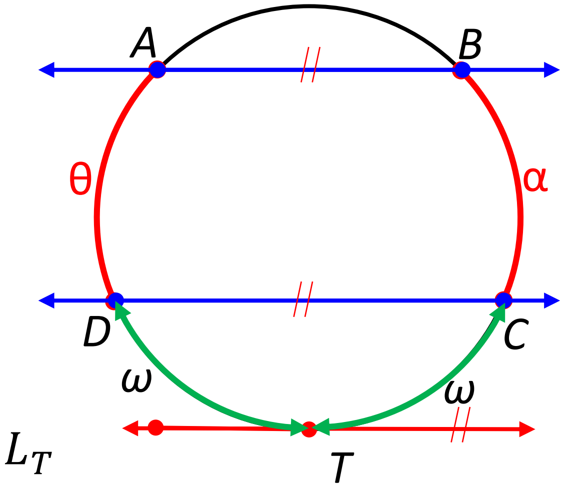
- Finalmente en el $⊿AOB$ por teorema de Pitágoras:

$$X^2 = R^2 + (R\sqrt{2})^2$$

∴X=R $\sqrt{3}$

# CIRCUNFERENCIA II

2. *Teorema con lineas secantes paralelas o una secante y una tangente*



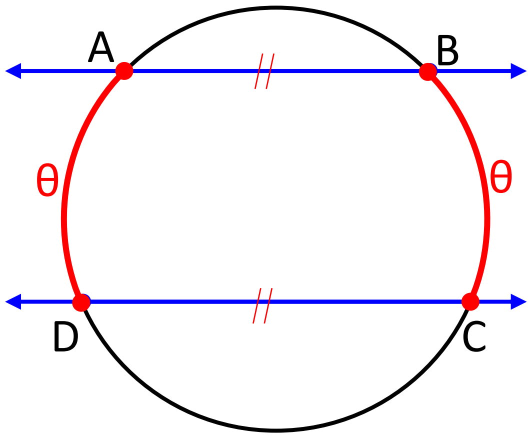

- *Si $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$*

$\boxed{\theta=\alpha}$

- *Si T es punto de tangencia y $\overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{L_T}$*

$\boxed{m\overset{\frown}{DT}=m\overset{\frown}{TC}=\omega}$

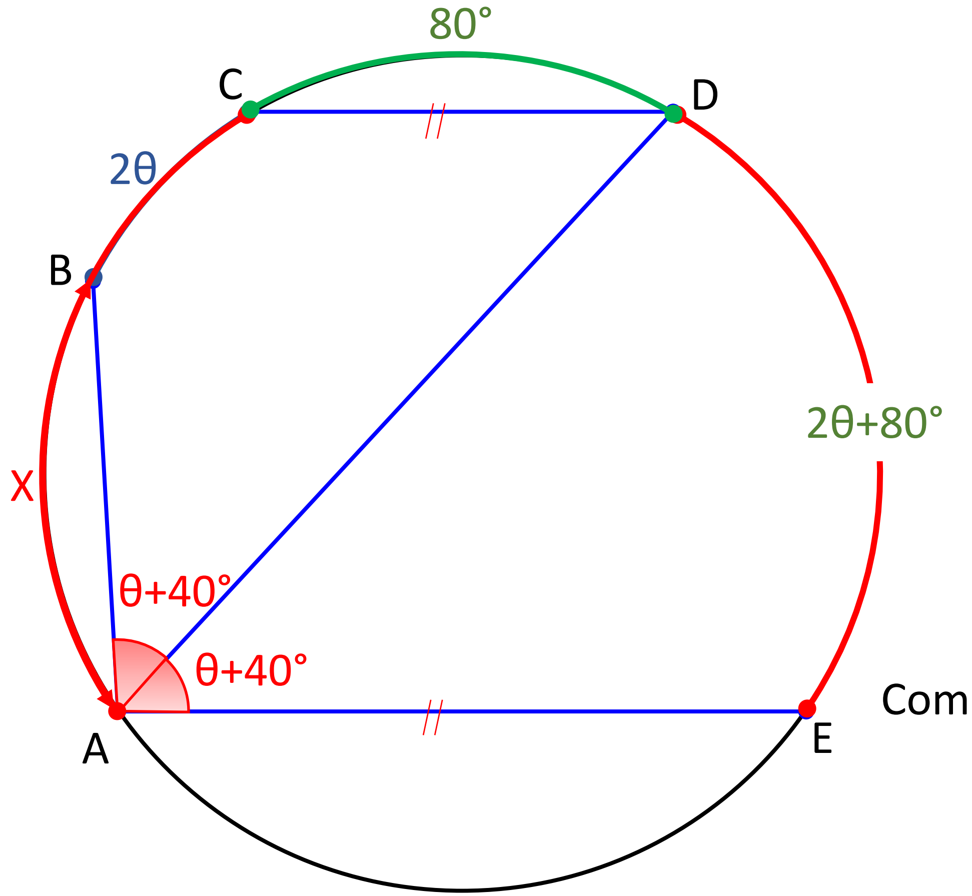
*RECIPROCO*




- *Si $m\overset{\frown}{AD}=m\overset{\frown}{BC}$*

$\boxed{\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}}$

Del gráfico $\overline{AD}$ es bisectriz del $\measuredangle BAE$, si $\overline{CD} \parallel \overline{AE}$ y m$\overset{\frown}{CD}$=80°, calcule m$\overset{\frown}{AB}$.




RESOLUCIÓN:

Nos piden m$\overset{\frown}{AB}$=X

Datos:

m$\overset{\frown}{CD}$=80°

$\overline{CD} \parallel \overline{AE}$

Si m$\overset{\frown}{BC}$=2θ

Como $\overline{AD}$ es bisectriz, por ∢ inscrito:

m$\overset{\frown}{BD}$=m$\overset{\frown}{DE}$=2θ+80°

Como $\overline{CD} \parallel \overline{AE}$, por teorema:

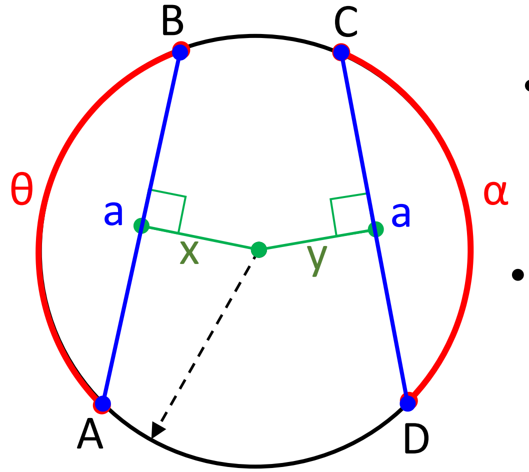
m$\overset{\frown}{AC}$=m$\overset{\frown}{DE}$=2θ+80°

2θ+X=2θ+80°

∴X=80°

# CIRCUNFERENCIA II

3. *Teorema con cuerdas:*



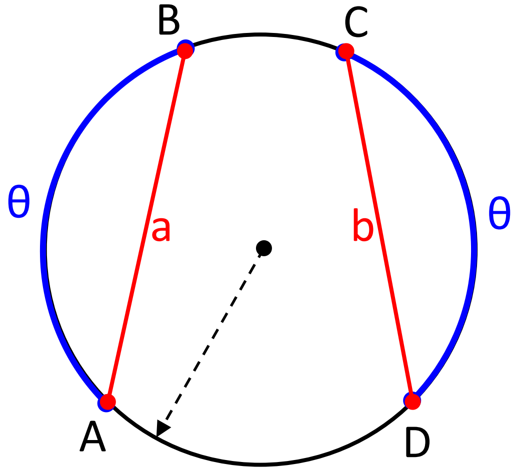

- *Si AB=CD*

$\boxed{\theta = \alpha}$

- *Además la distancia del centro a dichas cuerdas:*

$\boxed{X = Y}$

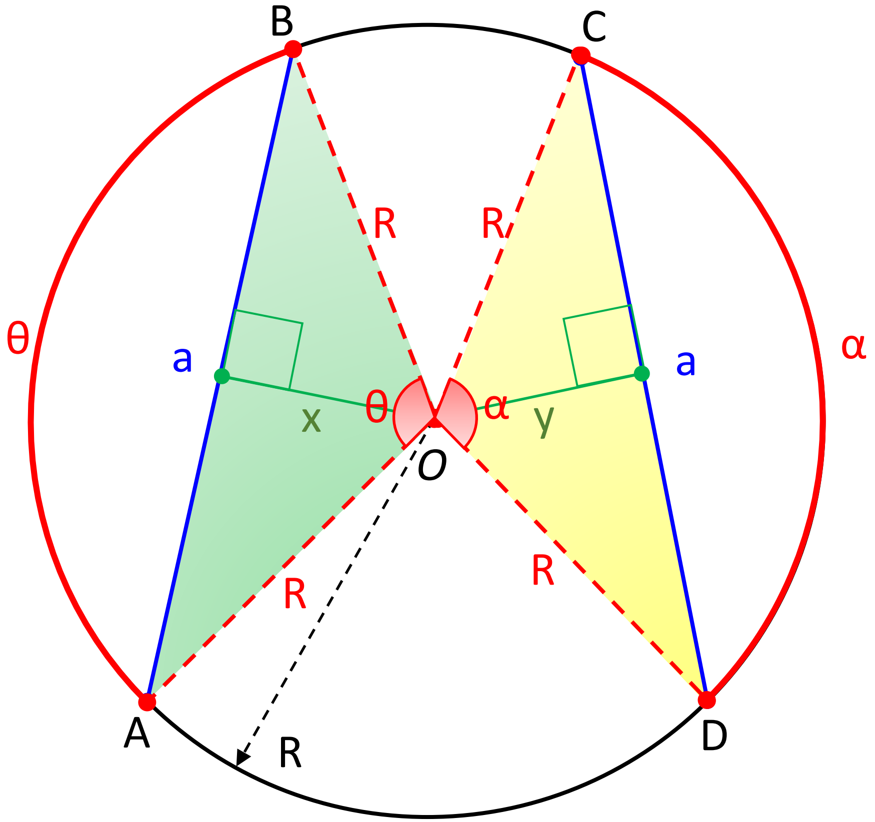
*RECIPROCO*




Si $m\widehat{AB}=m\widehat{CD}$

$\boxed{a = b}$

*DEMOSTRACIÓN:*




*DEMOSTRAR QUE:*

*Si AB=CD* $\boxed{\theta = \alpha}$

$\boxed{X = Y}$

*Dato:*

*AB=CD=a*

- *Como el radio en constante trazamos* $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ $y$ $\overline{OD}$ :

*OA=OB=OC=OD=R*

- *Por ∢ central:*

$m\ \sphericalangle AOB=\theta$

$m\ \sphericalangle COD=\alpha$

- *El ΔAOB ≅ ΔCOD (LLL):*

$m\ \sphericalangle AOB = m\ \sphericalangle COD$

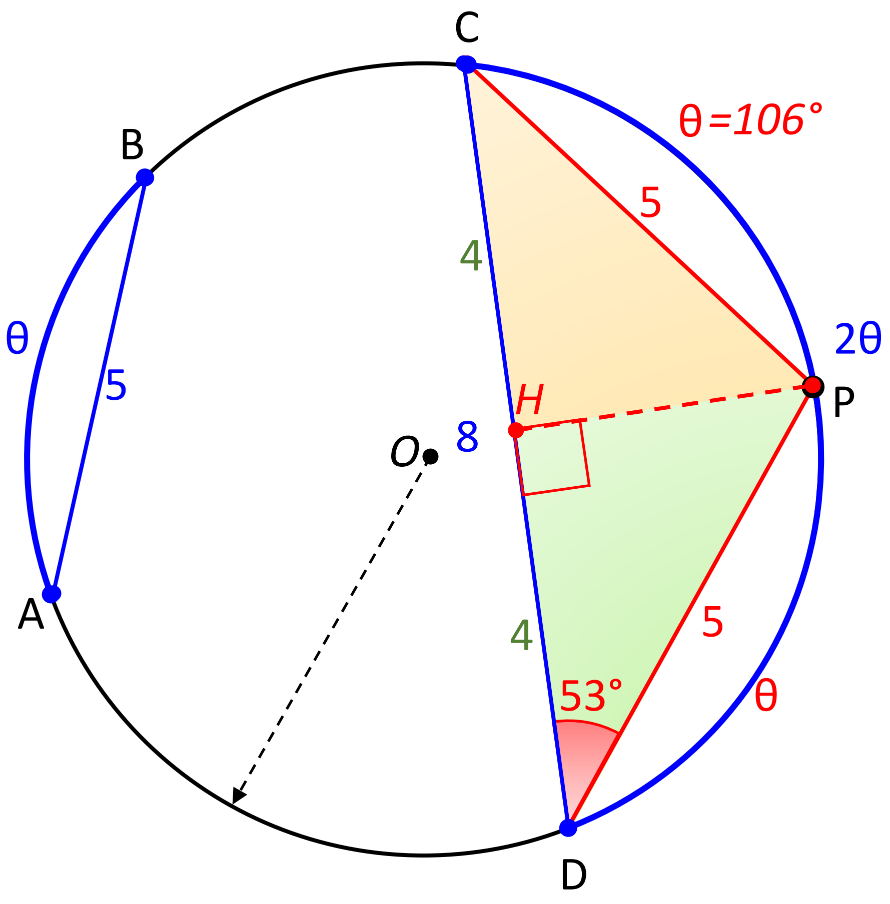
$\therefore \theta = \alpha$

- *Además las alturas de triángulos congruentes son de iguales longitudes:*

$\therefore X = Y$

# CIRCUNFERENCIA II

Del gráfico si AB=5 y CD=8. Calcule θ




RESOLUCIÓN:

Nos piden θ

Dato:

*AB=5*

*CD=8*

- Si ubicamos P en el arco CD tal que m$\widehat{CP}$= m$\widehat{PD}$=θ
- Por teorema:

  *CP=PD=5*

- El ΔCPD es isósceles, trazamos la altura $\overline{PH}$:

  CH=HD=4

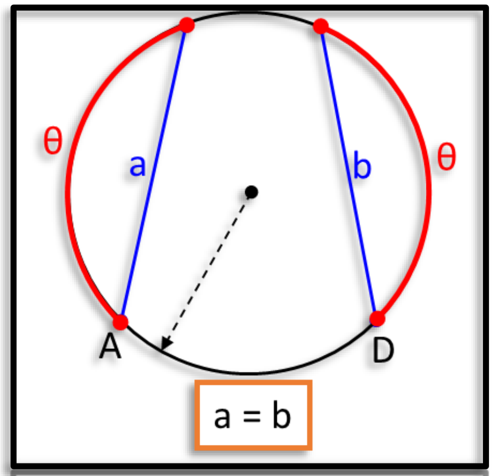
- El $\triangle PHD$ es notable de 37° y 53°:

  *m ∢PDH=53°*

- En la circunferencia por ∢ inscrito:

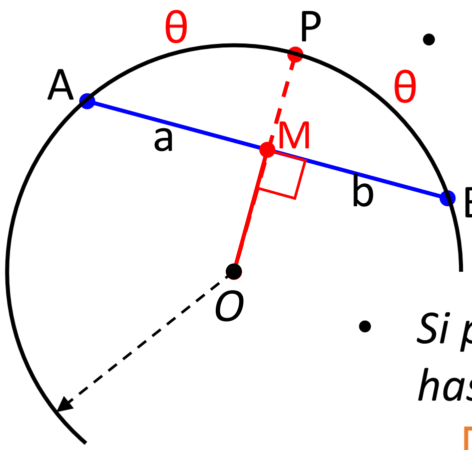
  *∴θ = 106°*

*OBSERVACIÓN:*



# CIRCUNFERENCIA II

4. *Teorema de la perpendicular trazada desde el centro a una cuerda:*



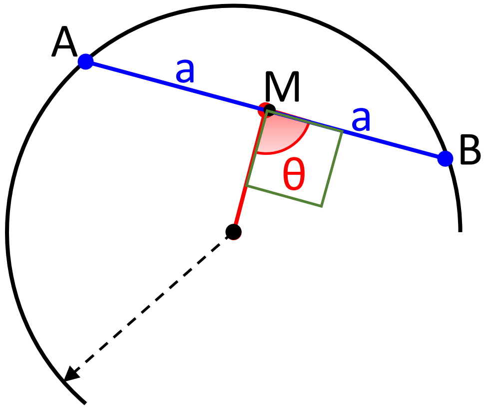

- *Si trazamos $\overline{OM}$ es perpendicular a $\overline{AB}$:*

a = b

- *Si prolongamos $\overline{OM}$ hasta P:*

m$\widehat{AP}$= m$\widehat{PB}$=θ

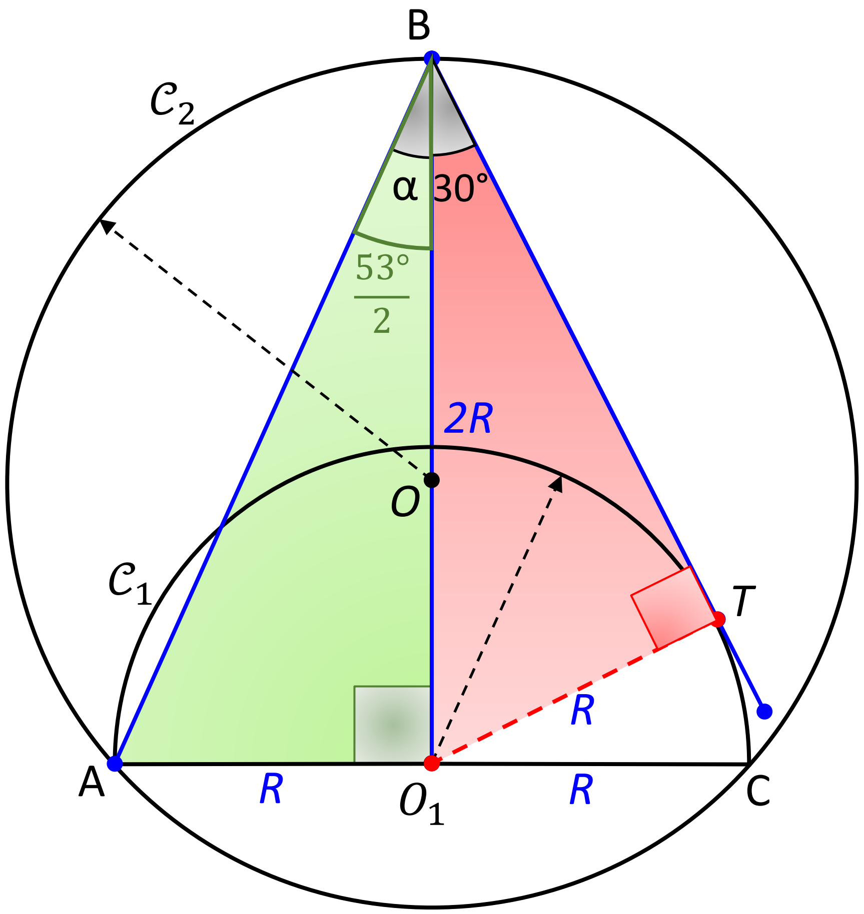
*RECIPROCO:*




- *Si M es punto medio de $\overline{AB}$:*

θ = 90°

Del gráfico T es punto de tangencia. Calcule α.




RESOLUCIÓN

Nos piden α

- *En la $\mathcal{C}_1$ como T es punto de tangencia, por teorema, trazamos de $O_1$ a T:*

  $m\measuredangle O_1TB=90°$

- *El $\triangle O_1TB$ es notable de 30° y 60°:*

  $O_1T=R$ y

  $TB=2R$

- *En la $\mathcal{C}_2$ por el reciproco, como $AO_1=O_1C=R$:*

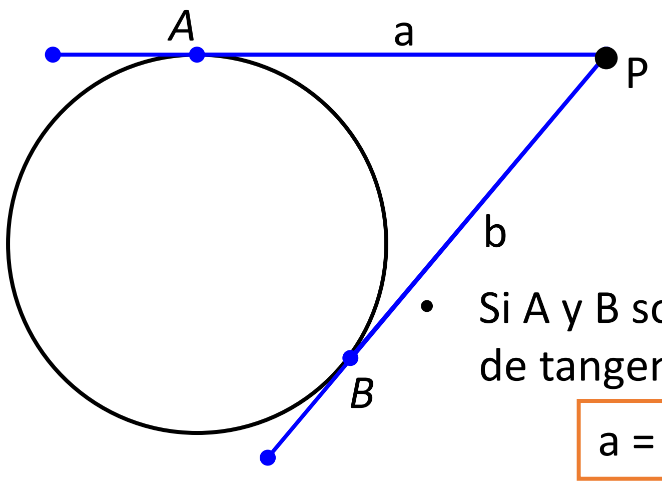
  $m\measuredangle OO_1A=90°$

- *El $\triangle AO_1B$ es notable de 53°/2:*

  $\therefore \alpha=\frac{53°}{2}$

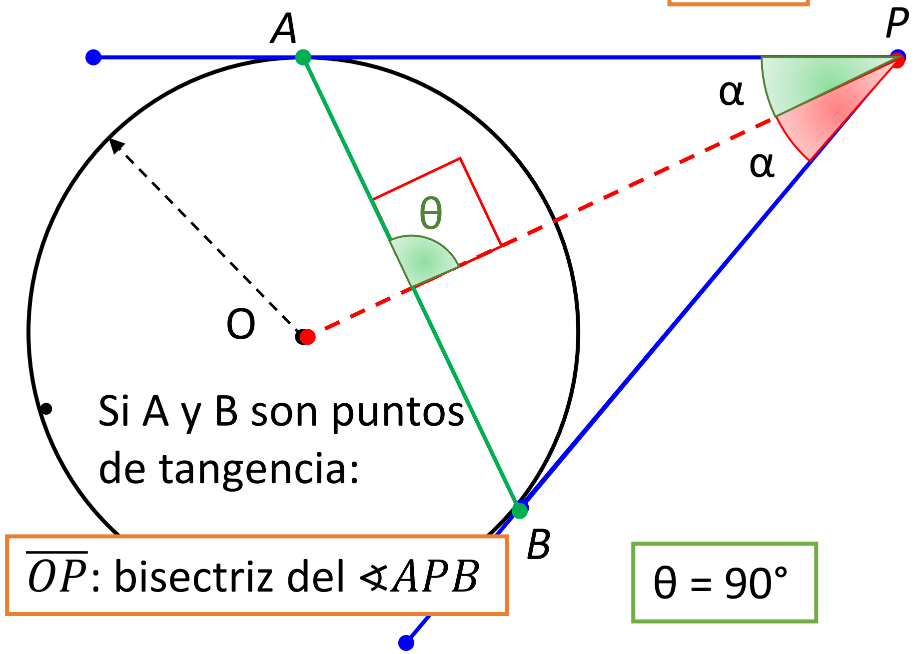
# CIRCUNFERENCIA II

5. *Teorema de líneas tangentes:*




- Si A y B son puntos de tangencia:

$\boxed{a = b}$

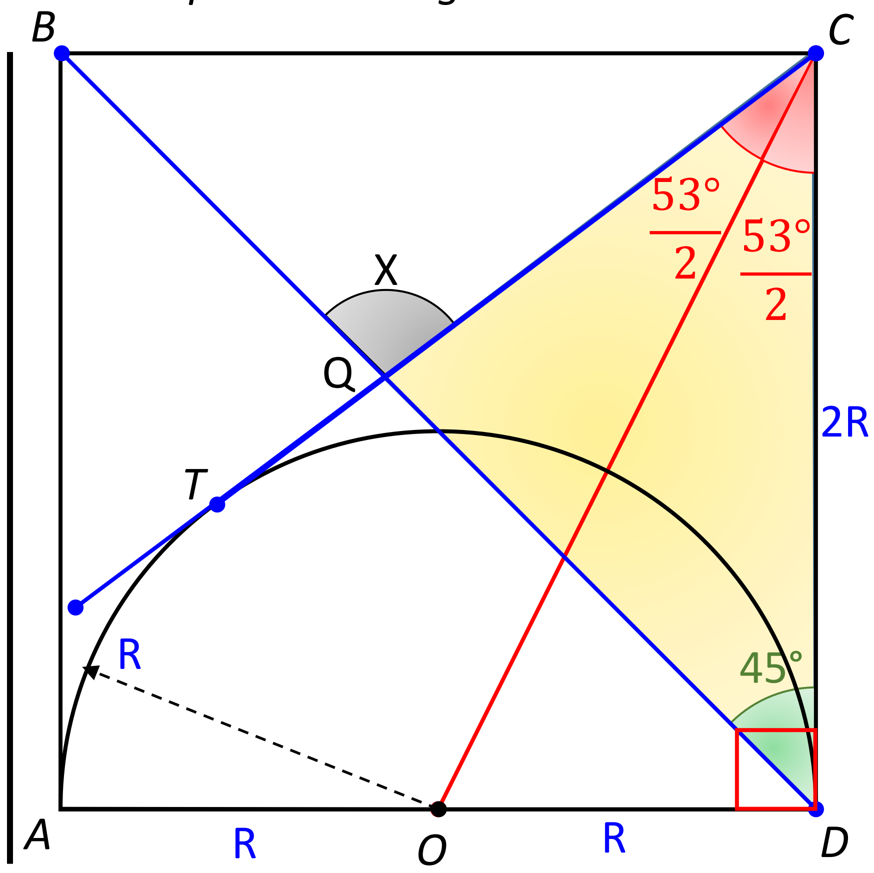



- Si A y B son puntos de tangencia:

$\boxed{\overline{OP}\text{: bisectriz del } \measuredangle APB}$

$\boxed{\theta = 90°}$

*Se tiene un cuadrado ABCD y una semi circunferencia de diámetro $\overline{AD}$, si T es punto de tangencia. Calcule X.*




RESOLUCIÓN:

Nos piden X

- *$\overline{BD}$: diagonal del cuadrado ABCD.*

  $m\measuredangle BDC=45°$

- *Si el radio es R:*

  *OA=OD=R*

- *Entonces en el cuadrado:*

  *CD=2R*

- *Si trazamos $\overline{OC}$ se determina el $\Delta ODC$ notable de 53°/2:*

  $m\measuredangle OCD=\frac{53°}{2}$

- *Por teorema, $\overline{OC}$: bisectriz del $\measuredangle TCD$*

  $m\measuredangle OCT=\frac{53°}{2}$

- *Finalmente en el ΔQCD por ∡ externo:*

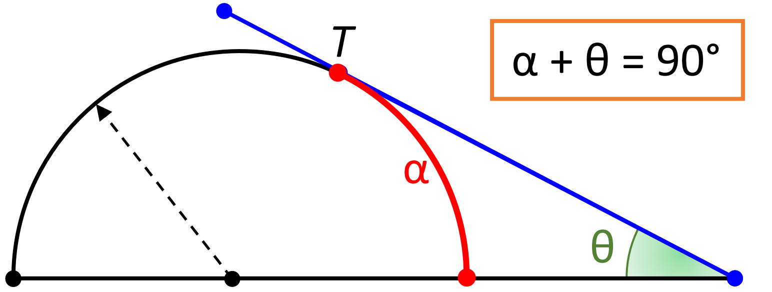
  *X = 53° + 45°*

  *∴X = 98°*

# CIRCUNFERENCIA II

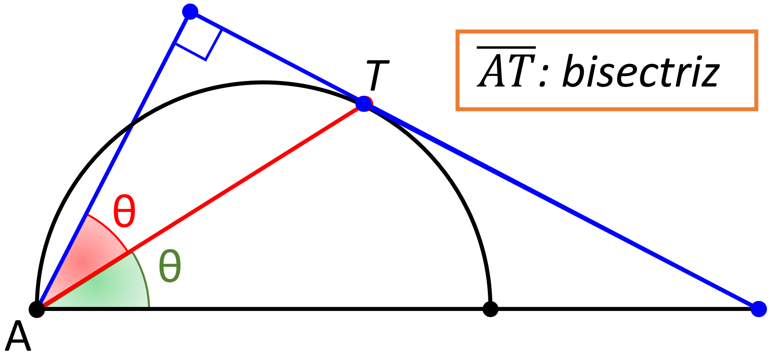
## *TEOREMAS ADICIONALES:*

- *Si T es punto de tangencia:*



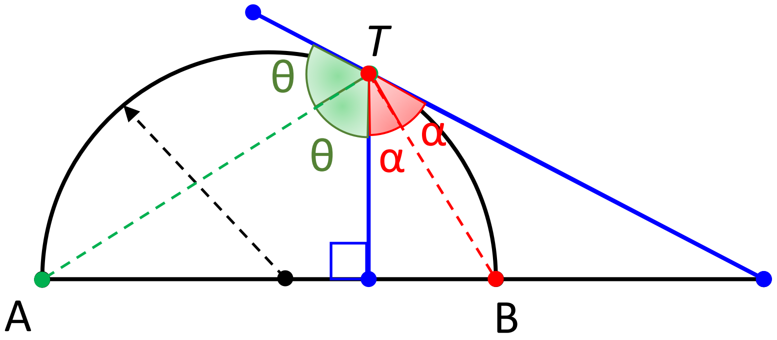

$\alpha + \theta = 90°$

- *Si T es punto de tangencia:*




$\overline{AT}$: *bisectriz*

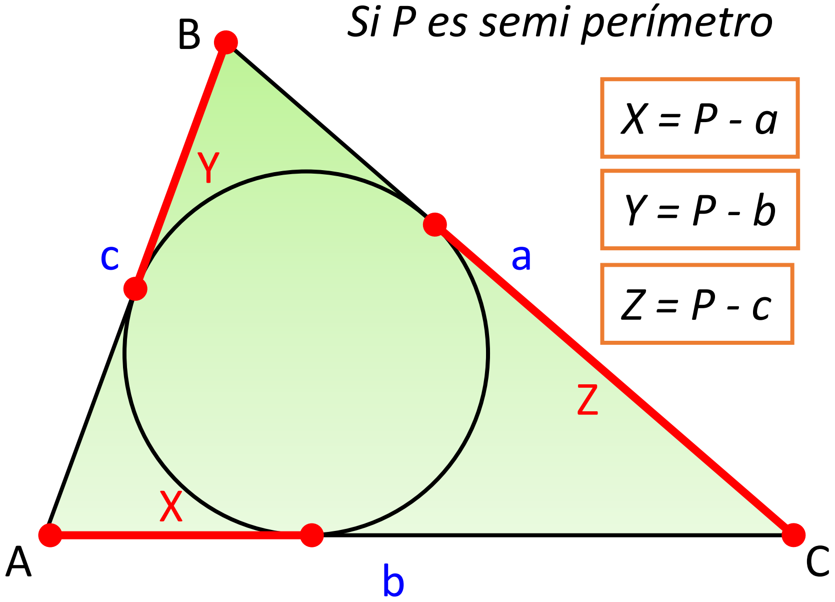
- *Si T es punto de tangencia:*




$\overline{AT}$ *y* $\overline{TB}$ *: bisectrices*

- *Se tiene una circunferencia inscrita al triángulos ABC*

*Si P es semi perímetro*

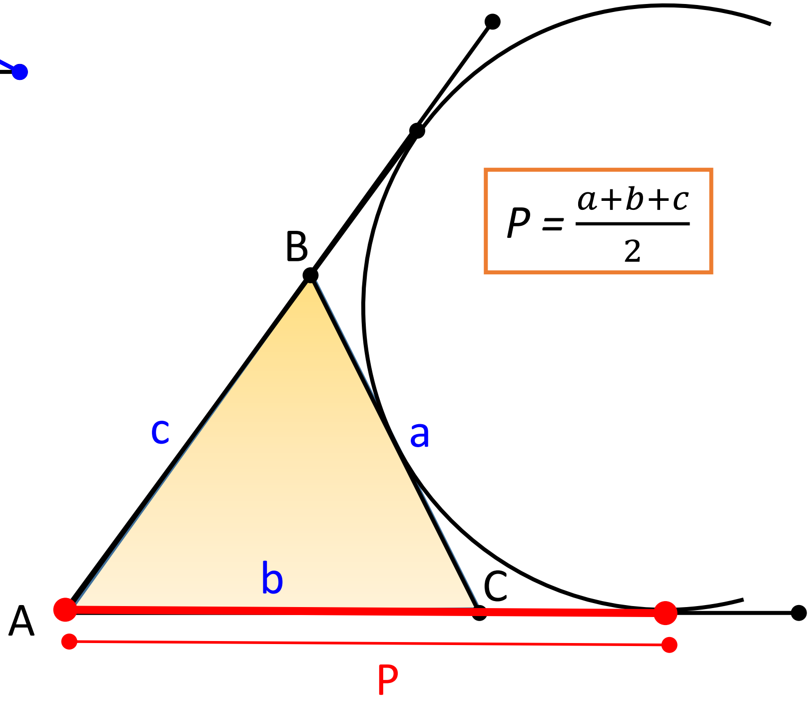



*X = P - a*

*Y = P - b*

*Z = P - c*

- *Se tiene una circunferencia exinscrita al triángulos ABC*




$P = \frac{a+b+c}{2}$