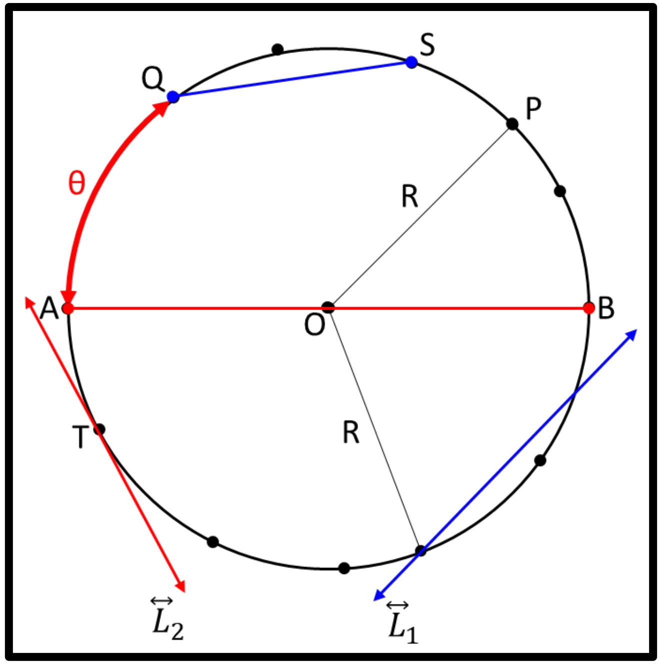
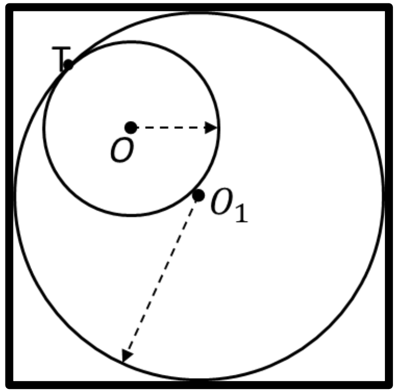
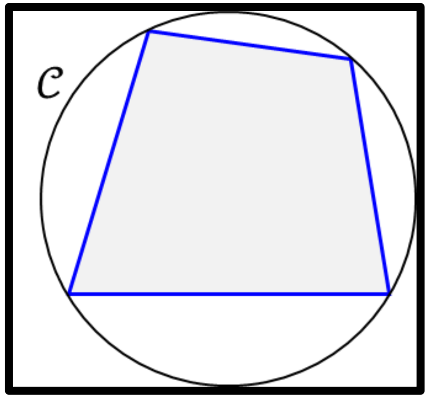
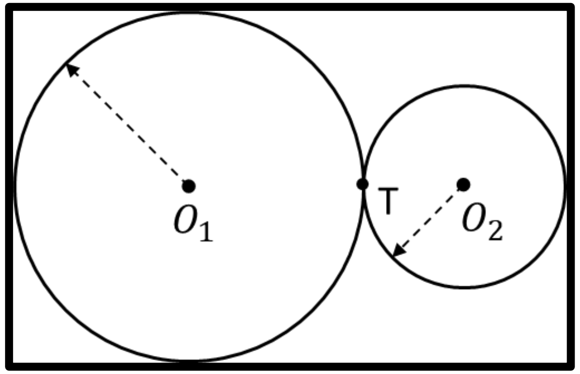
REFORZAMIENTO III

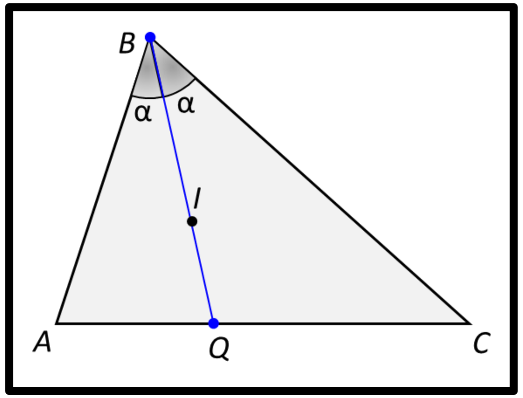
- *TEOREMAS EN LA CIRCUNFERENCIA.*
- *POSICIONES RELATIVAS DE DOS CIRCUNFERENCIAS.*
- *CUADRILATRO INSCRITO E INSCRIPTIBLE.*
- *PUNTOS NOTABLES I.*

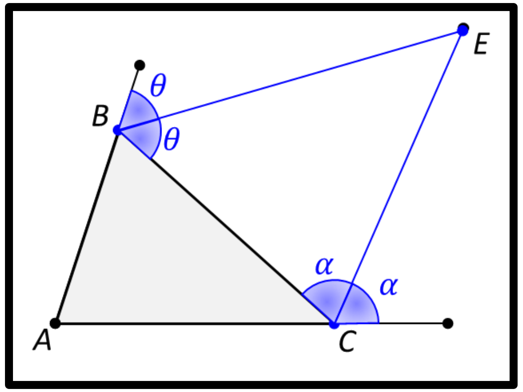










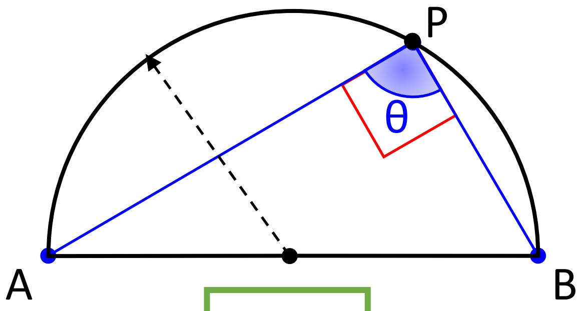


CURSO DE GEOMETRÍA

CIRCUNFERENCIA I

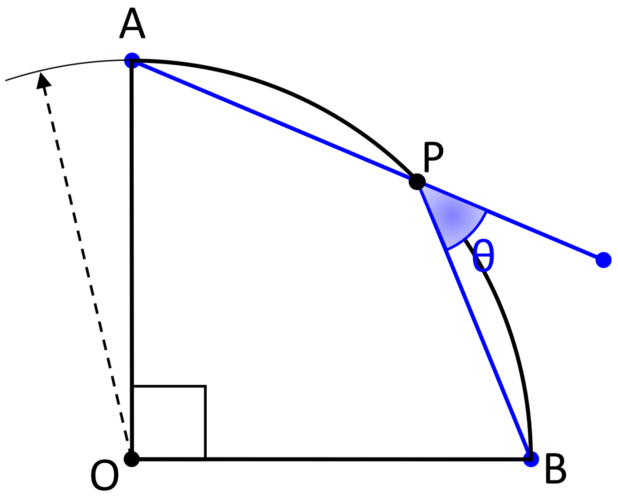
TEOREMAS:

- *SEMI CIRCUNFERENCIA*



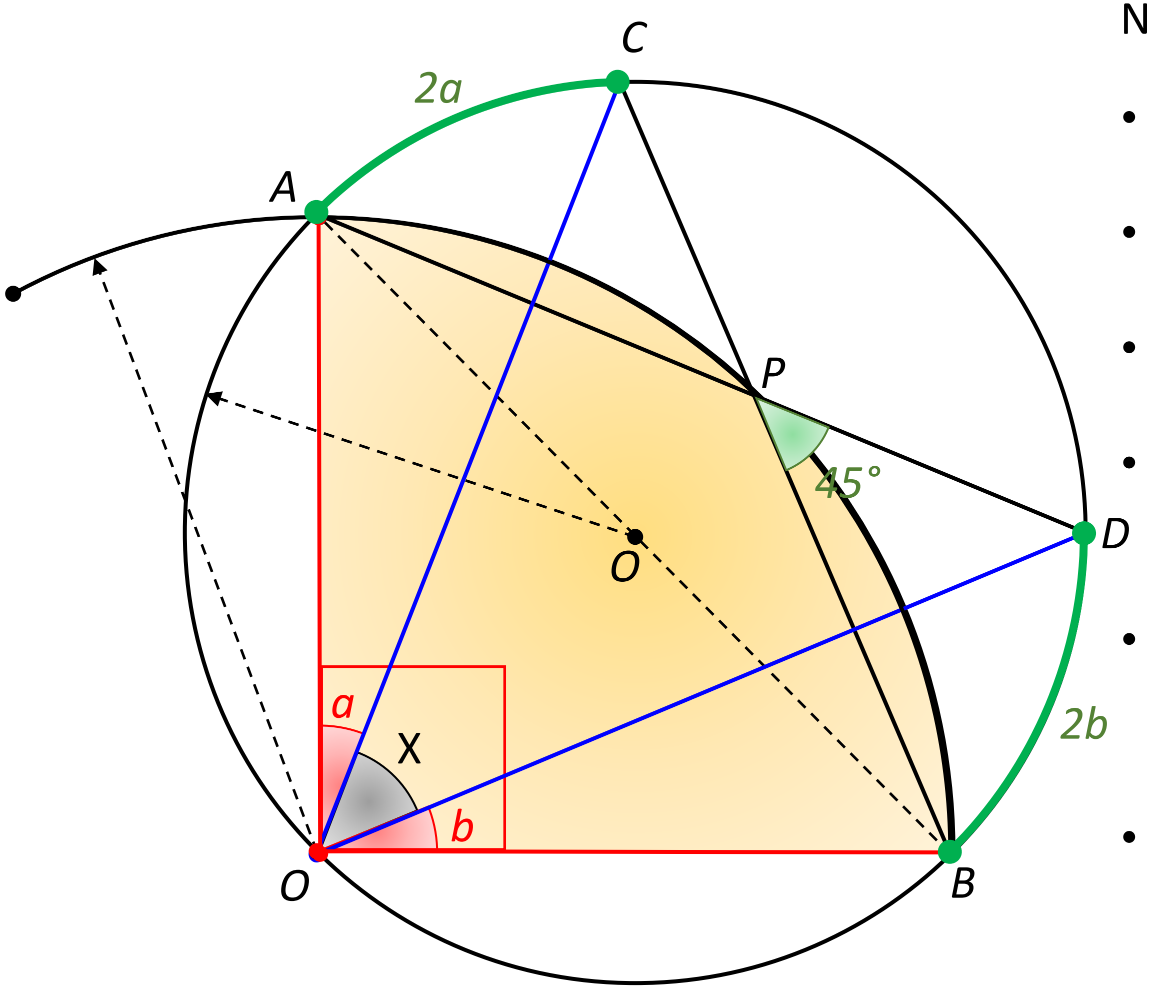
$\boxed{\theta=90°}$

- *CUADRANTE:*



$\boxed{\theta=45°}$

Del gráfico. Calcule la m∢COD.



RESOLUCIÓN:

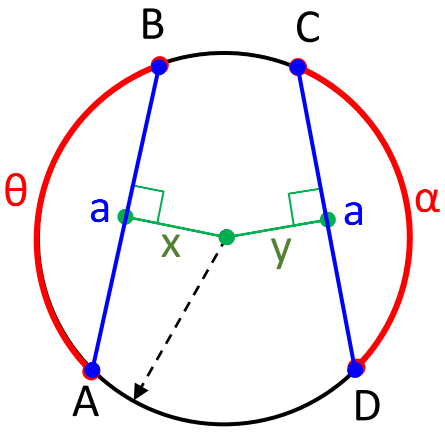
Nos piden *m∢COD* = *X*

- *Se observa que $\overline{AB}$ es diámetro:*
  m∢AOB=90°
- *Si m∢AOC=a y m∢BOD=b:*
  X=90° - (a + b)
- *Además AOB es un cuadrante:*
  m∢BPD=45°
- *Por ∢ inscrito:*
  $m\widehat{AC}=2a$
  $m\widehat{BD}=2b$
- *Por ∢ interior:*
  $45°=\frac{2a+2b}{2}$
  a + b = 45°
- *Reemplazando en X:*
  X=90° – (a + b)=90°- 45°
  ∴X = 45°

CURSO DE GEOMETRÍA

CIRCUNFERENCIA II

TEOREMAS:

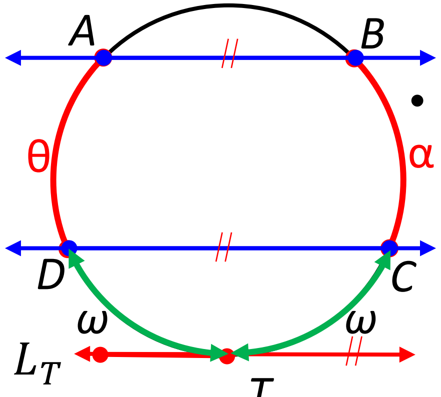


- *Si AB=CD:*

$\boxed{\theta = \alpha}$

- *Además:*

$\boxed{X = Y}$



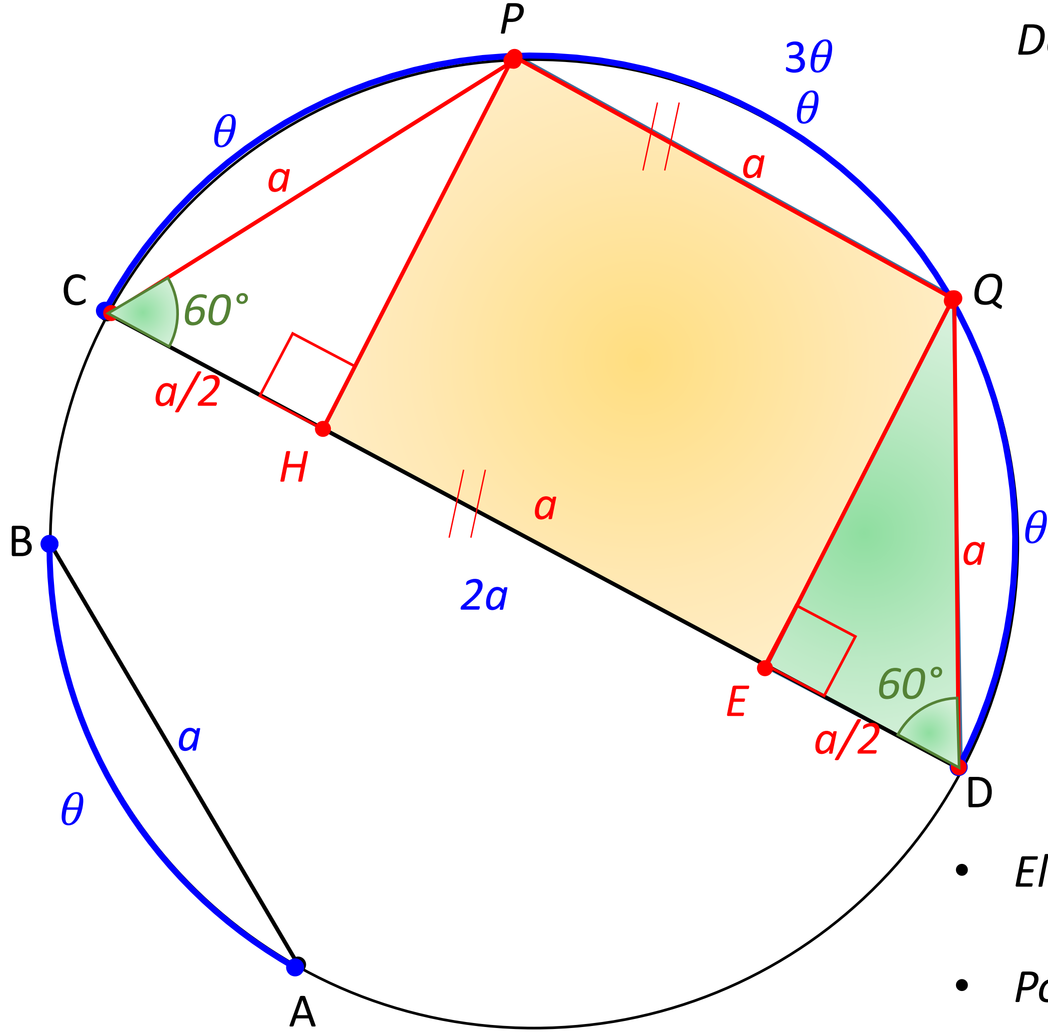
- *Si* $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$

$\boxed{\theta=\alpha}$

- *Si T es punto de tangencia y* $\overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{L_T}$*:*

$\boxed{m\widehat{DT}=m\widehat{TC}=\omega}$

Del gráfico, si CD=2AB, calcule θ.



RESOLUCIÓN:

Nos piden θ

Datos: *CD=2AB*
AB=a
CD=2a

- *Ubicamos P y Q en el arco CD, tal que*

$m\widehat{CP}=m\widehat{PQ}=m\widehat{QD}=\theta$

- *Por teoremas:*

$CP=PQ=QC=a$ y $\overline{PQ}//\overline{CD}$

Entonces CPQD es un trapecio isósceles.

- *Trazamos* $\overline{PH}$ *y* $\overline{QE}$ *perpendicular* $\overline{CD}$*:*

HE=a
CH=ED=a/2

- *El ⊿QED es notable de 30° y 60°:*

$m\measuredangle EDQ=60°$

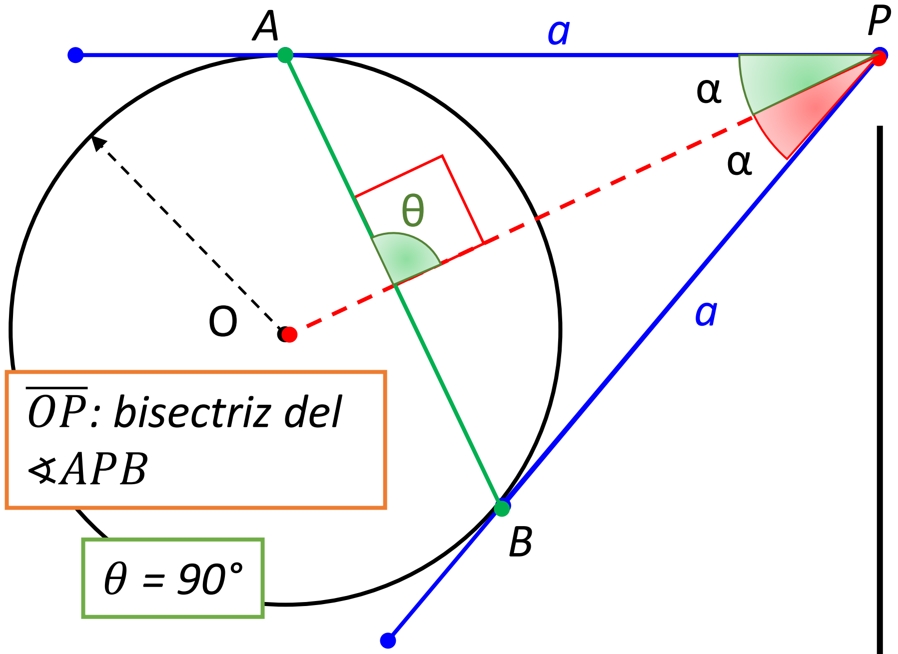
- *Por ∢inscrito:* $2\theta=120°$

$\therefore\ \theta=60°$

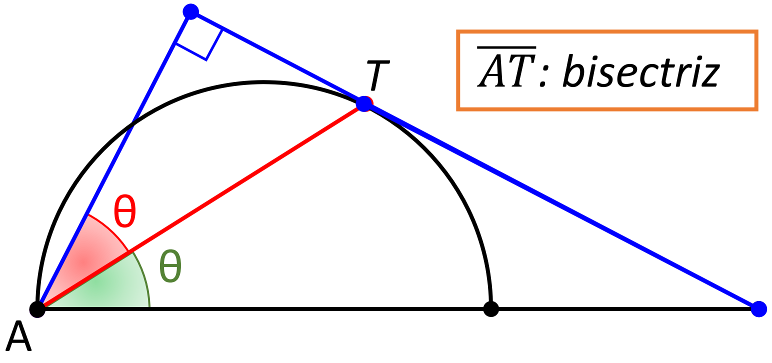
CURSO DE GEOMETRÍA

CIRCUNFERENCIA II

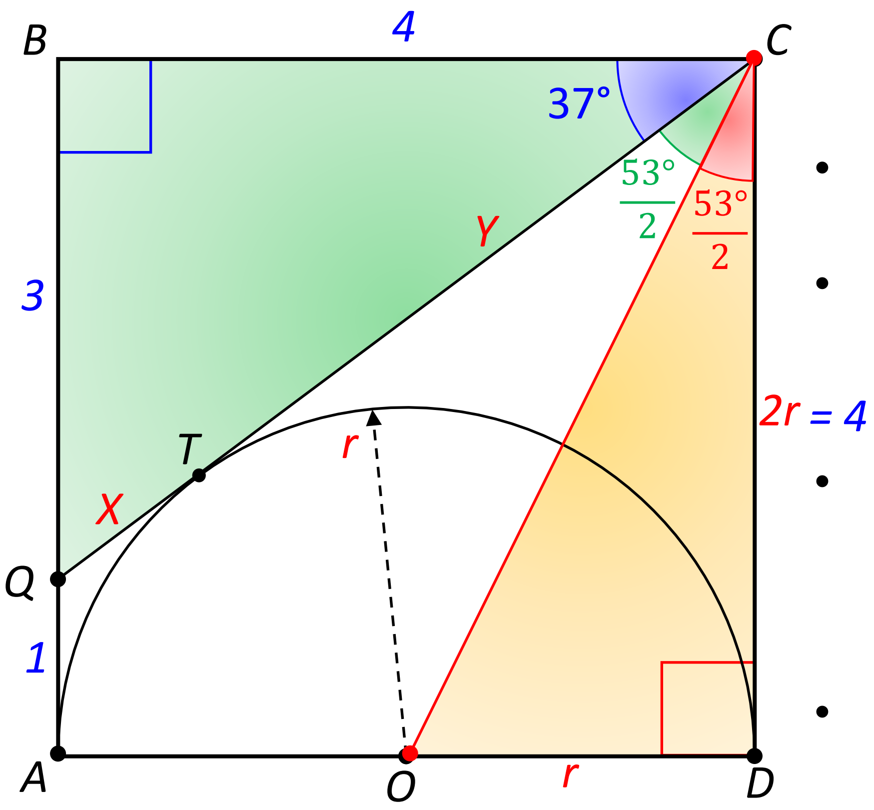
- *Si A y B son puntos de tangencia:*



- *Si T es punto de tangencia:*



Del gráfico ABCD es un cuadrado, si T es un punto de tangencia calcule $\frac{QT}{TC}$



RESOLUCIÓN:

Nos piden $\frac{QT}{TC} = \frac{X}{Y}$

- Si el radio es r:

  OD=r CD=2r

- El ⊿ODC es notable de 53°/2:

  $m\measuredangle OCD = \frac{53°}{2}$

  $m\measuredangle TCD = 53°$

- El ⊿CBQ es notable de 37° y 53°:

  Si QB=3

  entonces BC=CD=4

  AQ=1

- Como T es punto de tangencia:

  X=1

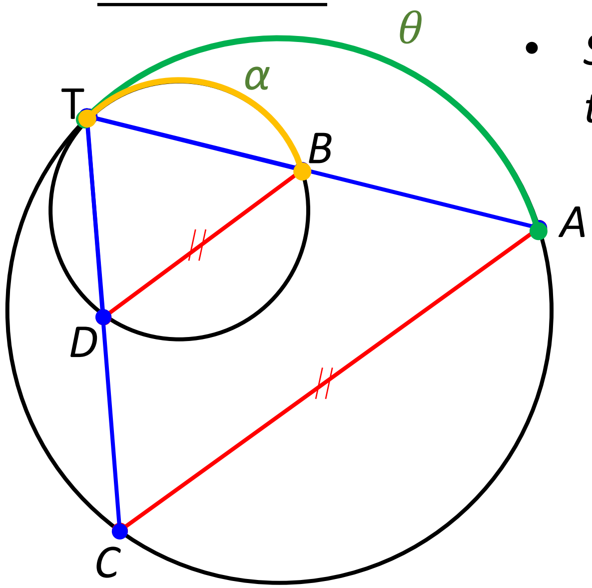
  Y=4

  $\therefore \frac{X}{Y} = \frac{1}{4}$

CURSO DE GEOMETRÍA

CIRCUNFERENCIA III

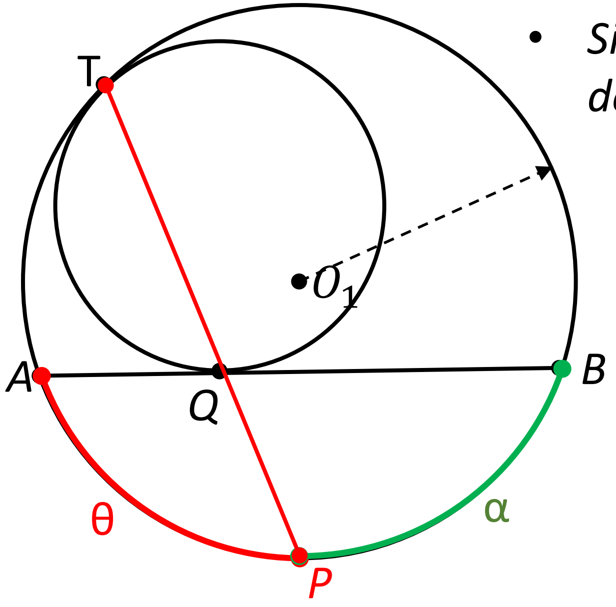
TEOREMAS:



- *Si T es un punto de tangencia:*

$\boxed{\theta = \alpha}$

$\boxed{\overline{BD} \parallel \overline{AC}}$



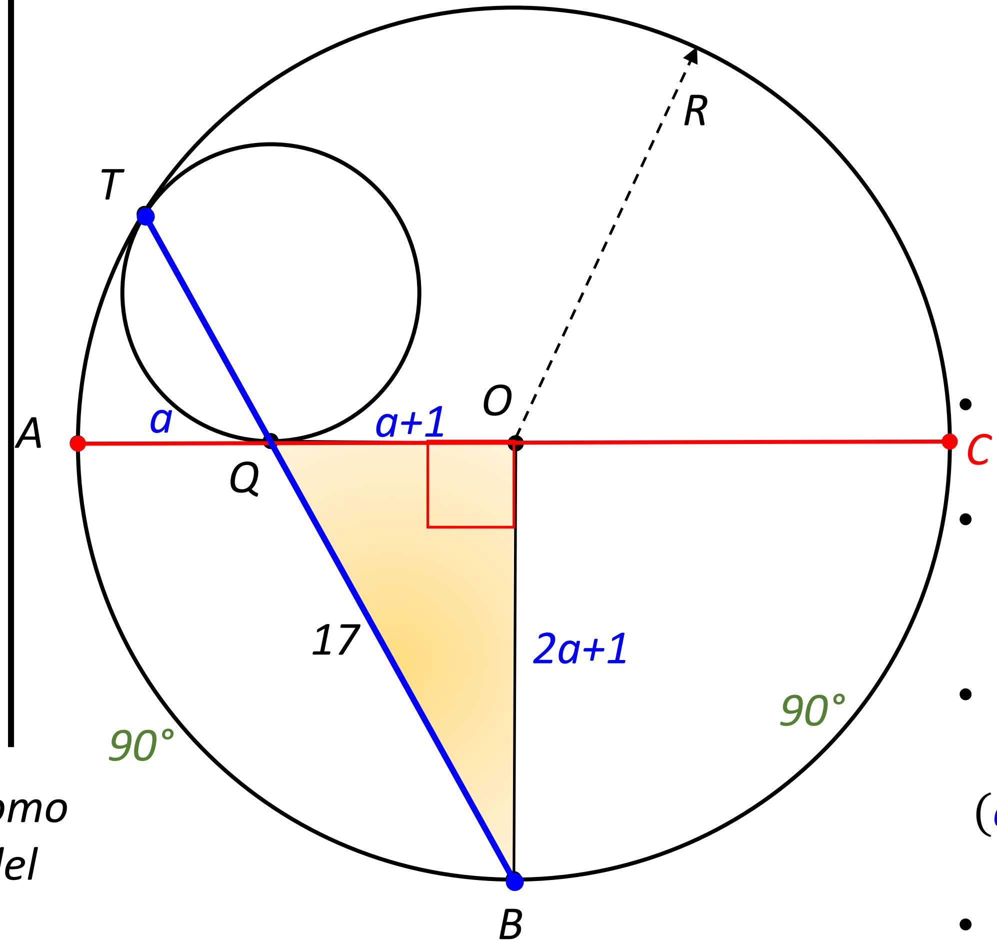
- *Si T y Q son puntos de tangencia:*

$\boxed{\theta = \alpha}$

En consecuencia como P es punto medio del arco AB:

T, Q y P son colineales

Del gráfico, SI QO=AQ+1 y QB=17. Calcule R.



RESOLUCIÓN:

Nos piden R

Dato: QO=AQ+1

AQ=a

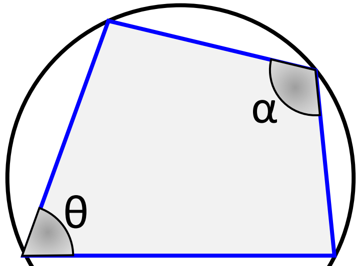
QO=a+1

Entonces: R = 2a + 1

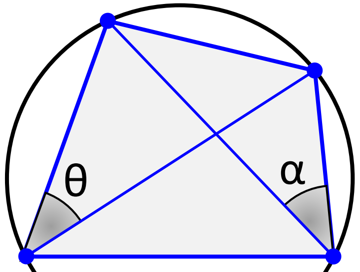
- *Prolongamos $\overline{AO}$ hasta C:*
  $\overline{AC}$*: Diámetro*
- *Por teorema como P y Q son tangentes:*
  $m\widehat{AB}=m\widehat{BC}=90°$
- *El ⊿QOB rectángulo, por teorema de Pitágoras:*
  $$(a+1)^2+(2a+1)^2=17^2$$
  a = 7
- *Reemplazando en R:*
  R = 2(7) + 1
  ∴R=15

INSCRITO E INSCRIPTIBLE

CUADRILÁTERO INSCRITO.

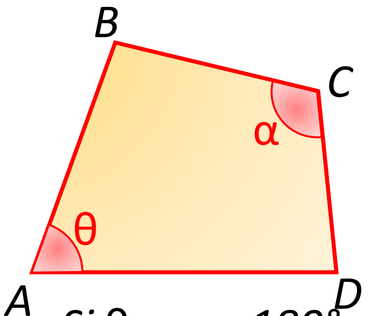


$\theta + \alpha = 180°$



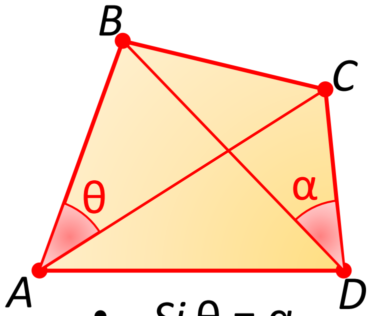
$\theta = \alpha$

CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE.



- Si $\theta + \alpha = 180°$

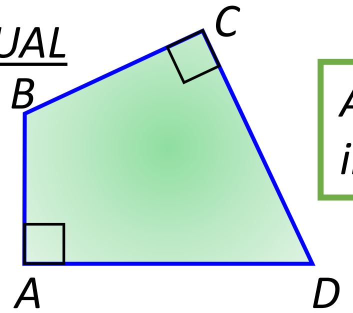
ABCD es inscriptible



- Si $\theta = \alpha$

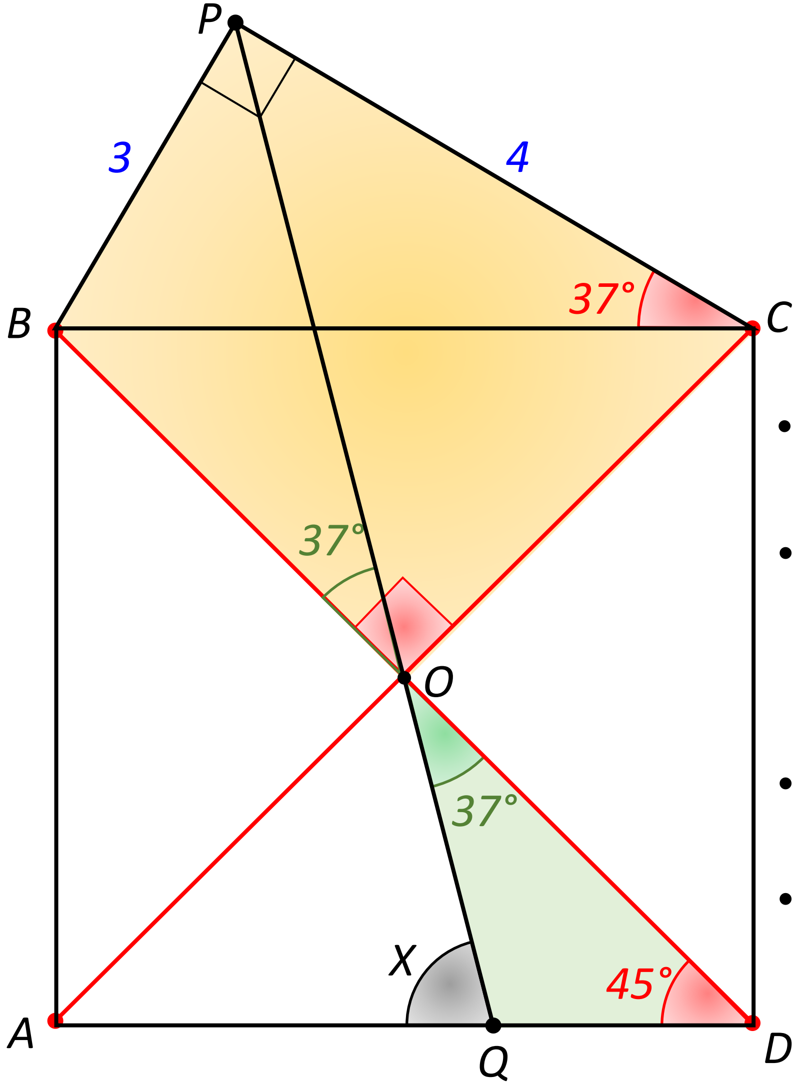
ABCD es inscriptible

CASO USUAL



ABCD es inscriptible

Del gráfico ABCD es un cuadrado de centro O, si 4BP = 3PC. Calcule X



RESOLUCIÓN:

Nos piden X

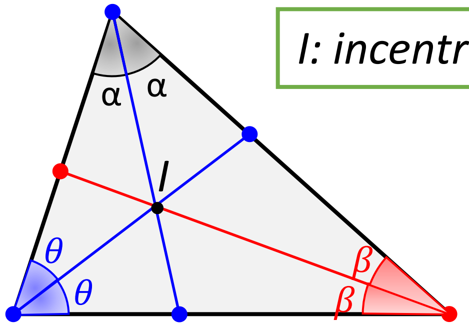
Dato: *4BP = 3PC*
Si BP=3, entonces PC=4

- *El ⊿BPC es notable de 37° y 53°:*
  m∢BCP=37°
- *Del cuadrado ABCD trazamos las diagonales:*
  m∢ADB=45°
  m∢BOC=90°
- *El OBPC es inscriptible:*
  m∢BOP=37°
- *En el ΔQOD por ∢ exterior:*
  X= 45° + 37°
  ∴X = 82°

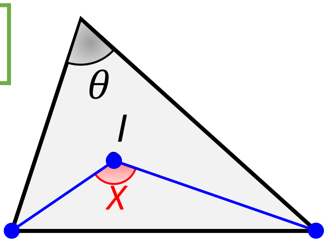
CURSO DE GEOMETRÍA

PUNTOS NOTABLES I

INCENTRO:



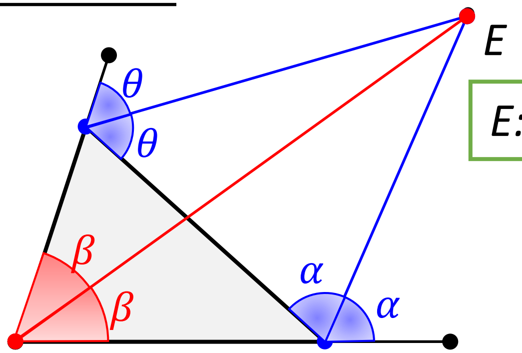
I: incentro



- Si I es incentro:

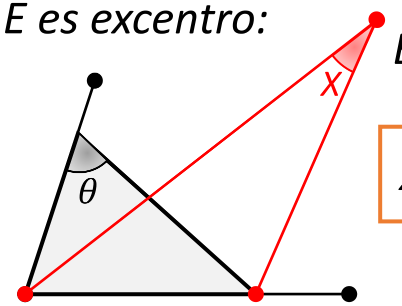
$$\boxed{X = 90° + \frac{\theta}{2}}$$

EXCENTRO:



E: Excentro

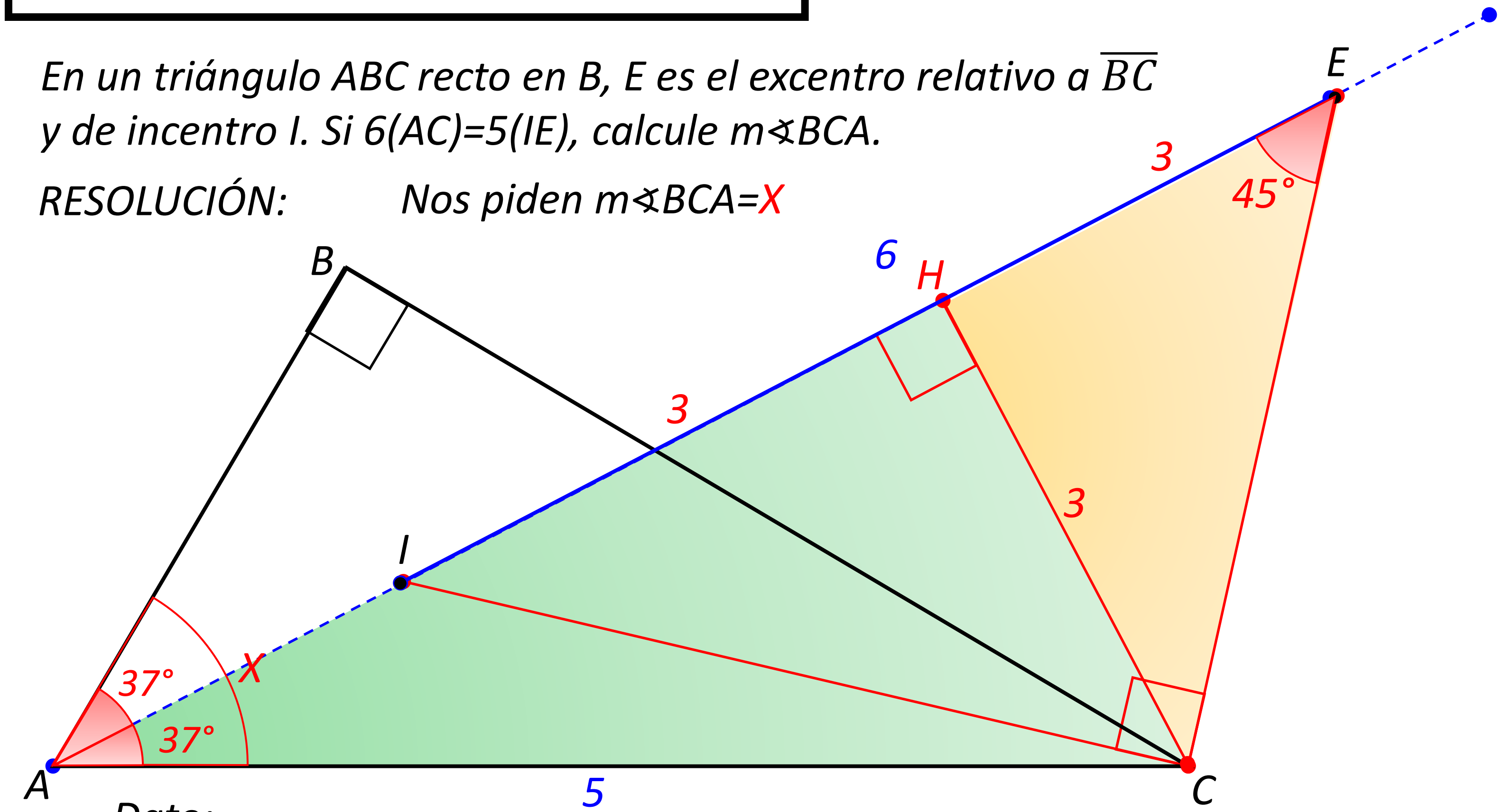
- Si E es excentro:



$$\boxed{X = \frac{\theta}{2}}$$

En un triángulo ABC recto en B, E es el excentro relativo a $\overline{BC}$ y de incentro I. Si 6(AC)=5(IE), calcule m∢BCA.

RESOLUCIÓN: Nos piden m∢BCA=X



Dato:
6(AC)=5(IE) ⇨ AC=5
IE=6

- Como I y E son incentro y excentro:
  A, I y E son colineales.
- Además trazamos $\overline{CI}$ y $\overline{CE}$:
  m∢ICE=90°
  m∢AEC=45° (por excentro)

- El ⊿ICE notable de 45°:
  CH=3
- Entonces el ⊿AHC es notables de 37° y 53°:
  m∢HAC=37°
  X = 37° + 37°
  ∴ X = 74°