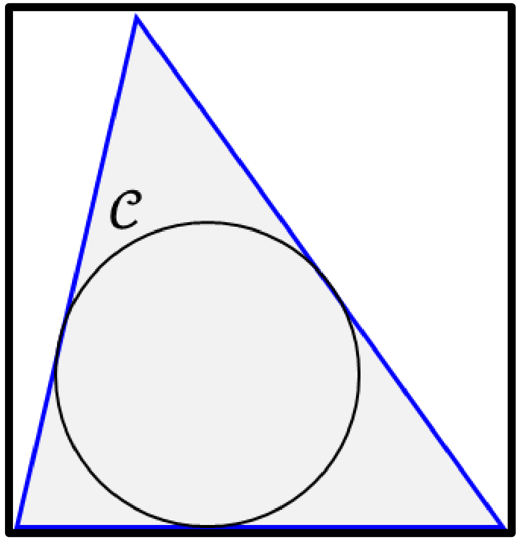
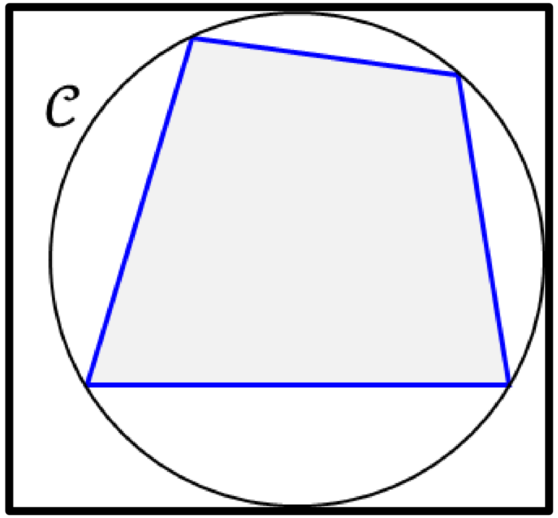
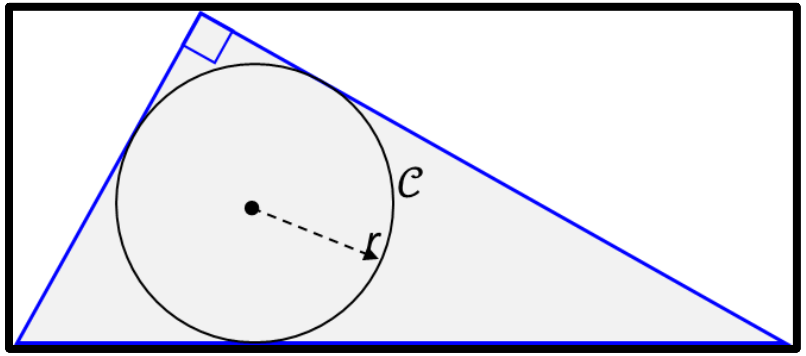
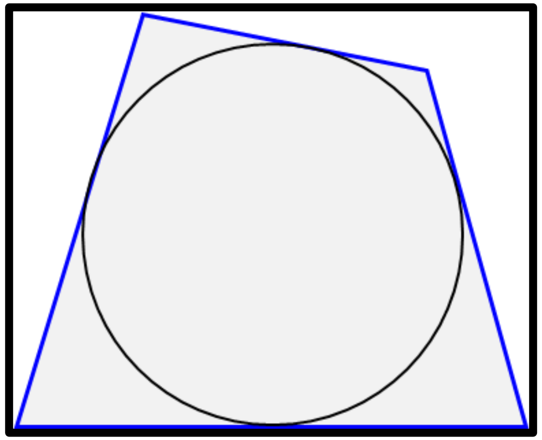
FIGURAS INSCRITAS E INSCRIPTIBLES

- *CUADRILÁTERO INSCRITO.*
- *CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE.*
- *TEOREMA DE PONCELET.*
- *TEOREMA DE PITHOT.*









FIGURAS INSCRITAS Y CIRCUNSCRITAS.

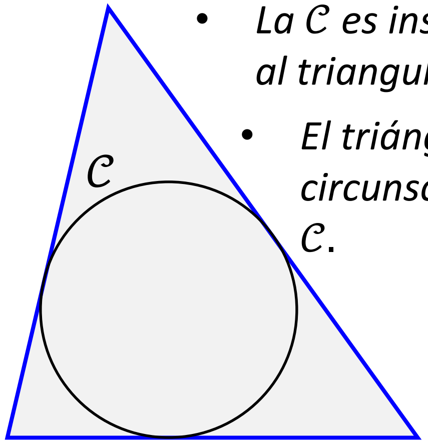
A partir de este capitulo los términos inscrito, circunscrito e inscriptible serán utilizados constantemente.
Normalmente se utilizara estos términos relacionándolos a la circunferencia.

INSCRITO:

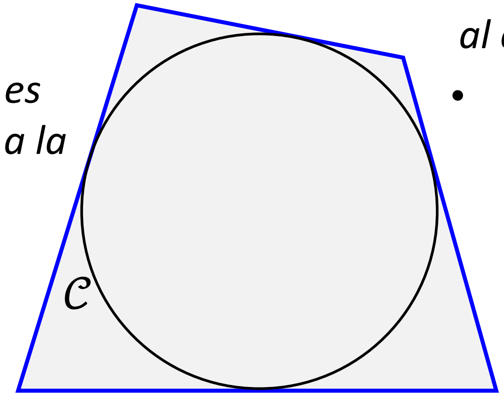
- *Una circunferencia es inscrita a un polígono, si es tangente a los lados de dicho polígono.*
- *Un polígono es inscrito a una circunferencia, si los vértices pertenecen a la circunferencia.*

CIRCUNSCRITO:

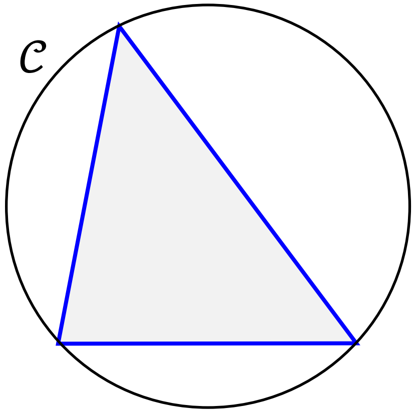
- *Una circunferencia es circunscrita a un polígono, si la circunferencia contiene a los vértices del polígono.*
- *Un polígono es circunscrito a una circunferencia, si los lados del polígono son tangentes a la circunferencia.*



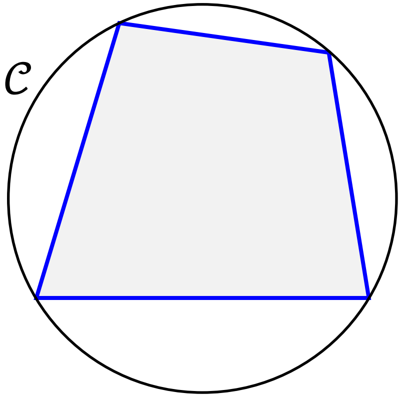
- *La $\mathcal{C}$ es inscrita al triangulo.*
- *El triángulo es circunscrito a la $\mathcal{C}$.*



- *La $\mathcal{C}$ es inscrita al cuadrilátero.*
- *El cuadrilátero es circunscrito a la $\mathcal{C}$.*



- *El triangulo es inscrito a la $\mathcal{C}$.*
- *La $\mathcal{C}$ es circunscrito al triangulo.*

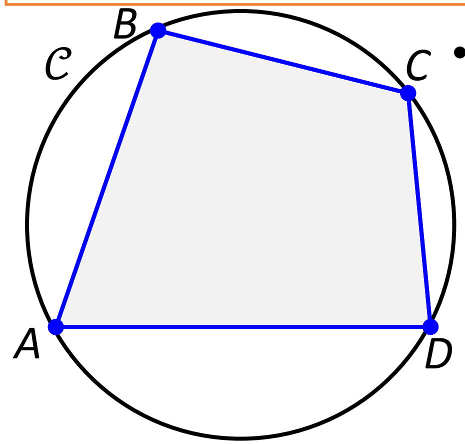


- *El cuadrilátero es inscrito a la $\mathcal{C}$.*
- *La $\mathcal{C}$ es circunscrito al cuadrilátero.*

Los términos inscrito y circunscrito son referenciales, se utilizan en función a figura que se analiza.

CUADRILÁTERO INSCRITO.

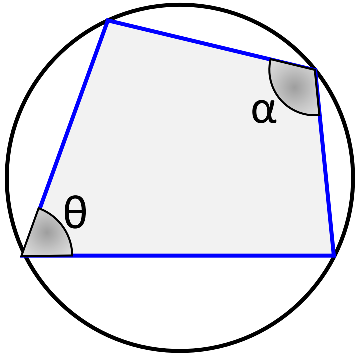
Es aquel cuadrilátero donde sus vértices pertenecen a una circunferencia.



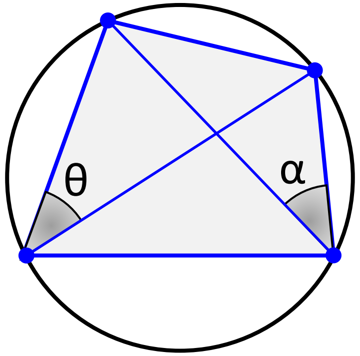
- *Si A, B, C y D pertenecen a la 𝒞.*

El cuadrilátero ABCD es inscrito

CONSECUENCIAS:

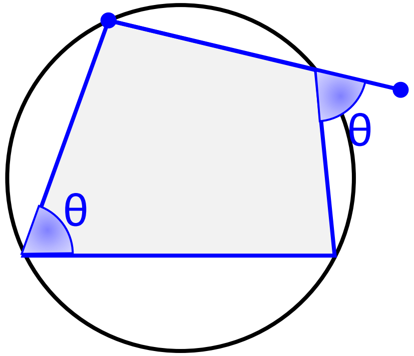


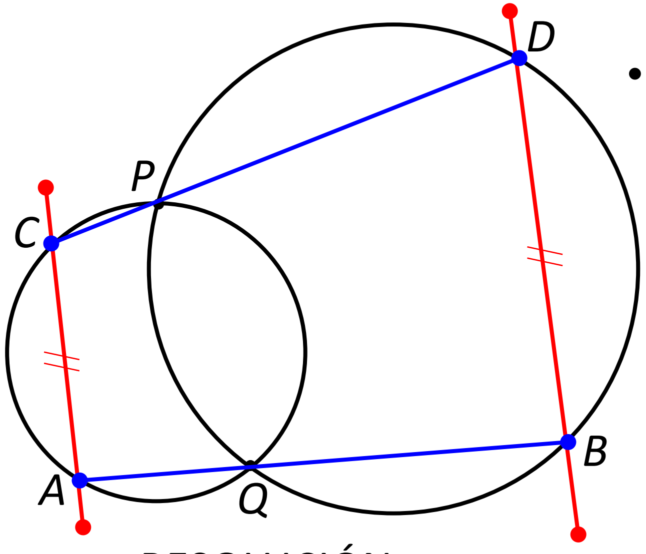
$\theta + \alpha = 180°$



$\theta = \alpha$

TEOREMA:

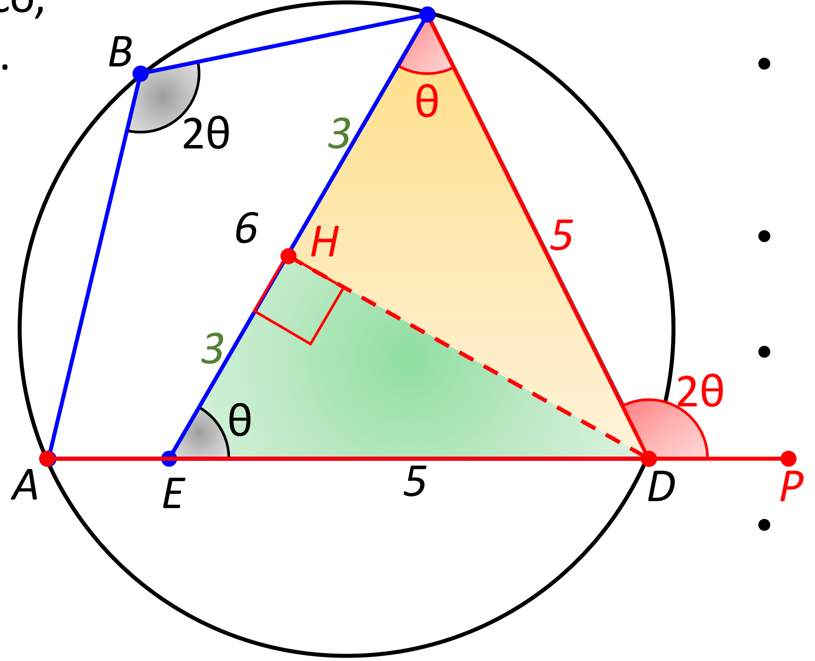




- *Se tiene dos circunferencias secantes en P y Q:*

$\overleftrightarrow{AC} \,//\, \overleftrightarrow{BD}$

Del gráfico, calcule θ.



RESOLUCIÓN:

Nos piden θ

- *Trazamos $\overline{CD}$ tal que ABCD es un cuadrilátero inscrito:*

  $m\measuredangle CDP=2\theta$

- *El ΔEDC es isósceles:*

  CD=5

- *$\overline{DH}$: altura, mediana y bisectriz*

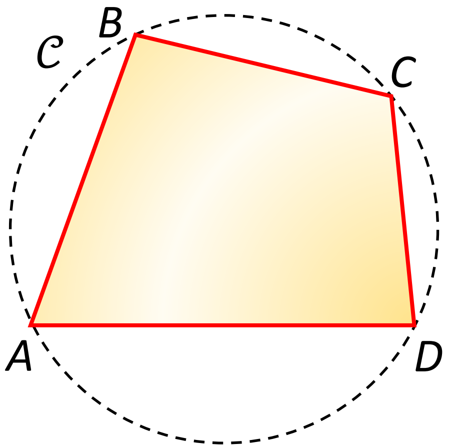
  EH=HC=3

- *El ⊿EHD es notable de 37° y 53°:*

  ∴θ=53°

CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE.

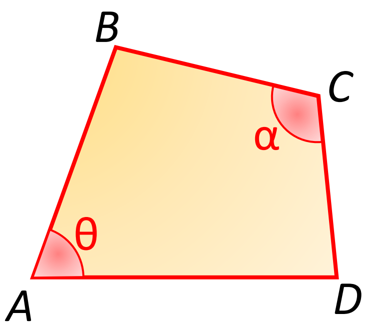
Es aquel cuadrilátero donde, por sus vértices, se puede trazar una circunferencia.



- Si por A, B, C y D se puede trazar la 𝒞.

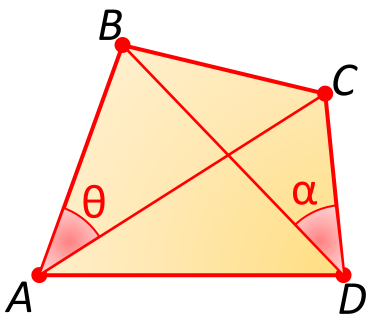
El cuadrilátero ABCD es inscriptible.

CONDICIONES:



- Si $\theta + \alpha = 180°$

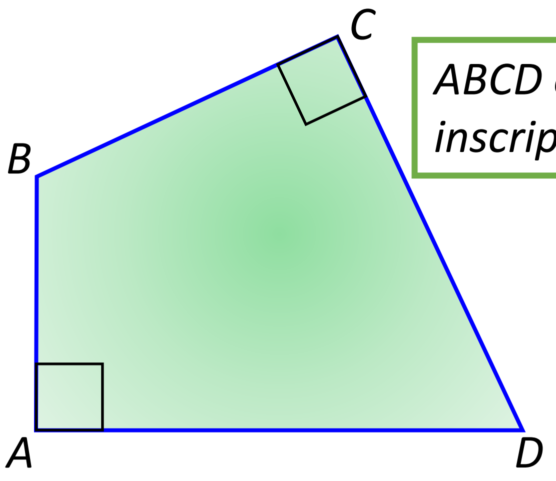
ABCD es inscriptible



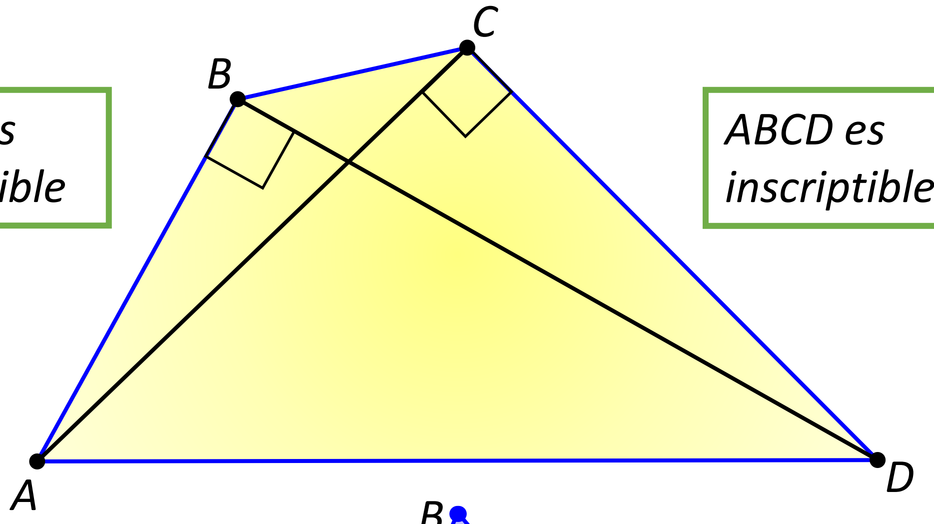
- Si $\theta = \alpha$

ABCD es inscriptible

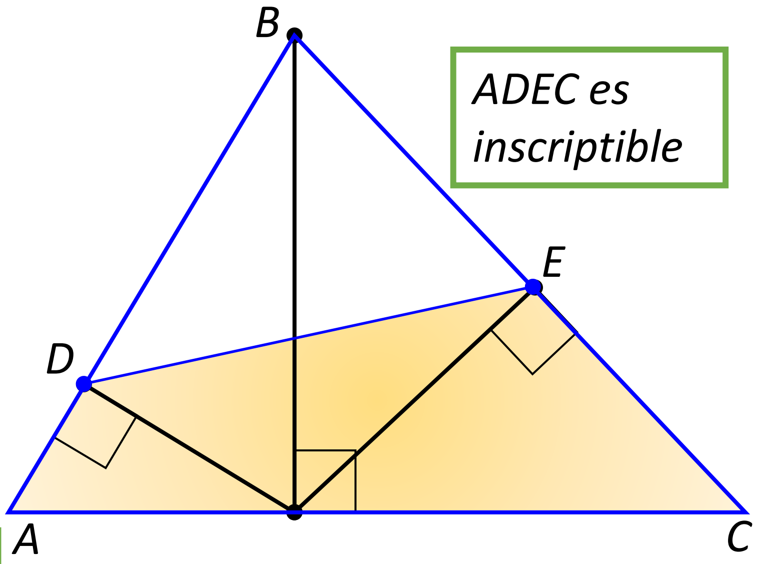
CASOS USUALES:



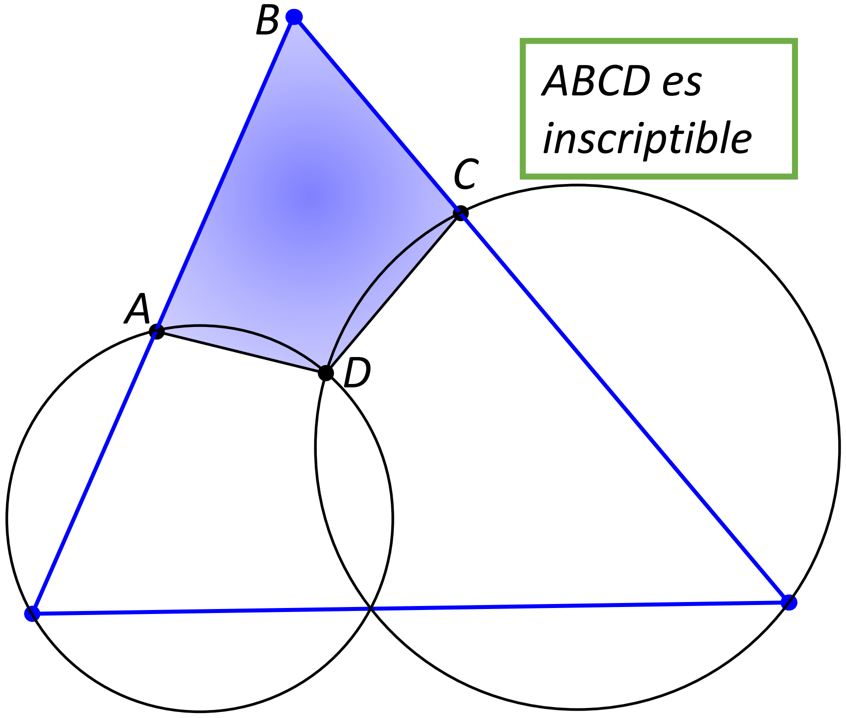
ABCD es inscriptible



ABCD es inscriptible

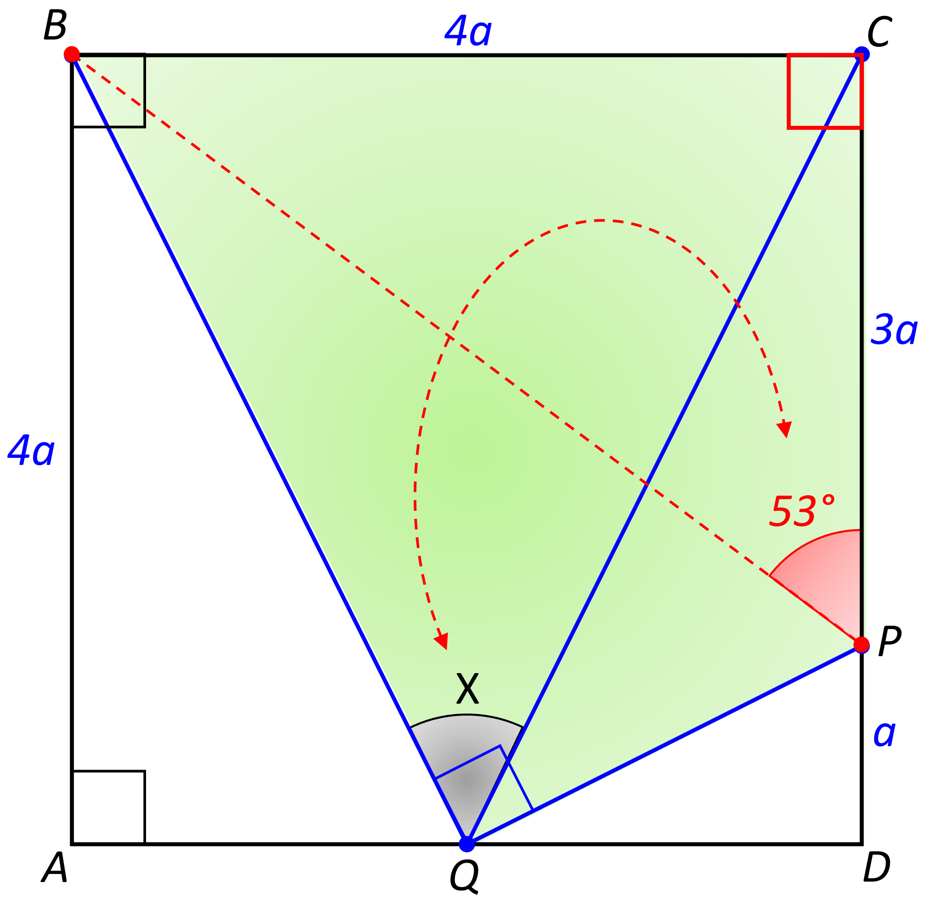


ADEC es inscriptible



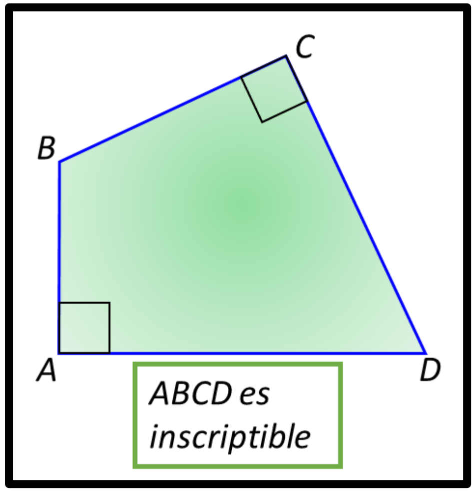
ABCD es inscriptible

Del gráfico ABCD es un cuadrado. SI CP=3PD. Calcule X



RESOLUCIÓN:

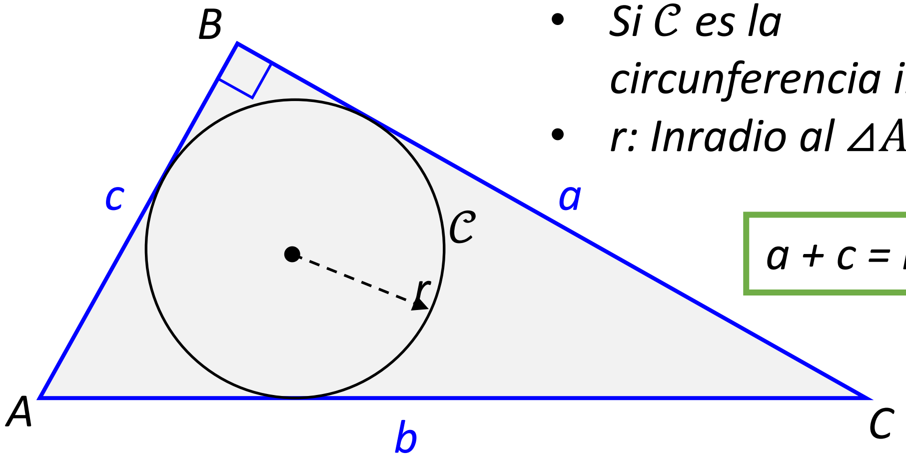
Nos piden X



Dato:
CP=3PD
Si PD= a
Entonces CP= 3a

- *Como ABCD es un cuadrado:*
  AB=BC=4a
- *Trazamos $\overline{BP}$ tal que el $\triangle BCP$ es notable de 37° y 53°:*
  $m\measuredangle BPC=53°$
- *El BCPQ es un cuadrilátero inscriptible por el caso usual:*
  $\therefore X = 53°$

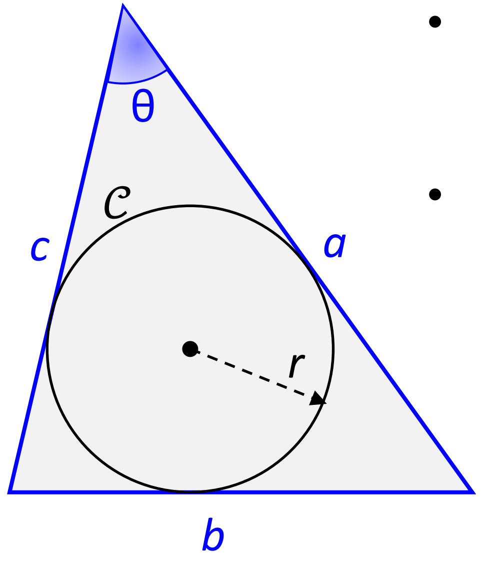
TEOREMA DE PONCELET



- Si $\mathcal{C}$ es la circunferencia inscrita.
- r: Inradio al ΔABC.

$$\boxed{a + c = b + 2r}$$

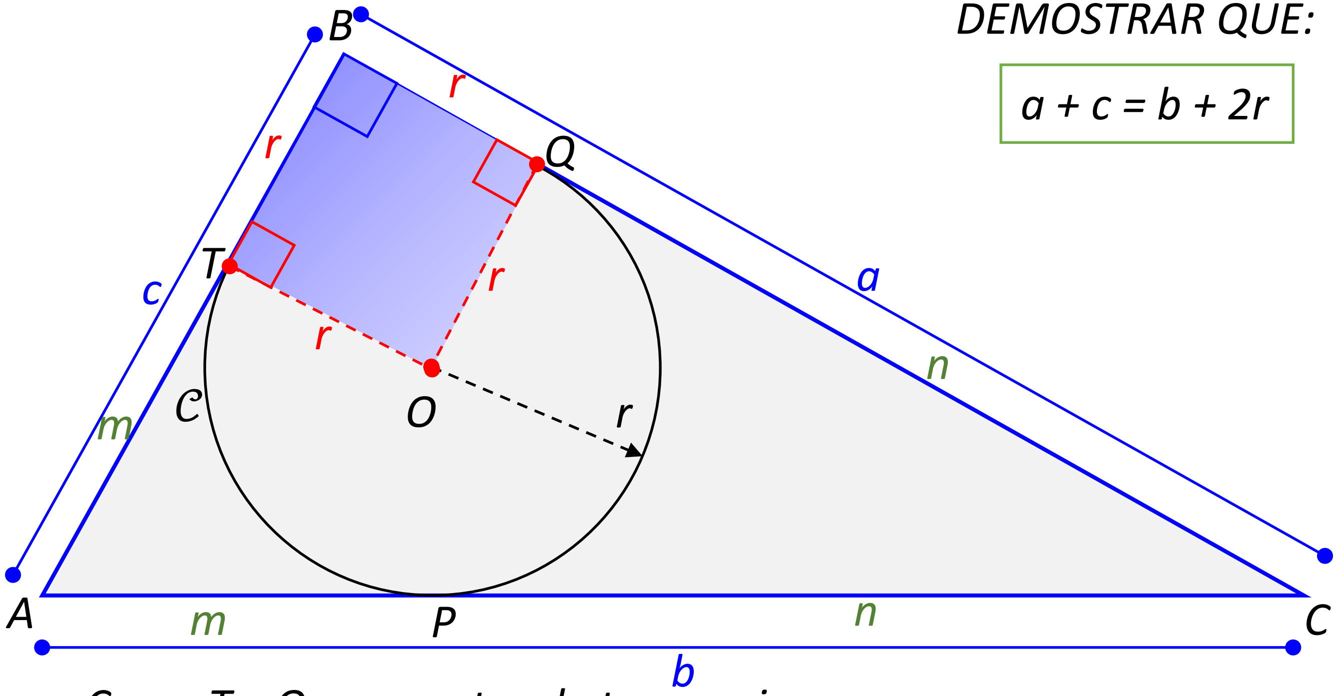
CASO GENERAL



- Si $\mathcal{C}$ es la circunferencia inscrita en el ΔABC.
- r: Inradio del ΔABC

$$\boxed{a + c = b + 2r\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

DEMOSTRACIÓN:



DEMOSTRAR QUE:

$$\boxed{a + c = b + 2r}$$

- Como T y Q son puntos de tangencia:

  TBQO es un cuadrado

- Por teorema de líneas tangentes:

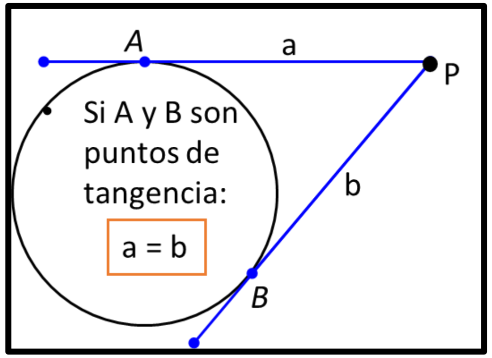
  AP=AT=m

  CP=CQ=n

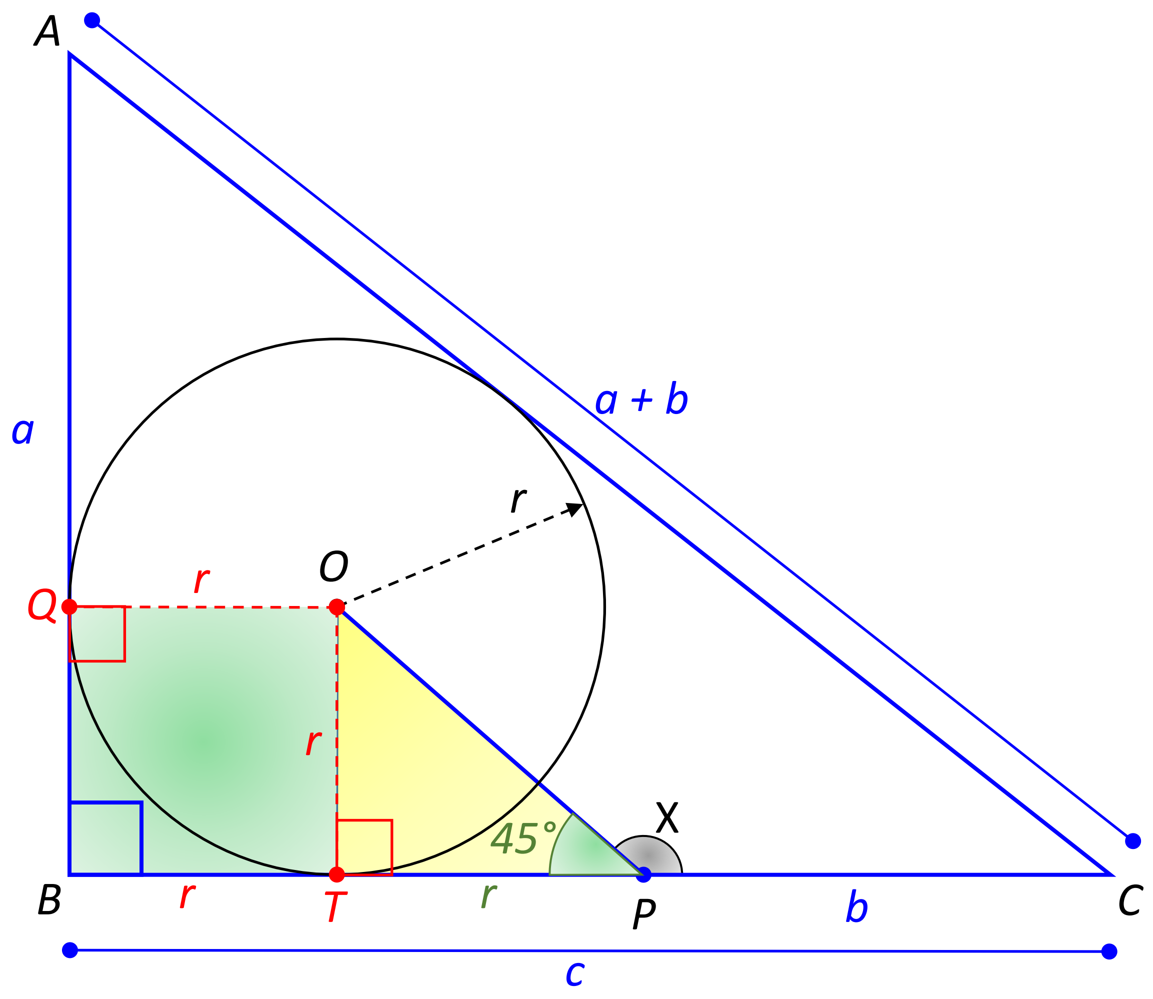
- Se observa:

$$\left.\begin{aligned} a &= \boxed{n} + r \\ c &= \boxed{m} + r \end{aligned}\right\} \text{Suma}$$

$$\therefore a + c = b + 2r$$



Del gráfico, se tiene una circunferencia inscrita al $\triangle ABC$, si PC=AC-AB. Calcule X.



RESOLUCIÓN:

Nos piden X

Dato:

PC=AC-AB

AC=AB+PC

AC=a + b

- *Trazamos $\overline{OQ}$ y $\overline{OT}$ a los puntos de tangencia:*

  OQ=OT=BT=r *(BQOT es un cuadrado)*
- *En el $\triangle ABC$ por teorema de Poncelet:*

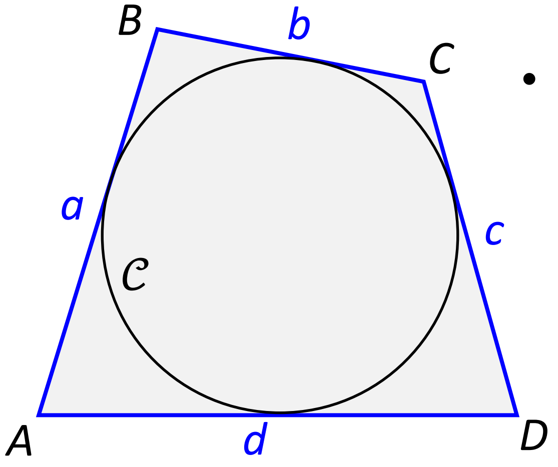
  a + c = (a + b) + 2r

  c = b + 2r

  TP = r
- *El $\triangle OTP$ en notable de 45°:*

  ∴ X=135°

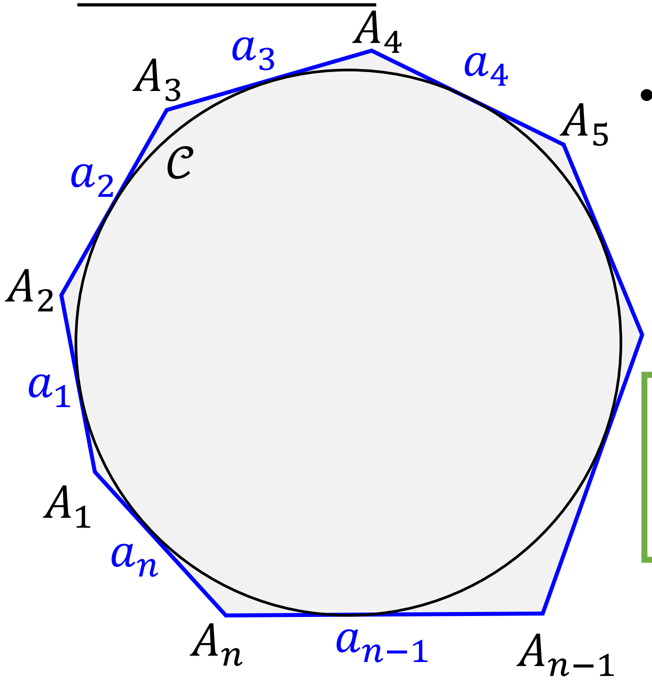
TEOREMA DE PITHOT



- Si $\mathcal{C}$ es la circunferencia inscrita a ABCD.

$$\boxed{a + c = b + d}$$

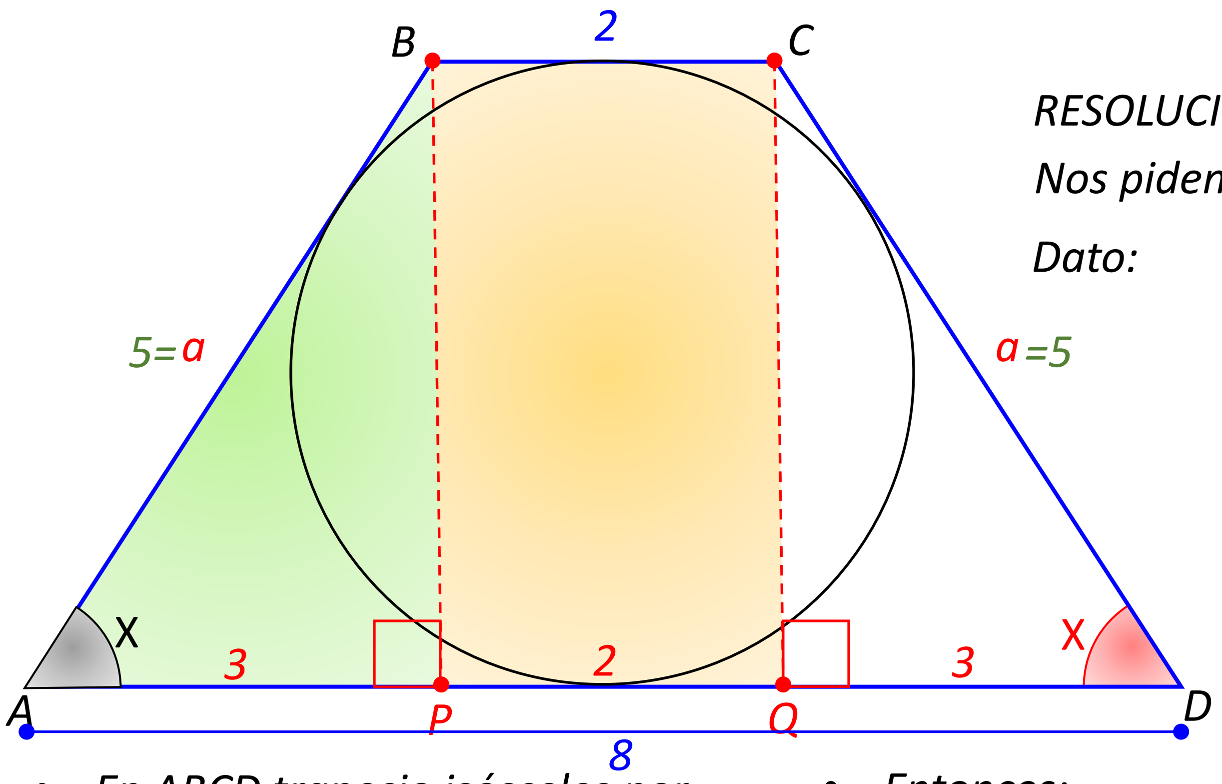
CASO GENERAL



- En todo polígono de numero de lados par, circunscrito a una $\mathcal{C}$.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{i=n} a_{2i-1} = \sum_{i=1}^{i=n} a_{2i}}$$

Del gráfico se tiene una circunferencia inscrita en el trapecio isósceles ABCD de bases $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$. Si BC=2 y AD=8. calcule X.



RESOLUCIÓN:

Nos piden X

Dato:

BC=2

AD=8

- En ABCD trapecio isósceles por teorema de Pithot:

  a + a = 2 + 8

  a = 5

- Trazamos $\overline{BP}$ y $\overline{CQ}$ perpendicular a $\overline{AD}$.

- Entonces:

  PQ=2

  AP=QD=3

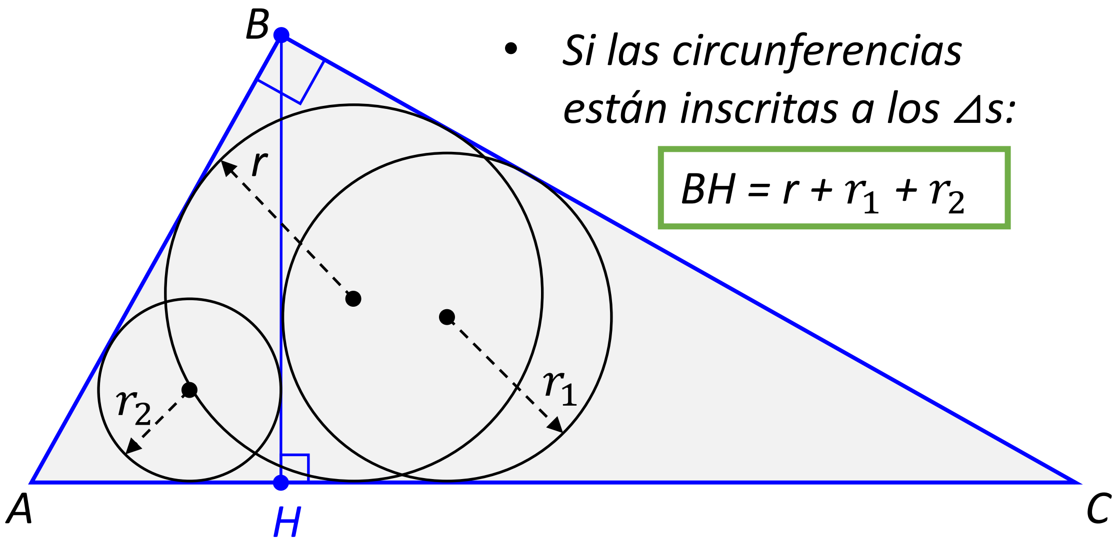
- El $\triangle APB$ es notable de 37° y 53°:

  ∴ X = 53°

TEOREMAS ADICIONALES.

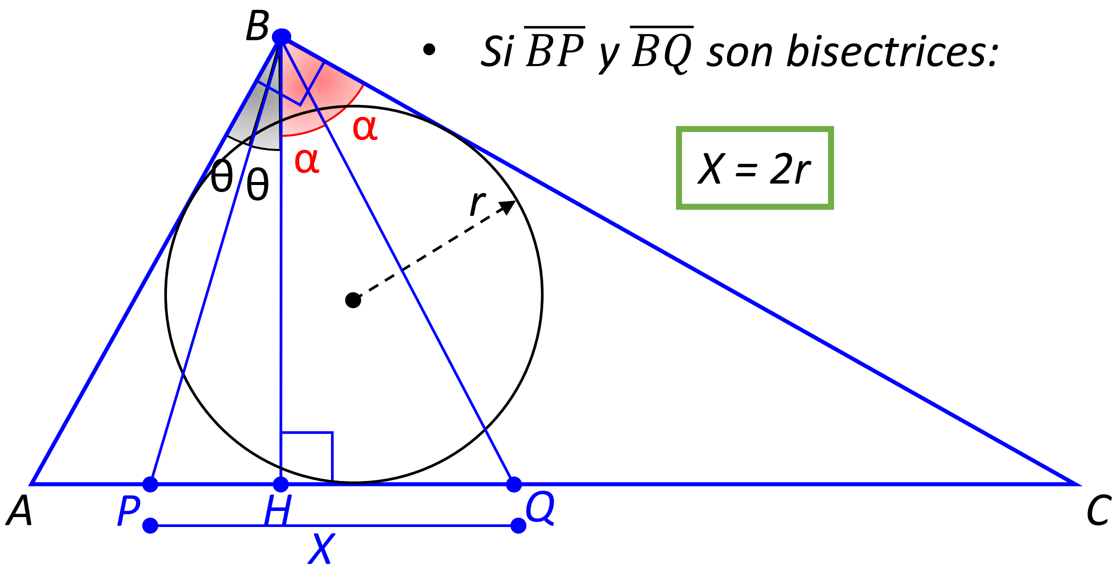
- *Si las circunferencias están inscritas a los ∆s:*

$\boxed{BH = r + r_1 + r_2}$



- *Si $\overline{BP}$ y $\overline{BQ}$ son bisectrices:*

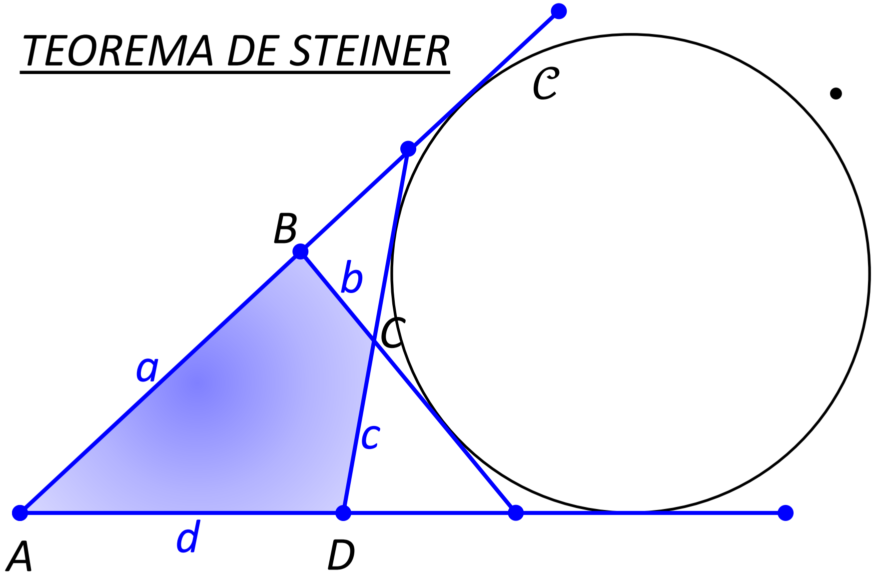
$\boxed{X = 2r}$



TEOREMA DE STEINER

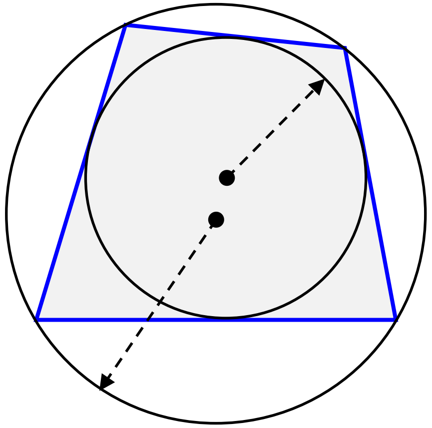
- *La $\mathcal{C}$ es ex inscrita al cuadrilátero ABCD.*

$\boxed{a - c = d - b}$



CUADRILÁTERO BICENTRICO

Es aquel cuadrilátero inscrito y circunscrito a la vez.



- *En un cuadrilátero bicentrico. Si T, S, Q y P son punto de tangencia.*

$\boxed{\theta = 90°}$