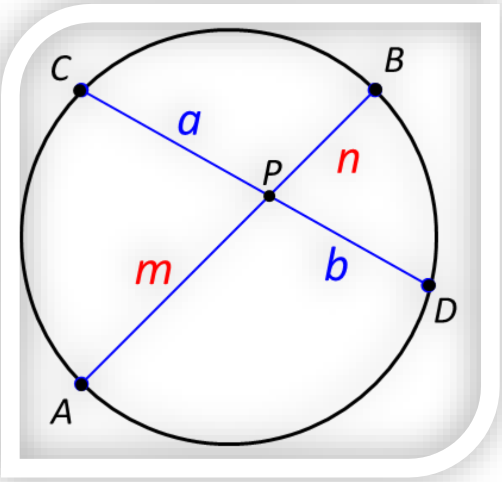
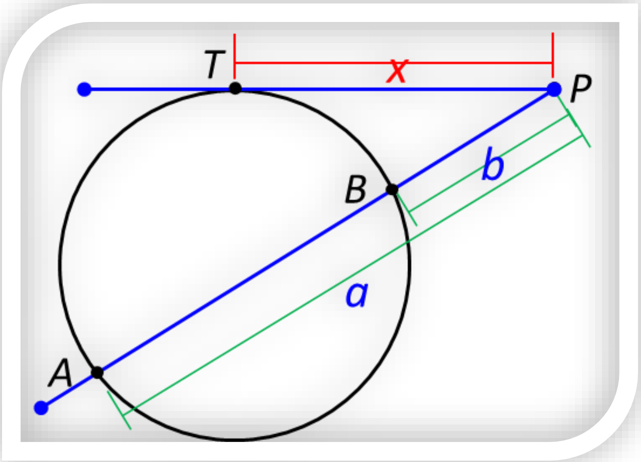
OBJETIVOS:

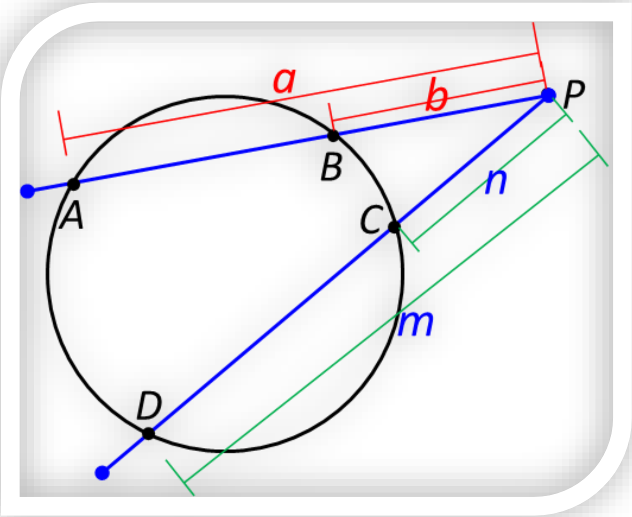
- *CONOCER LAS DIFERENTES RELACIONES MÉTRICAS QUE SE DAN CON LOS ELEMENTOS QUE SE LE ASOCIA A LA CIRCUNFERENCIA.*
- *APLICAR DICHOS TEOREMAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO EXAMEN DE ADMISIÓN UNI.*
- *FINALMENTE A PARTIR DEL DESARROLLO DE PROBLEMAS TENER LA EXPERIENCIA SUFICIENTEPARA UN EXAMEN UNI.*

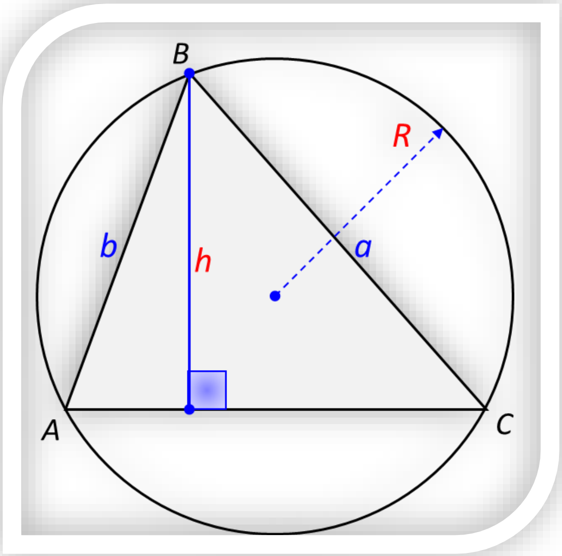
RELACIONES MÉTRICAS I

- TEOREMAS DE LAS CUERDAS.
- TEOREMA DE LA TANGENTE.
- TEOREMA DE LA SECANTE.
- TEOREMAS ADICIONALES.





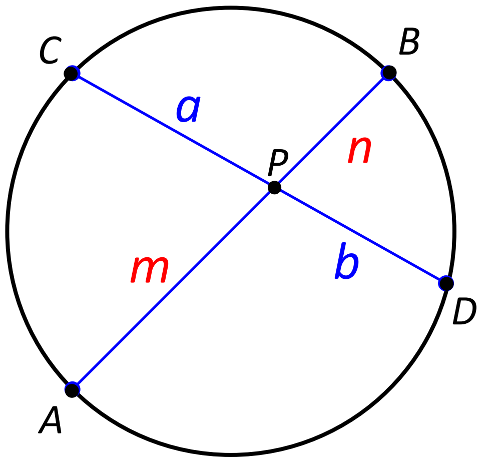




RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

TEOREMA DE LAS CUERDAS:

El producto de los segmentos determinados por cuerdas secantes en toda circunferencia se mantiene constante.

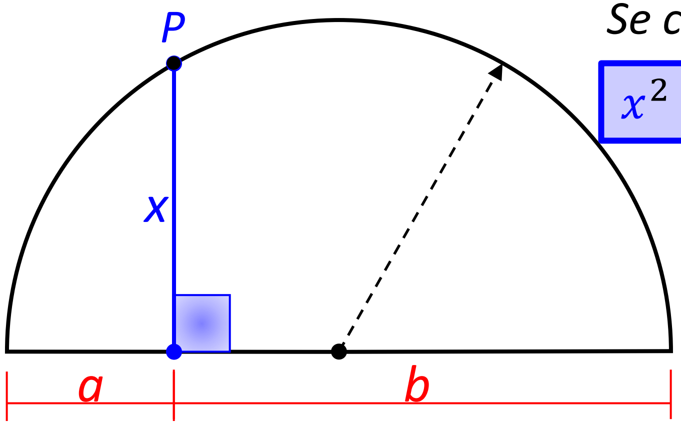


Se cumple:

$\boxed{(a)(b)=(m)(n)}$

$\overline{AP}$ y $\overline{PB}$: Segmento determinados en $\overline{AB}$
$\overline{CP}$ y $\overline{PD}$: Segmento determinados en $\overline{CD}$

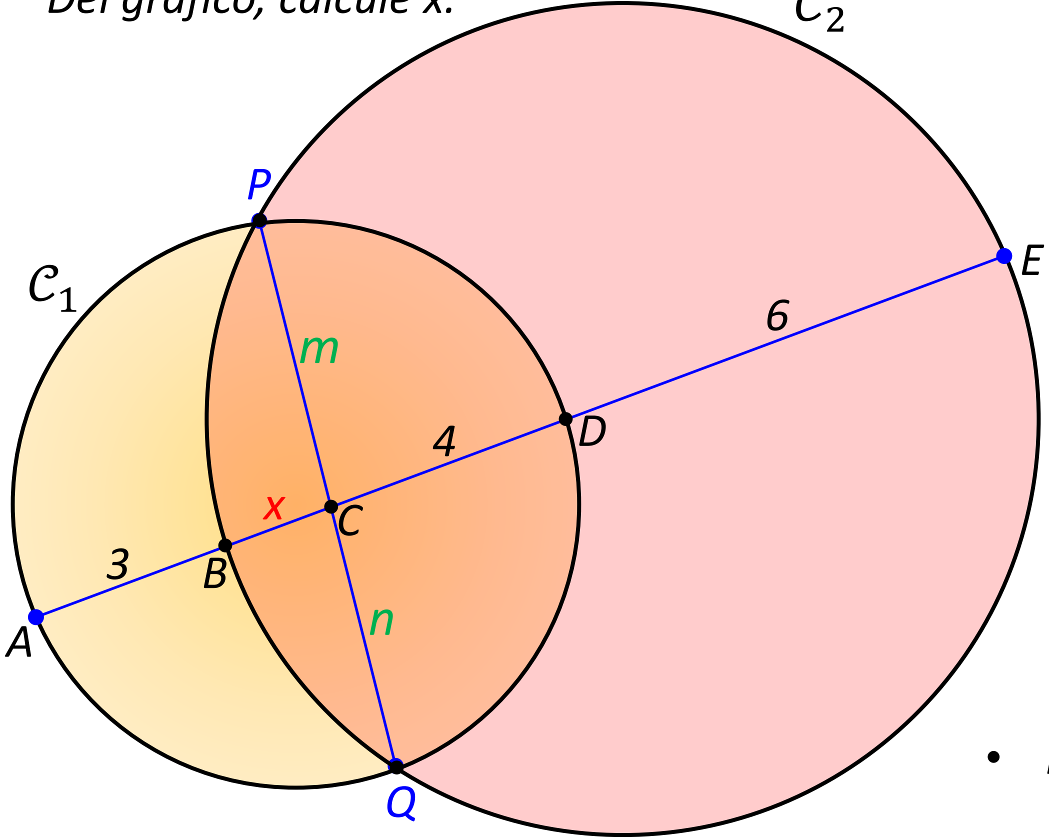
OBSERVACIÓN:



Se cumple:

$\boxed{x^2 = (a)(b)}$

Del gráfico, calcule x.



RESOLUCIÓN

Nos piden x

Aprovechando la cuerda común.

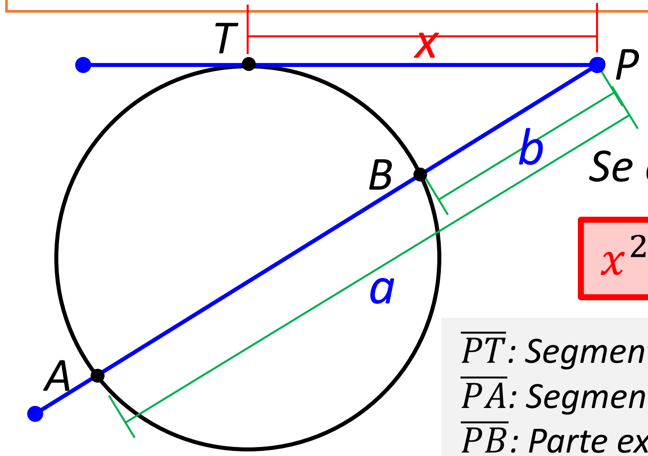
- Si PC=m y CQ=n
- En la $\mathcal{C}_1$ teorema de las cuerdas:
  $(m)(n)=(3+x)(4)$..(I)
- En la $\mathcal{C}_2$ teorema de las cuerdas:
  $(m)(n)=(x)(10)$..(II)
- Igualando (I) y (II):
  $(3+x)(4)=(x)(10)$
  $12+4x=10x$

$\boxed{x = 2}$

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

TEOREMA DE LA TANGENTE:

El segmentos tangente al cuadrado es igual al producto del segmento secante con su respectiva parte externa trazadas desde un mismo punto exterior.

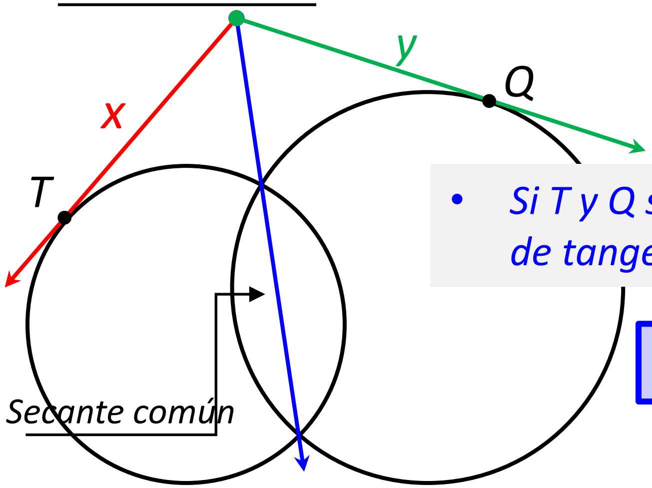


Se cumple:

$$\boxed{x^2 = (a)(b)}$$

$\overline{PT}$: Segmento tangente
$\overline{PA}$: Segmento secante
$\overline{PB}$: Parte externa

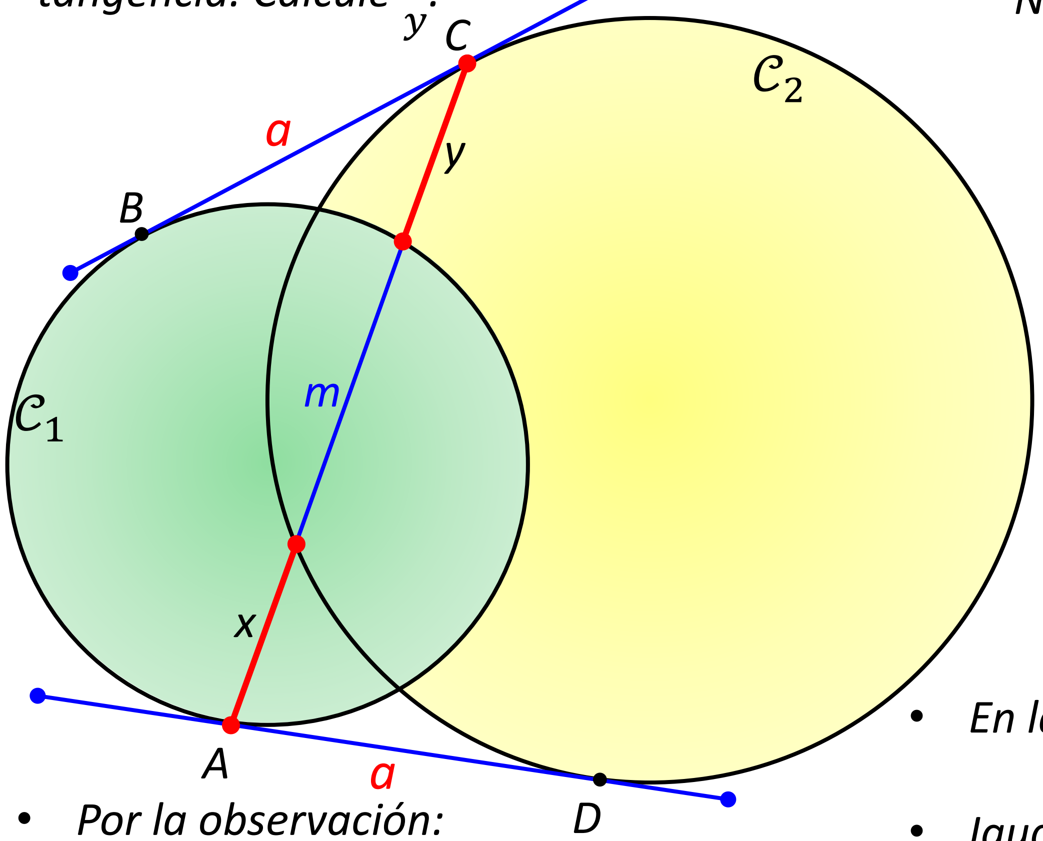
OBSERVACIÓN:



- Si T y Q son puntos de tangencia.

$$\boxed{x = y}$$

Del gráfico A, B, C y D son puntos de tangencia. Calcule $\frac{x}{y}$.



- Por la observación:

AD=BC=a

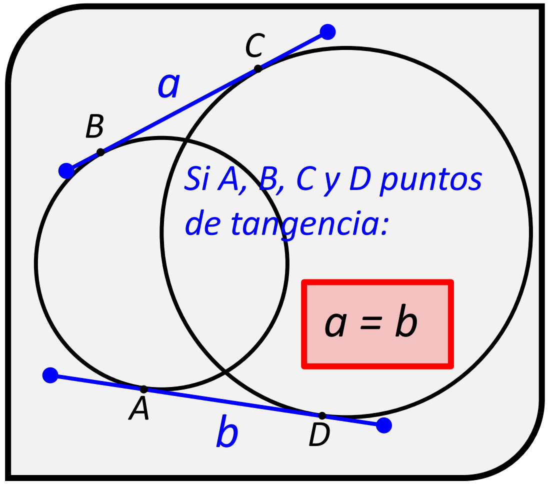
Analicemos cada circunferencia.

- En la $\mathcal{C}_1$ teorema de la tangente:

a^2=(x+m+y)(y)… (I)

RESOLUCIÓN:

NOS PIDEN $\frac{x}{y}$



- En la $\mathcal{C}_2$ teorema de la tangente:

a^2=(x+m+y)(x)… (II)

- Igualando (I) y (II):

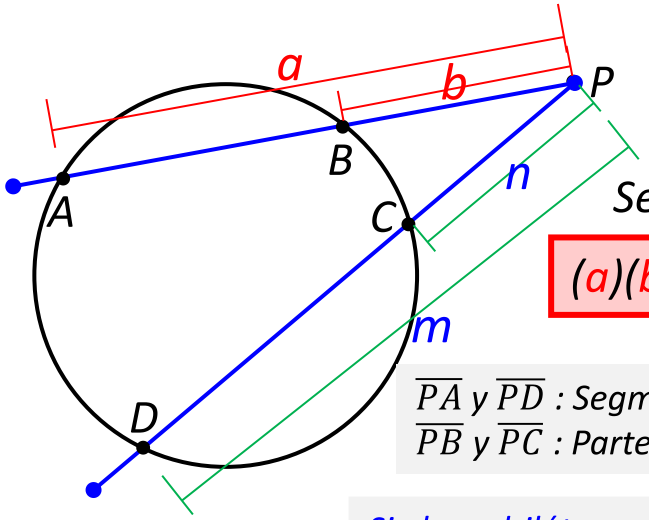
(x+m+y)(y)=(x+m+y)(x)

$$\boxed{\frac{x}{y} = 1}$$

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

TEOREMA DE LA SECANTE:

El producto de los segmentos secantes con sus respectivas partes externas trazadas desde un mismo punto externo se mantiene constante.



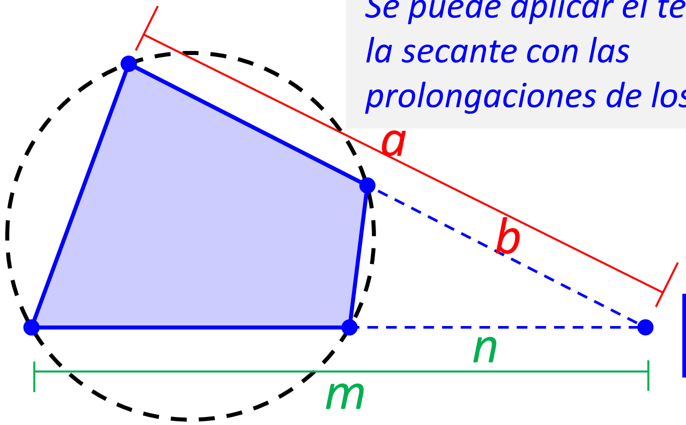
Se cumple:

$(a)(b)=(m)(n)$

$\overline{PA}$ y $\overline{PD}$: Segmento secantes
$\overline{PB}$ y $\overline{PC}$: Partes externas

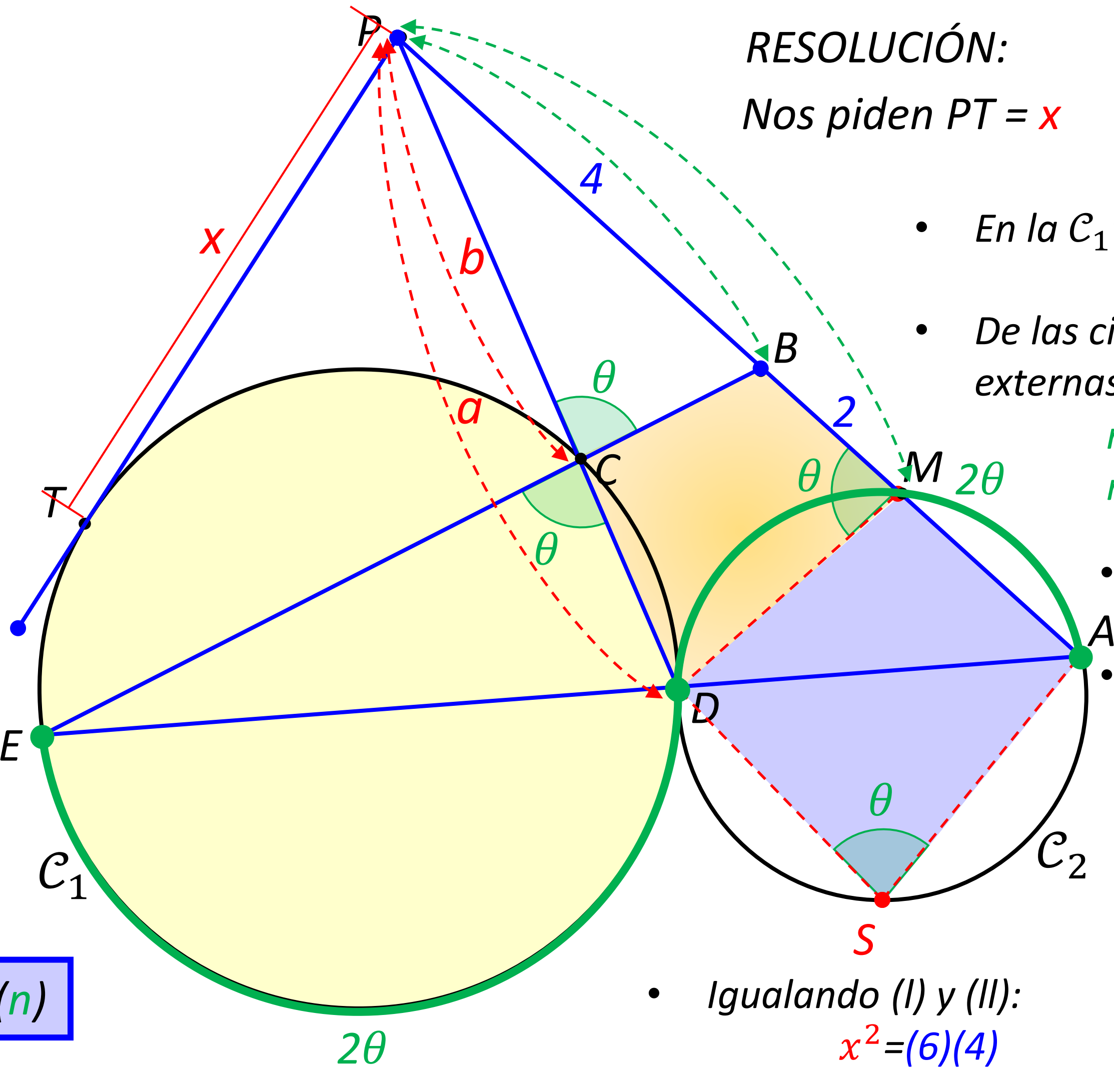
OBSERVACIÓN:

Si el cuadrilátero es inscriptible, Se puede aplicar el teorema de la secante con las prolongaciones de los lados



$(a)(b)=(m)(n)$

Del gráfico T y D son puntos de tangencia, si PB=2BM=4. calcule PT.



RESOLUCIÓN:

Nos piden PT = x

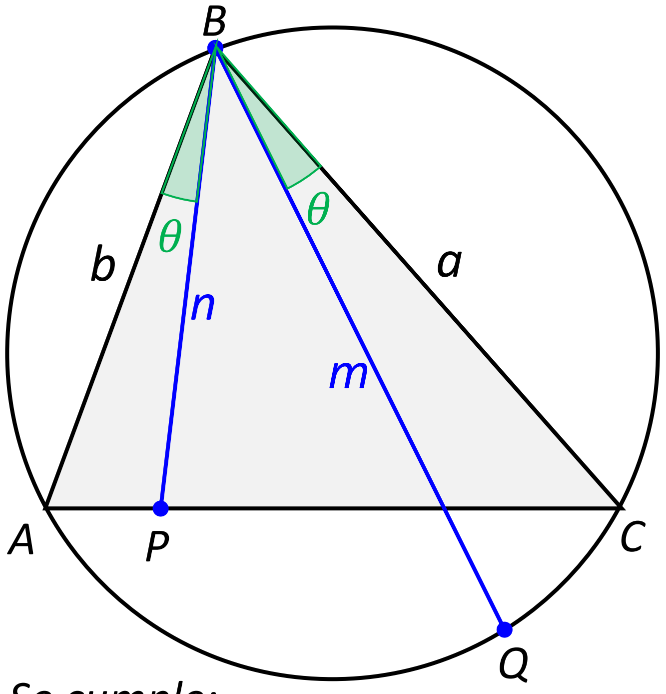
Datos:
PB=2BM=4
PB=4 y BM=2

- En la $\mathcal{C}_1$ teorema de la tangente:
  $x^2=(a)(b)$… (I)
- De las circunferencias tangentes externas y ∢ inscrito:
  $m\widehat{ED}=m\widehat{DMA}=2\theta$
  $m\measuredangle ECD=m\measuredangle DSA=\theta$
- ASDM es inscrito en $\mathcal{C}_2$:
  $m\measuredangle DMP=\theta$
- Como DCBM es inscriptible, aplicamos teorema de la secante:
  $(a)(b)=(6)(4)$…(II)
- Igualando (I) y (II):
  $x^2=(6)(4)$

$x = 2\sqrt{6}$

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

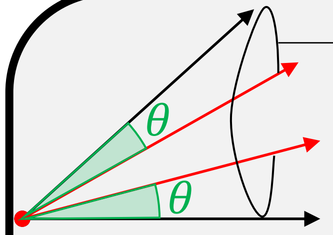
TEOREMA DE LA ISOGONALES:



Se cumple:

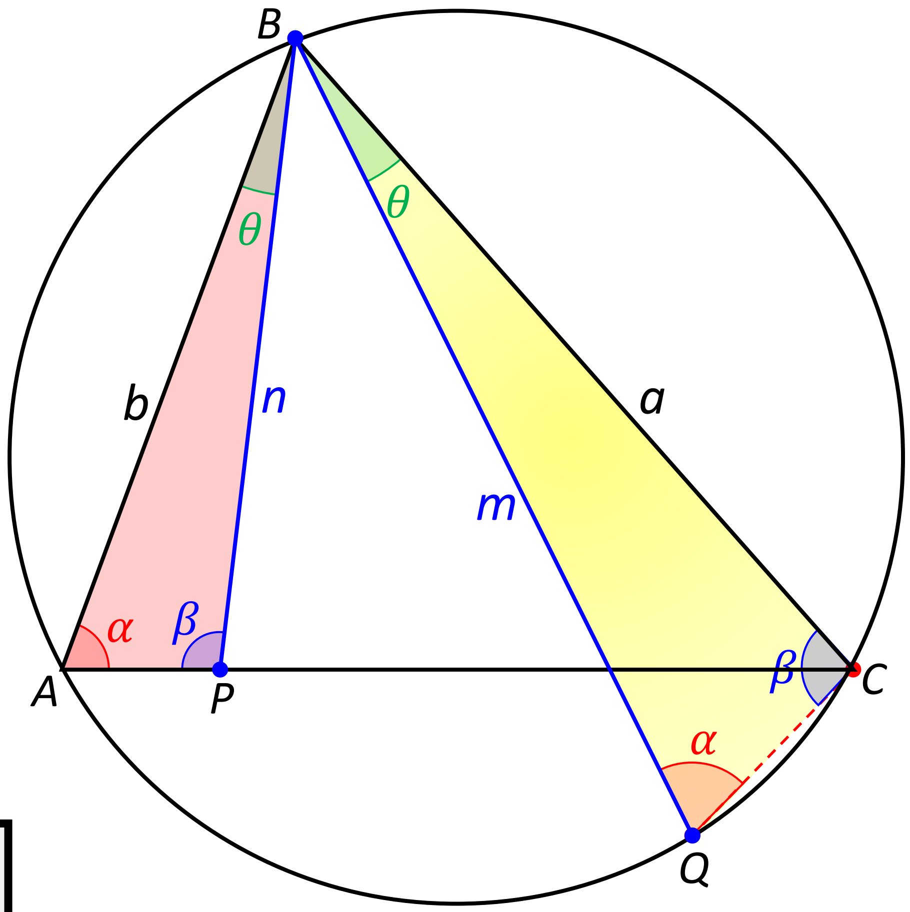
$\boxed{(a)(b)=(m)(n)}$

$\overline{BP}$ y $\overline{BQ}$: *Líneas isogonales*



LÍNEAS ISOGONALES:
Son aquellas líneas que determinan iguales medidas con respecto a los lados de un ángulo.

DEMOSTRACIÓN:



Demostrar que :

$\boxed{(a)(b)=(m)(n)}$

Para la demostración tenemos que relacionar los elementos a partir de la semejanza. En ese sentido completamos medidas.

- *Trazamos* $\overline{QC}$ *tal que por ∢ inscrito:*

  $m∢BAP=m∢BQC=\alpha$

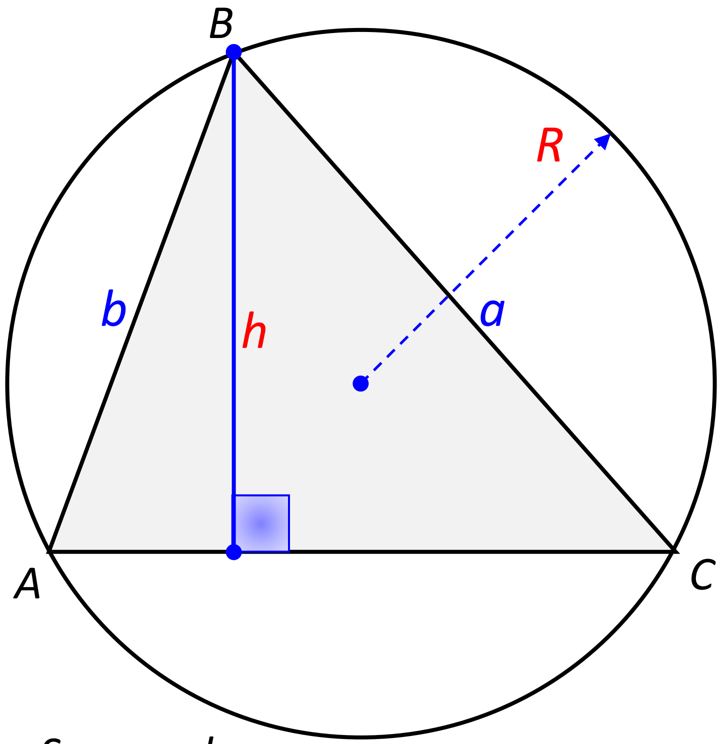
- *El ΔABP ~ ΔQBC:*

  $$\frac{a}{n}=\frac{m}{b}$$

$\boxed{(a)(b)=(m)(n)}$

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

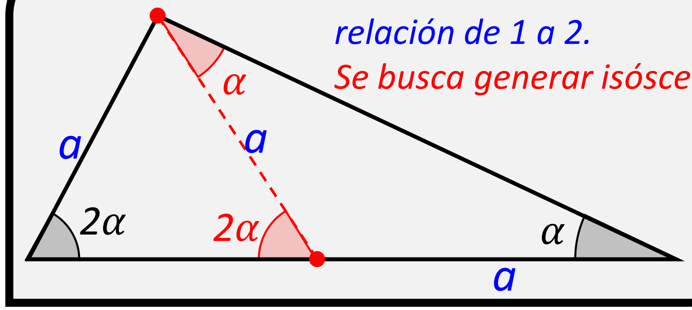
TEOREMA DE PRODUCTO DE LADOS:



Se cumple:

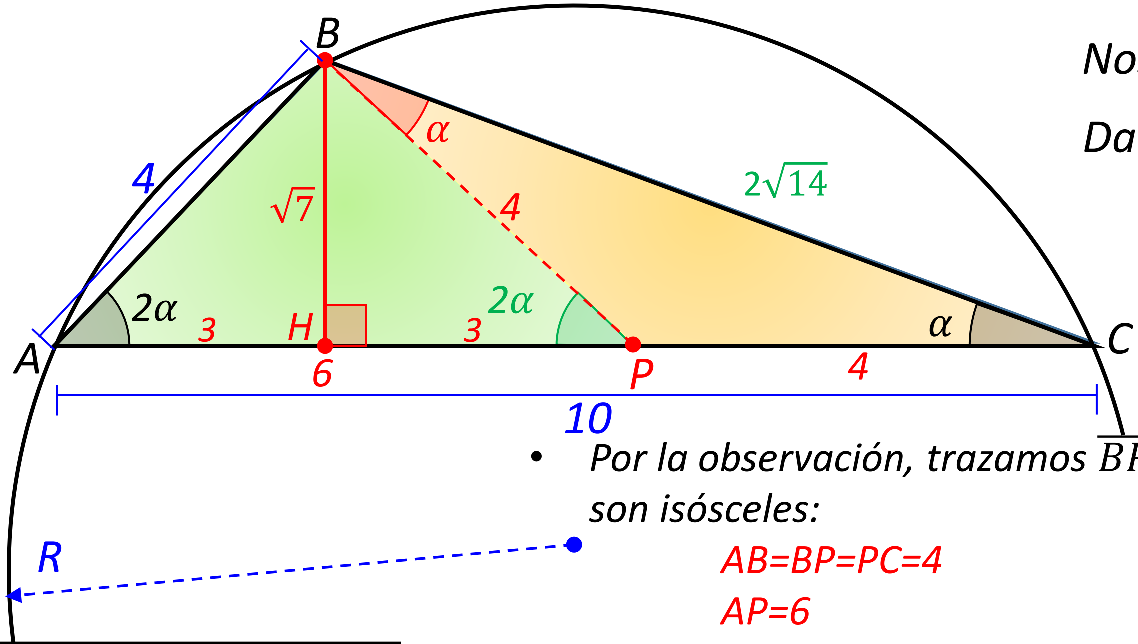
$$\boxed{(a)(b)=(2R)(h)}$$

R: Circunradio del ΔABC



Si las medidas están en la relación de 1 a 2.
Se busca generar isósceles.

Del gráfico, si $AB=4$ y $AC=10$. Calcule el valor del Circunradio del ΔABC.



RESOLUCIÓN:

Nos piden Circunradio = R

Dato:

$AB=4$ y $AC=10$

- Por la observación, trazamos $\overline{BP}$ tal que, el ΔBPC y ΔABP son isósceles:

  $AB=BP=PC=4$

  $AP=6$

- En el ΔABP isósceles, trazamos la altura $\overline{BH}$:

  $AH=HP=3$

- En los ΔAHB y ΔBHC, por teorema de Pitágoras:

  $BH=\sqrt{7}$ $\qquad$ $BC=2\sqrt{14}$

- En el ΔABC, por teorema de producto de lados:

  $(4)(2\sqrt{14})=2R(\sqrt{7})$

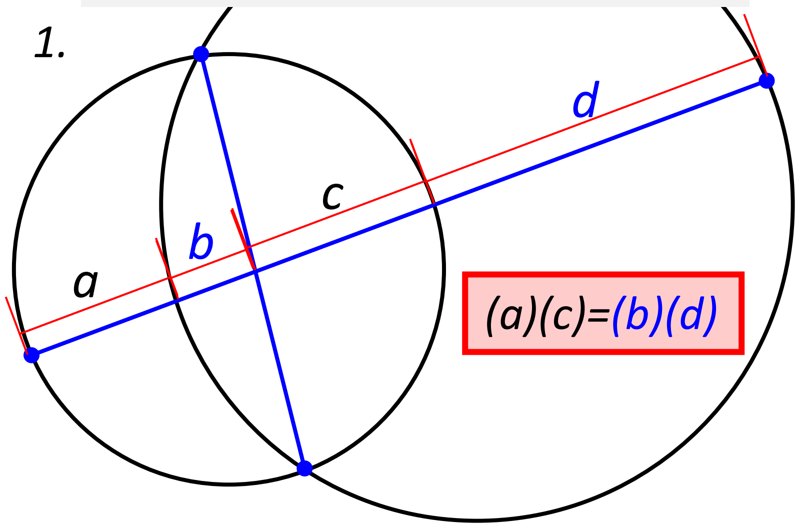
$$\boxed{R = 4\sqrt{2}}$$

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

TEOREMA ADICIONALES:

Cuando se tiene dos circunferencias secantes y trazada la cuerda común:

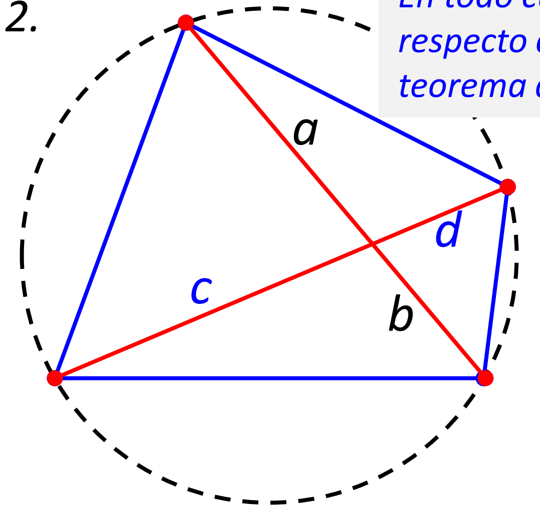
1.



$\boxed{(a)(c)=(b)(d)}$

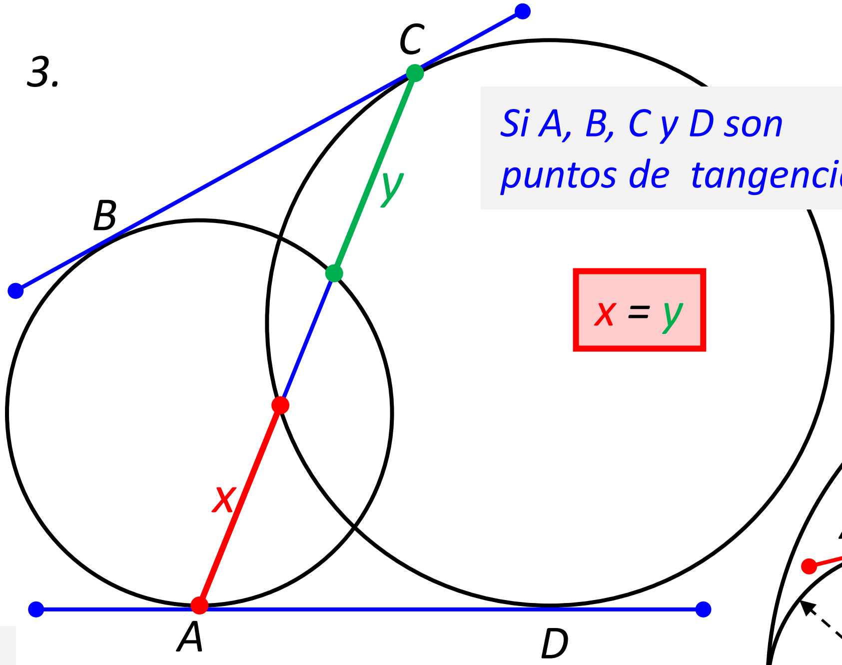
2.

En todo cuadrilátero inscriptible con respecto a las diagonales, aplicamos teorema de las cuerdas:



$\boxed{(a)(b)=(c)(d)}$

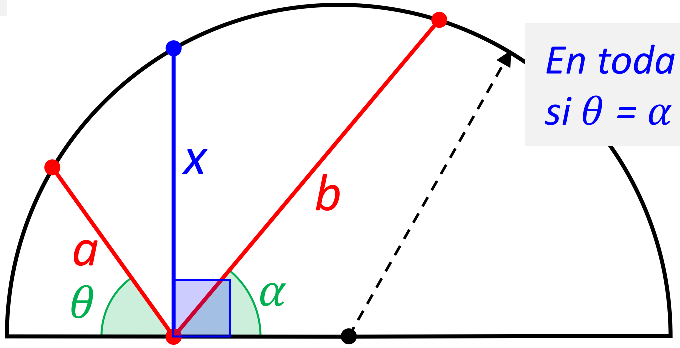
3.



Si A, B, C y D son puntos de tangencia:

$\boxed{x = y}$

4.

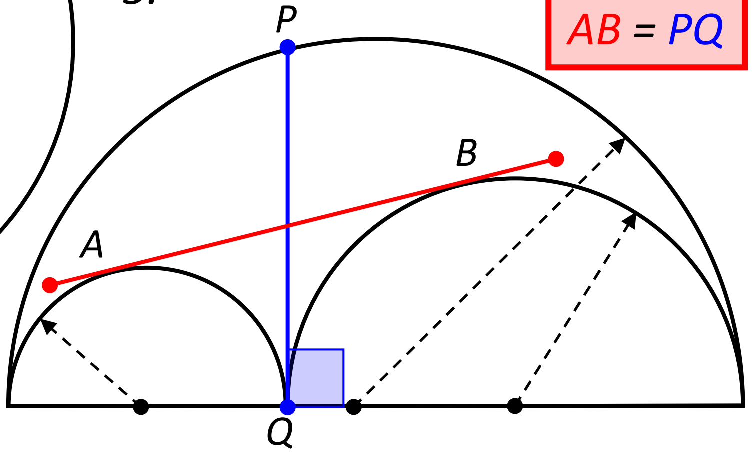


En toda semi circunferencia, si $\theta = \alpha$

$\boxed{x^2 = (a)(b)}$

5.

Si A, B y Q son puntos de tangencia:



$\boxed{AB = PQ}$