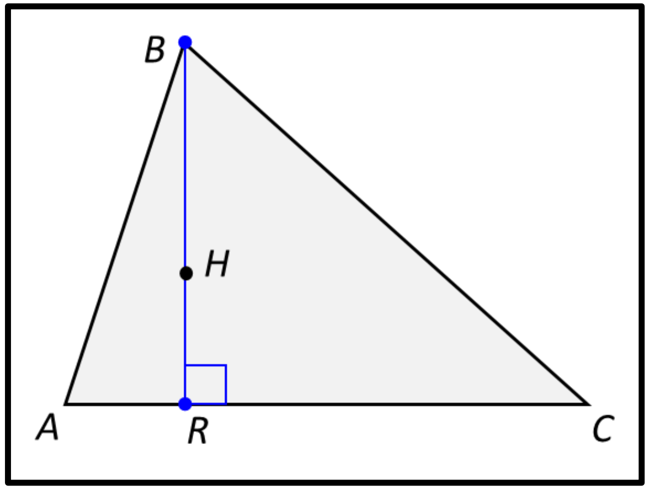
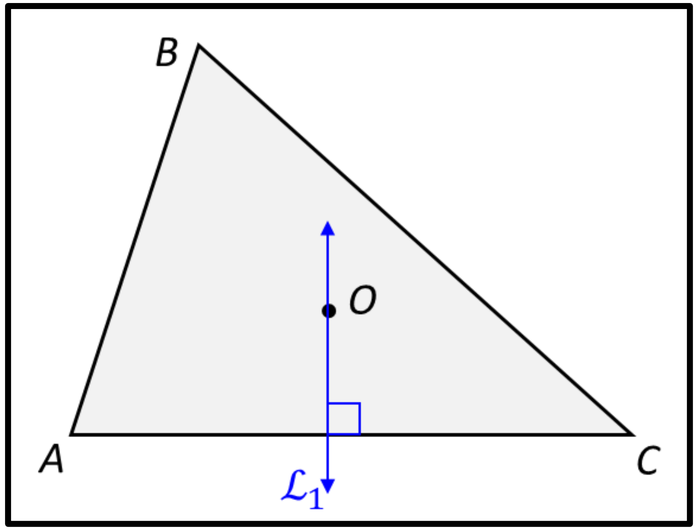
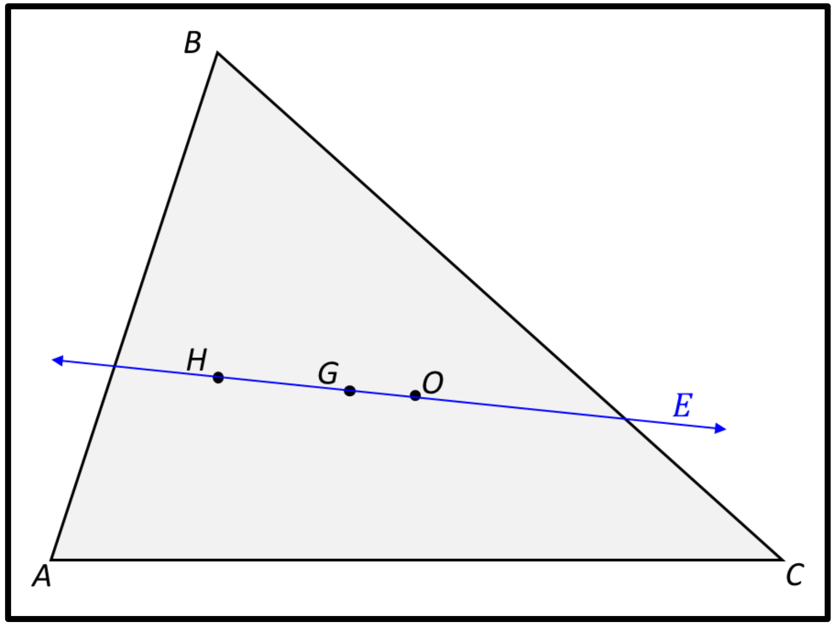
PUNTOS NOTABLES II





- *ORTOCENTRO.*
- *CIRCUNCENTRO.*
- *RECTA DE EULER.*



CURSO DE GEOMETRÍA

PUNTOS NOTABLES II

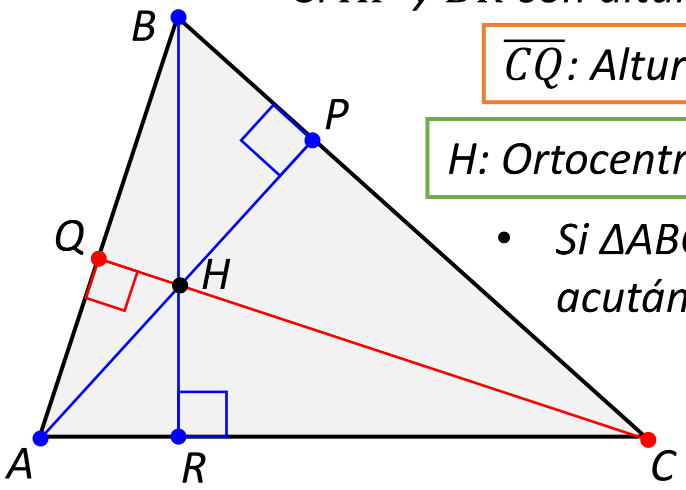
ORTOCENTRO:

Es aquel punto de concurrencia de las alturas en todo triangulo.

Si $\overline{AP}$ y $\overline{BR}$ son alturas:

$\overline{CQ}$: Altura

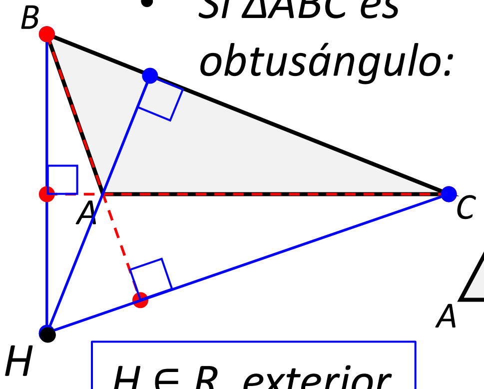
H: Ortocentro



- Si ΔABC es acutángulo:

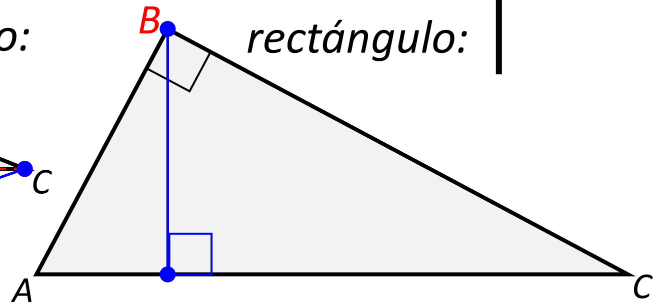
H ∈ R. interior

- Si ΔABC es obtusángulo:



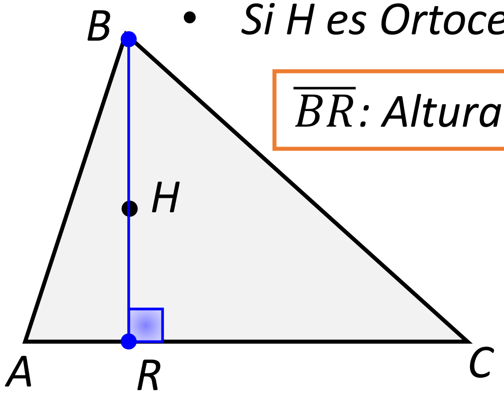
H ∈ R. exterior

- Si ΔABC es rectángulo:



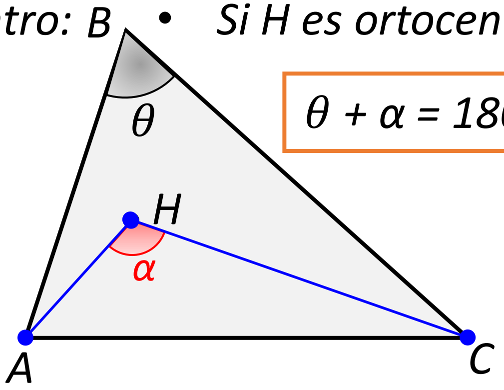
B:Ortocentro

- Si H es Ortocentro:



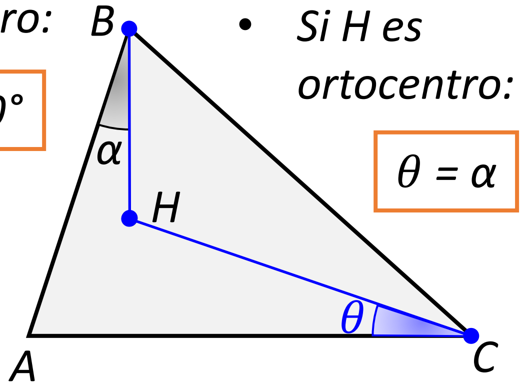
$\overline{BR}$: Altura

- Si H es ortocentro:



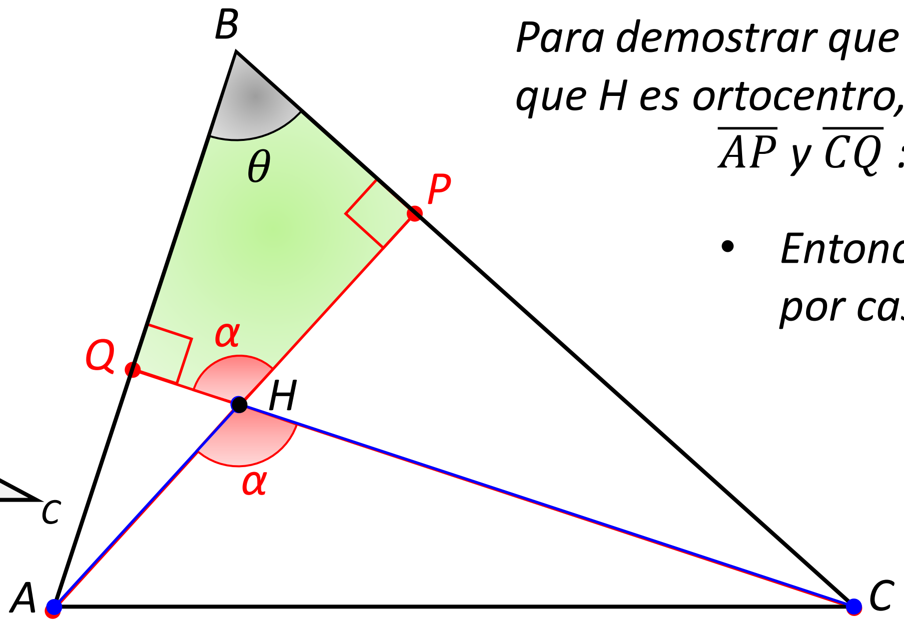
$\theta + \alpha = 180°$

- Si H es ortocentro:



$\theta = \alpha$

DEMOSTRACIÓN:



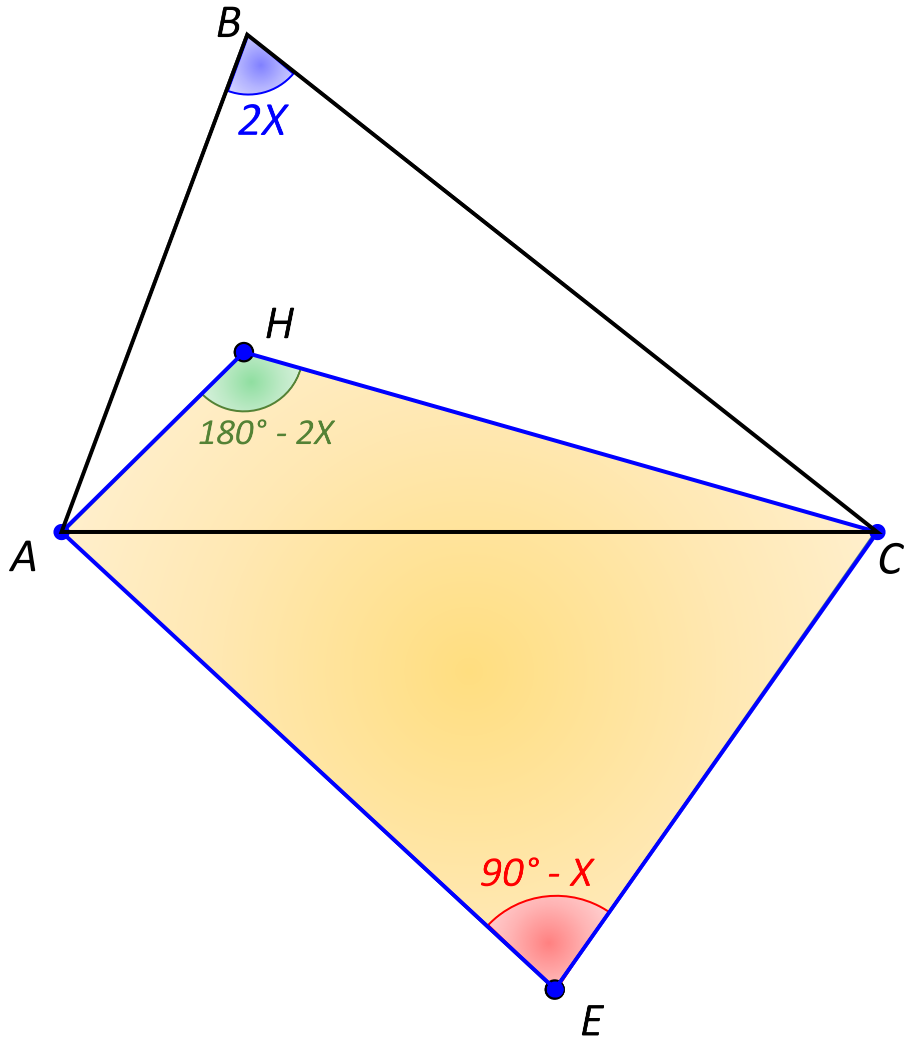
Para demostrar que $\theta + \alpha = 180°$, aprovechamos que H es ortocentro, prolongamos $\overline{AH}$ y $\overline{CH}$.
$\overline{AP}$ y $\overline{CQ}$: Alturas.

- Entonces HQBP es inscriptible, por caso usual:

$\therefore\ \theta + \alpha = 180°$

PUNTOS NOTABLES II

En un triangulo ABC, E es excentro relativo a $\overline{AC}$ y H ortocentro. Si AHCE es inscriptible, calcule m∢ABC.



RESOLUCIÓN:

Nos piden m∢ABC=2X
(Se coloca 2X por conveniencia.)

- Como E es excentro:

$$m\sphericalangle AEC = 90° - \frac{2X}{2}$$

$$m\sphericalangle AEC = 90° - X$$

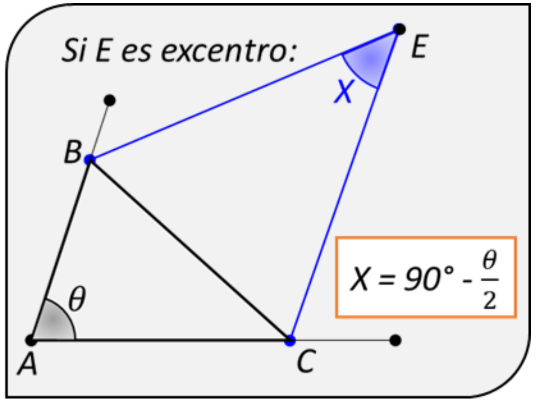
- Y como H es ortocentro:

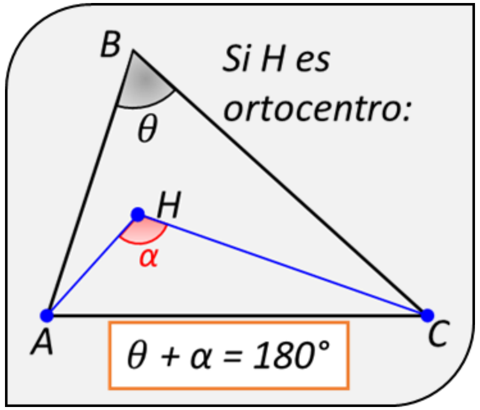
$$m\sphericalangle AHC = 180° - 2X$$

- Por dato: AHCE inscriptible

$$90° - X + 180° - 2X = 180°$$
$$3X = 90°$$
$$X = 30°$$
$$\therefore 2X = 60°$$

RECORDAR:



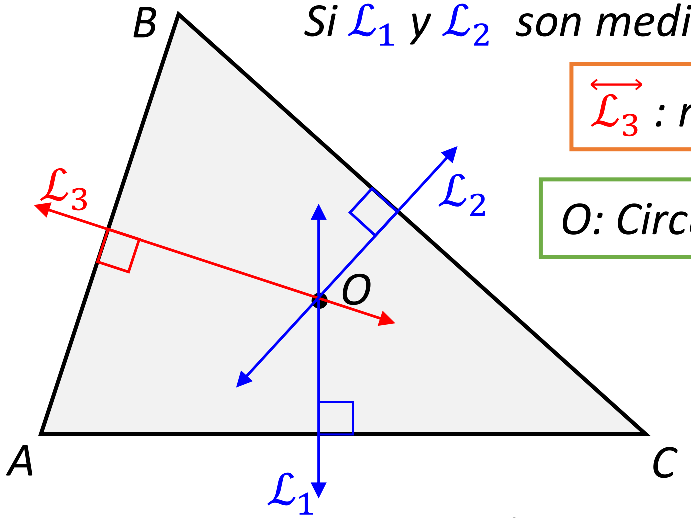


PUNTOS NOTABLES II

CIRCUNCENTRO:

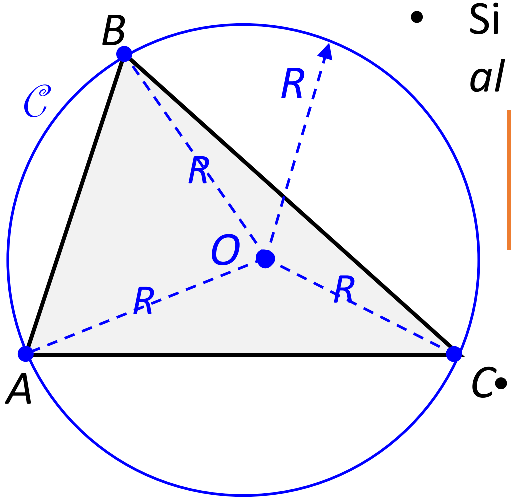
Es aquel punto de concurrencia de las Mediatrices de los lados de todo triángulo.

Si $\overleftrightarrow{\mathcal{L}_1}$ y $\overleftrightarrow{\mathcal{L}_2}$ son mediatrices:



$\overleftrightarrow{\mathcal{L}_3}$: mediatriz

O: Circuncentro



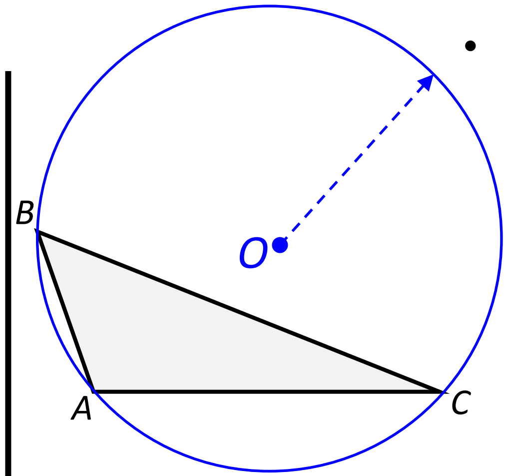
- Si la $\mathscr{C}$ es circunscrita al ΔABC:

O: Circuncentro
R: Circunradio

OA=OB=OC=R

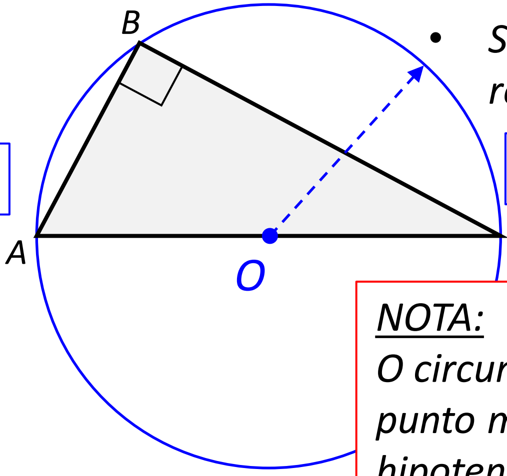
- Si ΔABC es acutángulo:

O ∈ R. interior



- Si ΔABC es obtusángulo :

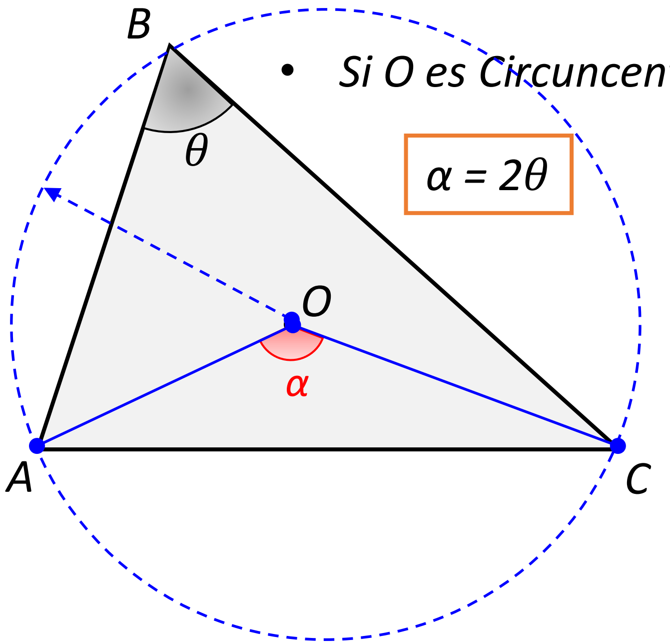
O ∈ R. exterior



- Si ΔABC es rectángulo :

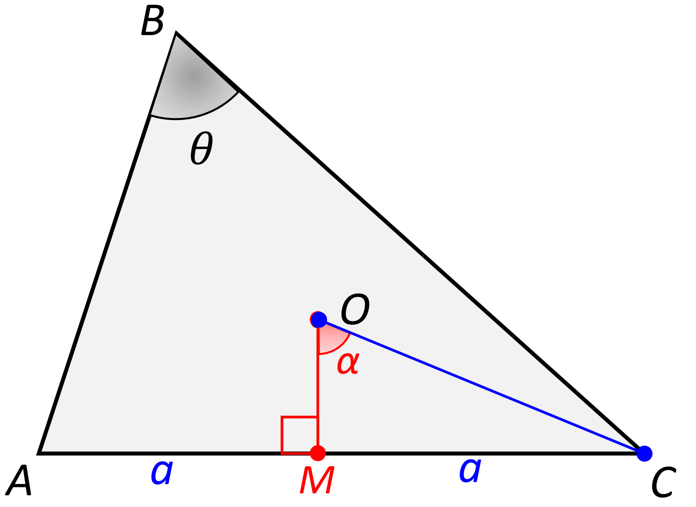
O ∈ ΔABC

NOTA:
O circuncentro punto medio de la hipotenusa.



- Si O es Circuncentro:

α = 2θ



- Si O es Circuncentro:

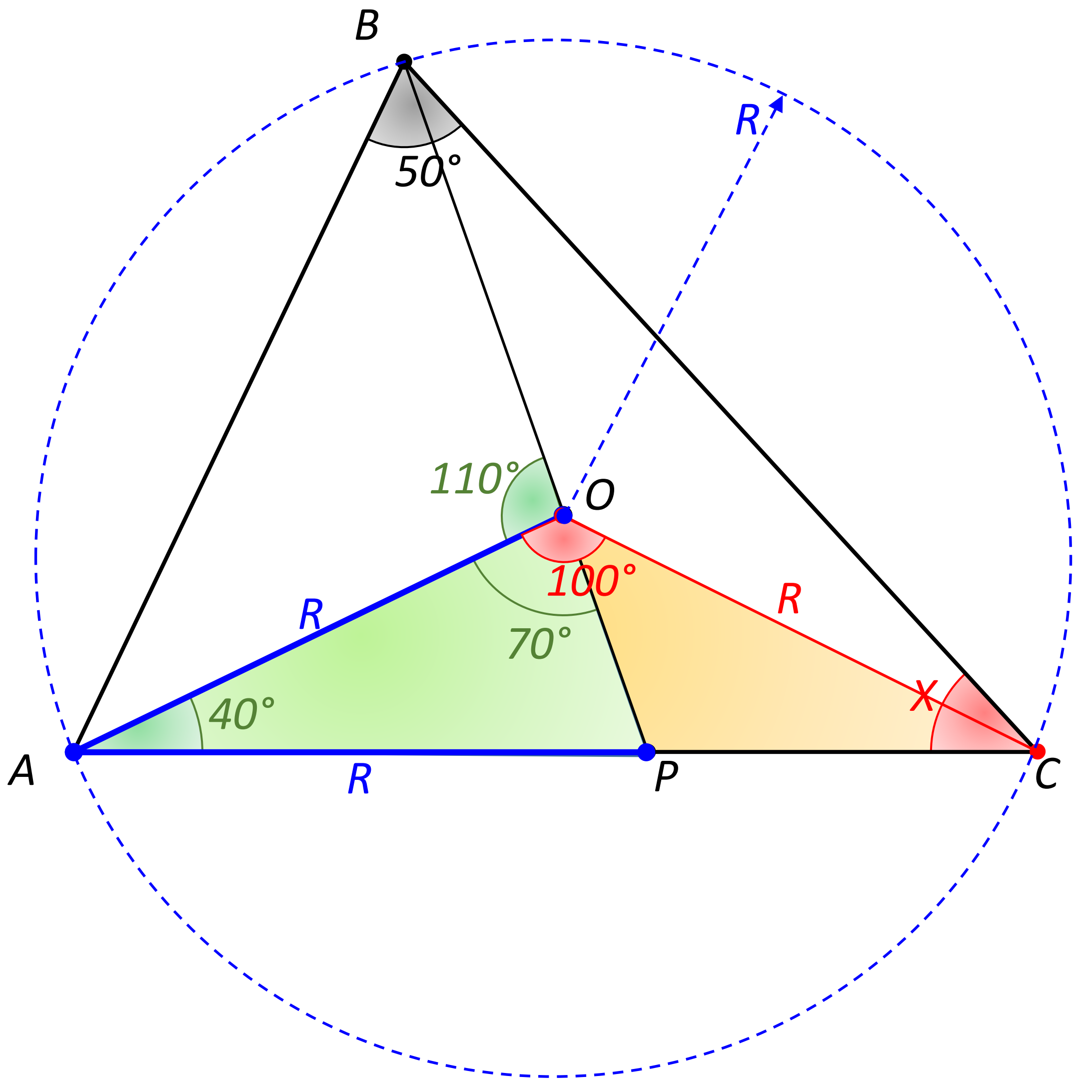
α = θ

AM = MC = a

CURSO DE GEOMETRÍA

PUNTOS NOTABLES II

Del gráfico O es circuncentro del ΔABC, si AP=AO. Calcule m∢ACB.



RESOLUCIÓN:

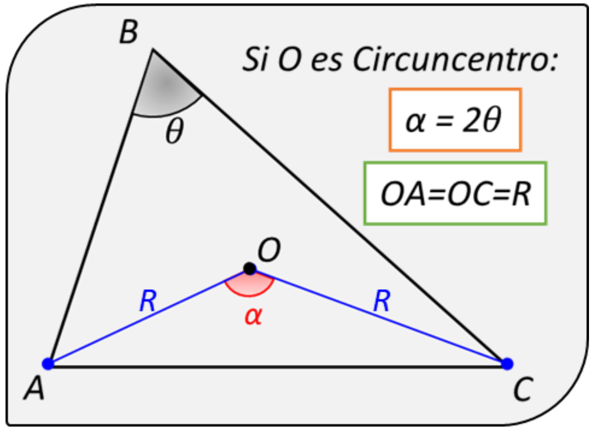
Nos piden *m∢ACB* = *X*

Dato:

AP=AO=R

- *Como O es circuncentro:*
  m∢AOC = 100°
- *Además R es Circunradio:*
  OC = R
- *El ΔAOC es isósceles:*
  m∢OAC = 40°
- *El ΔOAP es isósceles:*
  m∢AOP = 70°
  m∢AOB = 110° (*por suplemento en el vértice O*)
- *Aplicando de nuevo el teorema del circuncentro (O):*
  ∴ X = 55°

RECORDAR:

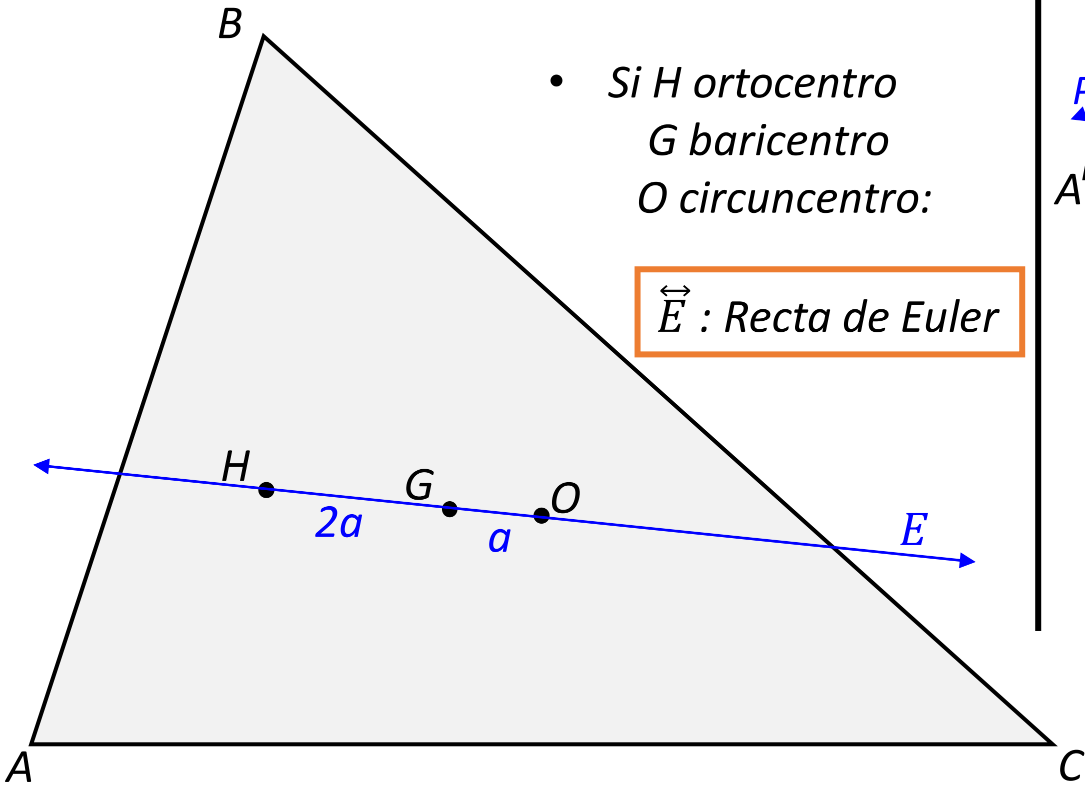


CURSO DE GEOMETRÍA

PUNTOS NOTABLES II

RECTA DE EULER:

Es aquella recta que contiene al ortocentro (H), baricentro (G) y circuncentro (O) de todo triángulo.

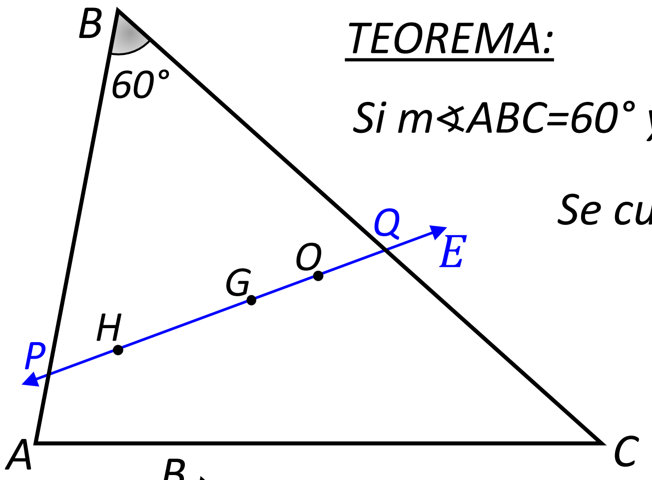


- Si H ortocentro
  G baricentro
  O circuncentro:

$\overleftrightarrow{E}$: Recta de Euler

Se cumple:

$HG = 2(GO)$



TEOREMA:

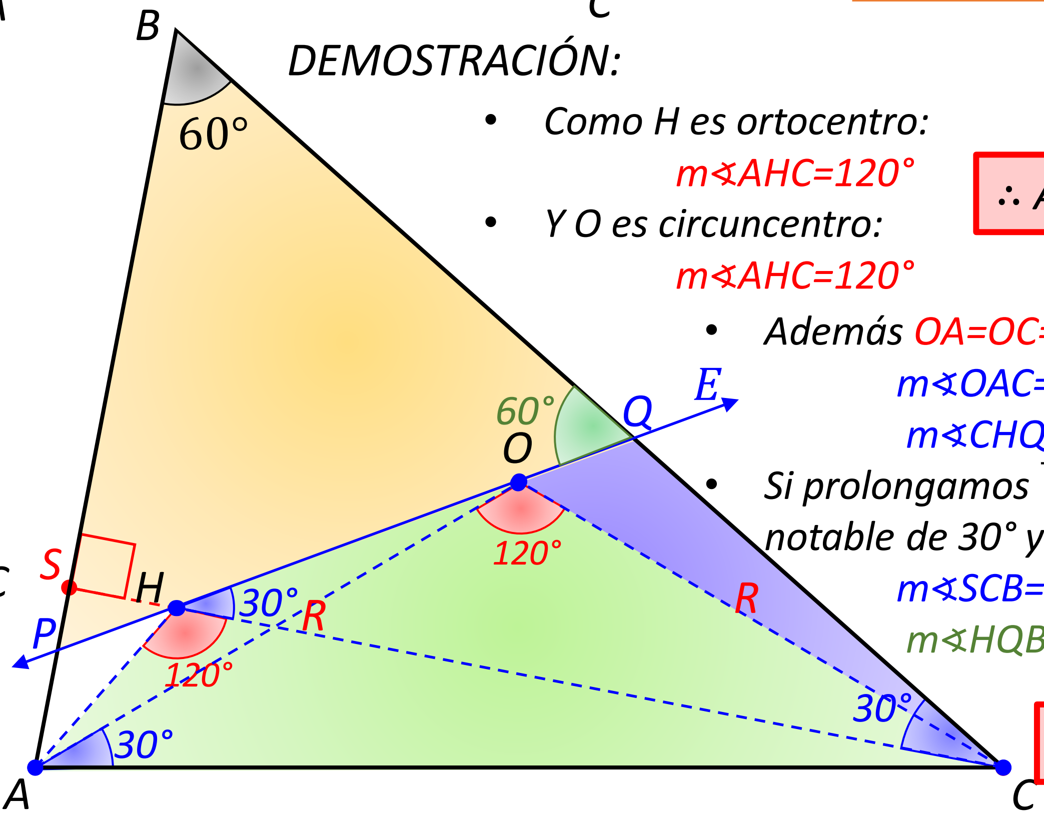
Si $m\sphericalangle ABC=60°$ y $\overleftrightarrow{E}$ es Euler:

Se cumple:

AHOC: inscriptible

PBQ: Equilátero

PB=AP+QC



DEMOSTRACIÓN:

- Como H es ortocentro:
  $m\sphericalangle AHC=120°$
- Y O es circuncentro:
  $m\sphericalangle AHC=120°$

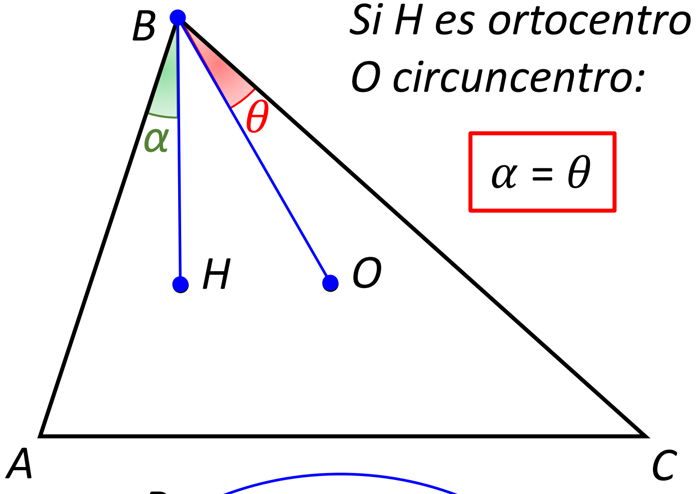
$\therefore$ AHOC es inscriptible

- Además OA=OC=R:
  $m\sphericalangle OAC=30°$ (AOC isósceles)
  $m\sphericalangle CHQ=30°$ (AHOC inscriptible)
- Si prolongamos $\overline{CH}$, en el ⊿BSC notable de 30° y 60°:
  $m\sphericalangle SCB=30°$
  $m\sphericalangle HQB=60°$ (∢ exterior HQC)

$\therefore$ PBQ es Equilátero

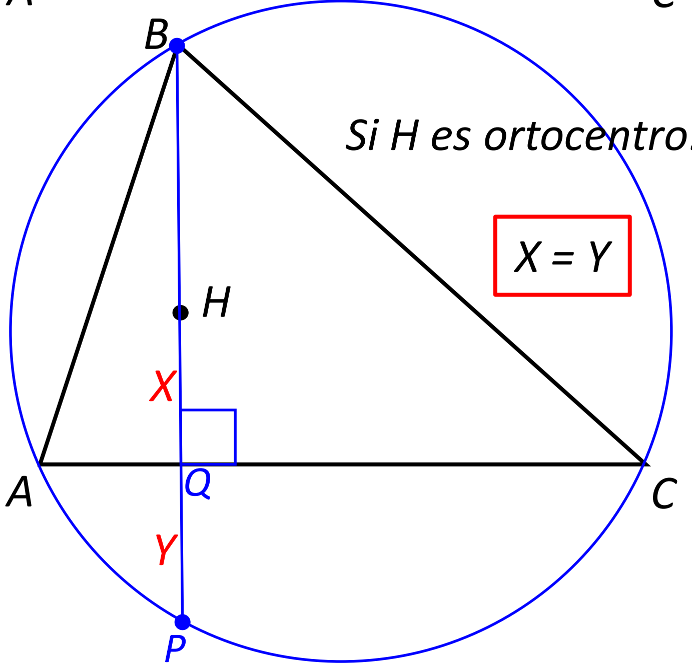
PUNTOS NOTABLES II

TEOREMAS ADICIONALES:



Si H es ortocentro y O circuncentro:

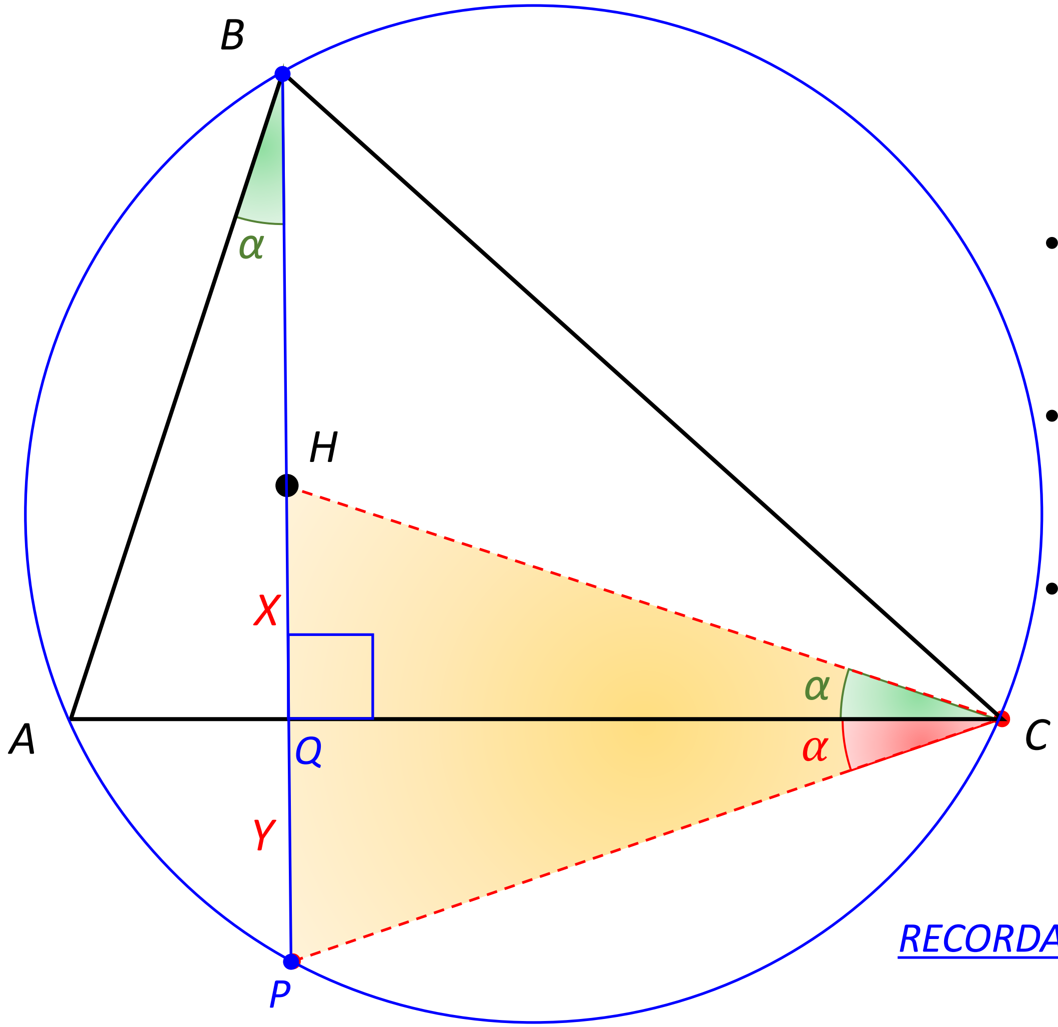
$\boxed{\alpha = \theta}$



Si H es ortocentro:

$\boxed{X = Y}$

DEMOSTRACIÓN:



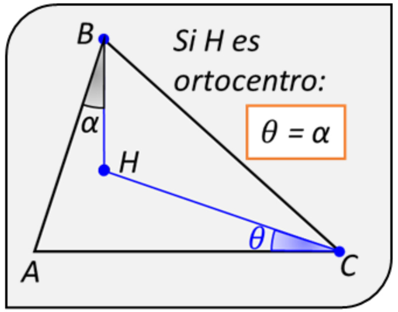
Demostrar que:

$\boxed{X = Y}$

- *Como H es ortocentro:*
  $m\sphericalangle ABQ = m\sphericalangle ACH = \alpha$
- *Por ∢inscrito (rebote):*
  $m\sphericalangle ACP = \alpha$
- *El ΔACH es isósceles:*
  $HQ = HP$

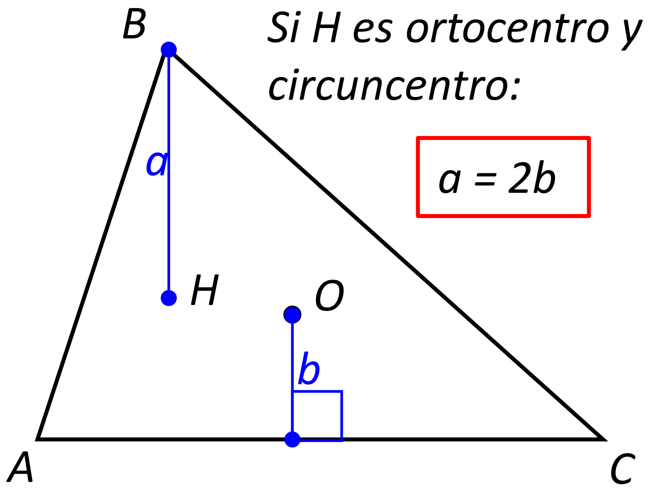
$\therefore X = Y$

RECORDAR:



CURSO DE GEOMETRÍA

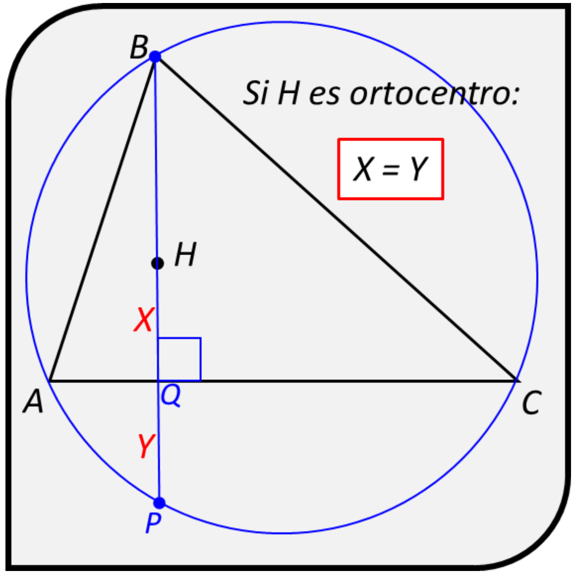
PUNTOS NOTABLES II



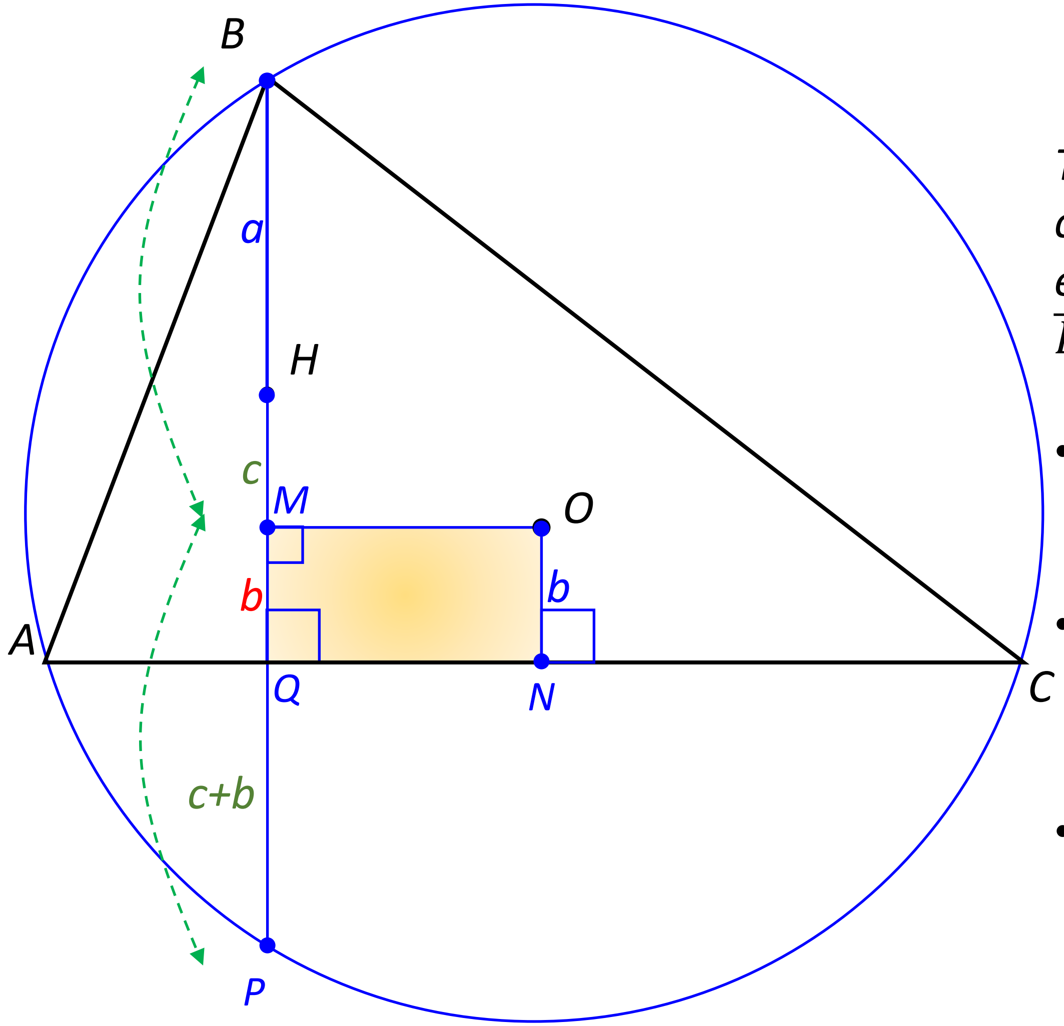
Si H es ortocentro y O circuncentro:

$\boxed{a = 2b}$

RECORDAR:



DEMOSTRACIÓN:



Demostrar que:

$\boxed{a = 2b}$

Trazamos la circunferencia circunscrita para aprovechar el teorema anterior y $\overline{OM} \perp \overline{BP}$.

- *En el rectángulo QMON:*
  MQ=b
- *Como H es ortocentro:*
  si HM=c
  HQ=QP= b + c
- *Como $\overline{OM} \perp \overline{BP}$:*
  BM=MP
  a + c = 2b + c
  ∴ a = 2b