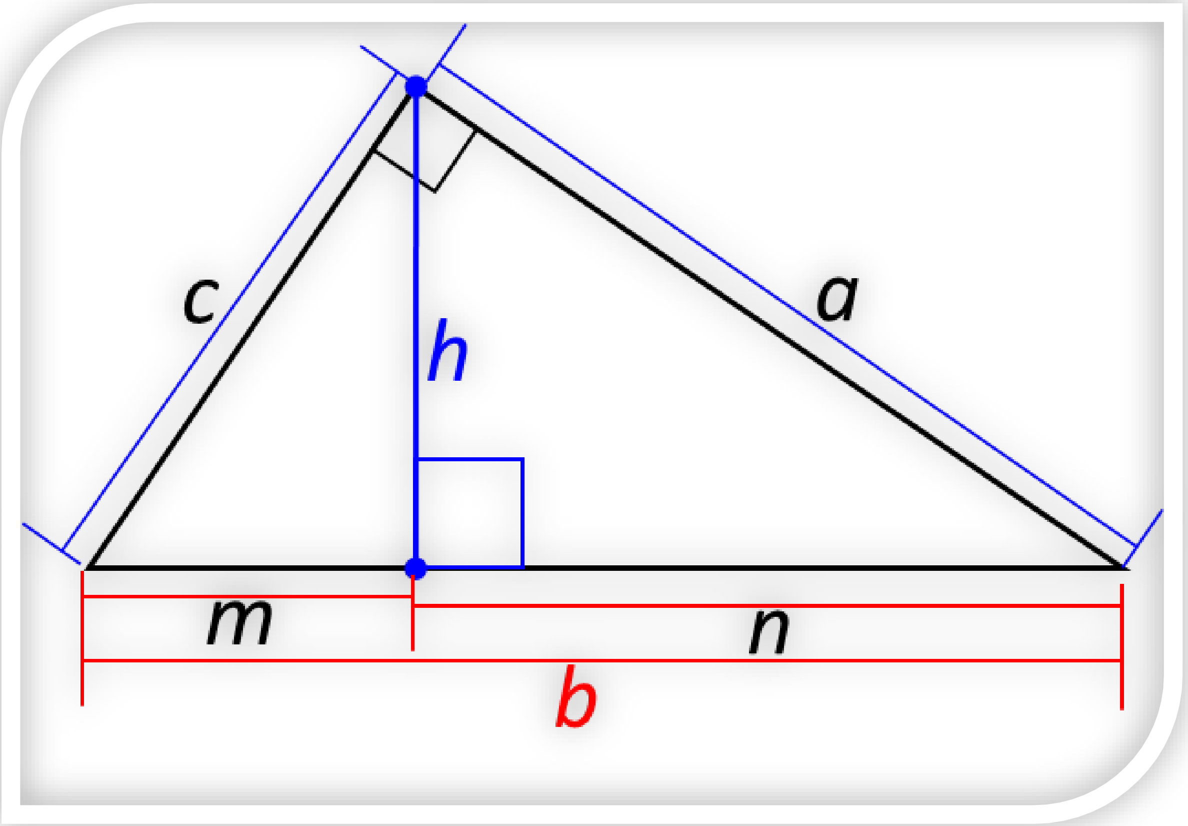
OBJETIVOS:

- *CONOCER LAS DIFERENTES RELACIONES MÉTRICAS DE LOS ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO.*
- *APLICAR DICHOS TEOREMAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO EXAMEN DE ADMISIÓN UNI.*
- *FINALMENTE A PARTIR DEL DESARROLLO DE PROBLEMAS TENER LA EXPERIENCIA SUFICIENTE PARA AFRONTAR UN EXAMEN DE ADMISION UNI.*

RELACIONES MÉTRICAS II

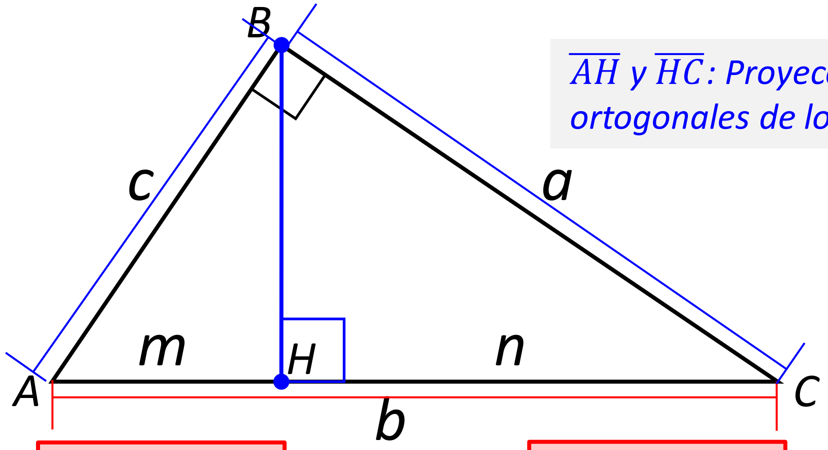
- *TEOREMAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO*
  - ✓ *CÁLCULO DE UN CATETO.*
  - ✓ *TEOREMA DE PITÁGORAS.*
  - ✓ *CALCULO DE LA ALTURA RELATIVA A LA HIPOTENUSA.*
  - ✓ *TEOREMA DEL PRODUCTO DE CATETOS.*



RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

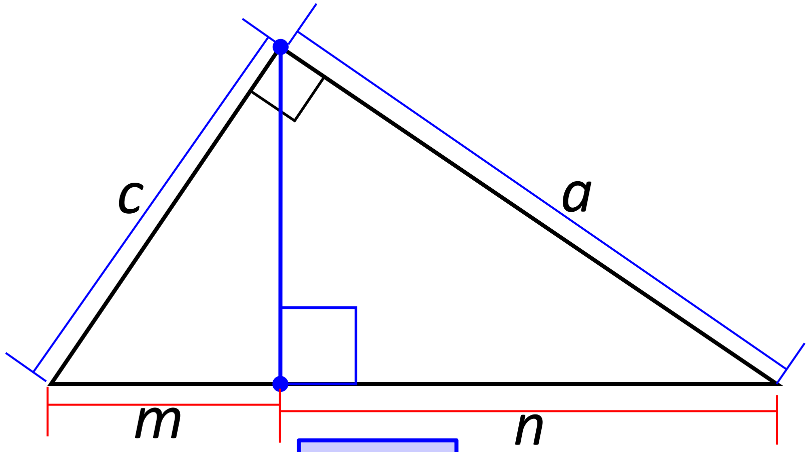
TEOREMA DEL CÁLCULO DEL CATETO.

$\overline{AH}$ y $\overline{HC}$: *Proyecciones ortogonales de los catetos.*



$\boxed{a^2 = (b)(n)}$ $\boxed{c^2 = (b)(m)}$

TEOREMA DE LA RAZÓN DE CATETOS.

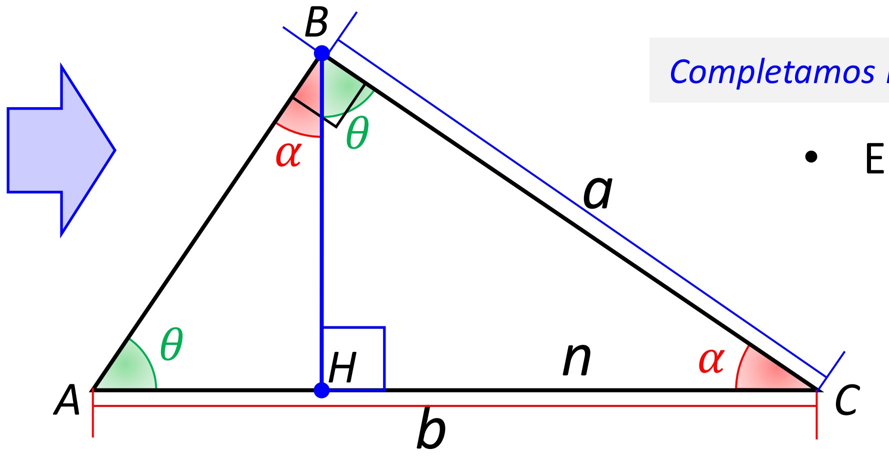


$$\boxed{\frac{a^2}{c^2} = \frac{n}{m}}$$

DEMOSTRACIÓN:

Demostrar que : $\boxed{a^2 = (b)(n)}$

Completamos las medidas y buscamos semejanza.

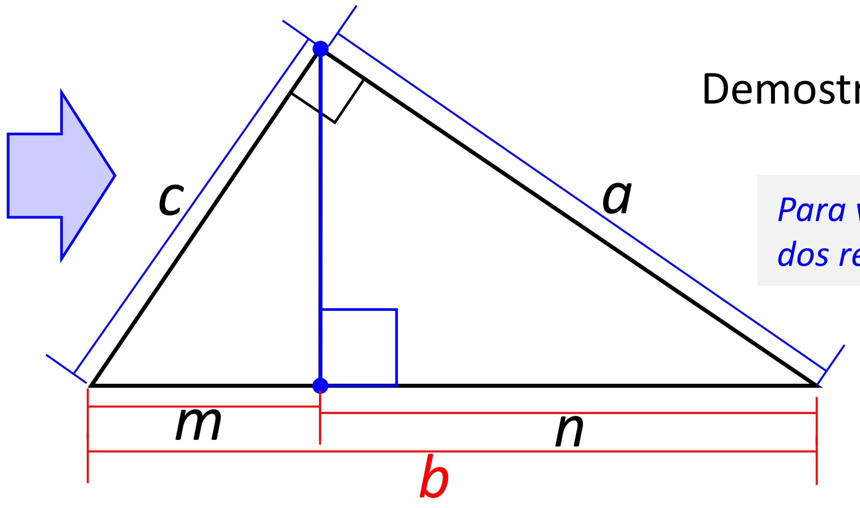


- El ⊿ABC ≅ ⊿BHC:

$$\frac{a}{n} = \frac{b}{a} \qquad \boxed{a^2 = (b)(n)}$$

Demostrar que : $\boxed{\frac{a^2}{c^2} = \frac{n}{m}}$

Para verificar el teorema dividimos las dos relaciones del cálculo del cateto.

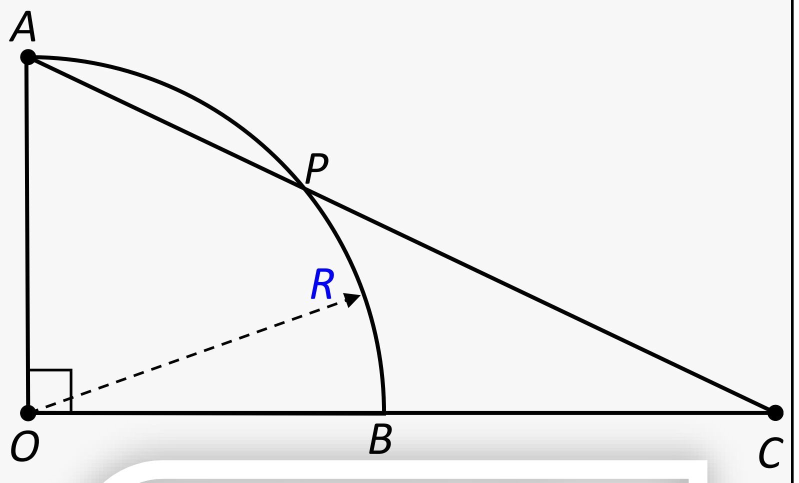


$$\left.\begin{aligned} a^2 &= (\cancel{b})(n) \\ c^2 &= (\cancel{b})(m) \end{aligned}\right\} \div$$

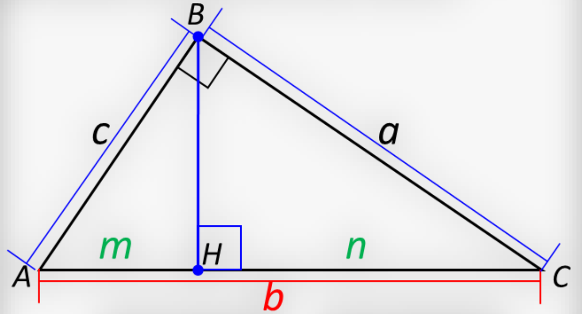
$$\boxed{\frac{a^2}{c^2} = \frac{n}{m}}$$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Del gráfico AOB es un cuadrante, si AP=4 y PC=5. Calcule R

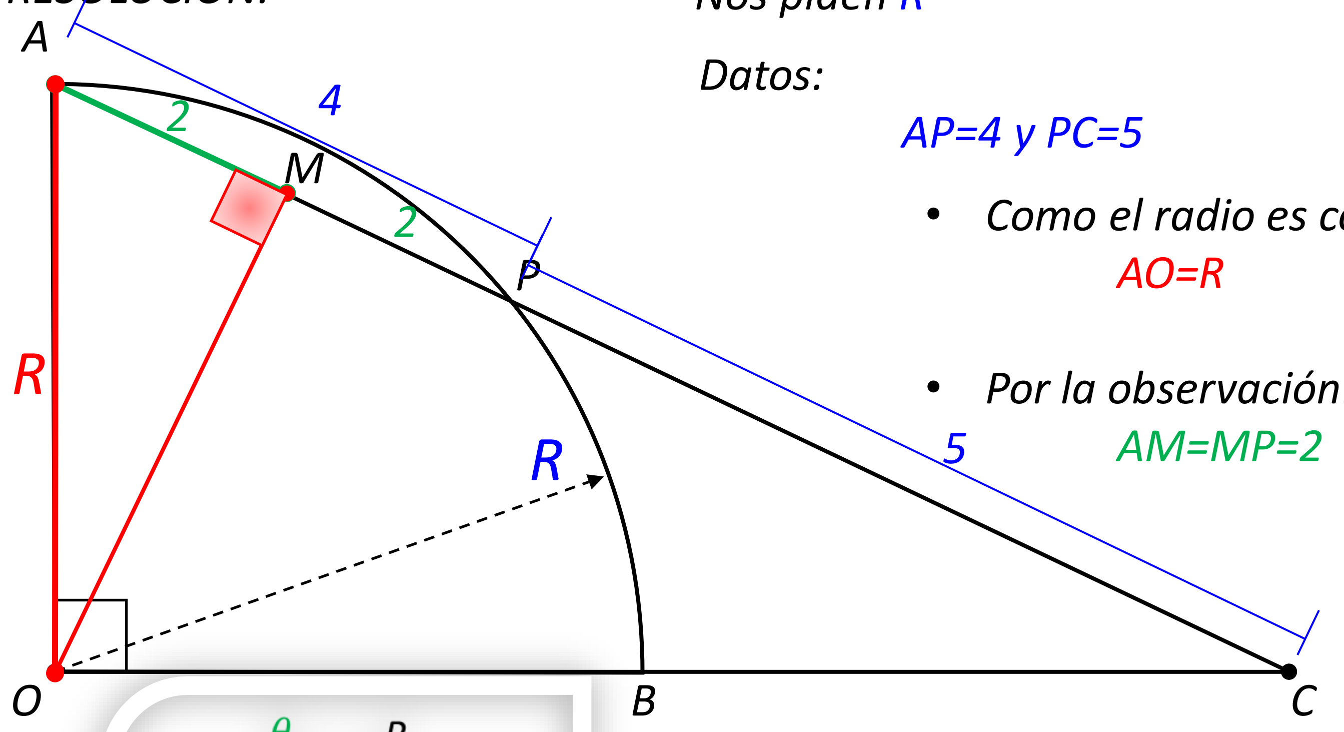


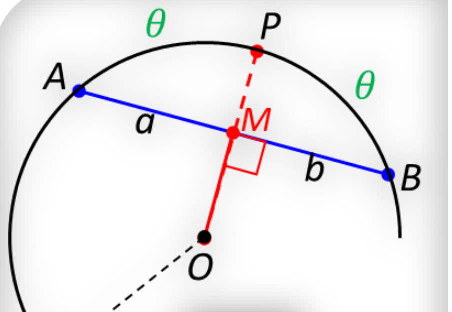
TEOREMA DEL CÁLCULO DEL CATETO.



$a^2 = (b)(n)$ $c^2 = (b)(m)$

RESOLUCIÓN:





$a = b$

Nos piden R

Datos:

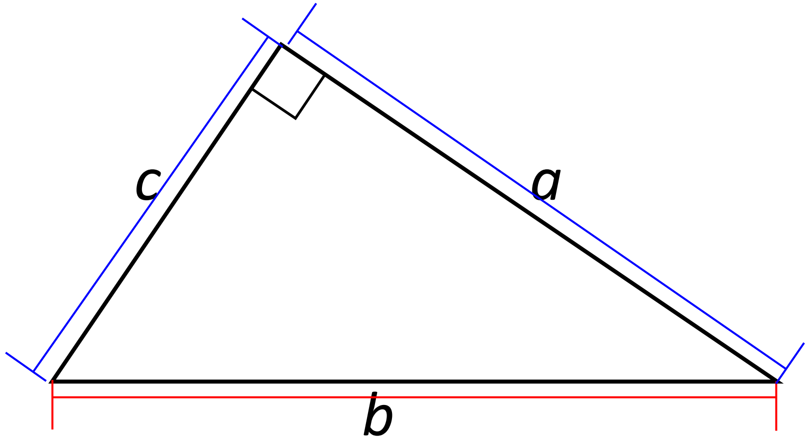
AP=4 y PC=5

- Como el radio es constante:
  AO=R
- Por la observación:
  AM=MP=2
- Entonces $\overline{AO}$ es cateto del $\triangle AOC$, por teorema del calculo del cateto:
  $R^2 = (9)(2)$

$\therefore R = 3\sqrt{2}$

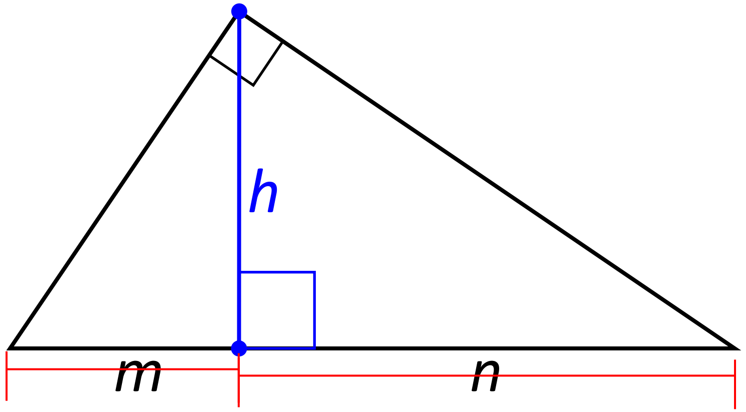
RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

TEOREMA DE PITÁGORAS.



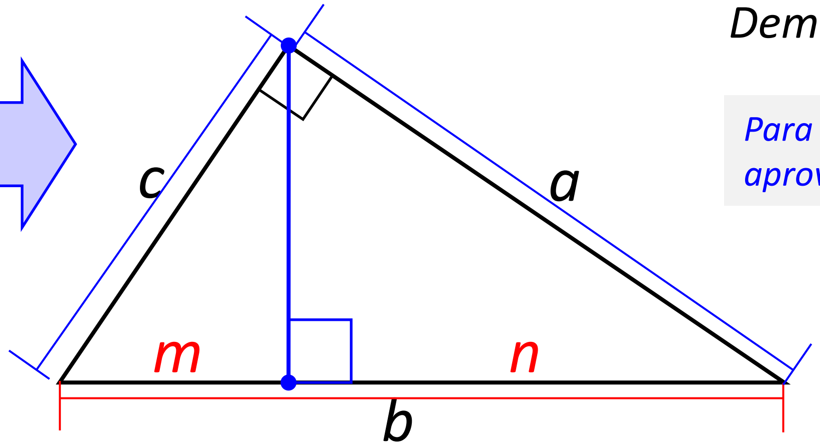
$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$$

TEOREMA DEL CÁLCULO DE LA ALTURA.



$$\boxed{h^2 = (m)(n)}$$

DEMOSTRACIÓN:



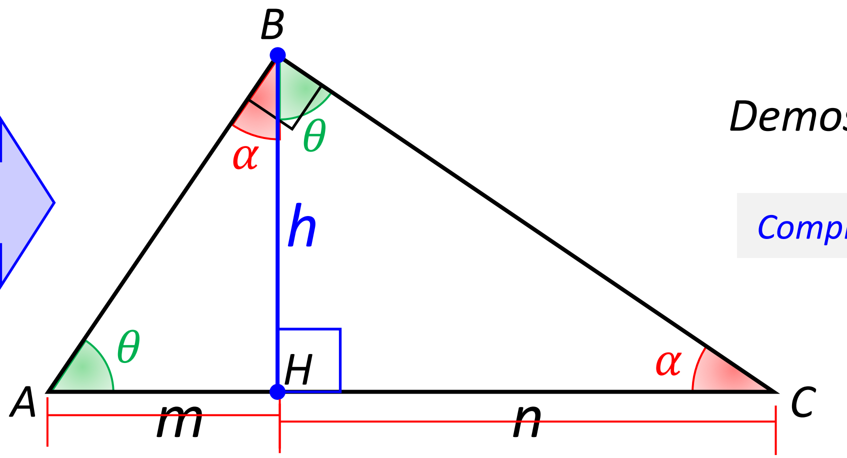
Demostrar que : $\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$

Para la demostración del teorema de Pitágoras aprovecharemos el teorema del calculo del cateto.

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= (b)(n) \\ c^2 &= (b)(m) \end{aligned}\right\} +$$

$$a^2 + c^2 = \underbrace{b(m+n)}_{b}$$

$$\boxed{a^2 + c^2 = b^2}$$



Demostrar que : $\boxed{h^2 = (m)(n)}$

Completamos las medidas y buscamos semejanza.

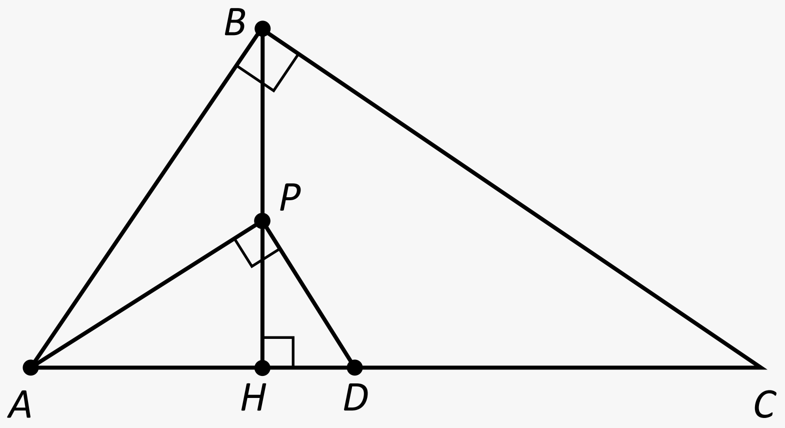
- El ⊿AHB ≅ ⊿BHC:

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

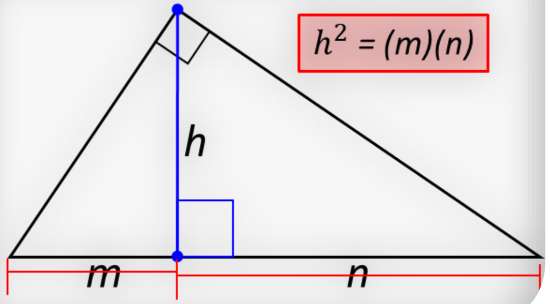
$$\boxed{h^2 = (m)(n)}$$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Del gráfico, si BP=3(PH). Calcule $\frac{HD}{DC}$

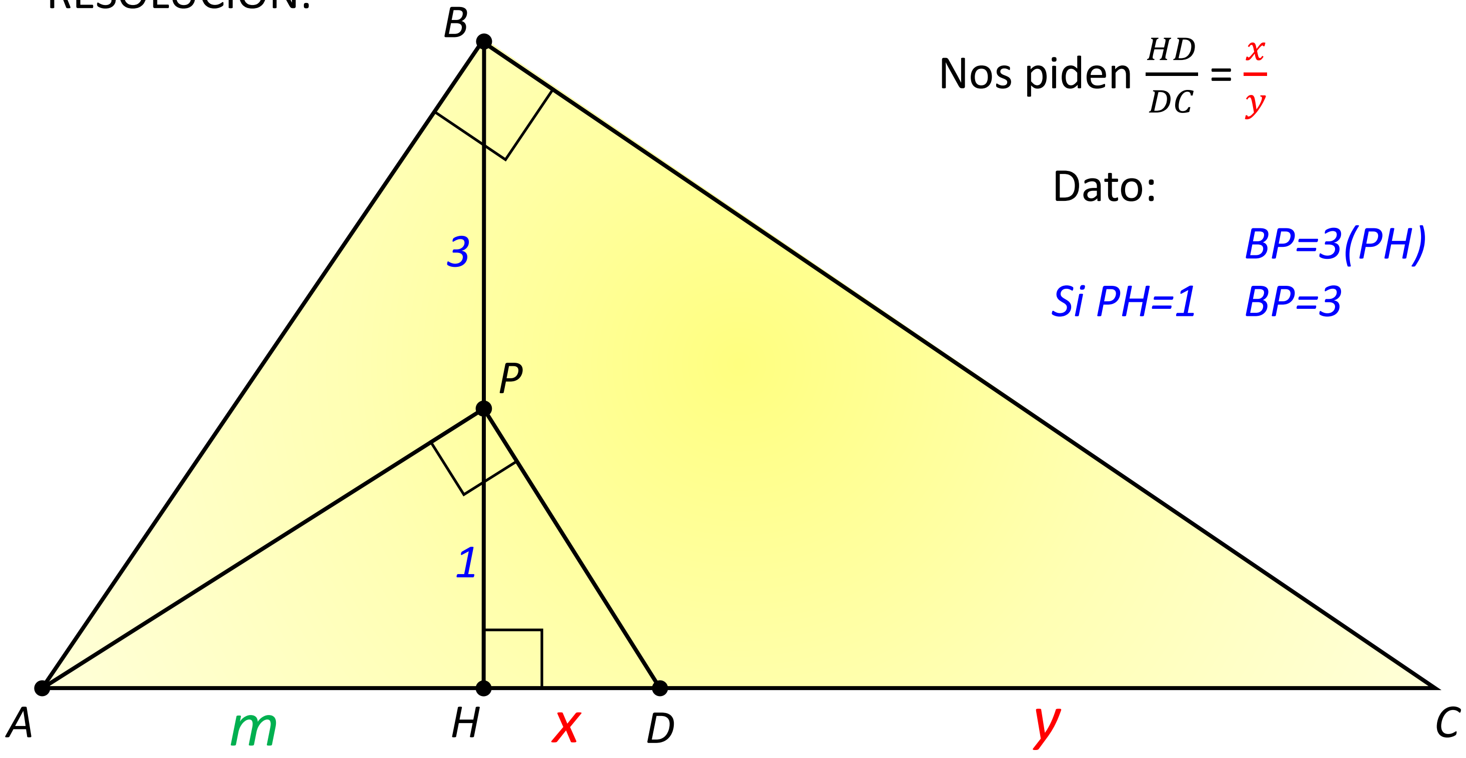


TEOREMA DEL CÁLCULO DE LA ALTURA.



$\boxed{h^2 = (m)(n)}$

RESOLUCIÓN:



Nos piden $\frac{HD}{DC} = \frac{x}{y}$

Dato:

BP=3(PH)

Si PH=1 *BP=3*

Si AH=m

- *En el ⊿APD, por teorema del cálculo de la altura:*

  $1^2 = (m)(x)$

- *En el ⊿ABC, por teorema del cálculo de la altura:*

  $4^2 = (m)(x+y)$

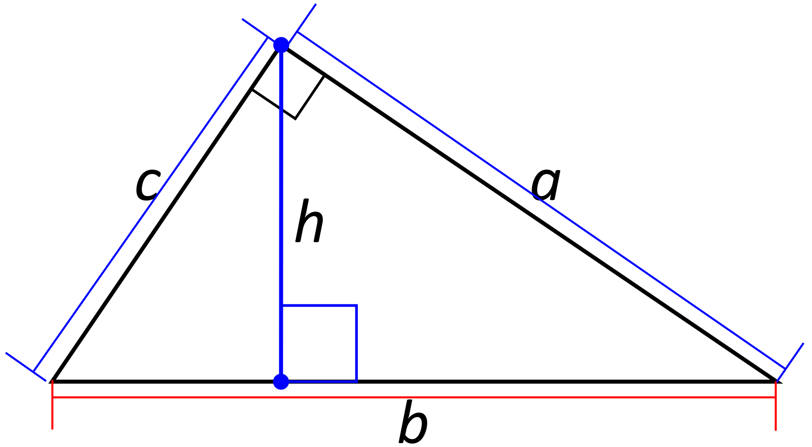
$\div$

$\frac{1}{16} = \frac{(x)}{(x+y)}$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{1}{15}$

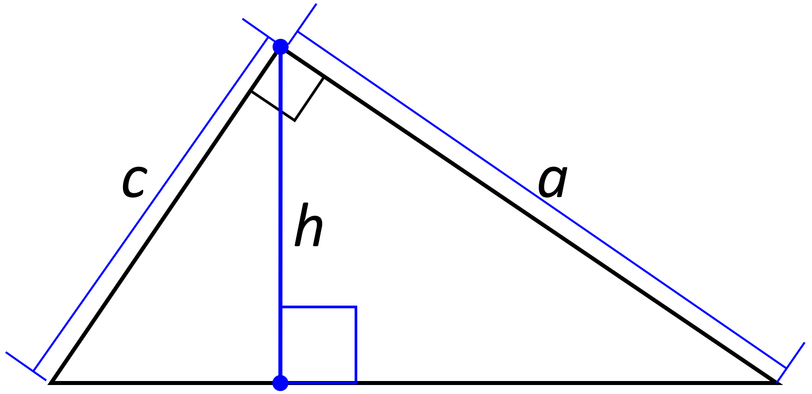
RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

TEOREMA DEL PRODUCTOD DE CATETOS.



(a)(c)= (b)(h)

TEOREMA DE LA INVERSA DE PITÁGORAS.

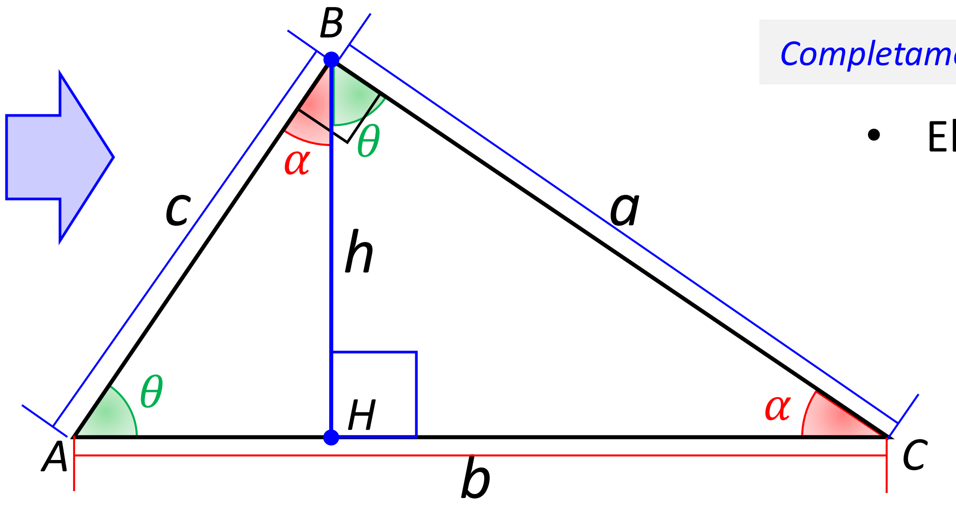


$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}$$

DEMOSTRACIÓN:

Demostrar que : (a)(c)= (b)(h)

Completamos las medidas y buscamos semejanza.



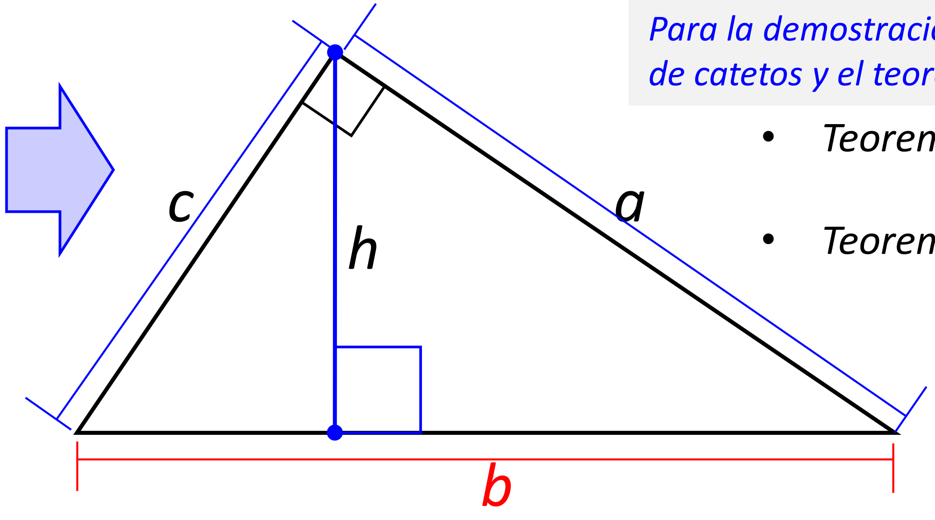
- El ⊿ABC ~ ⊿AHB:

$$\frac{a}{h} = \frac{b}{c}$$

(a)(c)= (b)(h)

Demostrar que : $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}$

Para la demostración, aprovechemos el teorema de producto de catetos y el teorema de Pitágoras.



- Teorema de Pitágoras:

$$b^2 = a^2 + c^2$$

- Teorema del producto de catetos:

(a)(c)= (b)(h)…… elevamos al cuadrado

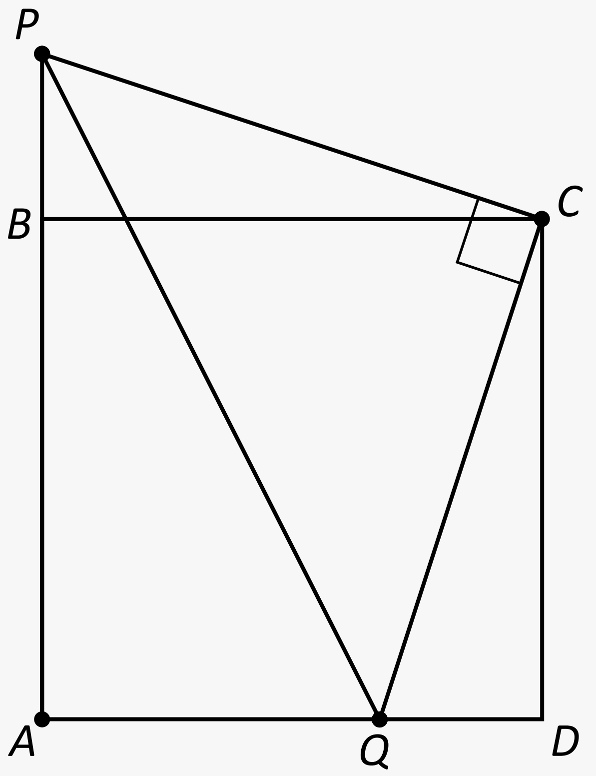
$(a^2)\,(c^2) = (b^2)\,(h^2)$

$(a^2)\,(c^2) = (a^2 + c^2)\,(h^2)$

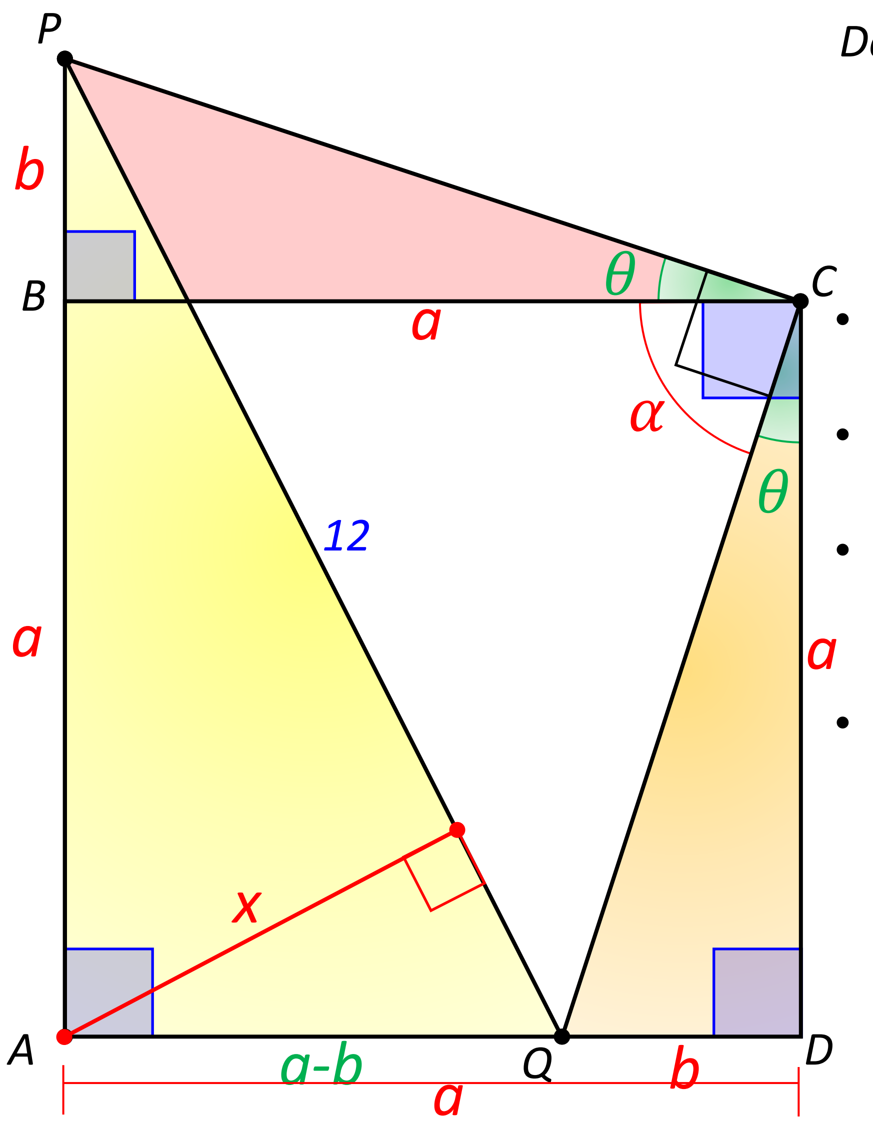
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}$$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Del gráfico ABCD es un cuadrado si PQ=12 y $(AB)^2$ - $(BP)^2$=60. Calcule la distancia de A al $\overline{PQ}$.



RESOLUCIÓN:



Nos piden la distancia de A al $\overline{PQ}$ = x

Dato:

PQ=12

$(AB)^2$ - $(BP)^2$=60

$\boxed{(a)^2 - (b)^2 = 60}$

- Como ABCD es un cuadrado:

  AB=BC=CD=AD=a

- En el vértice C:

  m∢QCD=m∢PCB=θ

- Entonces el ⊿PBC ≅ ⊿QDC (ALA):

  PB=QD=b

  AQ=a-b

- En el ⊿PAQ, por teorema del producto de catetos:

  (a+b)(a-b)= (12)(x)

  $\boxed{(a)^2 - (b)^2}$= 12(x)

  60 = 12x

  ∴ x = 5

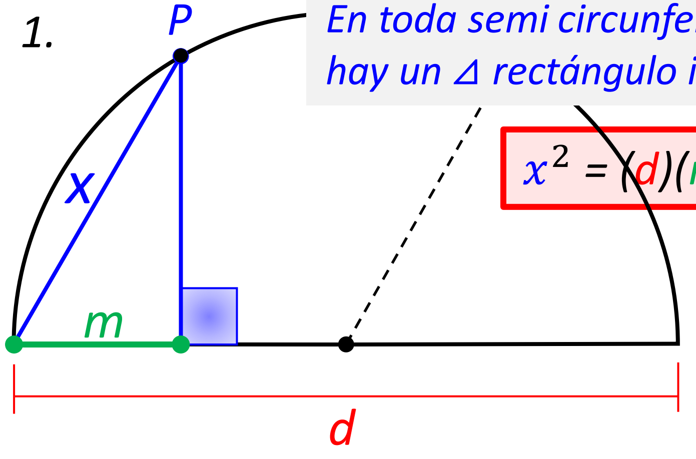
RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

TEOREMAS ADICIONALES:

1.

En toda semi circunferencia hay un ⊿ rectángulo inscrito.

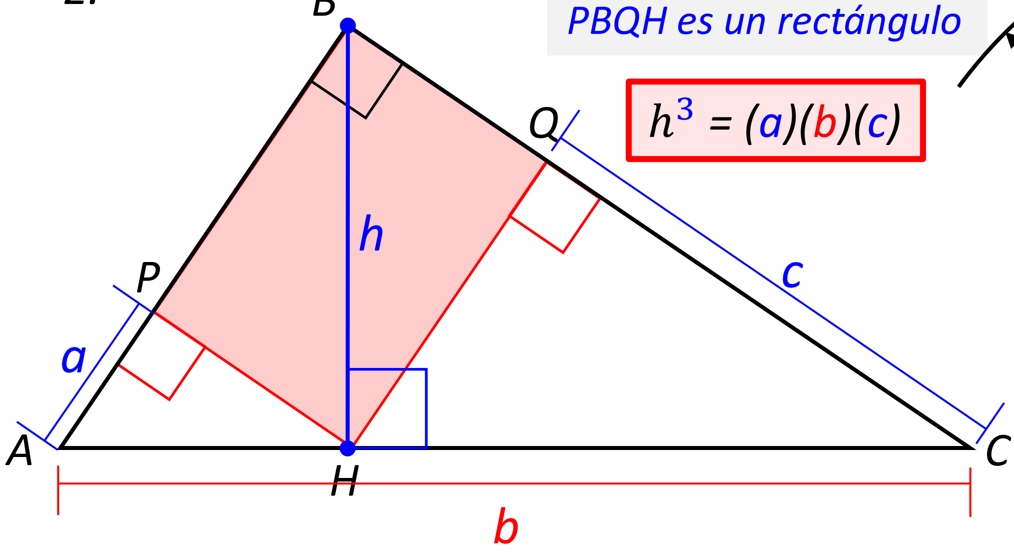
$\boxed{x^2 = (d)(m)}$



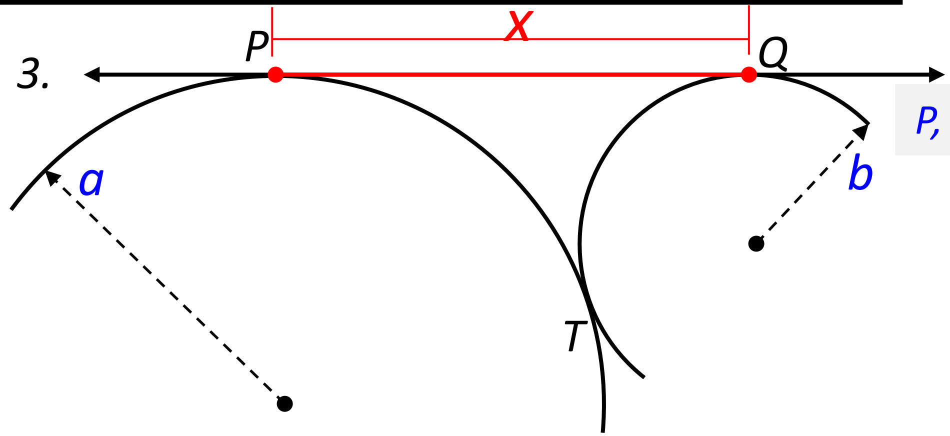
2.

PBQH es un rectángulo

$\boxed{h^3 = (a)(b)(c)}$



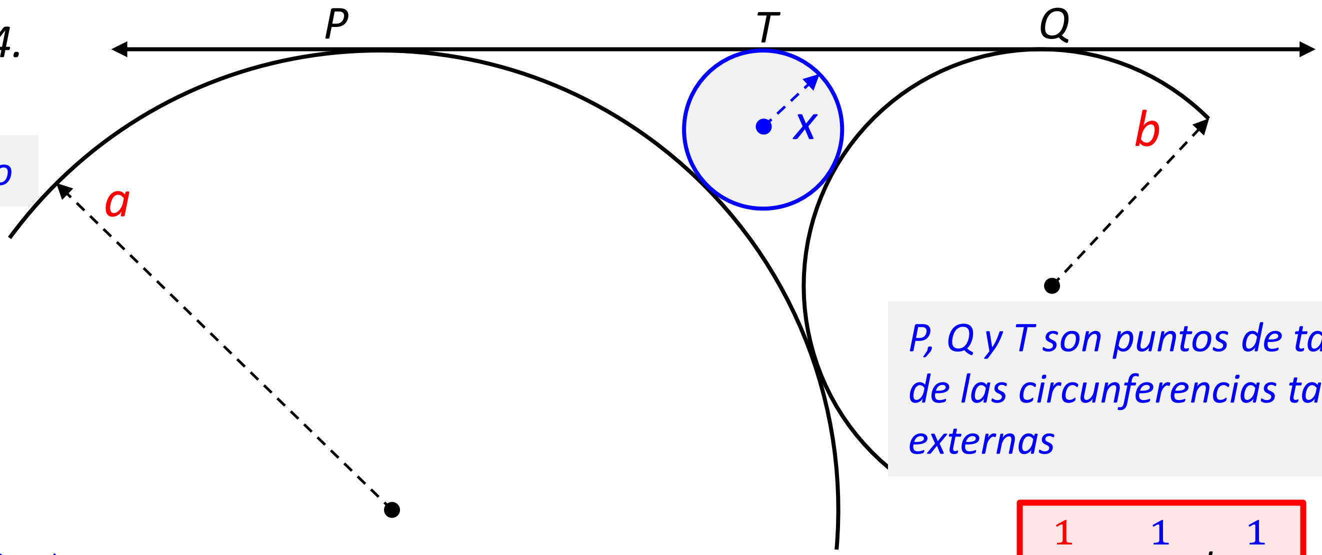
3.



P, Q y T son puntos de tangencia

$\boxed{x = 2\sqrt{(a)(b)}}$

4.

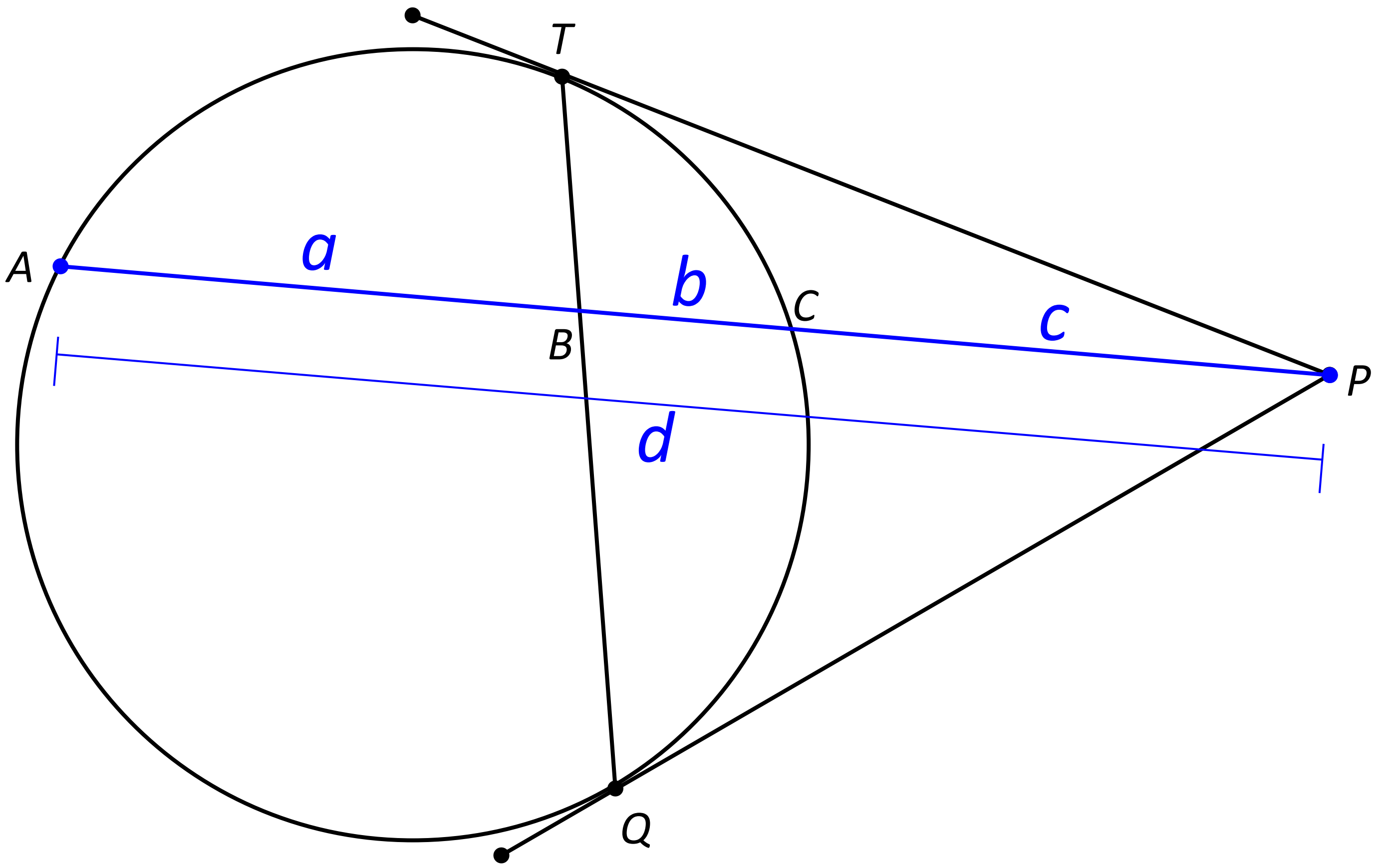


P, Q y T son puntos de tangencia de las circunferencias tangentes externas

$\boxed{\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}}$

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

RETO DEL TEMA:



Si T y Q son puntos de tangencia

Demuestre que:

A, B, C Y P son puntos armónicos

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{d}{c}}$$