TRIGONOMETRÍA

PROGRAMA ACADÉMICO VIRTUAL

Ciclo Anual Virtual Uni

Docente: Rodolfo Condori

CIRCUNFERENCIA TRIGONOMETRICA I

OBJETIVOS

- Relacionar los ángulos en radianes con los números reales en la circunferencia trigonométrica (C.T.).
- Representar al seno y coseno de un número real, con las coordenadas de un punto en la C. T.
- Usar la circunferencia trigonométrica o unitaria para evaluar seno coseno de ángulos y arcos notables, por simetría.
- Resolver los problemas de la práctica dirigida y tipo de admisión

¿Cuáles serán los avances tecnológicos que afectaran nuestras vidas en el futuro ?

Michio Kaku , es un físico teórico estadounidense, especialista destacado de la teoría de campo de cuerdas.
Además, divulgador científico, anfitrión de dos programas de radio, aparece frecuentemente en programas televisivos sobre física y ciencia en general y es autor de varios best-sellers.

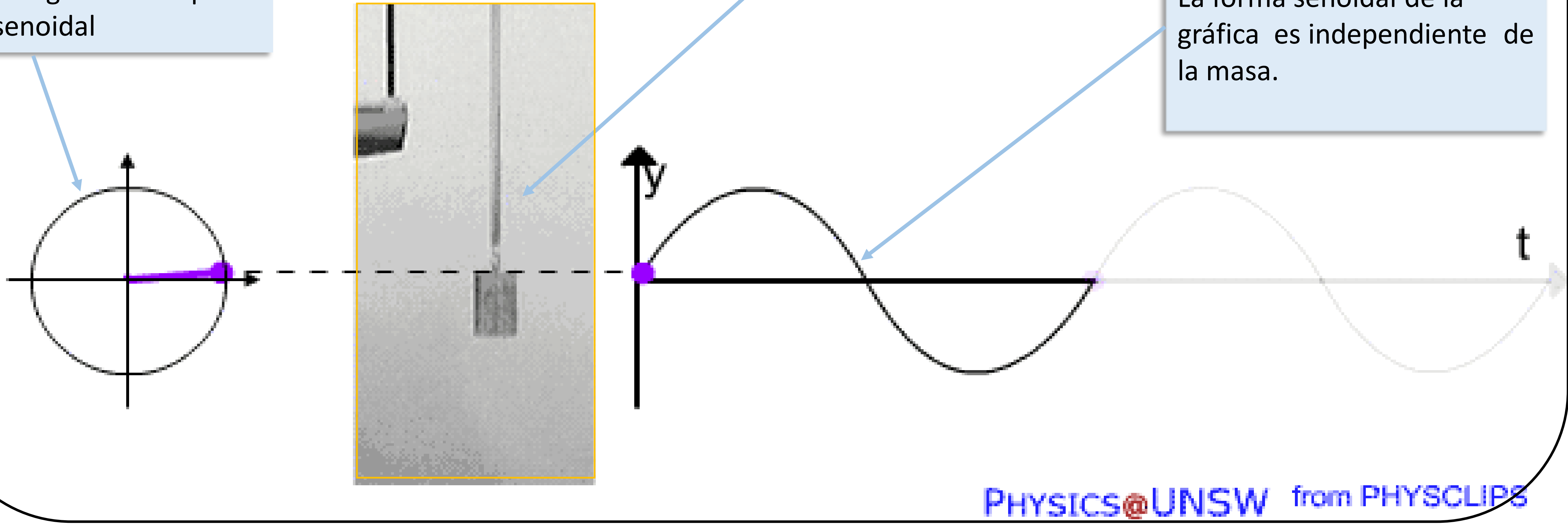
https://youtu.be/0ZIdwPshg4c

INTRODUCCIÓN

La circunferencia trigonométrica es utilizada para asociar el movimiento armónico simple con una gráfica de tipo senoidal

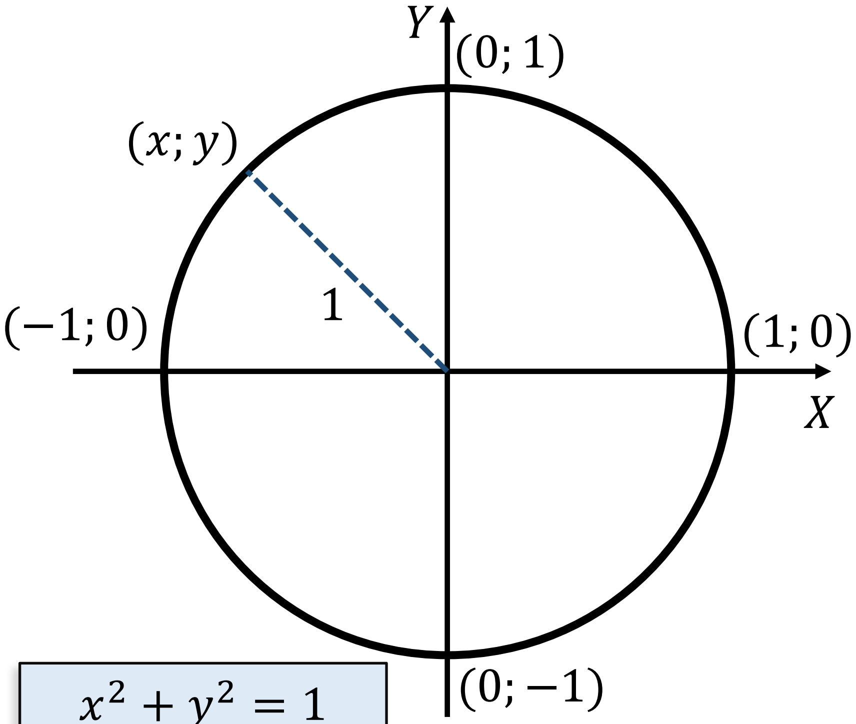
El movimiento armónico simple, también denominado movimiento vibratorio armónico simple, es un movimiento periódico de vaivén en el que un cuerpo oscila de un lado a otro de su posición de equilibrio y en intervalos de tiempo iguales

La forma senoidal de la gráfica es independiente de la masa.



DEFINICIÓN DE LA C.T.

Es aquella circunferencia con centro en el origen de coordenadas y radio una unidad.

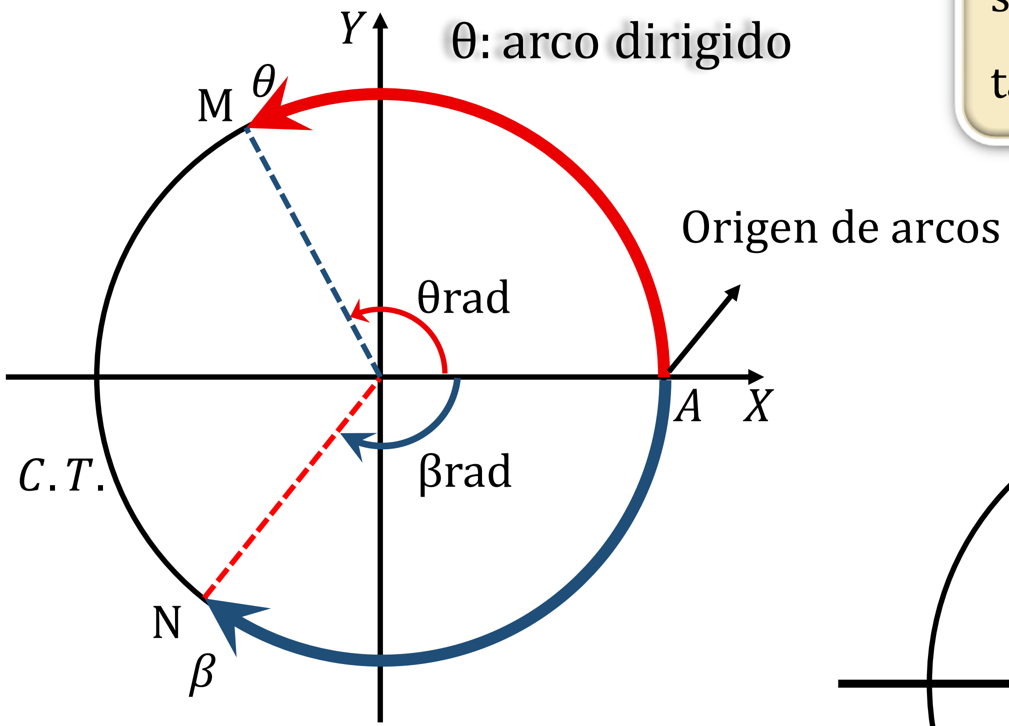


$$x^2 + y^2 = 1$$

Ecuación de la C. T

ARCOS DIRIGIDOS EN LA C.T.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



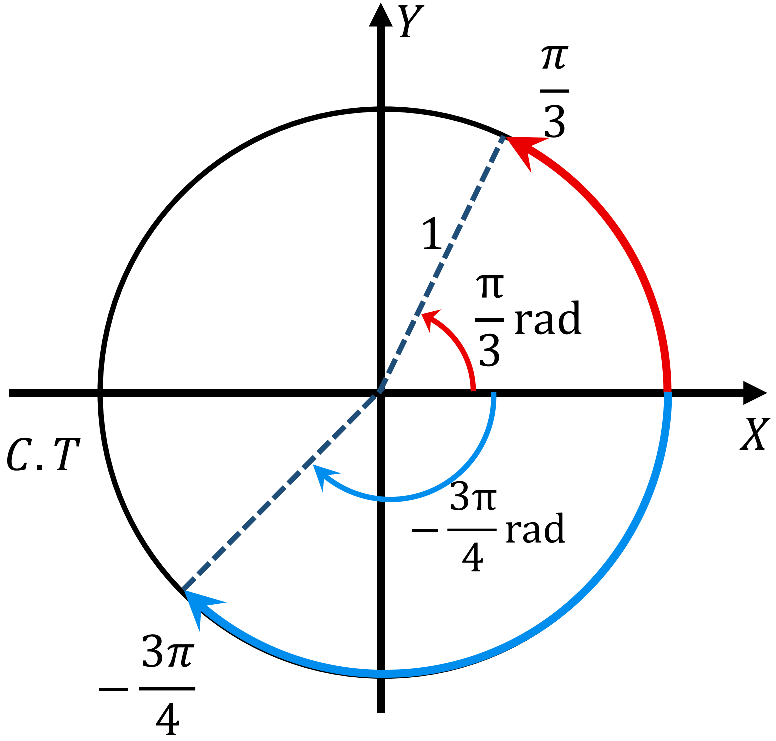
β: arco dirigido

M y N : Extremos de arcos

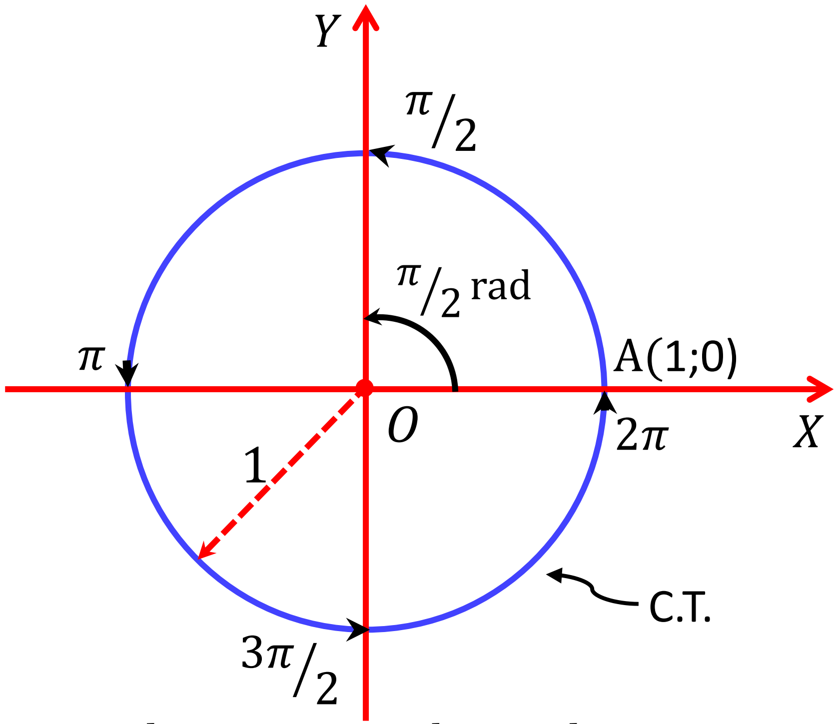
$$\text{sen}(\theta\text{rad}) = \text{sen}\theta$$

$$\tan(\beta\text{rad}) = \tan\beta$$

EJEMPLO



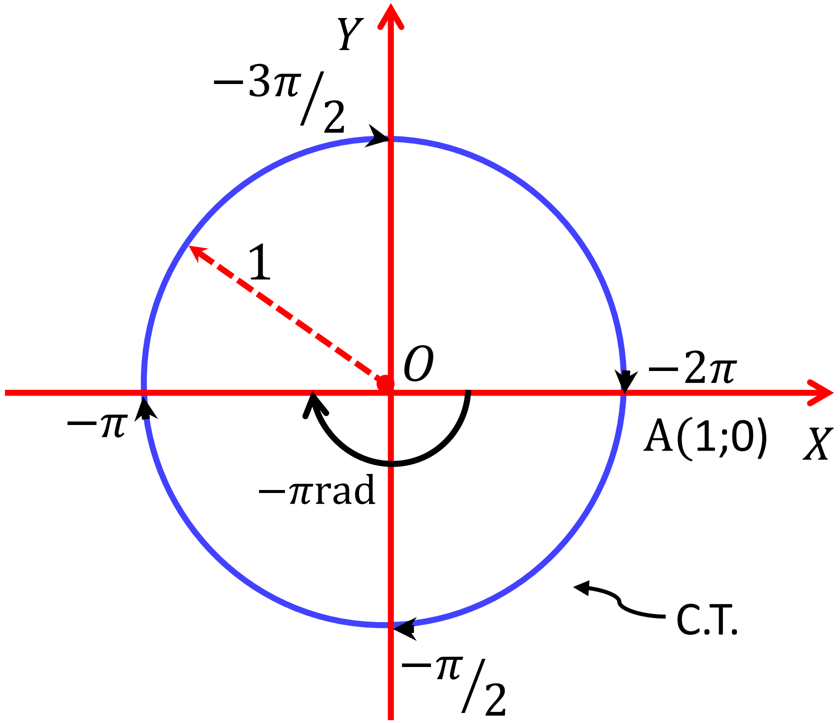
Ubicar los arcos cuadrantales en la CT.



Entonces los arcos *cuadrantales positivos*

$$son: \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \ldots$$

También se pueden dar en el sentido horario.



Entonces los arcos *cuadrantales negativos*

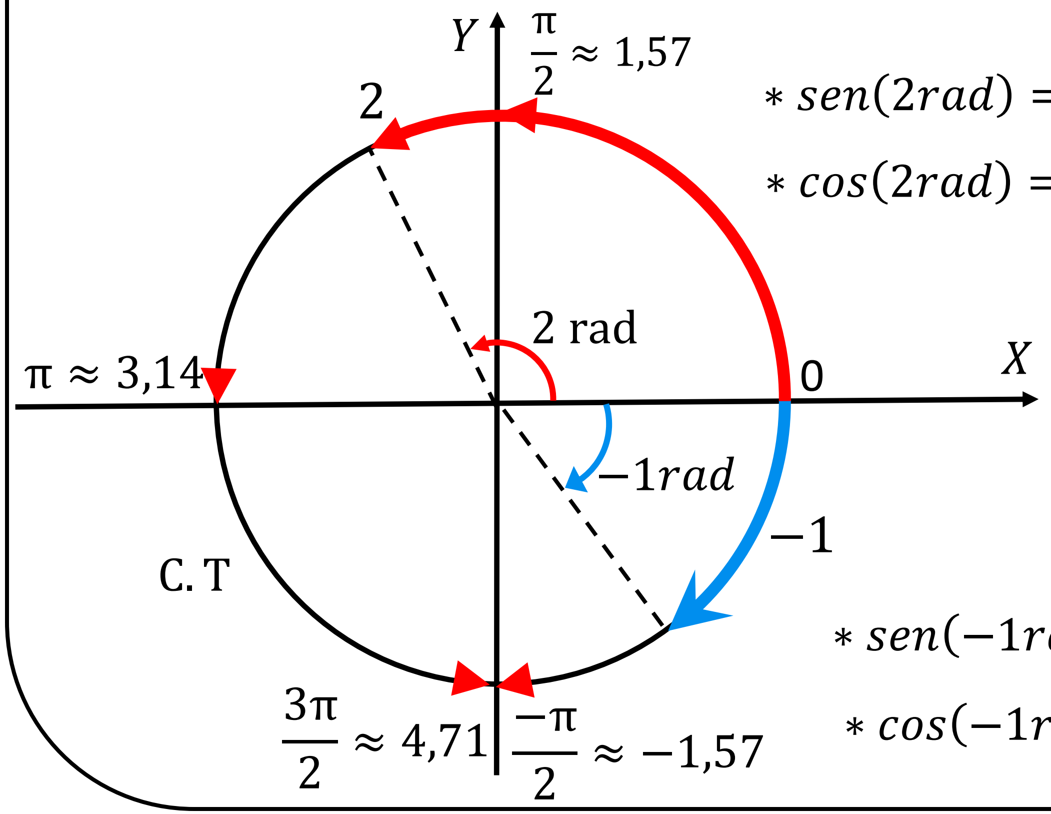
$$son: -\frac{\pi}{2}, -\pi, -\frac{3\pi}{2}, -2\pi, \ldots$$

OBSERVACIÓN

Tomando como referencia a los arcos

$\frac{\pi}{2}$, π ; $\frac{3\pi}{2}$ y 2π en la C. T,

permite ubicar aproximadamente otros arcos.

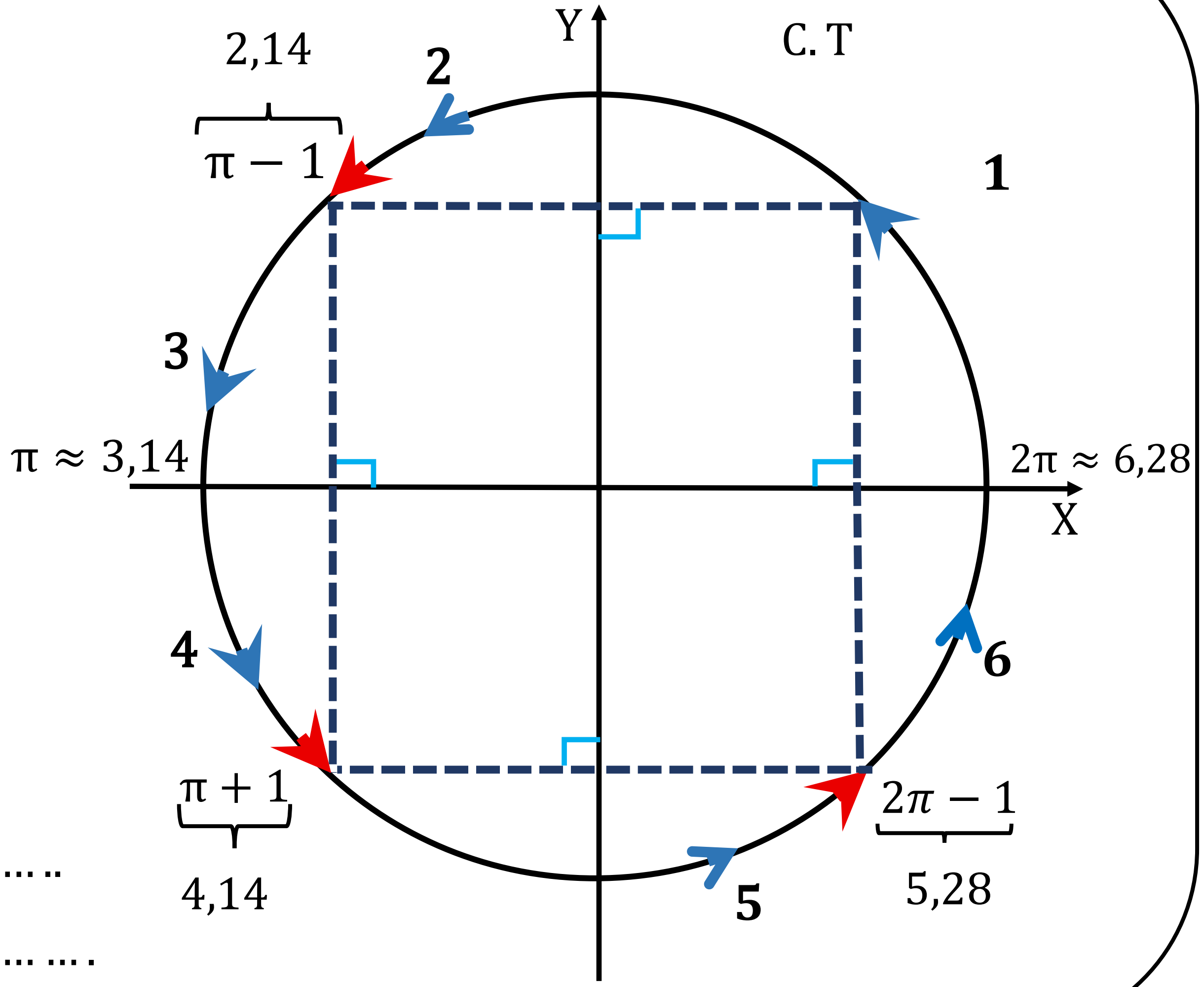


$* \; sen(2rad) = \;......\,...$

$* \; cos(2rad) = \;......\,...$

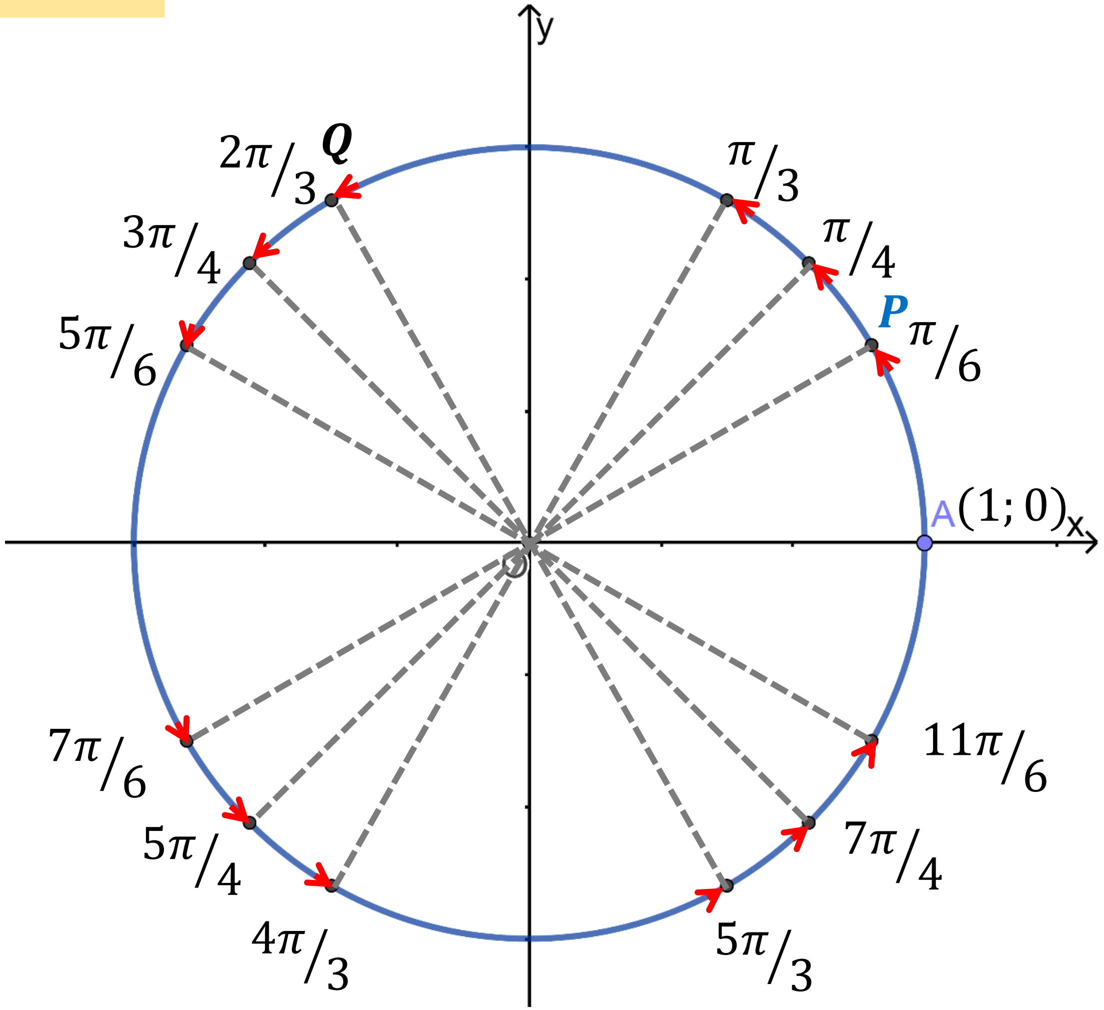
$* \; sen(-1rad) =. \;......\,..$

$* \; cos(-1rad) =. . . \;...\, ...$



Ejemplos

Arcos notables en la circunferencia trigonométrica:



Observación:

El extremo de un arco en la C.T., le corresponde infinitos arcos (números reales), así por ejemplo:

- ✓ *En el punto* **P**, *le corresponde el arco* $\frac{\pi}{6}$,

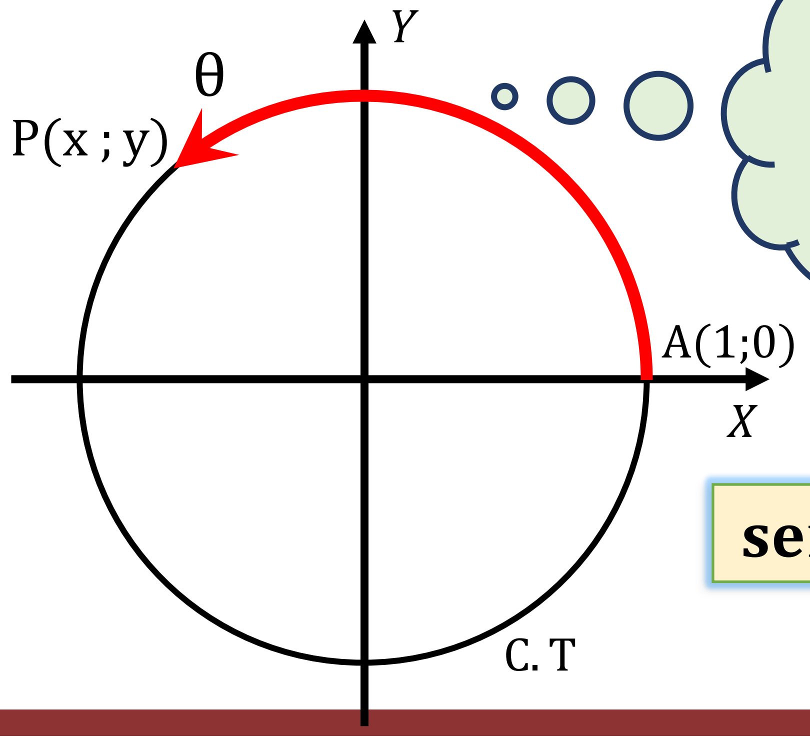
  en general : $\frac{\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

- ✓ *En el punto Q, le corresponde el arco* $\frac{2\pi}{3}$,

  en general : $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

SENO

Si $\theta \in \mathbb{R}$ y es un arco en la C.T con punto inicial en A(1;0) y punto terminal en P(x; y), se define $y = \text{sen}\theta$.

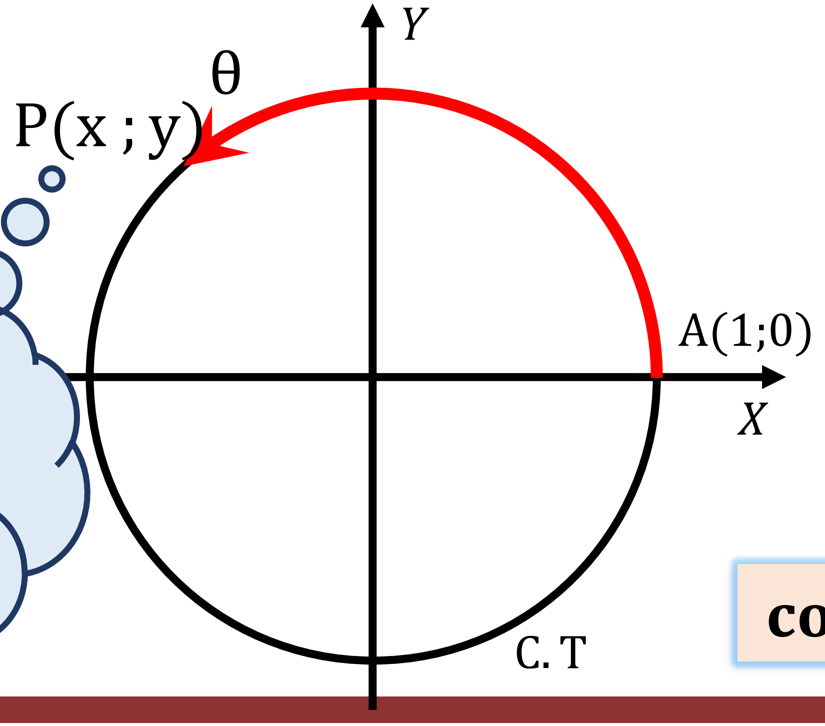


senθ es la ordenada del extremo del arco θ

$$\mathbf{sen\theta = y}$$

COSENO

Si $\theta \in \mathbb{R}$ y es un arco en la C.T con punto inicial A(1;0) y punto terminal en P(x; y), se define $x = \cos\theta$.

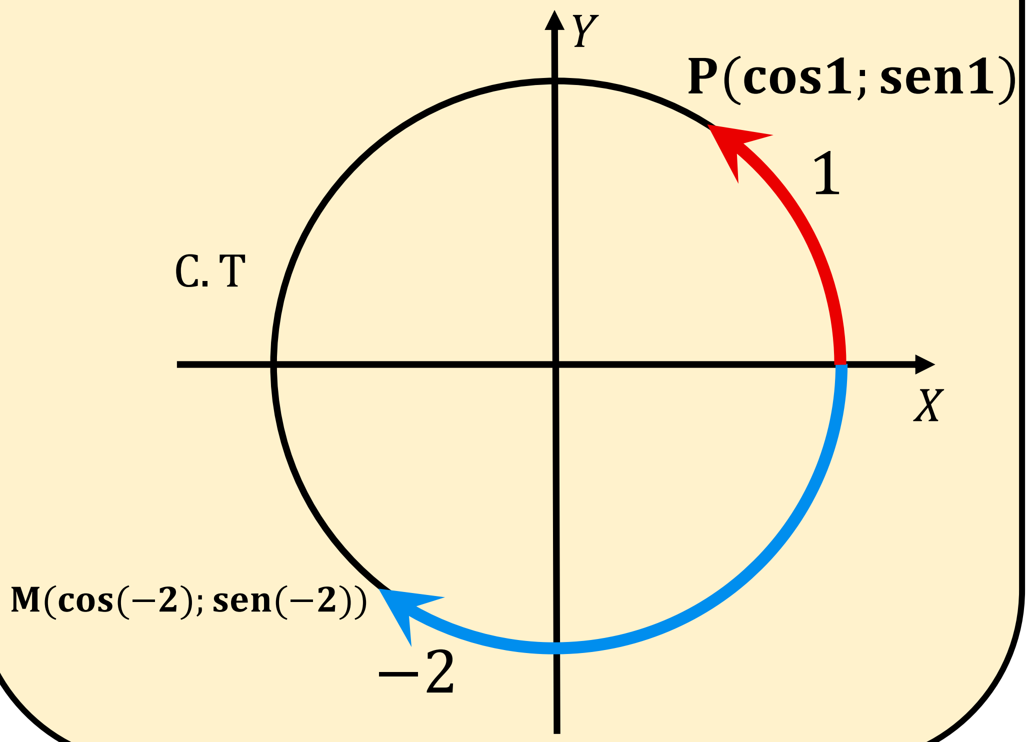


cosθ es la abscisa del extremo del arco θ

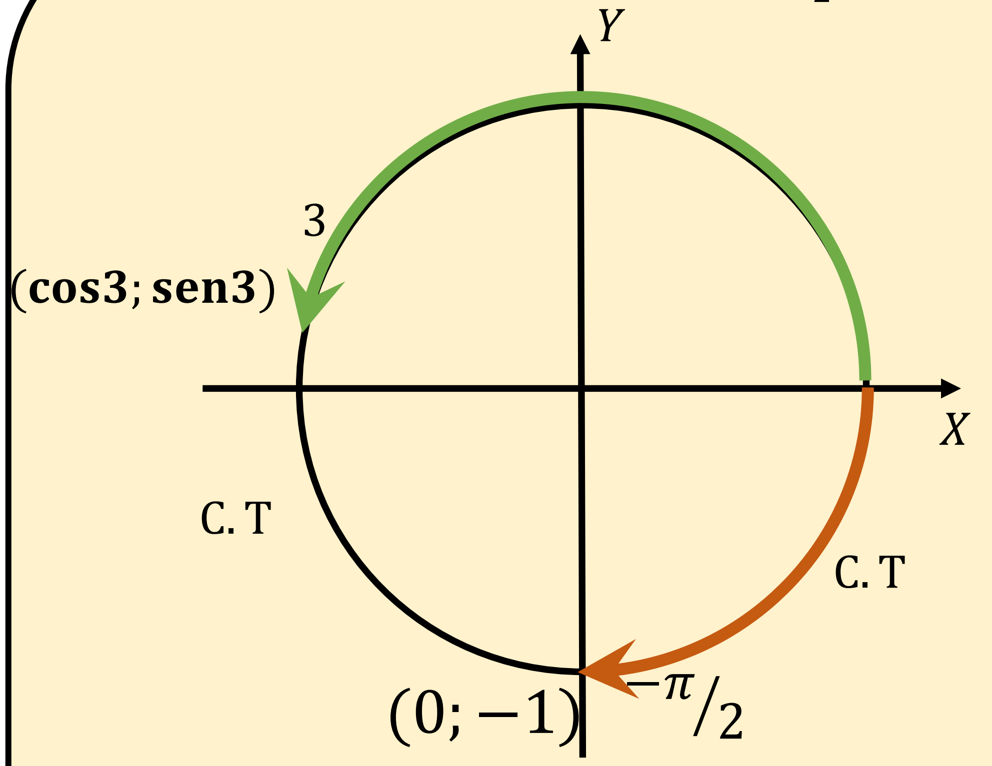
$$\mathbf{\cos\theta = x}$$

OBSERVACIÓN

Las coordenadas del punto extremo de un arco están dadas por el seno y coseno de dicho arco.



Además para los números 3 y $-\frac{\pi}{2}$:



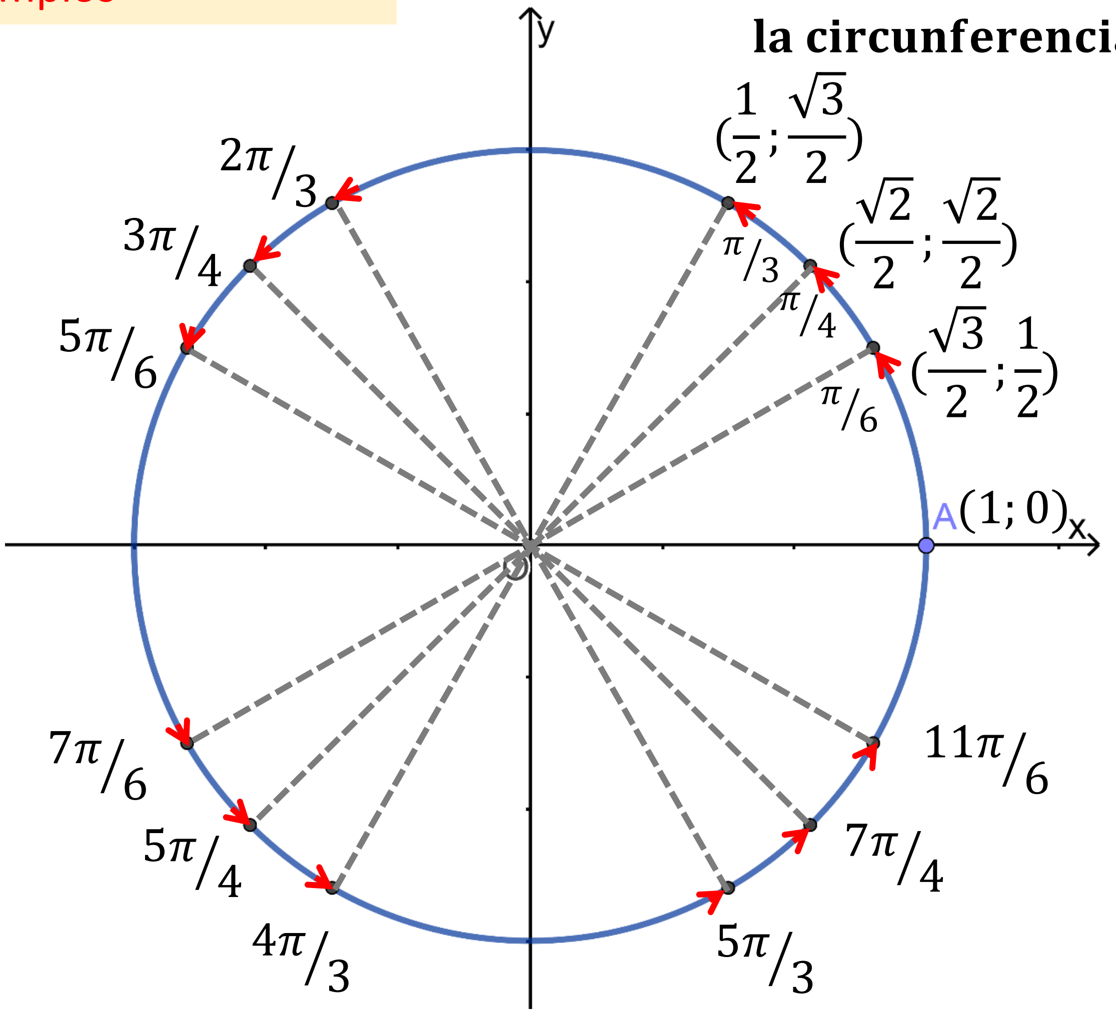
$$\cos\left({}^{-\pi}/_{2}\right) = 0$$

$$sen\left({}^{-\pi}/_{2}\right) = -1$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Ejemplos

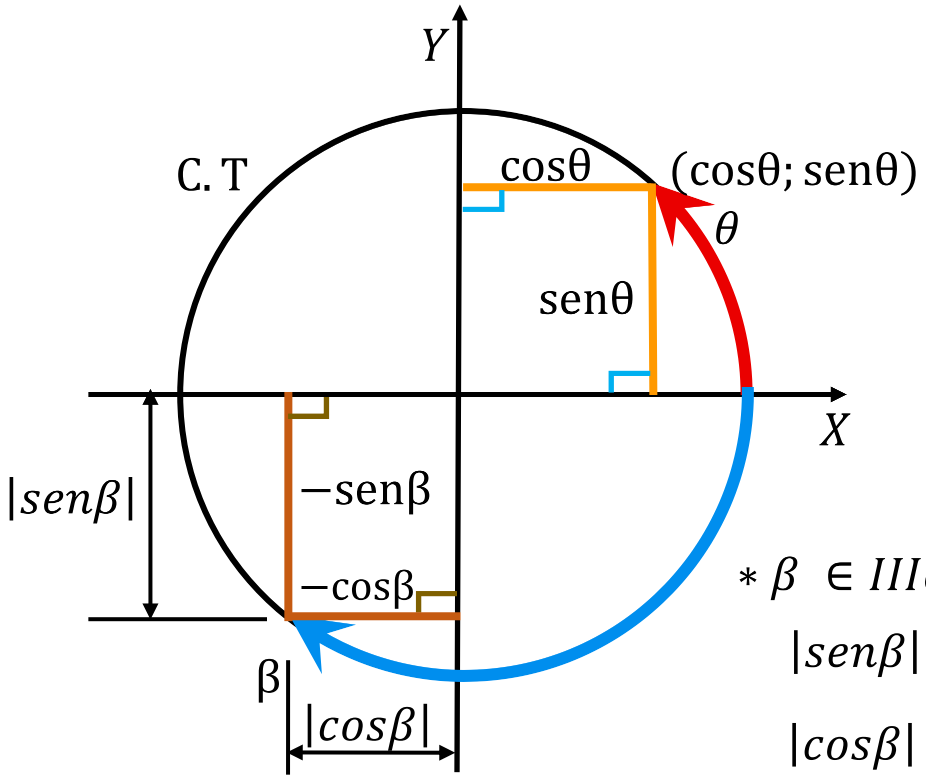
Calcule los valores de seno y coseno de los arcos θ en la circunferencia trigonométrica:



θ	$sen\theta$	$cos\theta$
$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$		
$\frac{7\pi}{6}$		
$\frac{5\pi}{4}$		
$\frac{5\pi}{3}$		
$\frac{11\pi}{6}$		

REPRESENTACIÓN DEL SENO Y COSENO DE UN ARCO EN LA CT

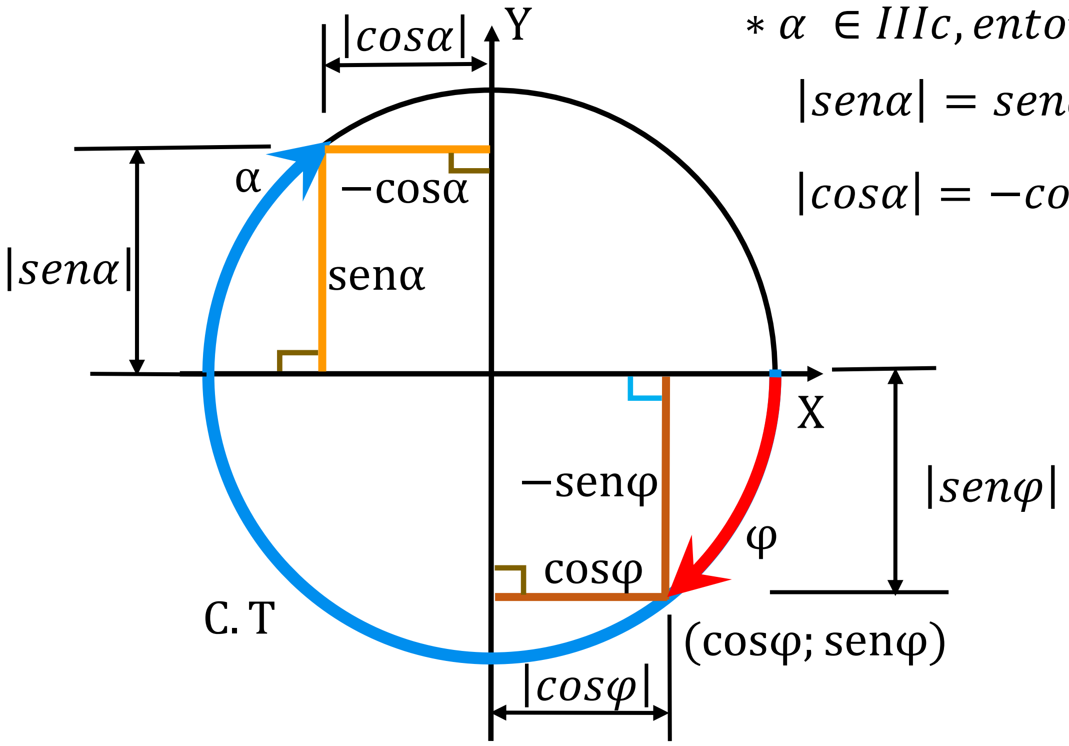
Si trazamos desde el extremo de un arco **θ**, las perpendiculaes al eje x y al eje y, tendremos las distancias a dicho ejes , asi **|senθ|** y **|cosθ|** respectivamente.



$* \ \beta \ \in IIIc, entonces:$

$|sen\beta| = -sen\beta$

$|cos\beta| = -cos\beta$



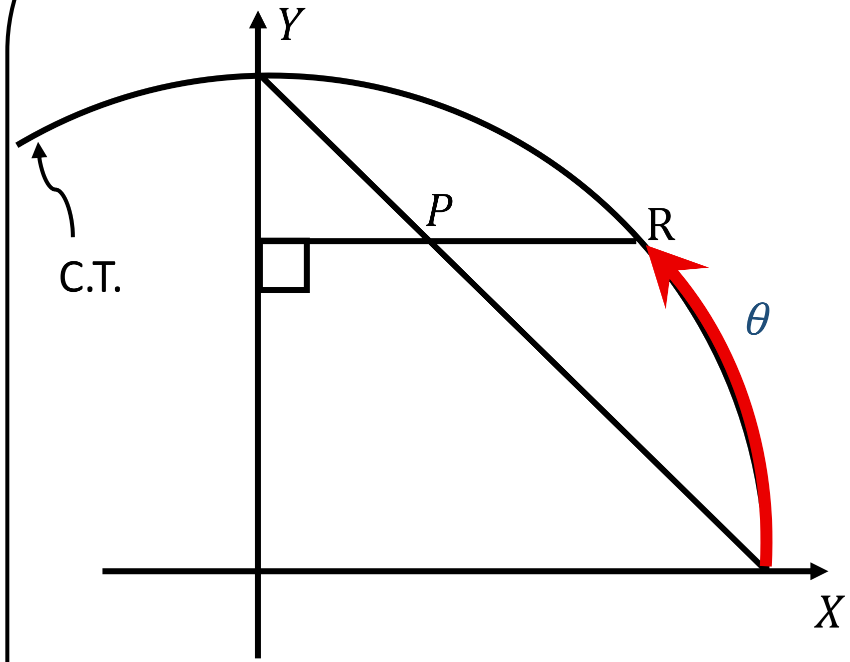
$* \ \alpha \ \in IIIc, entonces:$

$|sen\alpha| = sen\alpha$

$|cos\alpha| = -cos\alpha$

Aplicación 1

Del gráfico, halle PR

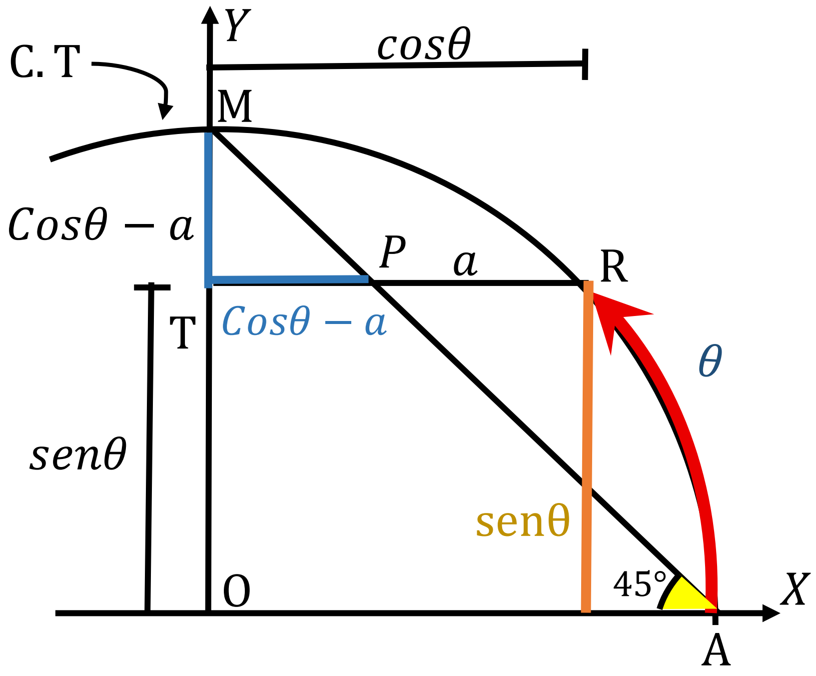


A) $1 + cos\theta$ B) $1 + sen\theta$ C) $1 - sen\theta$

D) $1 - sen\theta + cos\theta$ E) $cos\theta + sen\theta - 1$

Resolución

Nos piden $PR = a$



Del gráfico $TR = \cos\theta$

Entonces $TP = \cos\theta - a$

Como ∢OAP=45°

TP=MT $=\cos\theta - a$

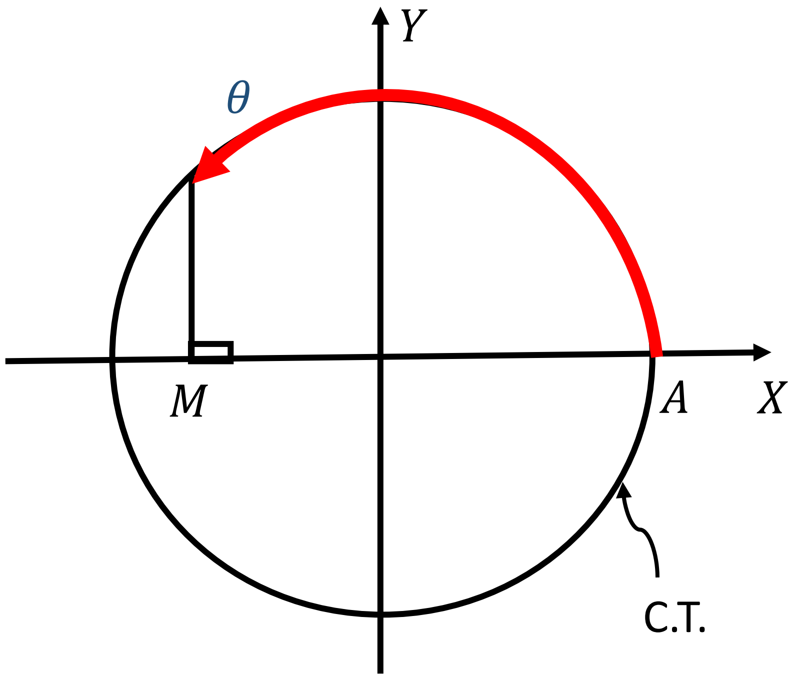
Se cumple MO=1

$Cos\theta - a + sen\theta = 1$

❖ $a = \cos\theta + sen\theta - 1$

Aplicación 2

Del gráfico halle MA

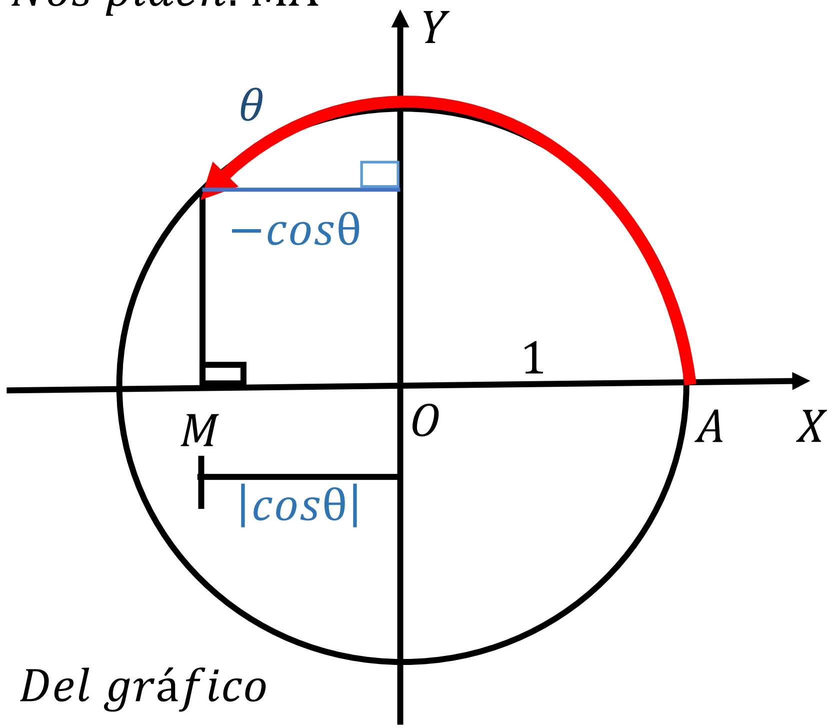


A) $cos\theta$ B) $1-cos\theta$ C) $1-sen\theta$

B) $1+sen\theta$ E) $1+cos\theta$

Resolución

Nos piden: MA



Del gráfico

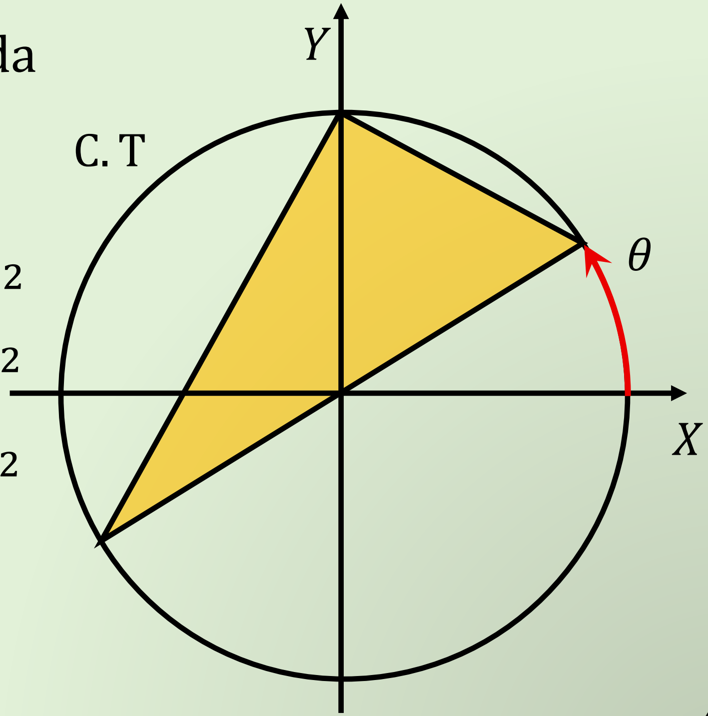
$$MA = OA + OM = 1 + (-cos\theta)$$

$$\therefore\ MA = 1 - cos\theta$$

PROBLEMA (UNI 2015-II)

RESOLUCIÓN

En la circunferencia trigonométrica, calcule el área de la región triangular sombreada



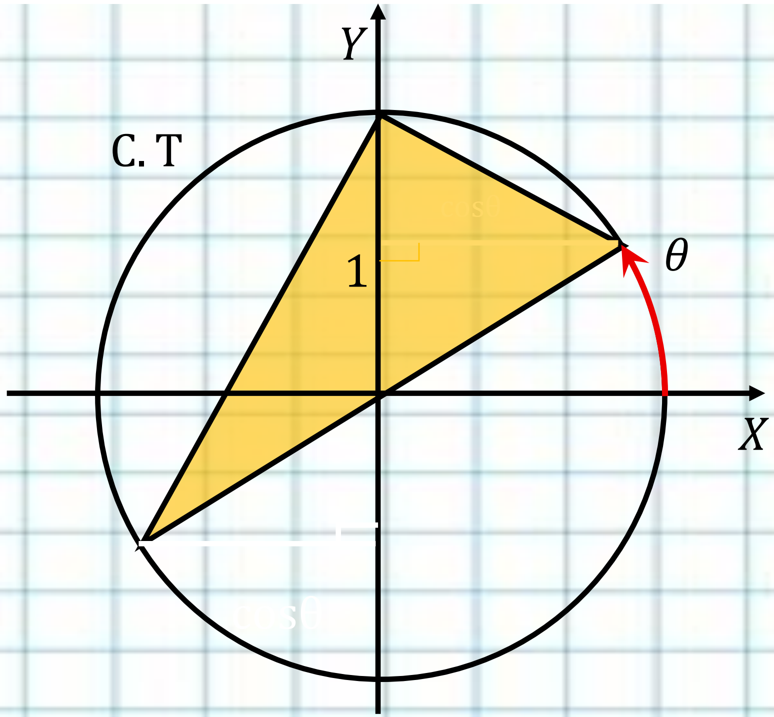
A) $\text{sen}\theta\ u^2$

B) $\cos 2\theta\ u^2$

C) $\text{sen} 2\theta\ u^2$

D) $\cos 3\theta\ u^2$

E) $\cos\theta\ u^2$



$$\therefore\ \mathbb{S} = \cos\theta u^2$$

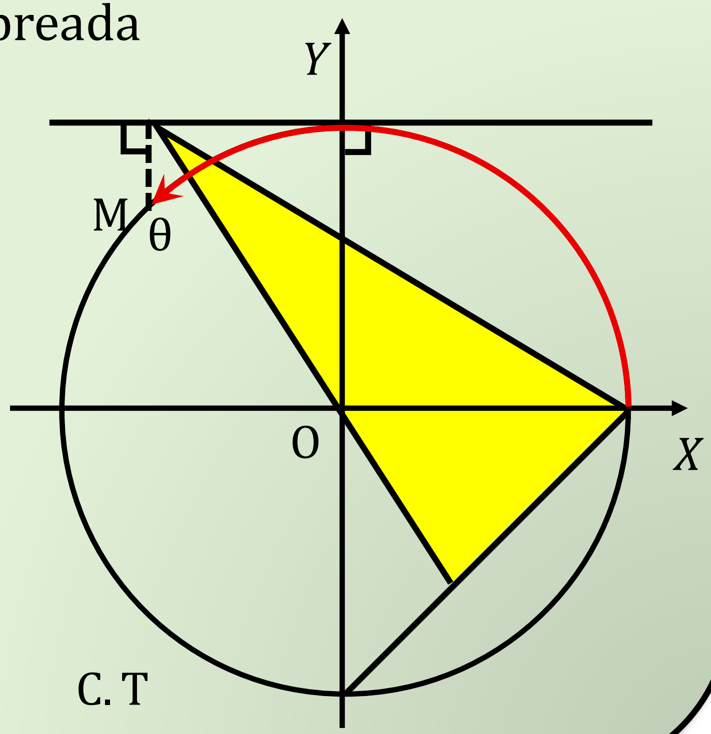
PROBLEMA (UNI 2012-II)

En la circunferencia trigonométrica, el arco $\theta \in \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle$, calcule el área de región sombreada

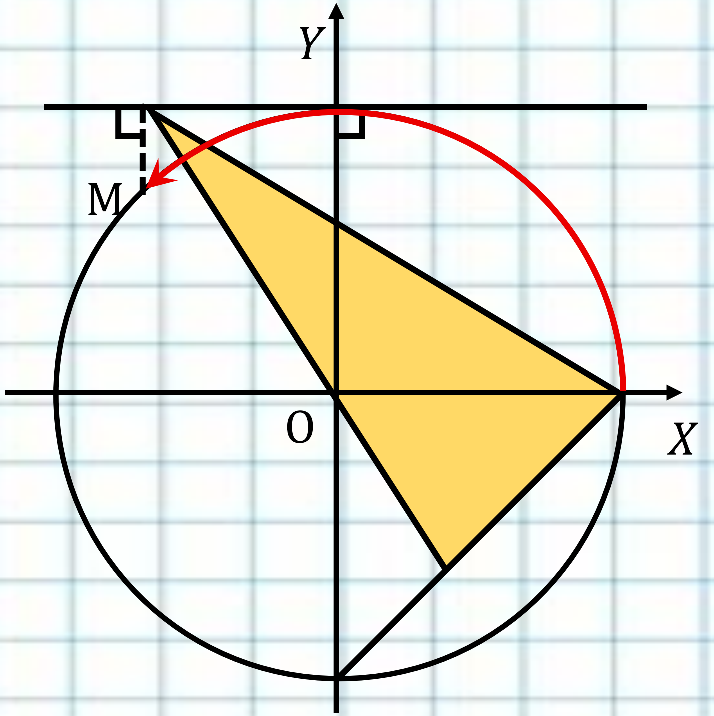
A) $\frac{1}{2}\left(\frac{1-\cos\theta}{2-\cos\theta}\right)$

B) $\frac{1}{2}\left(\frac{2-\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$

C) $\frac{1}{2}\left(\frac{2-\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$



RESOLUCIÓN



Bibliografía

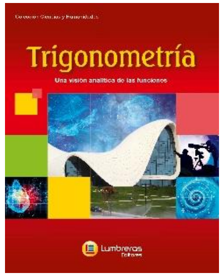
- Lumbreras Editores. (2017). Temas Selectos “Identidades trigonométricas” , Lima , Perú

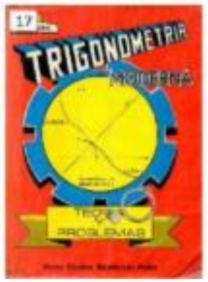
- Lumbreras Editores. (2018). Trigonometría, Una visión analítica de las funciones , Lima , Perú

- Lumbreras Editores. (2016). Trigonometría Esencial , Lima , Perú

- PIXABAY. (2020). pixabay.com, Imágenes libres de derecho de autor , Lima , Perú

- Juan Carlos Sandoval Peña . (1981). Trigonometría Moderna , 631 pag , Lima , Perú





ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

CREEMOS EN LA EXIGENCIA