TRIÁNGULOS II

Estructura de las aeronaves de guerra

Soporte de estantería

- ***CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.***
- ***LINEAS NOTABLES.***
- ***ÁNGULOS ENTRE BISECTRICES.***

Museo de FRAM NORUEGA.

Estructura de puentes

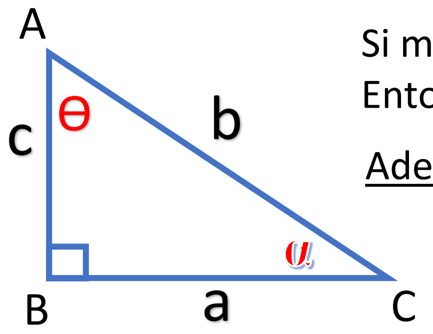
CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

TRIÁNGULOS II
CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.

La clasificación de los triángulos se da según **la medida de sus ángulos y la longitud de sus lados**.

Según la medida de sus ángulos.

TRIÁNGULO RECTÁNGULO.



Si m<ABC=90º

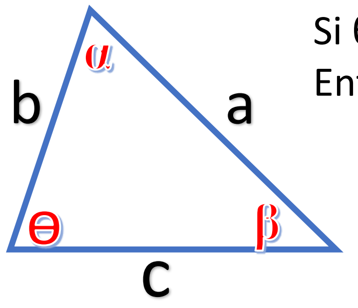
Entonces ABC es Δ rectángulo

Además: Θ +α = 90º

Teorema de Pitágoras:

$b^2 = c^2 + a^2$

TRIÁNGULO ACUTÁNGULO



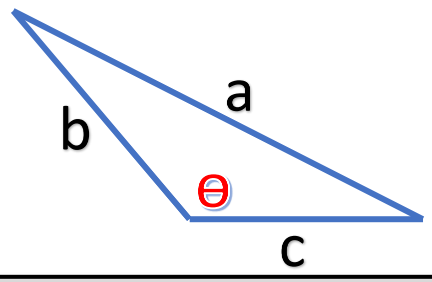
Si θ<90º, α<90º, β<90º

Entonces el Δ es acutángulo.

Por naturaleza:

$a^2 < b^2 + c^2$

TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO



Si θ>90º

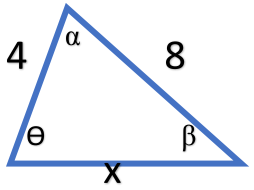
Entonces el Δ es obtusángulo.

Por naturaleza:

$b^2 + c^2 < a^2$

RECORDAR:

Cuando nos pidan calcular el máximo o mínimo valor entero de una longitud, normalmente utilizamos el teorema de existencia o correspondencia:

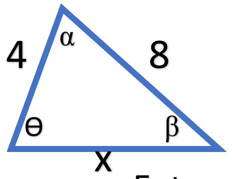


Teo. De existencia $8-4<X<8+4$

$4<X<12$

Los posibles valores de x: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.

Pero cuando se conoce el tipo de Angulo del triangulo.



si α<90º (agudo)

Entonces por naturaleza:

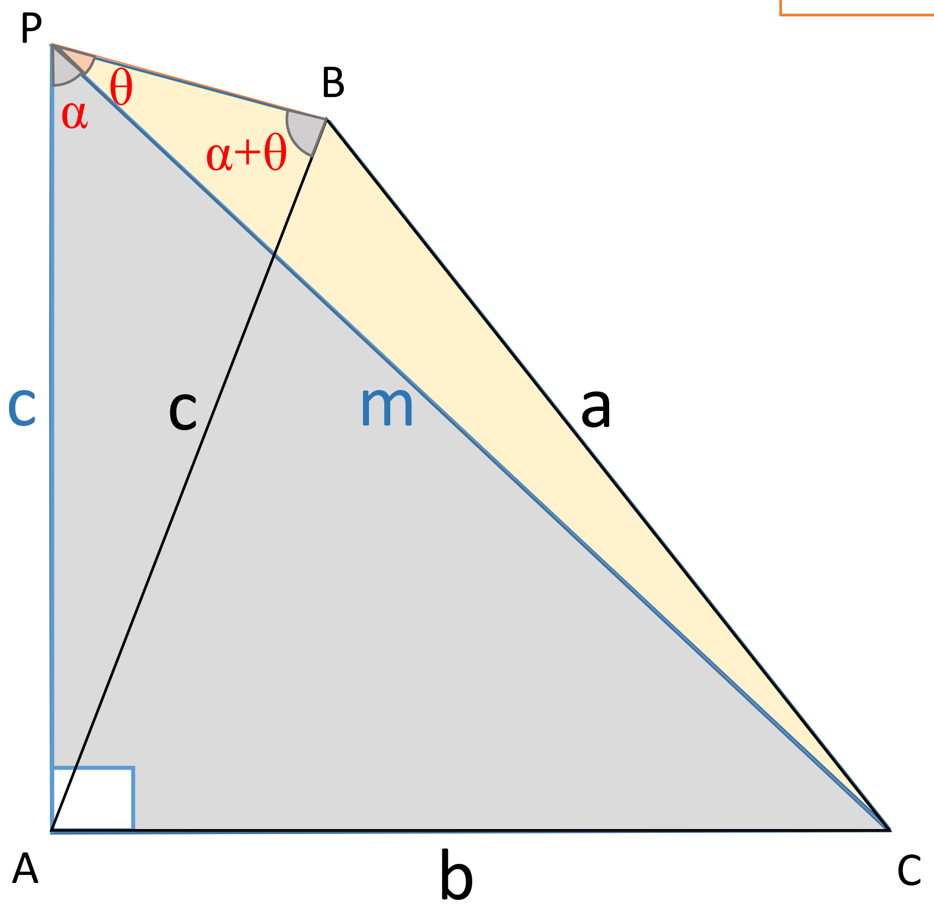
$X^2<8^2+4^2$

$X < 8,\ldots.$

Entonces los posibles valores de x: 5, 6, 7, 8.

DEMOSTRAR:

$a^2 < b^2 + c^2$



- Si el ΔABC es acutángulos
- Como se quiere determinar una relación con elementos cuadráticos, lo mas conveniente seria aprovechar el teorema de Pitágoras.
- Trazamos un AP perpendicular al AC, tal que AP = c
- Construimos un Δ rectángulo PAC, tal que PC = m
- Por teorema de Pitágoras:

  $b^2 + c^2 = m^2$.........(1)
- Además el ΔPAB es isósceles:

  m<APB=m<ABP=α+θ
- Entonces en el ΔPBC se observa:

  m<CPB= θ m<CBP=α+θ+….
- Por teorema de correspondencia:

  m<CPB<m<CBP

  a < m elevamos al cuadrado

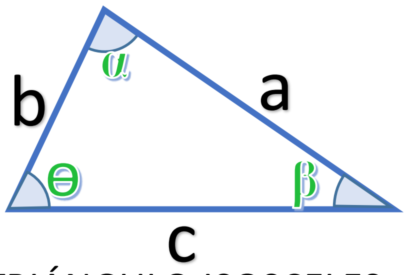
  $a^2 < m^2$..........(2)
- Reemplazamos (1) en (2):

$$a^2 < b^2 + c^2$$

TRIÁNGULOS II
CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.

Según la longitud de sus lados.

TRIÁNGULO ESCALENO.

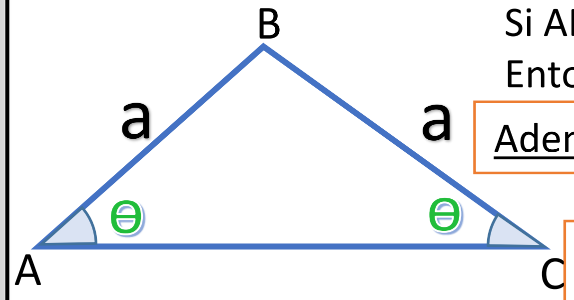


Si a ≠ b ≠ c

Entonces el Δ es escaleno

Además: Θ ≠ α ≠ β

TRIÁNGULO ISOSCELES.



Si AB = BC = a

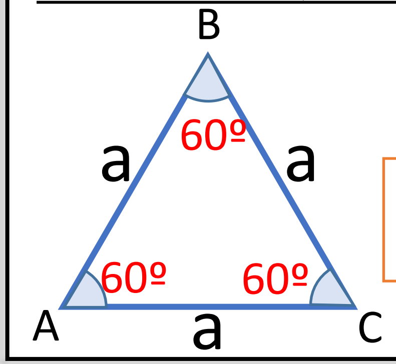
Entonces el Δ es isósceles

Además: m<BAC = m<BCA = Θ

$\overline{AC}$: BASE

Lado de diferente longitud

TRIÁNGULO EQUILÁTERO.



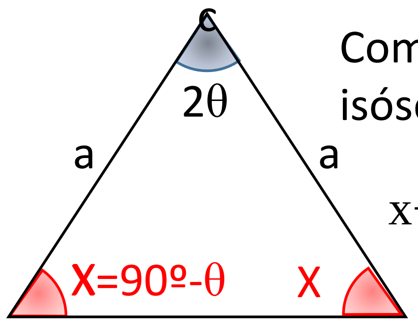
Si AB = BC = AC = a

Entonces el Δ ABC es equilátero.

Además:

m<BAC = m<BCA = m<ABC = 60º

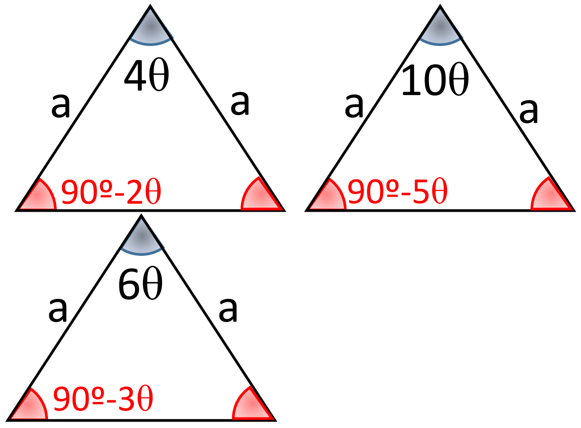
OBSERVACIONES:

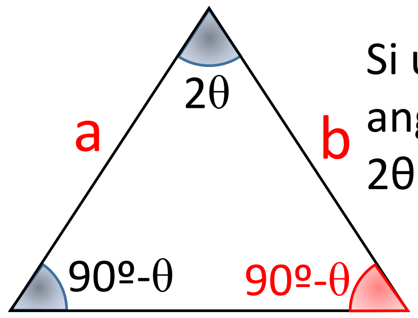


Como el Δ es isósceles:

$x+x+2\theta=180^\circ$

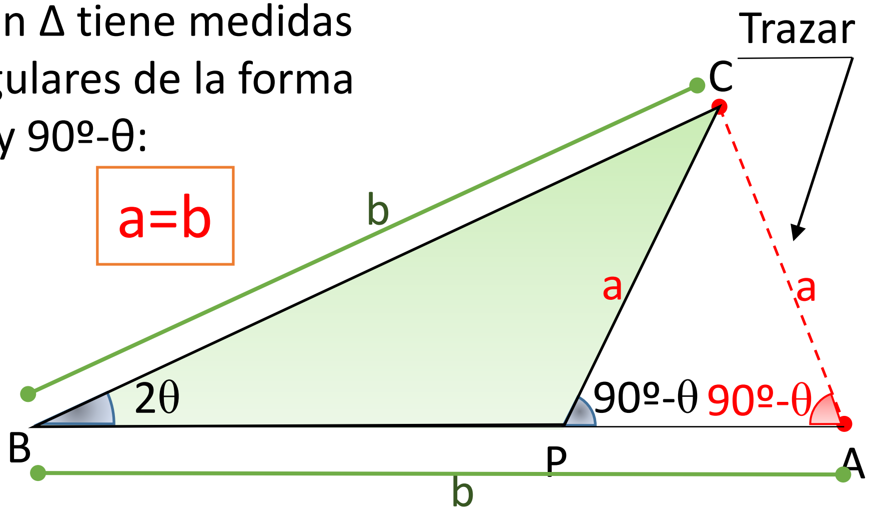
$x=90^\circ-\theta$

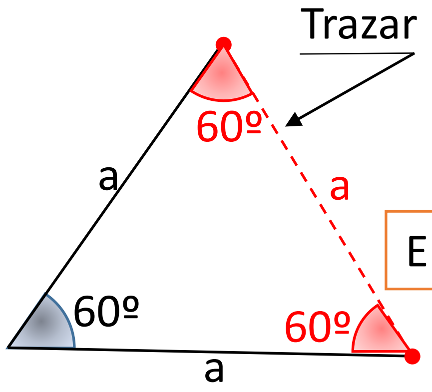




Si un Δ tiene medidas angulares de la forma 2θ y 90º-θ:

a=b





El Δ es equilátero

Se aprovecha:

ΔACP es isósceles

ΔABC es isósceles

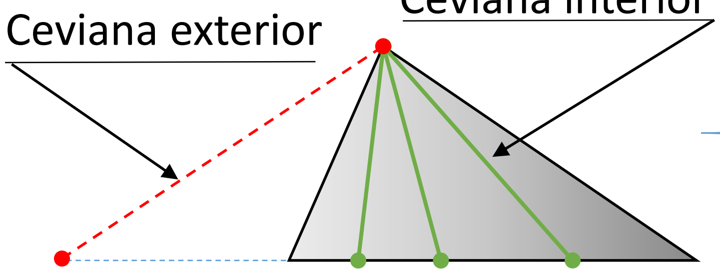
LINEAS NOTABLES

CURSO DE GEOMETRÍA

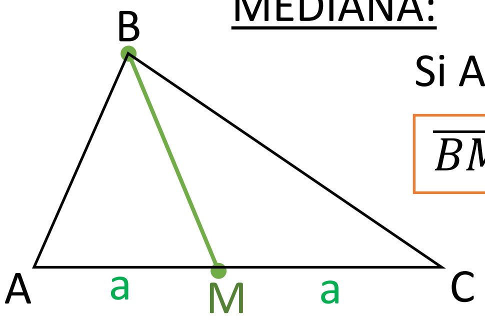
LINEAS NOTABLES.

CEVIANA:

Segmento de recta que tiene por extremos un vértice y un punto del lado opuesto o de su prolongación de un triángulo.

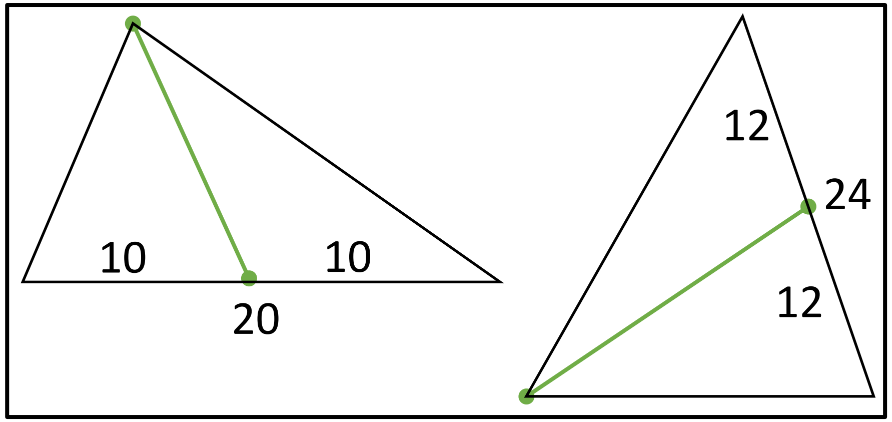


MEDIANA:

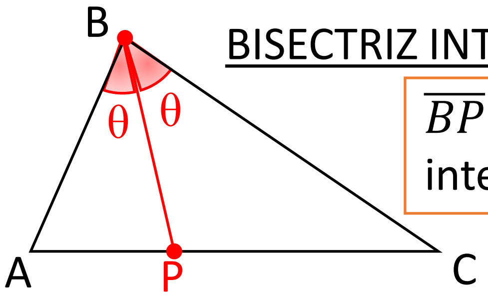


Si AM=MC

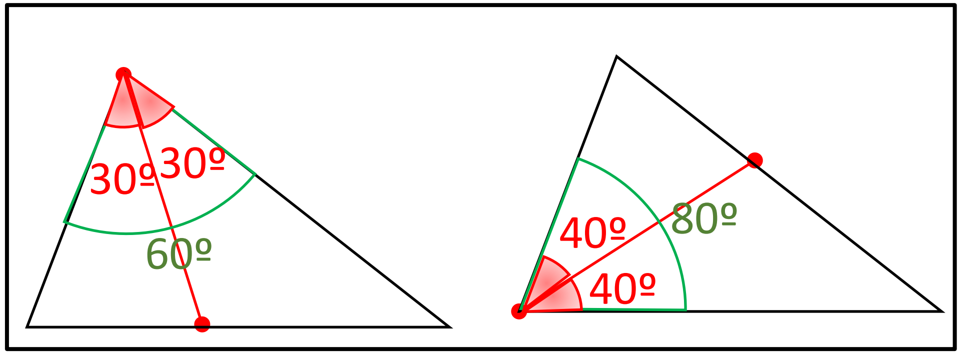
$\overline{BM}$ es mediana



BISECTRIZ INTERNA:

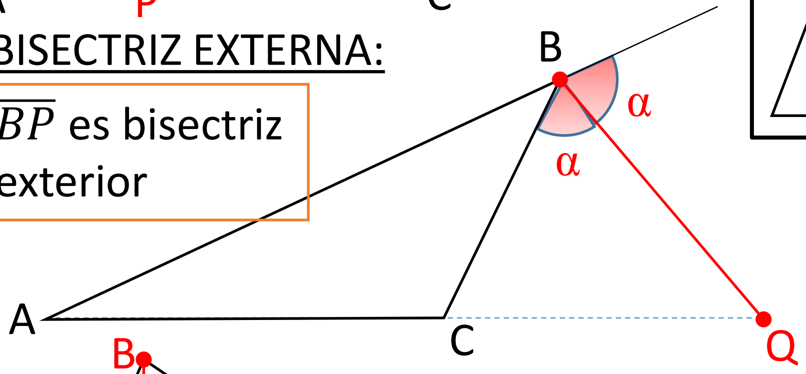


$\overline{BP}$ es bisectriz interior



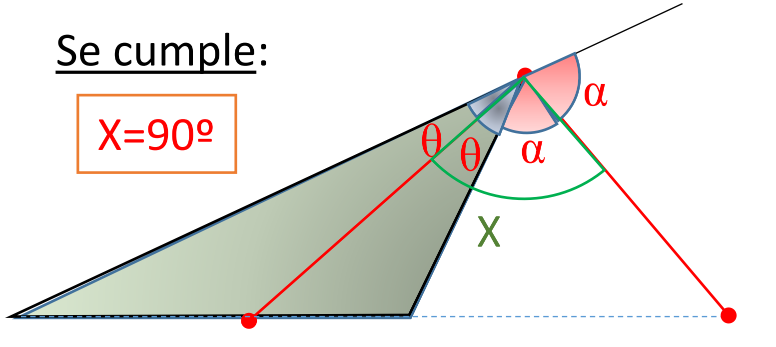
BISECTRIZ EXTERNA:

$\overline{BP}$ es bisectriz exterior



Se cumple:

X=90º

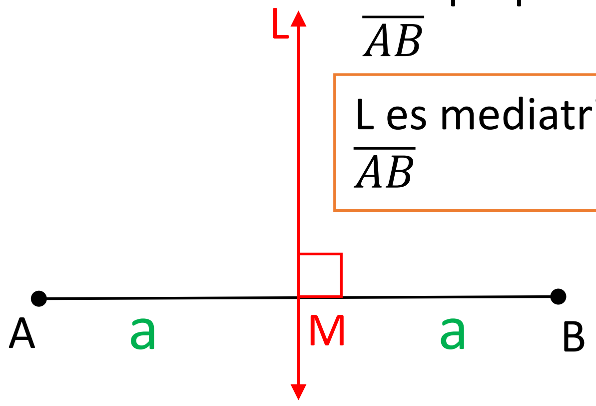


MEDIATRIZ:

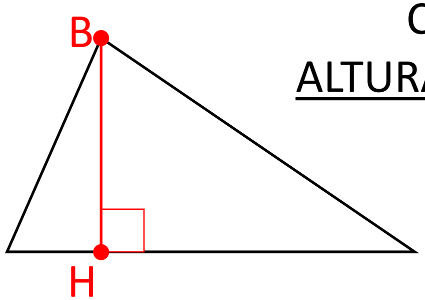
Si AM=MB

L es perpendicular $\overline{AB}$

L es mediatriz del $\overline{AB}$



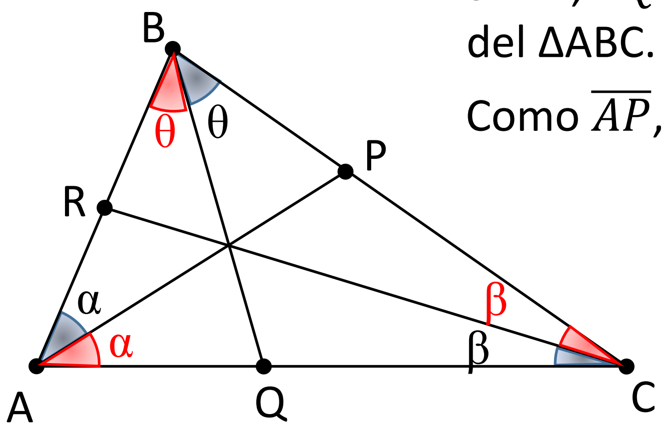
ALTURA:



$\overline{BH}$ es altura

EJEMPLOS:

- Si $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ y $\overline{CR}$ son bisectrices del ΔABC. Calcule θ+α+β



Como $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ y $\overline{CR}$ es bisectrices

m<CAP=α

m<ABQ=θ

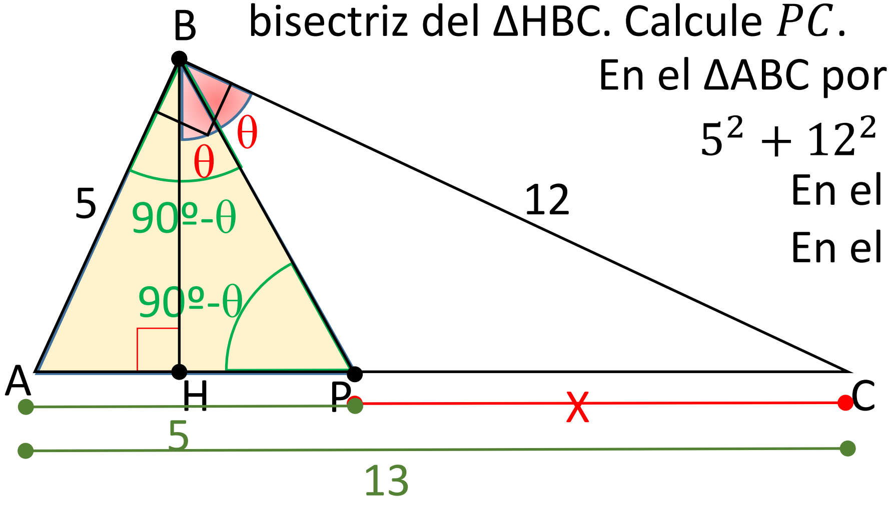
m<BCR=β

Entonces en el ΔABC

2θ+2α+2β=180º

θ+α+β=90º

- Si $\overline{BH}$es altura del ΔABC y $\overline{BP}$ es bisectriz del ΔHBC. Calcule $\overline{PC}$.



En el ΔABC por Pitágoras:

$$5^2 + 12^2 = AC^2$$

AC=13

En el vértice B: m<ABP=90º-θ

En el ΔBHP: m<APB=90º-θ

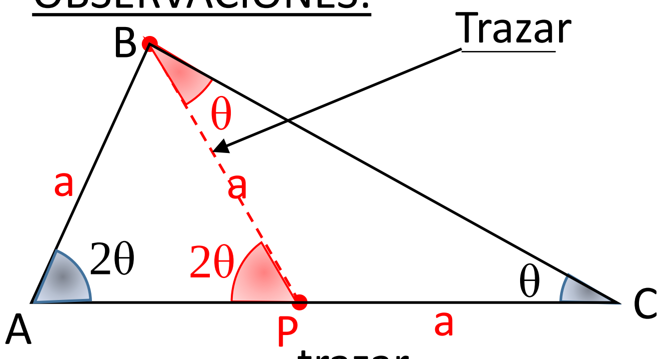
Entonces el ΔBAP es isósceles:

AP=5

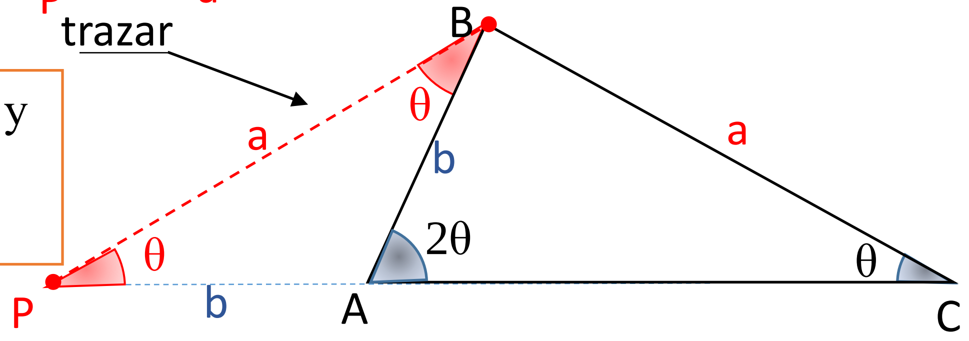
Por lo tanto en el $\overline{AC}$: X+5=13

X=8

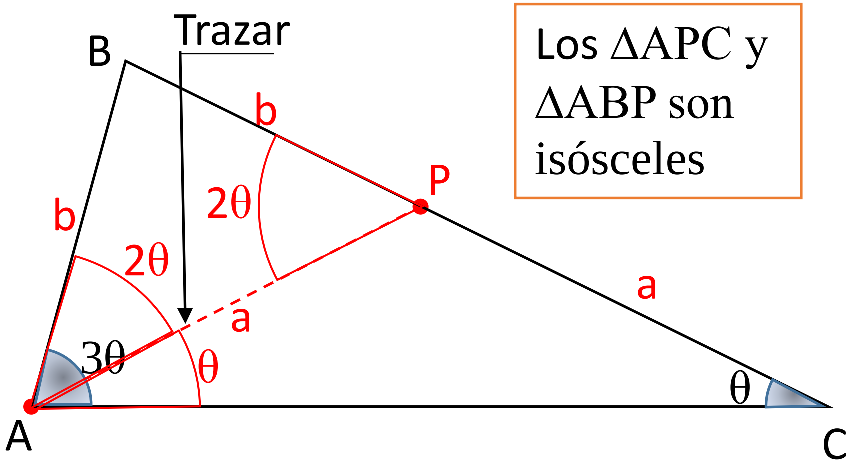
OBSERVACIONES:



Los ΔABP y ΔBPC son isósceles



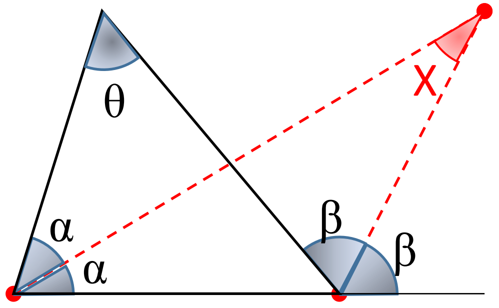
Los ΔABP y ΔBPC son isósceles



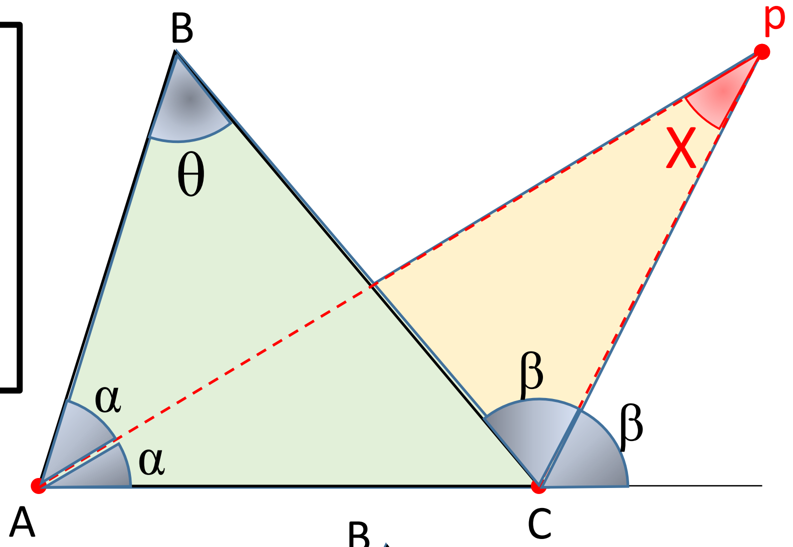
Los ΔAPC y ΔABP son isósceles

ÁNGULOS ENTRE DOS BISECTRICES

ÁNGULOS ENTRE DOS BISECTRIZ.



$$X = \frac{\theta}{2}$$



DEMOSTRACION:

En el ΔAPC por < exterior:

β=α+X X=β-α

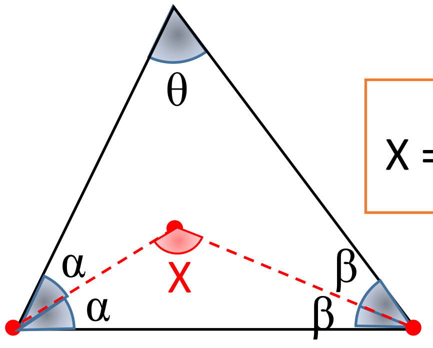
En el ΔABC por < exterior:

2β=2α+θ θ=2β-2α

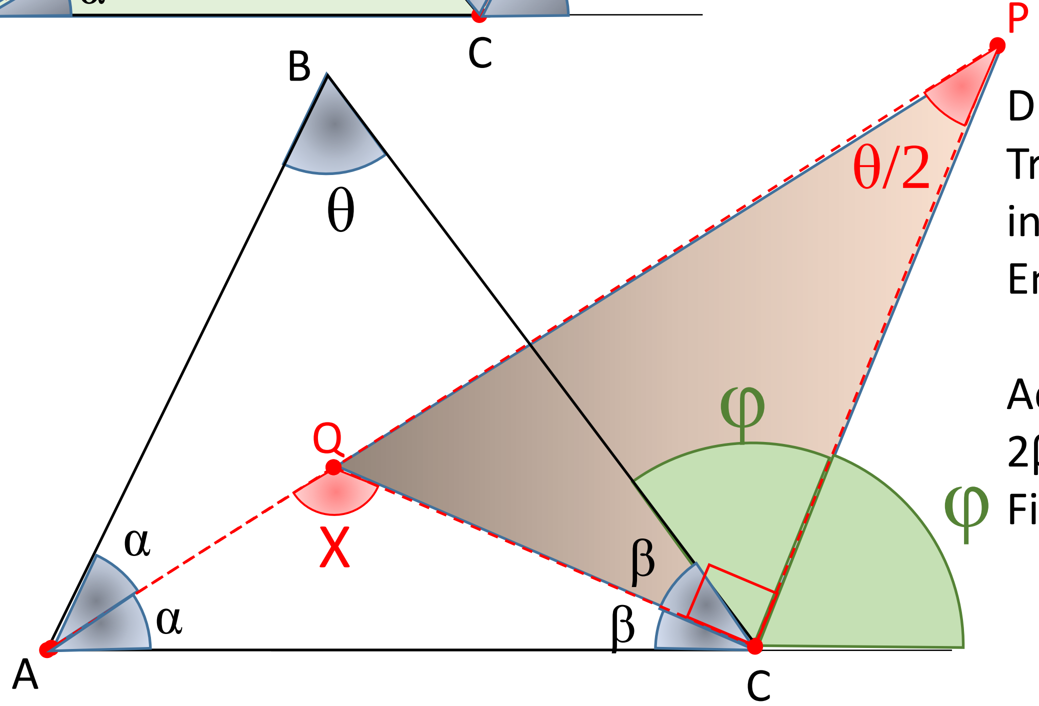
θ=2(β-α)

θ=2X

X=θ/2



$$X = 90º + \frac{\theta}{2}$$



DEMOSTRACION:

Trazamos $\overline{AP}$ y $\overline{CP}$ bisectrices interna y externa respectivamente.

En el ΔABC por teorema anterior:

m<APC=θ/2

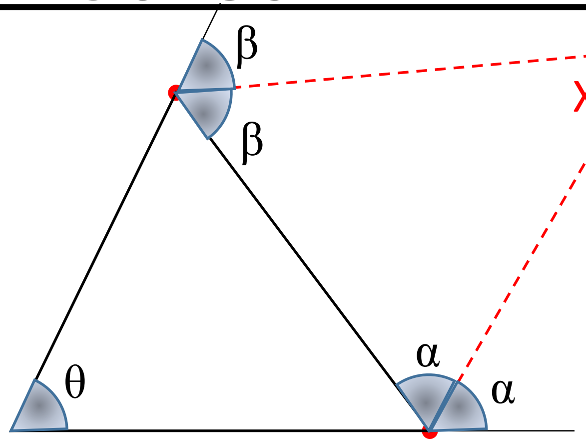
Además en el vértice C:

2β+2ϕ=180º β+ϕ=90º

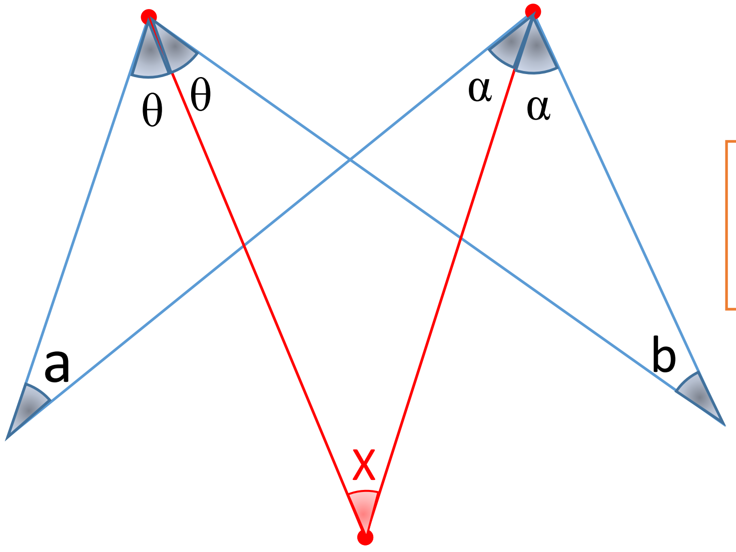
Finalmente en el ΔQPC <externo:

$$X = 90º + \frac{\theta}{2}$$

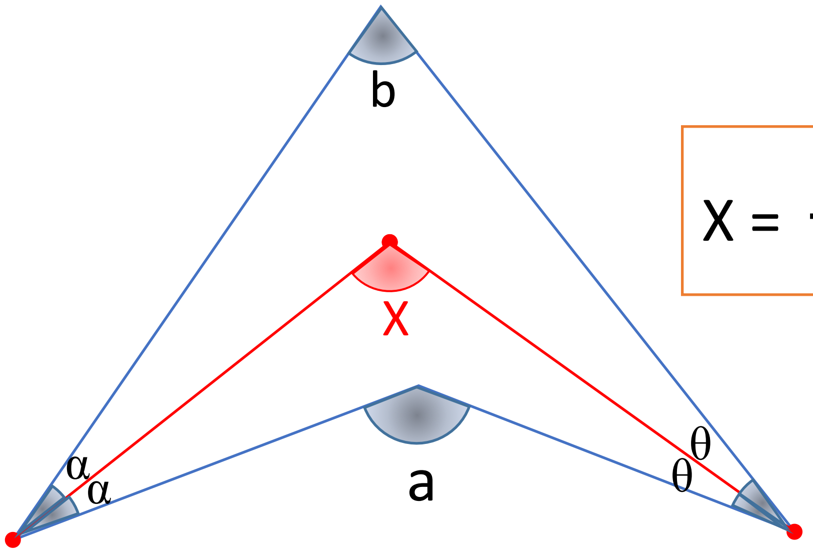
ÁNGULOS ENTRE DOS BISECTRIZ.



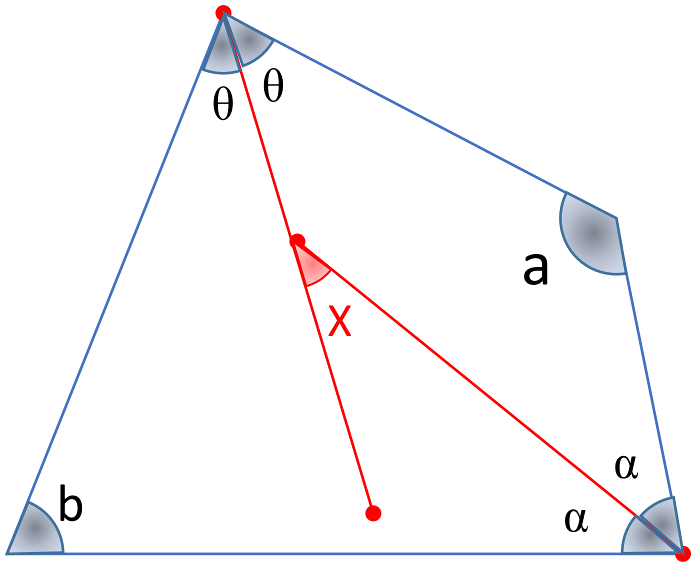
$$X = 90º - \frac{\theta}{2}$$



$$X = \frac{a+b}{2}$$



$$X = \frac{a+b}{2}$$



$$X = \frac{a-b}{2}$$