OBJETIVOS:

- *Conocer la definición y características de un cilindro.*
- *Calcular la superficie y volumen de este sólido.*
- *Conocer la definición y características del tronco de cilindro.*
- *Aplicar lo aprendido en los problemas tipo examen de admisión.*

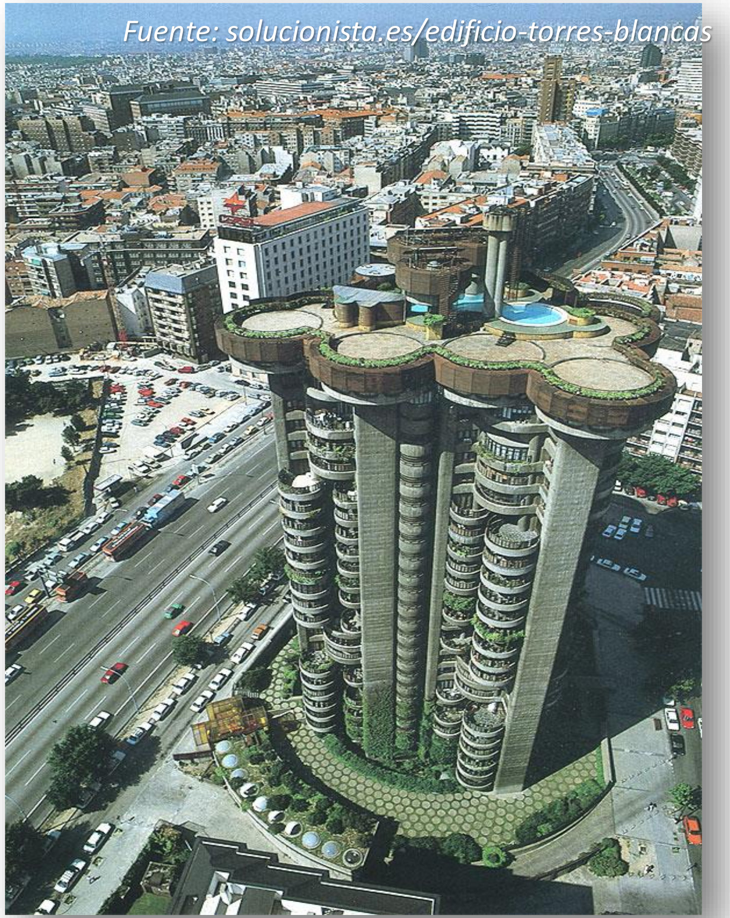
INTRODUCCIÓN

Las Torres Blancas , Madrid-España diseñada por el arquitecto Francisco Javier Sáenz (1969)

Esta es una estructura de hormigón armado conformada por **estructuras prismáticas** y un número mayor de **estructuras cilíndricas**.

Generalmente se usan torres cilíndricas para reducir la resistencia al viento, pero en este caso la intención fue romper con el estilo rectilíneo de las residencias clásicas de la época.

Fuente: archdaily.com/157209



Fuente: solucionista.es/edificio-torres-blancas

SUPERFICIE CILÍNDRICA

Se define así a la superficie que se genera cuando una línea recta llamada generatriz, recorre todos los puntos de una línea curva plana denominada directriz, de tal forma que lo realiza siempre paralela a si misma.

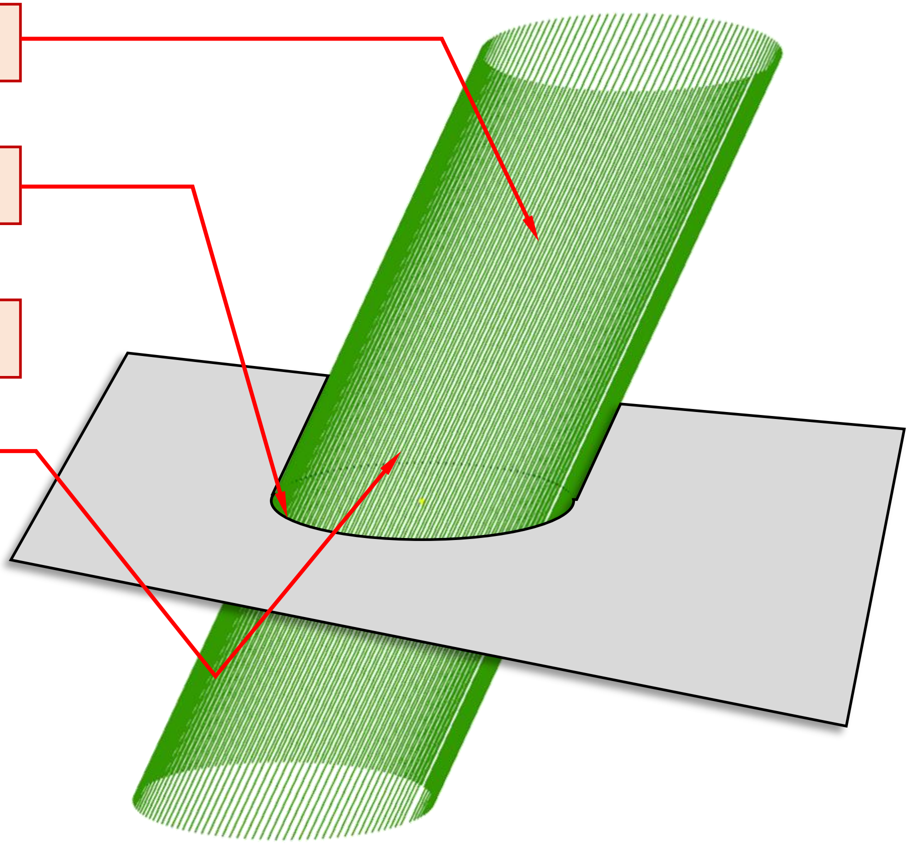
CILINDRO — DEFINICIÓN

Es el sólido geométrico que se encuentra limitado por una superficie cilíndrica cerrada y dos planos paralelos y secantes a ella.

GENERATRIZ

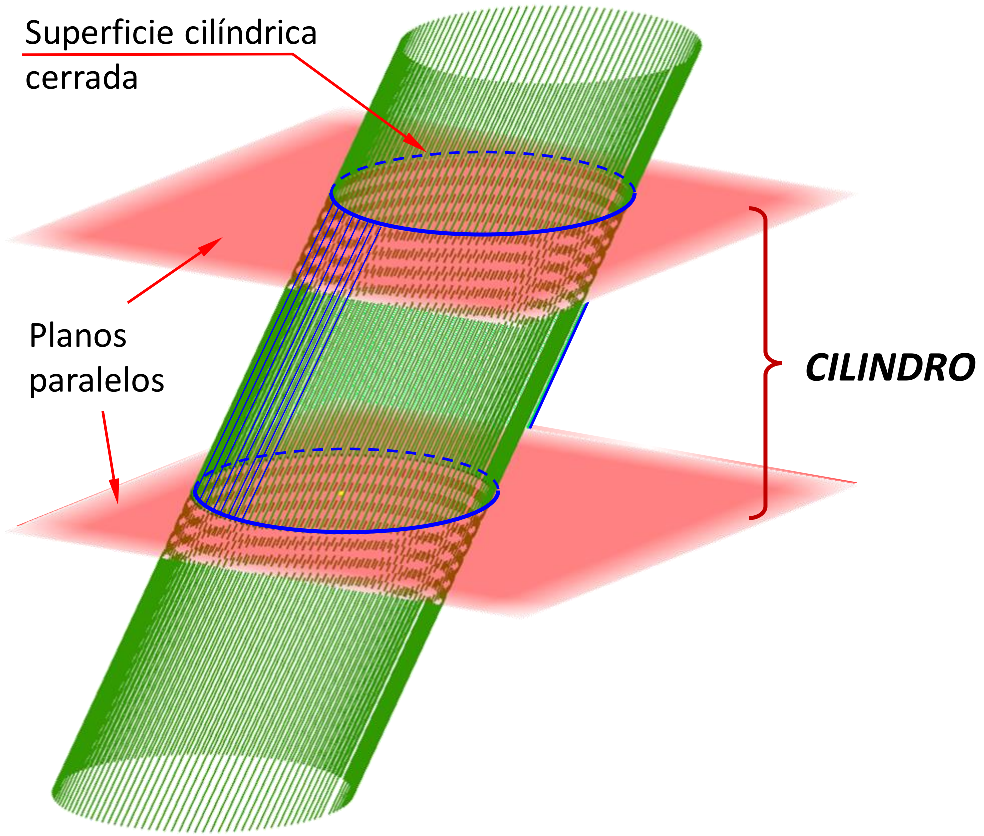
DIRECTRIZ

SUPERFICIE CILÍNDRICA



NOTA

La superficie cilíndrica generada en el gráfico mostrado es cerrada.

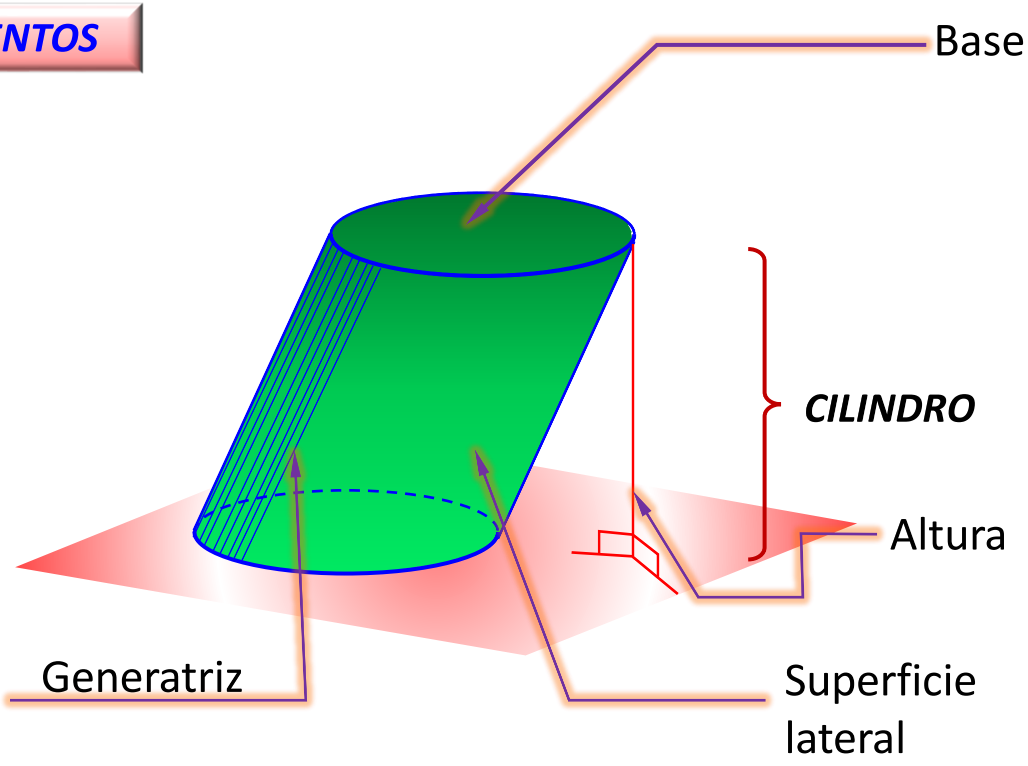


CILINDRO

CILINDRO — DEFINICIÓN

Es el sólido geométrico que se encuentra limitado por una superficie cilíndrica cerrada y dos planos paralelos y secantes a ella.

ELEMENTOS



características

- Las bases en todo cilindro son paralelas y congruentes.
- Todas las generatrices tienen la misma longitud.

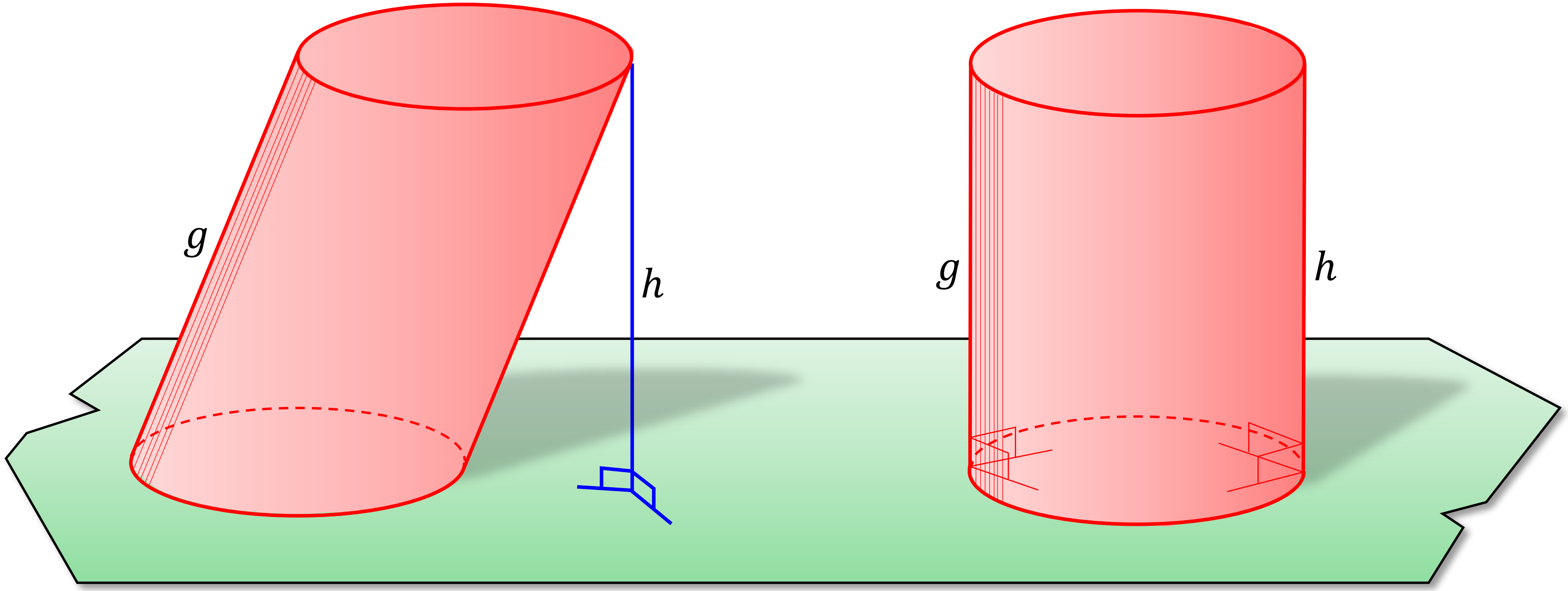
CILINDRO
CLASIFICACIÓN

CILINDRO Oblicuo

Un cilindro es oblicuo, cuando sus generatrices son oblicuas a las bases.

CILINDRO Recto

Un cilindro es recto, cuando sus generatrices son perpendiculares a las bases.



En un cilindro oblicuo, la longitud de la altura (h) es menor que la longitud de la generatriz (g).

En un cilindro recto, la longitud de la generatriz (g) y de la altura (h) son iguales.

Se cumple:

- ***Volumen***

$$\boxed{\mathbb{V} = (\mathbb{A}_{\boldsymbol{base}})(\boldsymbol{h})}$$

La forma cilíndrica se pueden encontrar en muchos objetos de la realidad

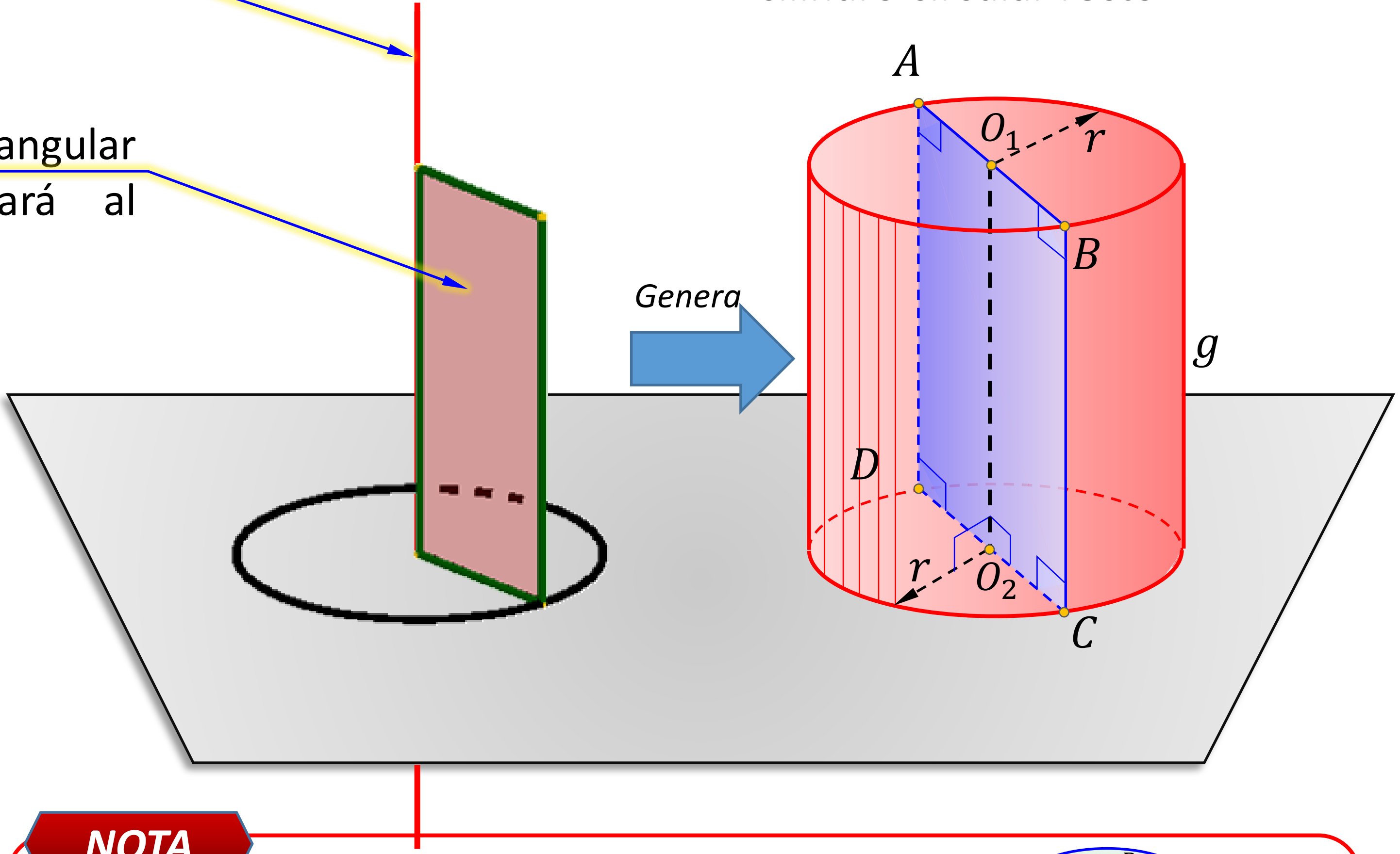
CILINDRO DE REVOLUCIÓN

Eje de giro

Región rectangular que generará al cilindro

Ésta debe de girar 360° en torno al eje de giro

Cilindro de revolución o cilindro circular recto



Del gráfico:

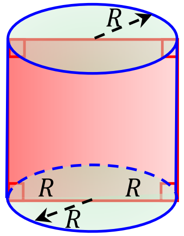
- O_1 y O_2 son los centros de las bases.
- $\overline{O_1O_2}$ es el eje del cilindro.
- $ABCD$ es la sección axial.
- $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son generatrices diametralmente opuestas

❑ Volumen

$$\mathbb{V} = (\boldsymbol{\pi r^2})(\boldsymbol{g})$$

NOTA

Si la sección axial de un cilindro de revolución es una región cuadrada, a dicho cilindro se le denomina equilátero.



$$g = 2R$$

CILINDRO DE REVOLUCIÓN

EXAMEN UNI $\mathbf{2014 - II}$

En un cilindro circular recto, de radio $2\ cm$ y altura $6\ cm$, se inscribe un paralelepípedo rectangular. El máximo volumen $(en\ cm^3)$ que puede tener tal paralelepípedo es:

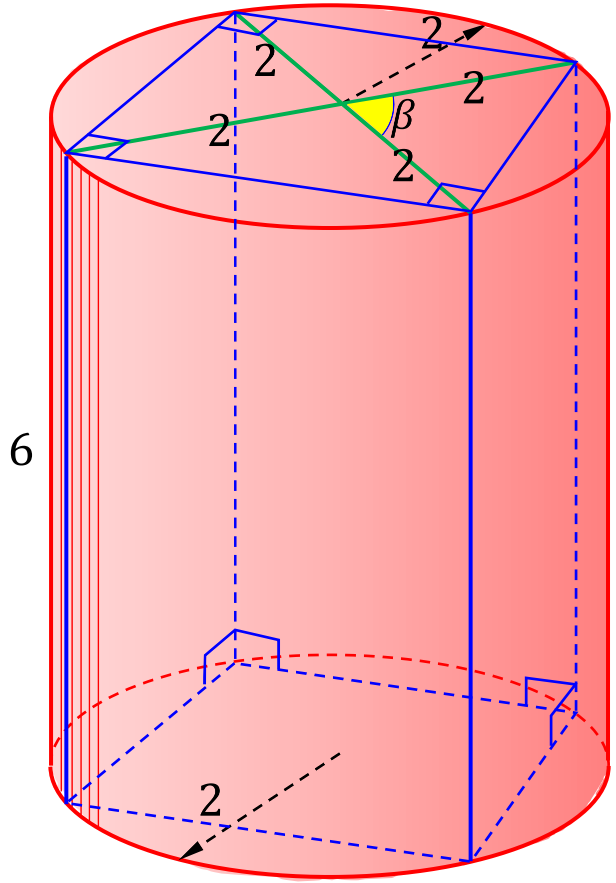
$A)$ 44 $B)$ 45 $C)$ 48

$D)$ 49 $E)$ 51

NOTA:

Como el paralelepípedo es un prisma, podemos calcular su volumen como el producto del área de la base con la longitud de su altura.

Resolución: Nos piden $\mathbb{V}_{\boldsymbol{paralelepípedo(máx)}}$



- Calculemos el volumen

$$\mathbb{V}_{\boldsymbol{paralelepípedo}} = (\mathbb{A}_{\boldsymbol{base}})\mathbf{6}$$

- Notamos que el volumen depende del área de la base, analicemos:

$$\mathbb{A}_{base} = \frac{4 \cdot 4}{2} sen\beta$$

$$\rightarrow \mathbb{A}_{base} = 8sen\beta$$

- Con ello:

$$\mathbb{V}_{paralelepípedo} = 48sen\beta$$

- Como el volumen debe ser máximo, entonces $sen\beta$ debe ser máximo, con lo cual $sen\beta = 1$

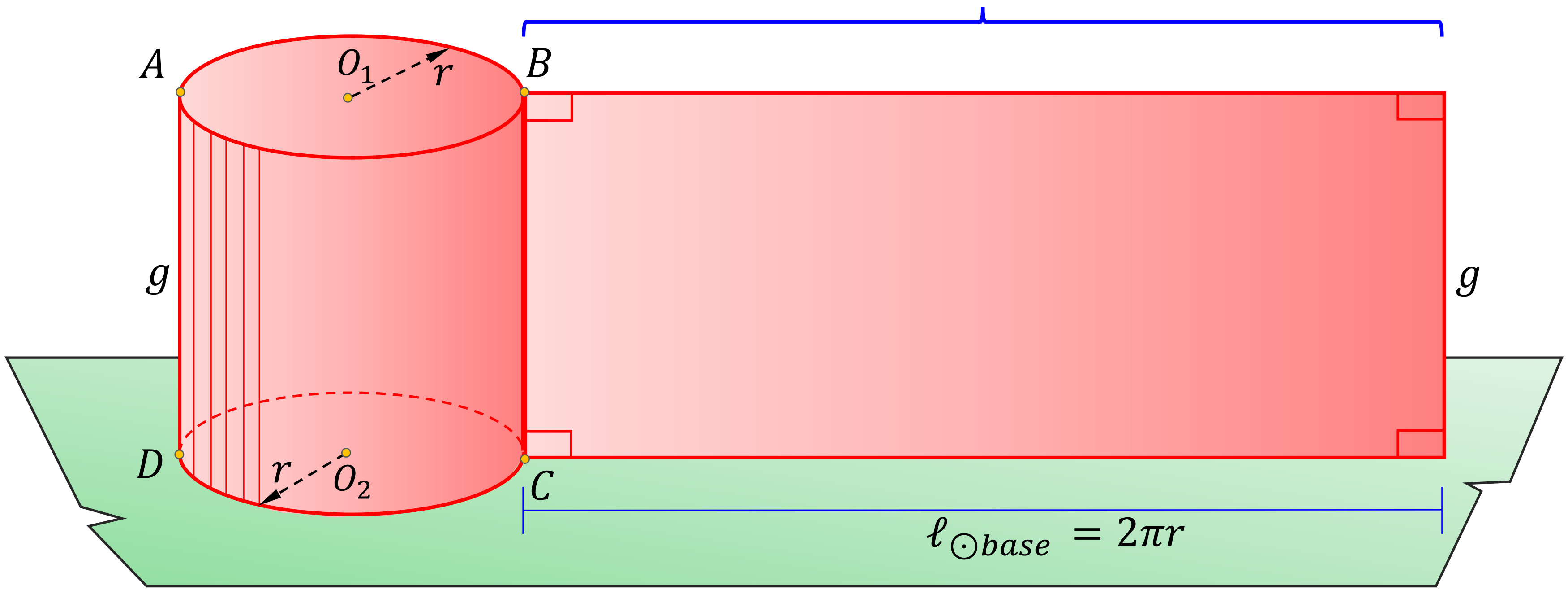
$$\boxed{\therefore\ \mathbb{V}_{\boldsymbol{paralelepípedo(máx)}} = \mathbf{48}}$$

Clave ***C***

CILINDRO DE REVOLUCIÓN

DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL

Desarrollar la superficie lateral de un cilindro de revolución (Cilindro circular recto) es aplicar su superficie sobre un plano, si esto se realiza separando una generatriz, entonces el desarrollo será una región rectangular.



Se cumple:

- ***Área de la superficie lateral***

$$\mathbb{A}_{S.L} = \mathbb{A}_{región\ rectangular}$$

$$\boxed{\mathbb{A}_{S.L} = 2\pi r g}$$

- ***Área de la superficie total***

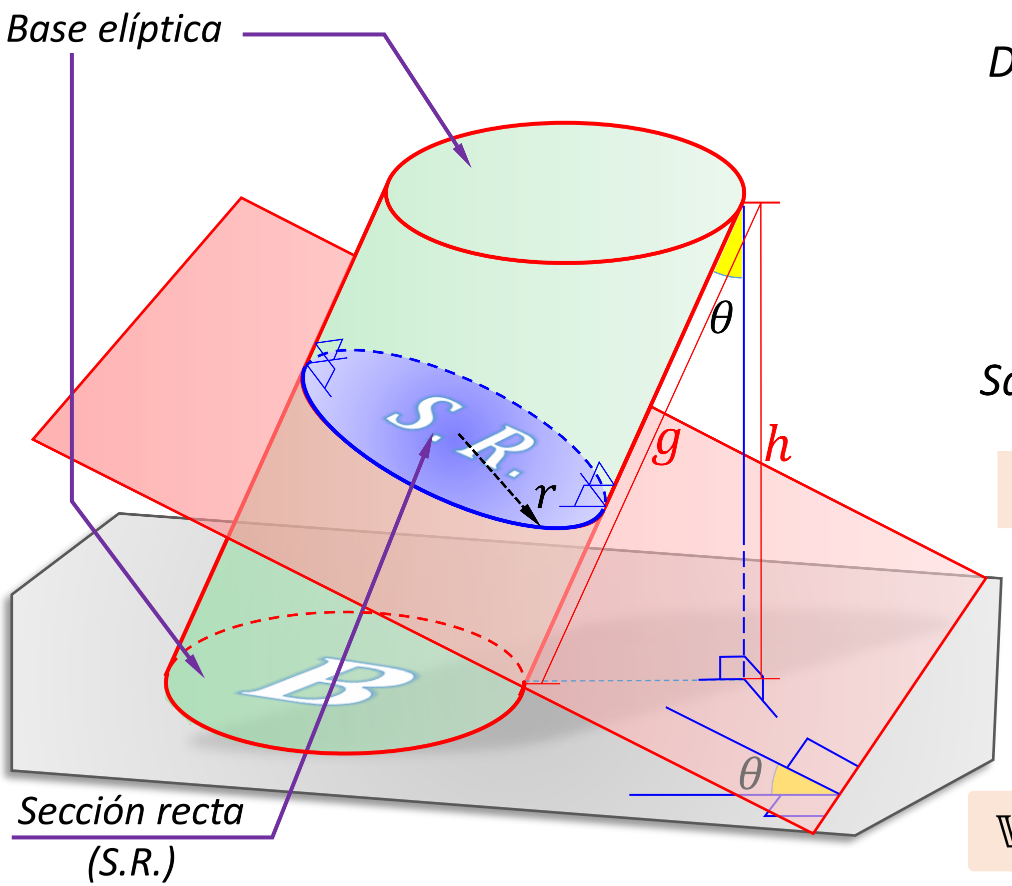
$$\mathbb{A}_{S.T} = \underbrace{\mathbb{A}_{S.L}}_{2\pi r g} + 2\underbrace{\mathbb{A}_{base}}_{\pi r^2}$$

$$\boxed{\mathbb{A}_{S.T} = 2\pi r(g + r)}$$

El desarrollar la superficie lateral de un cilindro de revolución se puede encontrar en muchos ejemplos de nuestra realidad

CILINDRO OBLICUO DE SECCIÓN RECTA CIRCULAR

Es aquel cilindro cuyas generatrices no son perpendiculares a las bases elípticas. Recuerda que la sección recta es la sección plana determinada en el cilindro por un plano secante a todas las generatrices perpendicularmente.



✓ $\boldsymbol{\theta}$: Medida del diedro determinado por la base y la sección recta.

Del gráfico:

$$\mathbb{A}_{S.R.} = \boldsymbol{B}\cdot\cos\theta$$

$$h = g\cdot\cos\theta$$

Sabemos:

$$\mathbb{V}_{cilindro} = (\boldsymbol{B})(h)$$

Reemplazando

$$\mathbb{V}_{cilindro} = (\mathbb{A}_{S.R.})(\boldsymbol{g})$$

- Como la sección recta es circular, se tiene:

$$\boxed{\mathbb{V}_{cilindro} = (\boldsymbol{\pi r^2})(\boldsymbol{g})}$$

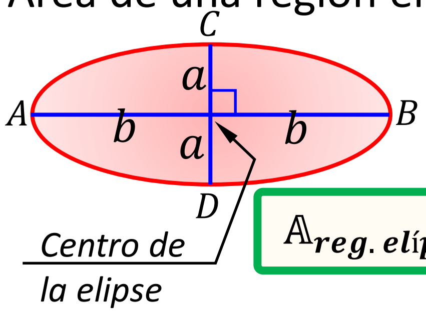
- Además, el área de la superficie lateral:

$$\boxed{\mathbb{A}_{S.L} = (2p_{S.R.})(g) = \boldsymbol{2\pi r g}}$$

- Área de la superficie total:

$$\boxed{\mathbb{A}_{S.T} = \mathbb{A}_{S.L} + \boldsymbol{2B}}$$

- Área de una región elíptica:



$\overline{CD}$: Eje menor

$\overline{AB}$: Eje mayor

$$\boxed{\mathbb{A}_{reg.\,elíptica} = \boldsymbol{ab\pi}}$$

CURSO DE GEOMETRÍA

CILINDRO OBLICUO DE SECCIÓN RECTA CIRCULAR

EXAMEN UNI **2012 – II**

El volumen de un cilindro oblicuo es $40\pi\ cm^3$ y la proyección de su generatriz sobre el plano de la base mide $5\ cm$. Si el radio de su sección recta mide $2\ cm$, calcule el área de la base en cm^2.

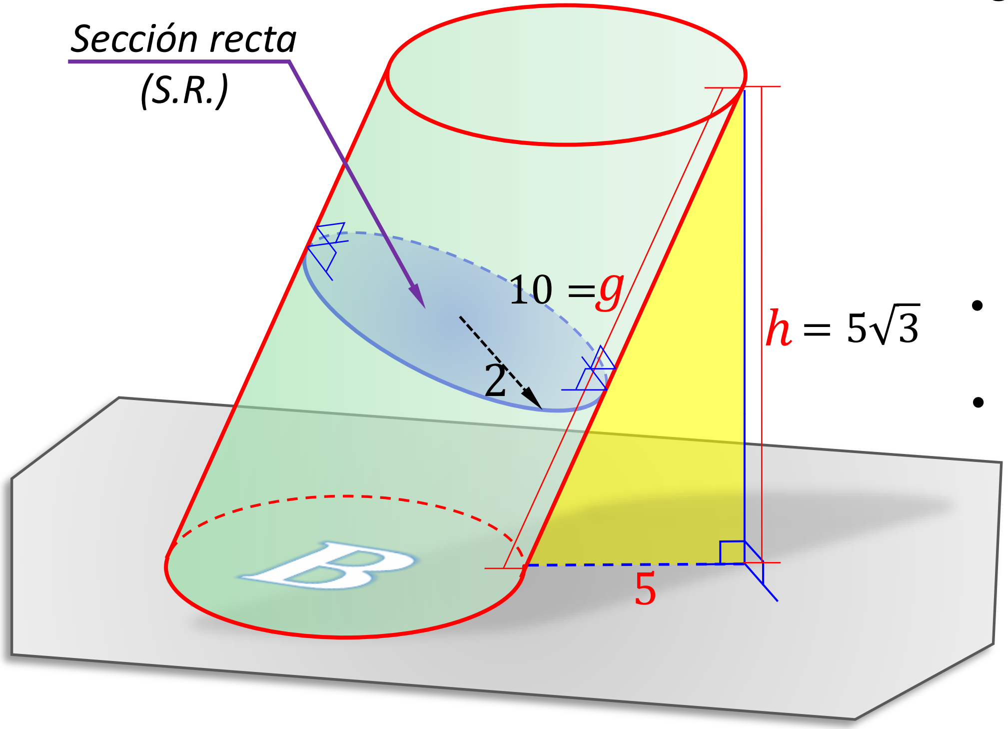
$A)\ \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}$ $B)\ \dfrac{4\pi}{\sqrt{3}}$ $C)\ \dfrac{6\pi}{\sqrt{3}}$

$D)\ \dfrac{8\pi}{\sqrt{3}}$ $E)\ \dfrac{10\pi}{\sqrt{3}}$

Resolución: Nos piden $\boldsymbol{B}$

Dato:

$\mathbb{V}_{cil} = 40\pi$



- Como tenemos de dato a la sección recta, podemos calcular la longitud de la generatriz, usamos:

$$\mathbb{V}_{cil} = \mathbb{A}_{S.R.} \cdot g$$

$$40\pi = \pi \cdot 2^2 \cdot g$$

$$\rightarrow g = 10$$

- Con ello: $h = 5\sqrt{3}$

- Además:

$$\mathbb{V}_{cil} = \boldsymbol{B} \cdot h$$

$$40\pi = \boldsymbol{B} \cdot 5\sqrt{3}$$

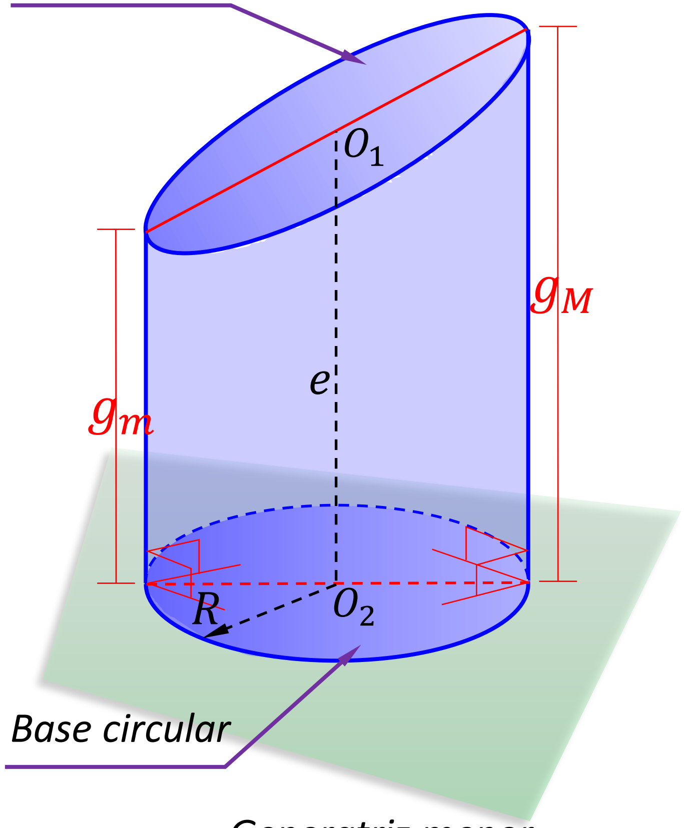
$$\boxed{\therefore\ \boldsymbol{B} = \frac{\boldsymbol{8\pi}}{\sqrt{\boldsymbol{3}}}}$$

Clave **D**

TRONCO DE CILINDRO

Un tronco de cilindro es una porción de cilindro comprendido entre una de sus bases y un plano secante al sólido no paralelo a sus bases.

TRONCO DE CILINDRO



g_m: Generatriz menor

g_M: Generatriz mayor

Área de la superficie lateral

$$\mathbb{A}_{S.L} = \pi R(g_m + g_M)$$

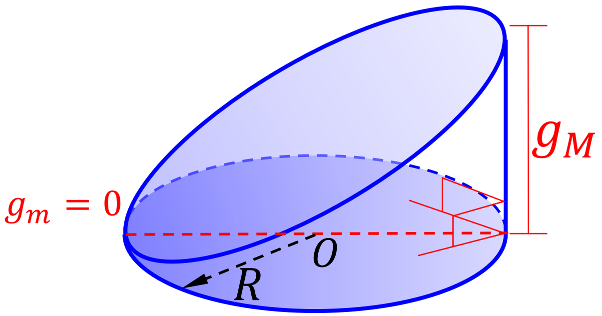
Área de la superficie total

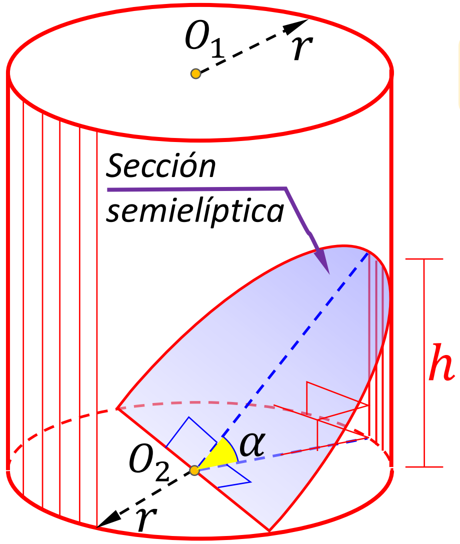
$$\mathbb{A}_{S.T} = \mathbb{A}_{S.L} + \sum \text{áreas de las bases}$$

Volumen del tronco de prisma

$$\mathbb{V} = \pi R^2(e) = \pi R^2\left(\frac{g_m + g_M}{2}\right)$$

OBSERVACIONES





Uña cilíndrica

❖ Área de la sección semielíptica

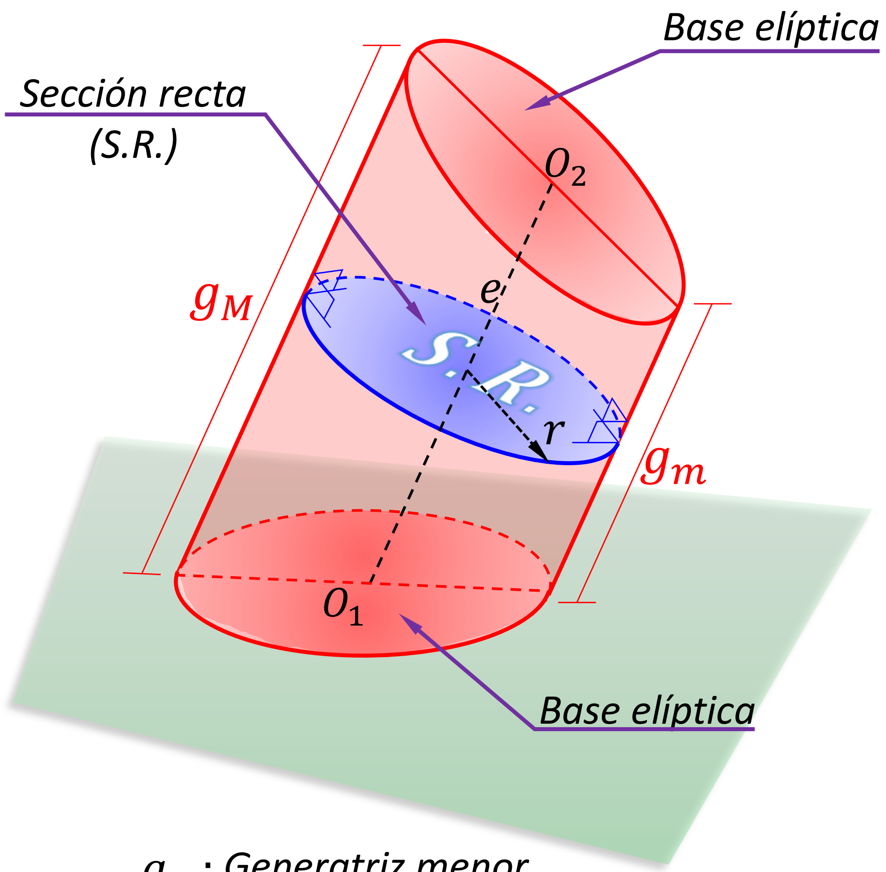
$$\mathbb{A} = \frac{\pi r h(\csc\alpha)}{2}$$

❖ Volumen de la uña

$$\mathbb{V} = \frac{2}{3} r^2 h$$

TRONCO DE CILINDRO

TRONCO DE CILINDRO — OBLICUO DE SECCIÓN RECTA CIRCULAR



g_m: Generatriz menor
g_M: Generatriz mayor

- **Área de la superficie lateral**

$$\mathbb{A}_{S.L} = \pi r(g_m + g_M)$$

- **Área de la superficie total**

$$\mathbb{A}_{S.T} = \mathbb{A}_{S.L} + \sum \text{áreas de las bases}$$

- **Volumen del tronco de prisma**

$$\mathbb{V} = \pi r^2 (e) = \pi r^2 \left(\frac{g_m + g_M}{2}\right)$$

TRONCO DE CILINDRO

EXAMEN UNI **2020 – I**

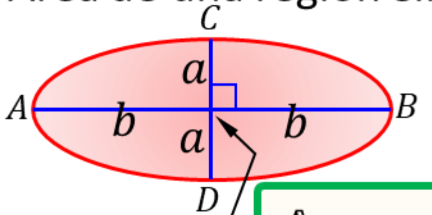
Un vaso que tiene la forma de un cilindro circular recto cuyo diámetro mide 6 cm, contiene agua hasta cierta altura. Se inclina el vaso justo hasta que el agua llegue al borde, en ese instante el borde opuesto del agua se ha alejado del borde del vaso 4 cm. Determine e área (en cm^2) de la película que se ha formado por la inclinación.

$A)\ \pi\sqrt{13}$ $B)\ 2\pi\sqrt{13}$ $C)\ 3\pi\sqrt{13}$

$D)\ 4\pi\sqrt{13}$ $E)\ 5\pi\sqrt{13}$

RECUERDA:

❑ Área de una región elíptica:



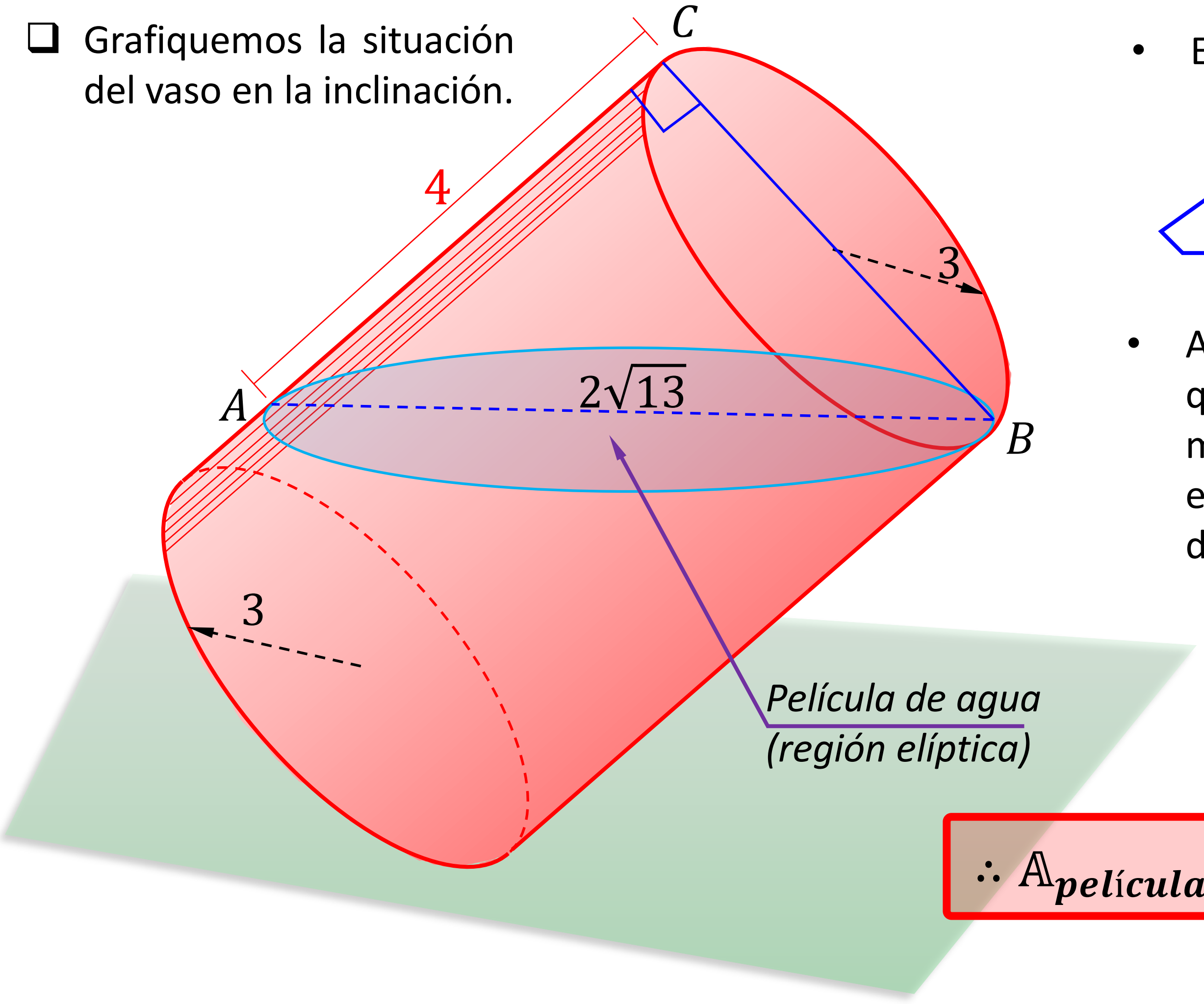
$\overline{CD}$: *Eje menor*

$\overline{AB}$: *Eje mayor*

$$\mathbb{A}_{reg.\ elíptica} = ab\pi$$

Resolución: Nos piden $\mathbb{A}_{película\ del\ agua}$

❑ Grafiquemos la situación del vaso en la inclinación.



- En $\triangle ABC$:

  $AB = 2\sqrt{13}$

  Longitud del eje mayor

- Además, tener en cuenta que la longitud del eje menor de la región elíptica es igual al radio del círculo de la base.

  $$eje\ menor = 6$$

$$\therefore\ \mathbb{A}_{película\ de\ agua} = 3\sqrt{13}\pi$$

Clave **C**