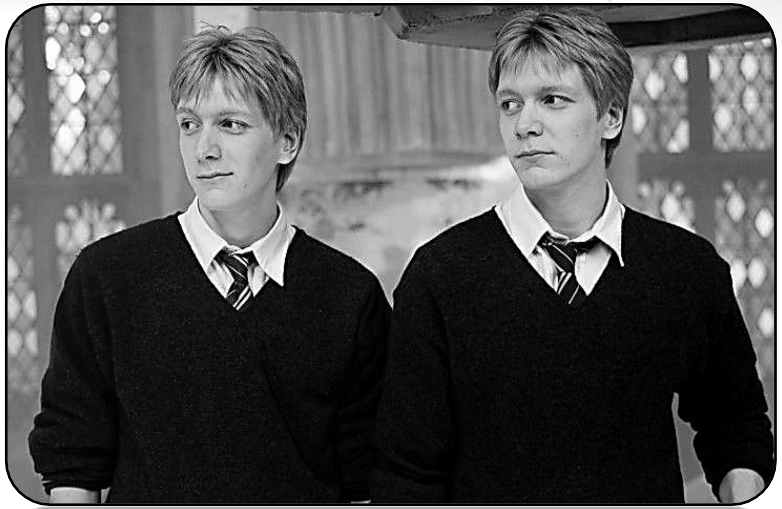
CONGRUENCIA

- *DEFINICIÓN DE CONGRUENCIA.*
- *CASOS DE CONGRUENCIA.*
- *OBSERVACIONES EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO.*

PRODUCCIÓN EN MASA DE AUTOS

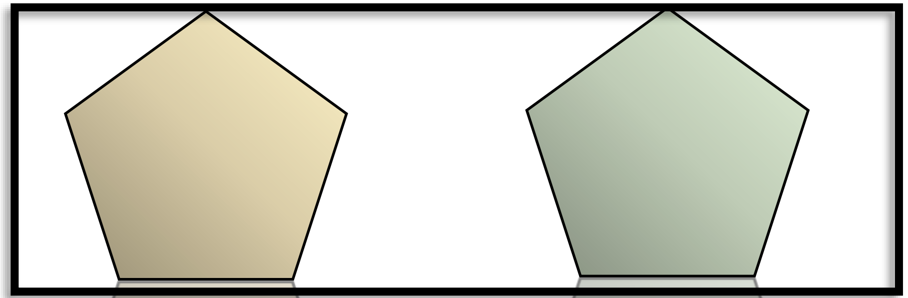
PRODUCCIÓN EN MASA DE POLOS



HERMANOS GEMELOS

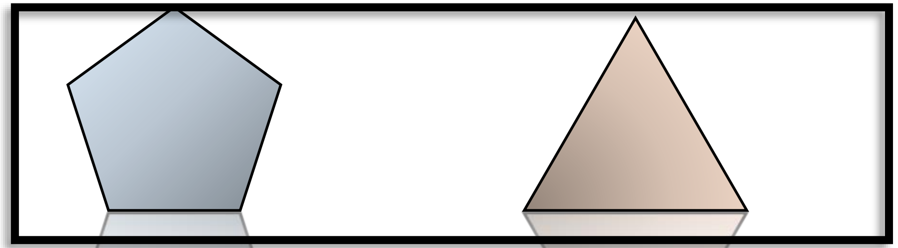
CONGRUENCIA

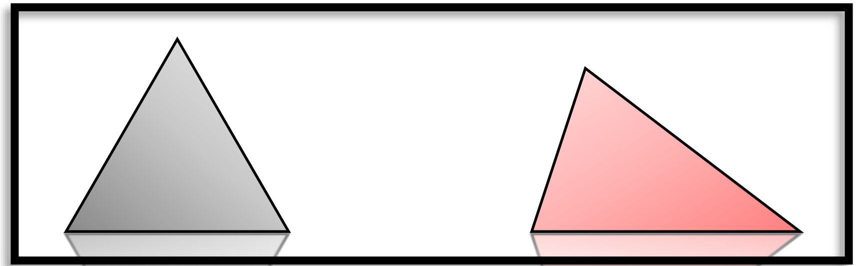
IDEA DE LA SUPERPOSICIÓN:
Se tienen dos figuras, si una se superpone sobre la otra y estas coinciden exactamente entonces estas ***figuras son congruentes***.



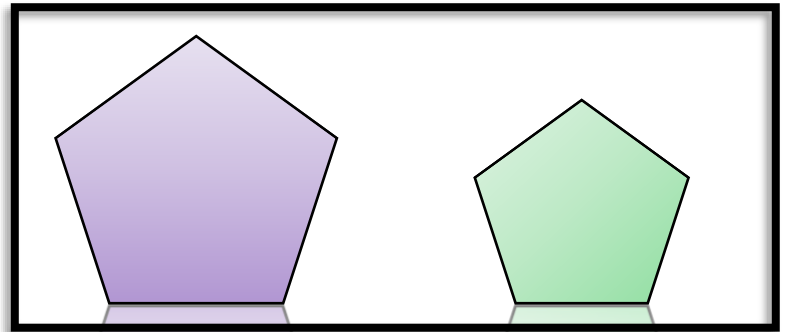
Para que ocurra esta coincidencia exacta, se debe cumplir **dos condiciones**.

1. *FORMA: Para que coincidan se necesita que tengan la misma forma. Forma no solo implica que sean del mismo tipo de figura, sino también que tengan las mismas medidas angulares.*





2. *TAMAÑO: Para que coincidan se necesita que tengan el mismo tamaño. Tamaño implica que tengan las mismas dimensiones ósea las mismas longitudes.*

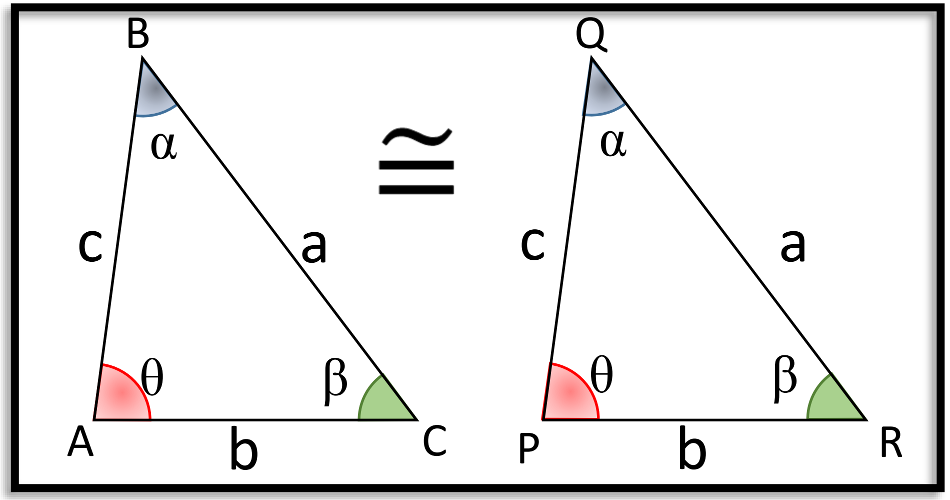


CONCLUSIÓN:
*Dos figuras son **CONGRUENTES** siempre y cuando tengan la misma **FORMA** y el mismo **TAMAÑO**.*

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN:

Dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma (***iguales medidas angulares***) y el mismo tamaño (***iguales dimensiones***) de manera correspondiente.



Ósea:

m<BAC = m<QPR = θ

m<ABC = m<PQR = α

m<BCA = m<QRP = β

BC = QR = a

AC = PR = b

AB = PQ = c

ΔABC ≅ ΔPQR

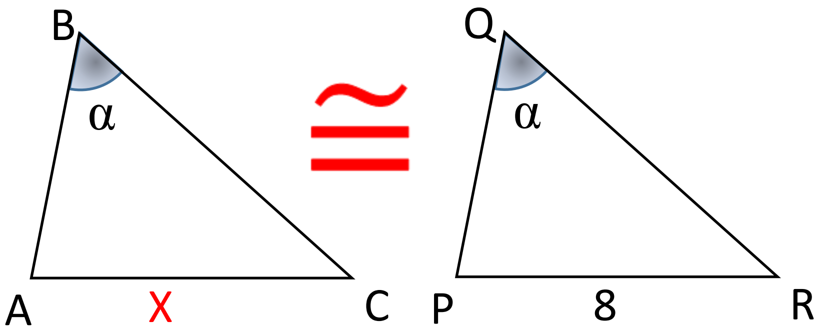
NOTACIÓN:

El ΔABC es congruente con el ΔPQR

NOTA:
Debemos considerar a la correspondencia como una relación BIUNIVOCA de los elementos de los triángulos.

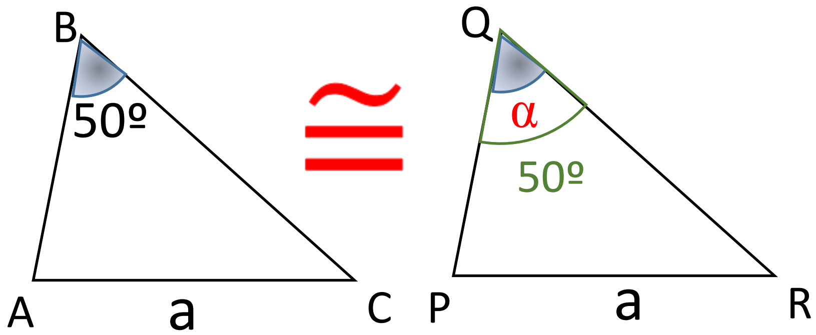
EJEMPLOS:

- Si los triángulos mostrados son congruentes cuanto es X



Como los triángulos son congruentes. Si a α se le opone 8 en el otro triángulo debe ocurrir lo mismo.
Por lo tanto X = 8

- Si los triángulos mostrados son congruentes cuanto es α

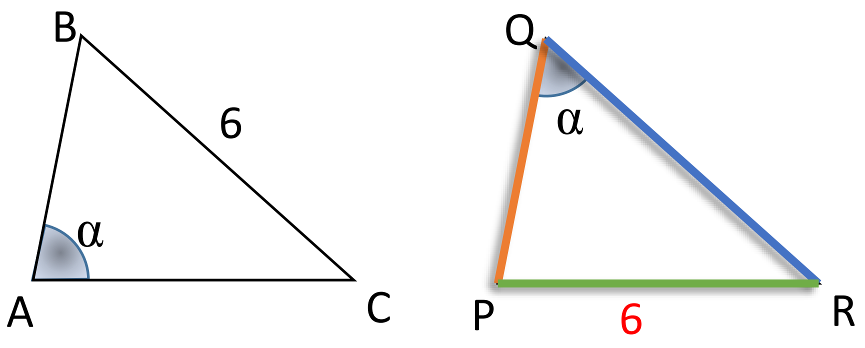


Como los triángulos son congruentes. Si al lado ¨a¨ se le opone 50º en el otro triángulo debe ocurrir lo mismo.
Por lo tanto α = 50º

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

En términos prácticos se podría decir que cuándos dos triángulos son congruentes, ***todo lo que tiene uno lo tiene el otro.***

TENER EN CUENTA:
Si dos triángulos son congruentes y el lado de uno de ellos es 6. ¿Donde estaría su lado correspondiente en el otro triángulo?.

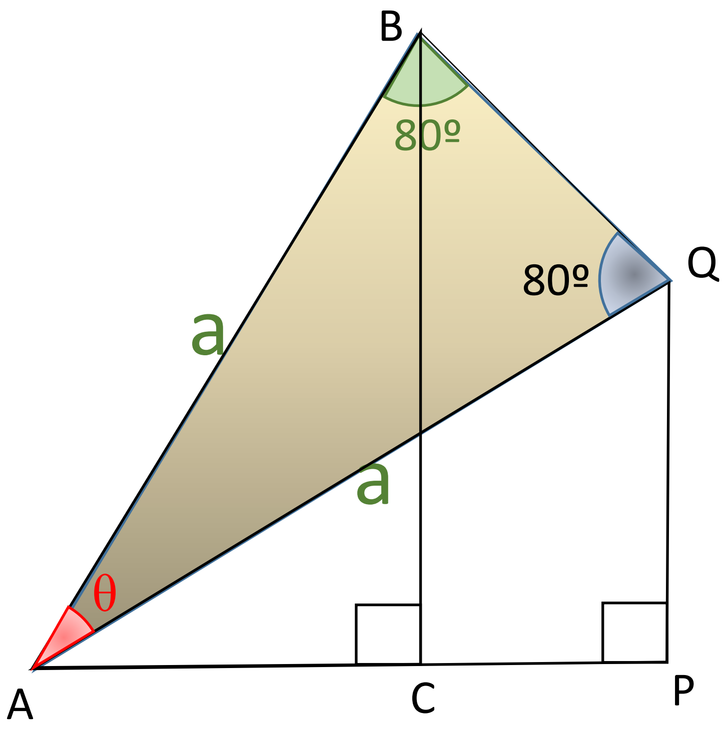


Es en ese sentido nos damos cuenta que requerimos de otro elemento para poder ubicar adecuamente las longitudes.
Si colocamos α en ambos triángulos.
Entonces el lado correspondiente es PR:

PR=6

Por lo tanto saber que dos triángulos son congruentes no implica colocar la igualdad de elementos al azar, sino colocarlos de manera correspondiente ósea ordenada, apoyándonos de algún elemento adicional.

EJEMPLO:
Del grafico ABC y APQ son figuras congruentes. Calcule θ.



RESOLUCIÓN:

Como los triángulos rectángulos son congruentes y tienen una única hipotenusa.
Entonces las longitudes de las hipotenusas son iguales.

AB=AQ=a

Entonces el ΔBAQ es isósceles.

m<ABQ=80º

Suma de medidas internas:

θ+80º+80º=180º

θ=20º

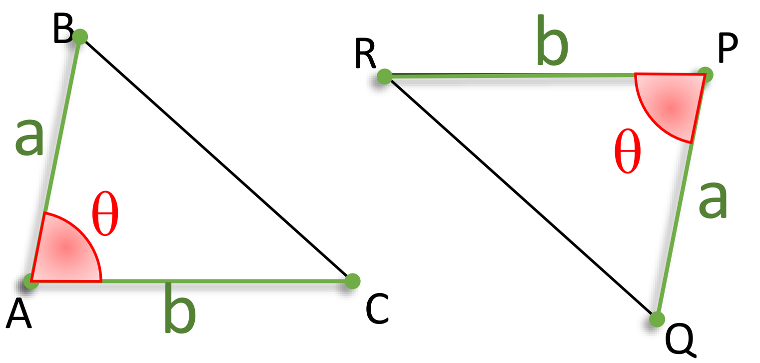
CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

CASOS DE CONGRUENCIA:

Existen tres casos los cuales nos ayudan a poder ***RECONOCER*** cuando dos triángulos son congruentes.

- *1er caso lado Angulo Lado (LAL):*

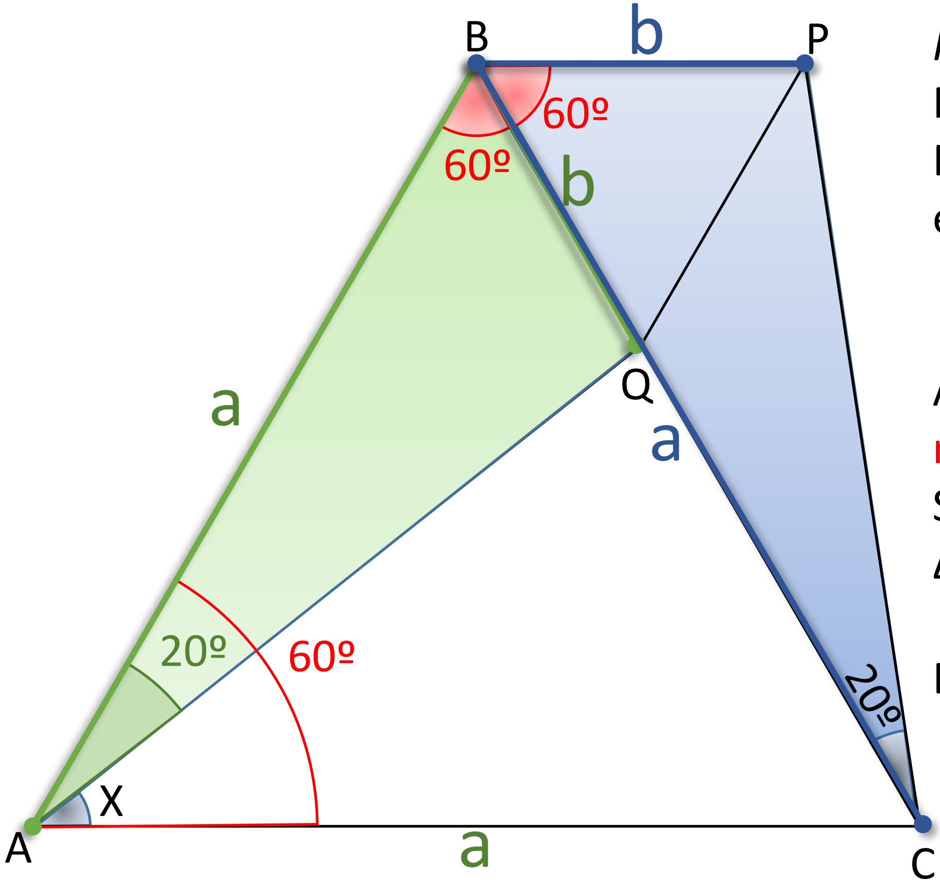
Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente de iguales longitudes y el ángulo determinado por ellas de igual medida.



$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

Ejemplo:

En el grafico, los triángulos ABC y BPQ son equiláteros. Calcule X.



RESOLUCIÓN:

Nos piden X

Por dato los triángulos son equiláteros.

AB=BC=AC=a

BP=PQ=QB=b

Además:

m<ABC= m<PBQ=60º

Se observa:

$\Delta ABQ \cong \Delta CBP$ (LAL)

m<BAQ=20º

En el vértice A:

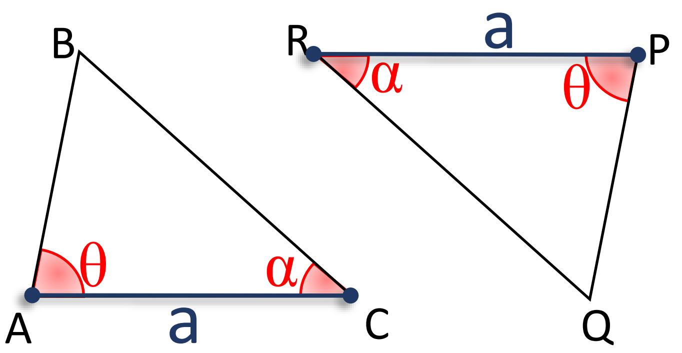
X+20º=60º

X=40º

CASOS DE CONGRUENCIA:

- ***2do caso Ángulo Lado Ángulo (ALA):***

Dos triángulos son congruentes si tienen dos medidas angulares respectivamente iguales y el lado adyacente y común a ellas de igual longitud.

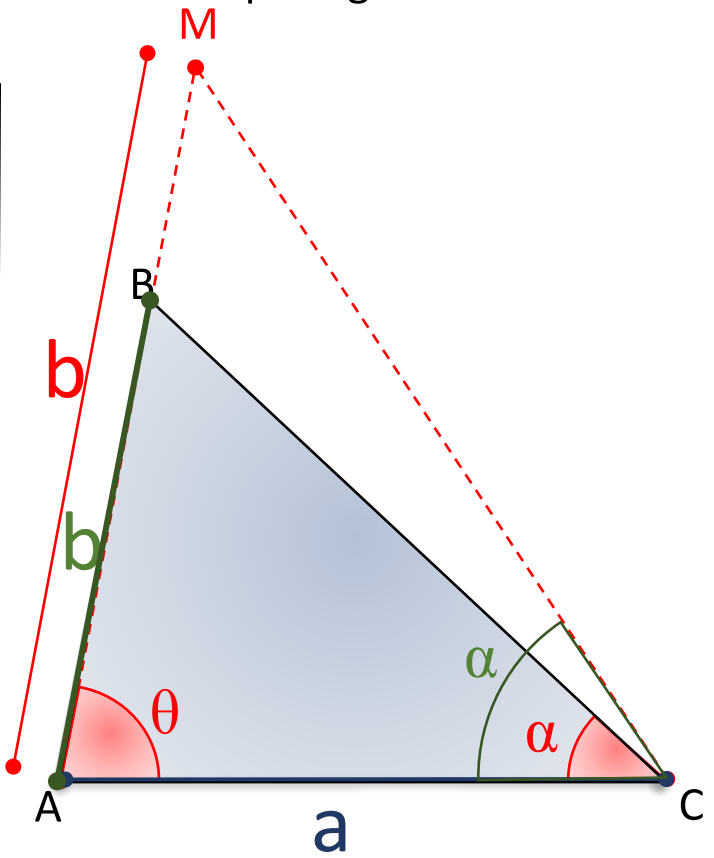


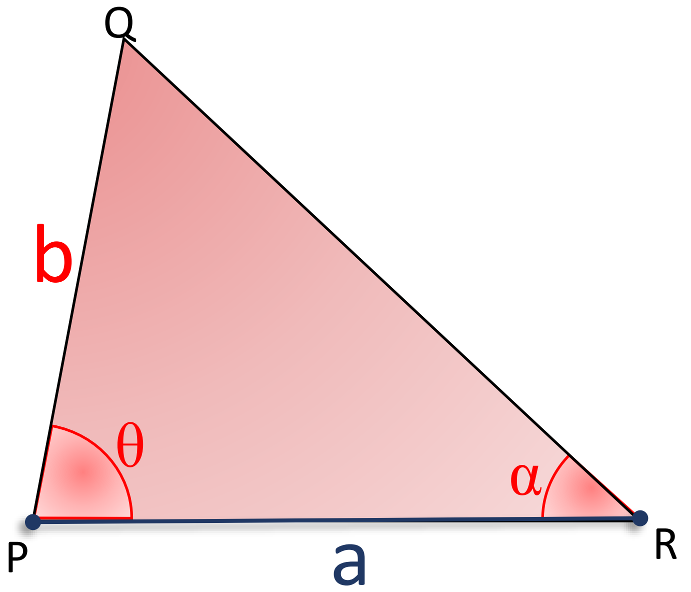
$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

DEMOSTRACIÓN:

Para demostrar este caso, asumiremos AB<PQ.

Entonces prologamos $\overline{AB}$ hasta M tal que AM=PQ=b





Consecuencias:

$\Delta AMC \cong \Delta PQR$ entonces:

m<ACM=α

Se observa: m<ACB=m<ACM=α

Esto quiere decir que M y B deben coincidir en un solo punto.

AB=AM=b

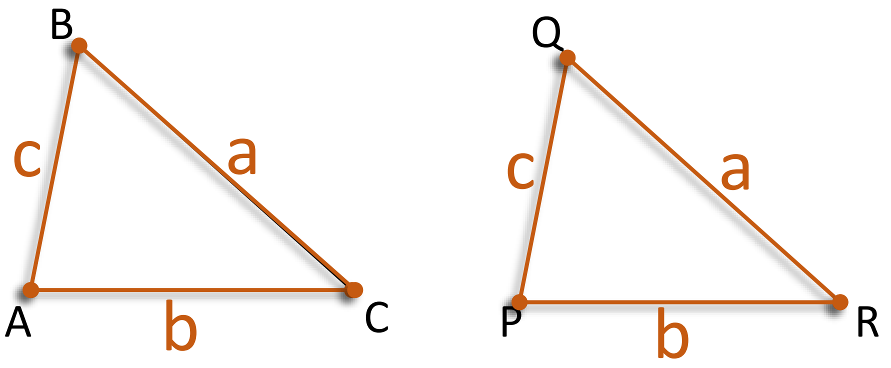
Por lo tanto los ΔABC y ΔPQR cumplen L A L:

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

CASOS DE CONGRUENCIA:

- ***3er caso Lado Lado Lado (LLL):***

Dos triángulos son congruentes si las longitud de sus lados son respectivamente iguales.

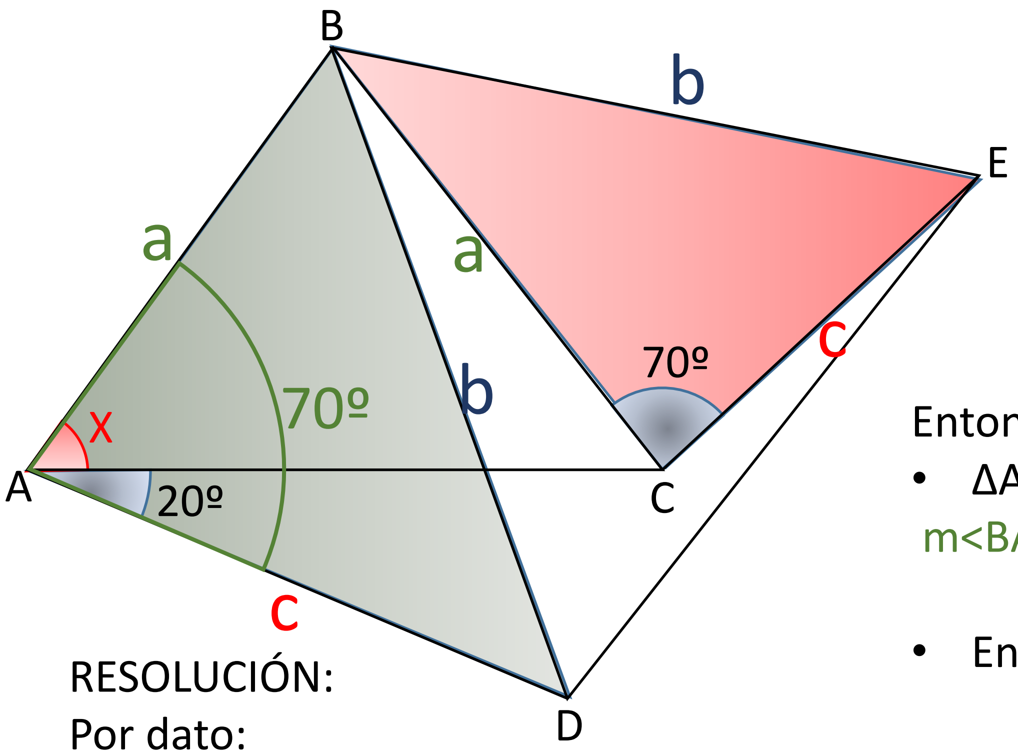


ΔABC ≅ ΔPQR

NOTA:
En todos los casos analizados para reconocer la congruencia se necesita mínimo tres elementos. *(LAL, ALA y LLL)*

EJEMPLO:

- En el grafico, los triángulos ABC y BDE son isósceles de bases AC y DE respectivamente. Si EC=AD. Calcule θ



RESOLUCIÓN:
Por dato:

- $\overline{AC}$: base de ΔABC. AB=BC=a
- $\overline{DE}$: base de ΔBDE. BD=BE=b
- Además: EC=AD=c

Entonces:

- ΔABD ≅ ΔCBE (LLL)

m<BAD=m<ECB=70º

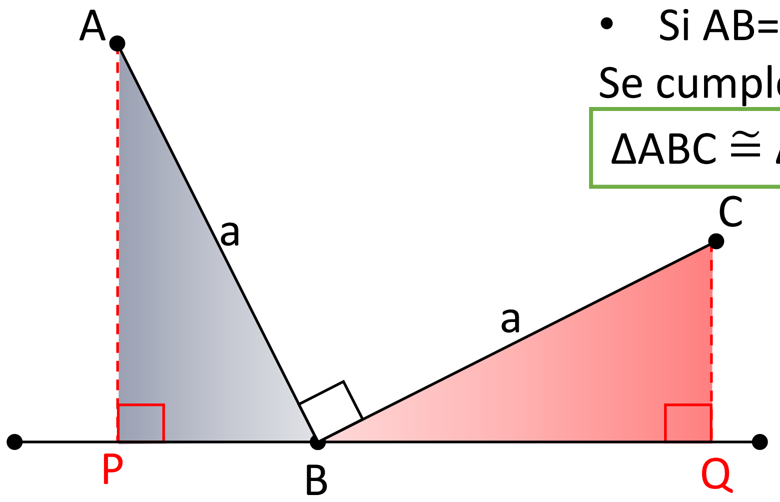
- En el vértice A:

X+20º=70º

X=50º

OBSERVACIONES DE CONGRUENCIA:

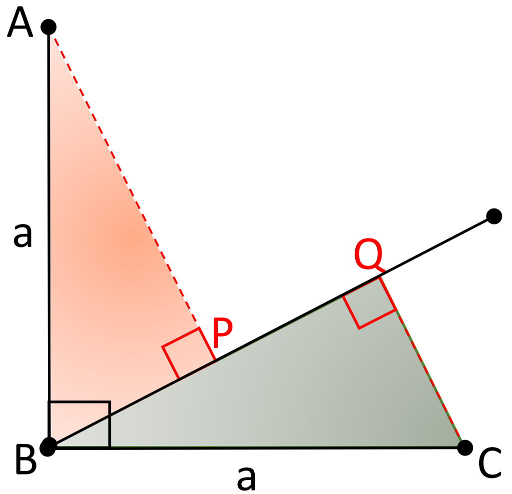
NOTA:
Para establecer la congruencia en los triángulos rectángulos, se necesitan solo dos elementos adecuadamente distribuidos.



- Si AB=BC

Se cumple:

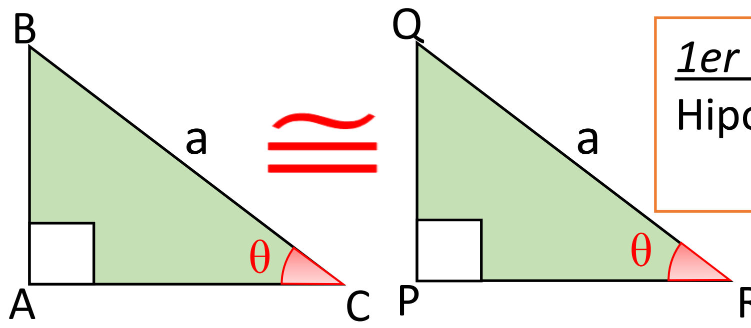
$\Delta ABC \cong \Delta PQR$



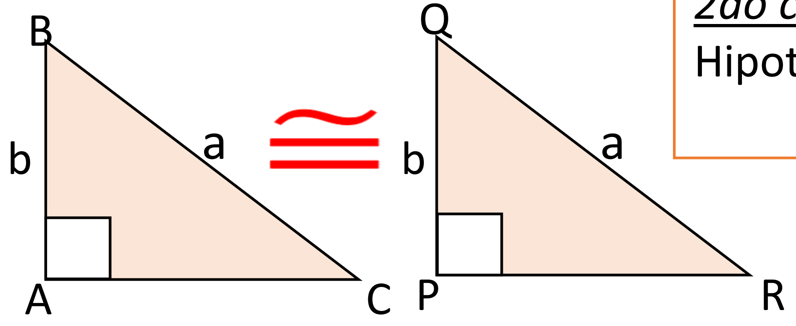
- Si AB=BC

Se cumple:

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$



<u>*1er caso*</u>:
Hipotenusa y ángulo
(ALA)



<u>*2do caso*</u>:
Hipotenusa y cateto
(LLL)