

## BÀI TẬP VƯƠNG HẠO VÀ ROBINSON

### Sử dụng thuật toán Vương Hạo và Robinson để:

1. chứng minh rằng

$$\neg a \wedge (\neg b \vee c) \rightarrow (a \wedge b) \vee (\neg b) \vee c$$

2. chứng minh rằng

$$(a \wedge b) \rightarrow c \text{ và } a \text{ suy ra } c$$

3. chứng minh rằng

$$[a \wedge (a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)] \text{ suy ra } c$$

4. chứng minh rằng

$$\neg p \vee q \text{ và } \neg q \vee r \text{ và } \neg r \vee s \text{ và } \neg s \vee \neg u \text{ suy ra } \neg p, u$$

### Sử dụng thuật toán vương hạo

1. chứng minh rằng

$$\neg a \wedge (\neg b \vee c) \rightarrow (a \wedge b) \vee (\neg b) \vee c$$

Ta có

Bước 1: Đưa về dạng chuẩn

$$\{\neg a, \neg b \vee c\} \rightarrow \{a \wedge b, \neg b, c\}$$

Bước 2: chuyển về

$$\{b, \neg b \vee c\} \rightarrow \{a \wedge b, a, c\}$$

Bước 3: phân dòng ta có

$$(1) \{b, \neg b \vee c\} \rightarrow \{a, c\}$$

$$(2) \{b, \neg b \vee c\} \rightarrow \{b, a, c\} \text{ (được chứng minh)}$$

Xét (1) ta có

$$\{b, \neg b\} \rightarrow \{a, c\}$$

$$\{b, c\} \rightarrow \{a, c\} \text{ (được chứng minh)}$$

Xét (1.1) ta có

$$\{b\} \rightarrow \{a, b, c\} \text{ (được chứng minh)}$$

Kết luận: bài toán được chứng minh

2. chứng minh rằng

$(a \wedge b) \rightarrow c$  và  $a$  suy ra  $c$

Ta có  $(a \wedge b) \rightarrow c = \neg(a \wedge b) \vee c = \neg a \vee \neg b \vee c$

$\neg a \vee \neg b \vee c, a \rightarrow c$

(1)  $\{ \neg a, a \} \rightarrow c$

(2)  $\{ \neg b \vee c, a \} \rightarrow c$

xét (1) ta có

$\{a\} \rightarrow \{c, a\}$  (được chứng minh)

Xét (2) ta có

(2.1)  $\{ \neg b, a \} \rightarrow c$  (không được chứng minh)

Kết luận: bài toán không được chứng minh

3. chứng minh rằng

$[a \wedge (a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)]$  suy ra  $c$

Bài làm

$\{a, \neg a \vee b, \neg a \vee c\} \rightarrow c$

(1)  $\{a, \neg a, \neg a \vee c\} \rightarrow c$

(2)  $\{a, b, \neg a \vee c\} \rightarrow c$

Xét (1) ta có

$\{a, \neg a \vee c\} \rightarrow \{c, a\}$  (được chứng minh)

Xét (2) ta có

(2.1)  $\{a, b, \neg a\} \rightarrow c$

(2.2)  $\{a, b, c\} \rightarrow c$  (được chứng minh)

Xét (2.1) ta có

$\{a, b\} \rightarrow \{a, c\}$  (được chứng minh)

Kết luận: bài toán được chứng minh

4. chứng minh rằng

$\neg p \vee q$  và  $\neg q \vee r$  và  $\neg r \vee s$  và  $\neg u \vee \neg s$  suy ra  $\neg p, u$

Bài làm

Ta có

$$\{\neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s\} \rightarrow \{\neg p, u\}$$

Chuyển về ta có

$$\{\neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

$$(1) \{\neg p, \neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

$$(2) \{q, \neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

Xét (1) ta có

$$\{\neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u, p\} \text{ (được chứng minh)}$$

Xét (2) ta có

$$(2.1) \{q, \neg q, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

$$(2.2) \{q, r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

Xét (2.1) ta có

$$\{q, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u, q\} \text{ (được chứng minh)}$$

Xét (2.2) ta có

$$(2.2.1) \{q, r, \neg r, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

$$(2.2.2) \{q, r, s, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u\}$$

Xét (2.2.1) ta có

$$\{q, r, \neg u \vee \neg s, p\} \rightarrow \{u, r\} \text{ (được chứng minh)}$$

Xét (2.2.2) ta có

$$(2.2.2.1) \{q, r, s, \neg u, p\} \rightarrow \{u\} \text{ (không được chứng minh)}$$

Kết luận : bài toán không được chứng minh

### Sử dụng thuật toán Robinson

1. chứng minh rằng

$$\neg a \wedge (\neg b \vee c) \rightarrow (a \wedge b) \vee (\neg b) \vee c$$

$$\text{Ta có } \{\neg a, \neg b \vee c\} \rightarrow \{a \wedge b, \neg b, c\}$$

$$\Rightarrow \{\neg a, \neg b \vee c, \neg(a \wedge b), b, \neg c\}$$

$$\Rightarrow \{\neg a, \neg b \vee c, \neg a \vee \neg b, b, \neg c\}$$

Tuyển từng cặp mệnh đề tính đối ngẫu

$\{ \neg a, c, \neg a \vee \neg b, \neg c \}$  vì  $(\neg b \vee c, b \rightarrow c)$

Ta có  $c$  và  $\neg c$  đối ngẫu  $\rightarrow$  bài toán được chứng minh

2. chứng minh rằng

$(a \wedge b) \rightarrow c$  và  $a$  suy ra  $c$

Ta có  $(a \wedge b) \rightarrow c = \neg(a \wedge b) \vee c = \neg a \vee \neg b \vee c$

$$\Rightarrow \{ \neg a \vee \neg b \vee c, a \} \rightarrow c$$

$$\Rightarrow \{ \neg a \vee \neg b \vee c, a, \neg c \}$$

Tuyển từng cặp mệnh đề tính đối ngẫu

$\{ \neg b \vee c, \neg c \}$  vì  $(\neg a \vee \neg b \vee c, a \rightarrow \neg b \vee c)$

$$\Rightarrow \{ \neg b \} \text{ vì } (\neg b \vee c, \neg c \rightarrow \neg b)$$

Kết luận: bài toán không được chứng minh

3. chứng minh rằng

$[a \wedge (a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow c)]$  suy ra  $c$

Ta có  $\{ a, \neg a \vee b, \neg a \vee c \} \rightarrow c$

$\{ a, \neg a \vee b, \neg a \vee c, \neg c \}$

Ta có

1.  $a$

2.  $\neg a \vee b$

3.  $\neg a \vee c$

4.  $\neg c$

5.  $b$  vì  $(a, \neg a \vee b \rightarrow b)$

6.  $c$  vì  $(a, \neg a \vee c \rightarrow c)$

ta thấy (4) và (6) mâu thuẫn  $\rightarrow$  bài toán được chứng minh

4. chứng minh rằng

$\neg p \vee q$  và  $\neg q \vee r$  và  $\neg r \vee s$  và  $\neg u \vee \neg s$  suy ra  $\neg p, u$

$\{ \neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s \} \rightarrow \{ \neg p, u \}$

$\{ \neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p, \neg u \}$

Tuyển từng cặp mệnh đề tính đối ngẫu

$\Rightarrow \{ \neg p \vee r, \neg r \vee s, \neg u \vee \neg s, p, \neg u \}$  vì  $(\neg p \vee q, \neg q \vee r \rightarrow \neg p \vee r)$

$\Rightarrow \{\neg p \vee s, \neg u \vee \neg s, p, \neg u\}$  vì  $(\neg p \vee r, \neg r \vee s \Rightarrow \neg p \vee s)$

$\Rightarrow \{\neg p \vee \neg u, p, \neg u\}$  vì  $\{\neg p \vee s, \neg u \vee \neg s \rightarrow \neg p \vee \neg u\}$

$\Rightarrow \{\neg u, \neg u\}$  vì  $(\neg p \vee \neg u, p \rightarrow \neg u)$

Kết luận: bài toán không được chứng minh