

Relatório da Aula Prática 5

Sillas Rocha da Costa

12 de junho de 2024

Questão 01

Implementação do Método de Gram-Schmidt, a função pode ser visualizada na pasta "funcs" no arquivo "qr_GS.sci":

```
1 function [Q, R] = qr_GS(A)
2     [m, n] = size(A);
3
4     Q = zeros(m, n);
5     R = zeros(n, n);
6
7     for j = 1:n
8         v = A(:, j);
9
10        for i = 1:j-1
11            R(i, j) = Q(:, i)' * A(:, j);
12            v = v - R(i, j) * Q(:, i);
13        end
14
15        R(j, j) = norm(v);
16        Q(:, j) = v / R(j, j);
17    end
18
19 endfunction
```

A seguir alguns testes realizados com as matrizes obtidas pela decomposição GM de matrizes com entradas aleatórias, e a magi matrix 4×4 , entre eles a diferença entre $Q^T Q - I$ e a diferença entre $QR - A$:

```
"Gram-Schmidt - Matriz 1 (3x3):"

0.4790988    0.3294205    0.4054998
0.2816969    0.2306728    0.3095371
0.2380098    0.2136297    0.6762972

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

4.441D-16   -1.887D-15    2.304D-15
-1.887D-15    0.          5.884D-15
2.304D-15    5.884D-15   -2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-5.551D-17    0.         0.
0.           0.         0.
0.           0.         0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001217
```

"Gram-Schmidt - Matriz 2 (4x4) Magi:"

16.	2.	3.	13.
5.	11.	10.	8.
9.	7.	6.	12.
4.	14.	15.	1.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	-2.776D-17	4.996D-16	0.2121446
-2.776D-17	0.	-5.551D-16	-0.3123339
4.996D-16	-5.551D-16	0.	-0.9251446
0.2121446	-0.3123339	-0.9251446	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	1.776D-15
0.	0.	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001117

"Gram-Schmidt - Matriz 3 (4x7):"

0.9706916	0.3490364	0.8573953	0.2042602	0.9549877	0.077576	0.5958625
0.5441797	0.1105365	0.6378016	0.8310431	0.0587431	0.5846092	0.3833705
0.0204748	0.2023378	0.4071123	0.0122163	0.8258465	0.7528714	0.490022
0.8941365	0.1304691	0.6691938	0.4884462	0.2980742	0.051723	0.5272795

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

2.220D-16	-2.220D-16	-3.886D-16	2.220D-16	0.0581897	0.0581897	0.0581897
-2.220D-16	0.	7.355D-16	-1.388D-15	-0.1372299	-0.1372299	-0.1372299
-3.886D-16	7.355D-16	2.220D-16	1.971D-15	0.0430404	0.0430404	0.0430404
2.220D-16	-1.388D-15	1.971D-15	2.220D-16	0.9878914	0.9878914	0.9878914
0.0581897	-0.1372299	0.0430404	0.9878914	-1.110D-16	1.	1.
0.0581897	-0.1372299	0.0430404	0.9878914	1.	-2.220D-16	1.
0.0581897	-0.1372299	0.0430404	0.9878914	1.	1.	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	-2.776D-17	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	1.110D-16	5.551D-17
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-1.110D-16
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0002516

```

"Gram-Schmidt - Matriz 4 (6x4):"

0.0688945    0.7671583    0.4096657    0.0774625
0.8843078    0.088053    0.1769565    0.5855878
0.7191294    0.7008561    0.3312931    0.3707945
0.069426     0.1879139    0.0518477    0.2116117
0.115221     0.2017886    0.4149242    0.1903269
0.4862681    0.4062821    0.7221236    0.5607954

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.          2.082D-17    1.665D-16    2.706D-16
2.082D-17   -1.110D-16    2.637D-16   -1.076D-16
1.665D-16    2.637D-16   -1.110D-16   -3.747D-16
2.706D-16   -1.076D-16   -3.747D-16    2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.          0.    0.    0.
1.110D-16    0.    0.    1.110D-16
0.          0.    0.    0.
0.          0.    0.    0.
0.          0.    0.    0.
0.          0.    0.    0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001027

```

Com os resultados obtidos podemos ver como o Método de Gram-Schmidt apresenta bons resultados, gerando diferenças mínimas para quando há o mesmo número de linhas do que de colunas, como na matriz 1, e mais linhas do que colunas, como na matriz 4, mas no terceiro caso, mais colunas do que linhas, matrizes 3, mesmo que a diferença entre $QR - A$ continue sendo praticamente 0, a matriz Q não é mais ortogonal, já que, $Q^T Q$ é bem diferente da matriz identidade.

Questão 02

Implementação do Método de Gram-Schmidt modificado, a função pode ser visualizada na pasta "funcs" no arquivo "qr_GSM.sci":

```

1  function [Q, R] = qr_GSM(A)
2      [m, n] = size(A);
3
4      Q = zeros(m, n);
5      R = zeros(n, n);
6
7      for j = 1:n
8          v = A(:, j);
9
10         for i = 1:j-1
11             R(i, j) = Q(:, i)' * v;
12             v = v - R(i, j) * Q(:, i);
13         end
14
15         R(j, j) = norm(v);
16         Q(:, j) = v / R(j, j);
17     end
18
19 endfunction

```

A seguir, os mesmos tipos de testes realizados no item anterior:

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz 1 (3x3):"

0.4790988	0.3294205	0.4054998
0.2816969	0.2306728	0.3095371
0.2380098	0.2136297	0.6762972

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

4.441D-16	-1.887D-15	2.248D-15
-1.887D-15	0.	-1.110D-16
2.248D-15	-1.110D-16	-2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-5.551D-17	0.	0.
0.	0.	0.
0.	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001055

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz 2 (4x4) Magi:"

16.	2.	3.	13.
5.	11.	10.	8.
9.	7.	6.	12.
4.	14.	15.	1.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	-2.776D-17	4.996D-16	0.5167051
-2.776D-17	0.	-5.551D-16	-0.8229179
4.996D-16	-5.551D-16	0.	-0.0426846
0.5167051	-0.8229179	-0.0426846	2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	4.441D-16

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001168

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz 3 (4x7):"

0.9706916	0.3490364	0.8573953	0.2042602	0.9549877	0.077576	0.5958625
0.5441797	0.1105365	0.6378016	0.8310431	0.0587431	0.5846092	0.3833705
0.0204748	0.2023378	0.4071123	0.0122163	0.8258465	0.7528714	0.490022
0.8941365	0.1304691	0.6691938	0.4884462	0.2980742	0.051723	0.5272795

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

2.220D-16	-2.220D-16	-3.261D-16	0.	0.1231859	0.9785962	-0.0226691
-2.220D-16	0.	6.245D-17	1.665D-16	-0.2956365	-0.1221571	-0.1804889
-3.261D-16	6.245D-17	0.	7.008D-16	0.9380351	-0.1625161	-0.1900227
0.	1.665D-16	7.008D-16	2.220D-16	0.1323424	-0.0318683	0.9647804
0.1231859	-0.2956365	0.9380351	0.1323424	2.220D-16	-5.551D-17	-2.290D-15
0.9785962	-0.1221571	-0.1625161	-0.0318683	-5.551D-17	-2.220D-16	-9.437D-16
-0.0226691	-0.1804889	-0.1900227	0.9647804	-2.290D-15	-9.437D-16	-1.110D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	-1.110D-16	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	1.110D-16	5.551D-17
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	-5.551D-17	0.	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.000222

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz 4 (6x4):"

0.0688945	0.7671583	0.4096657	0.0774625
0.8843078	0.088053	0.1769565	0.5855878
0.7191294	0.7008561	0.3312931	0.3707945
0.069426	0.1879139	0.0518477	0.2116117
0.115221	0.2017886	0.4149242	0.1903269
0.4862681	0.4062821	0.7221236	0.5607954

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	2.082D-17	1.665D-16	2.220D-16
2.082D-17	-1.110D-16	2.637D-16	-2.741D-16
1.665D-16	2.637D-16	-1.110D-16	0.
2.220D-16	-2.741D-16	0.	-1.110D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	1.388D-17
1.110D-16	0.	0.	1.110D-16
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0000944

Os resultados do Método de Gram-Schmidt Modificado se mostraram muito semelhantes ao método original, mantendo o mesmo problema de não conseguir gerar uma matriz ortogonal no caso de mais colunas do que linhas.

Questão 03

Agora para o Método de Gram-Schmidt Modificado com pivoteamento, as principais modificações estão logo abaixo, o código tood pode ser visualizado na pasta "funcs", no arquivo "qr_GSP.sci":

```
1 function [Q, R, P] = qr_GSP(A)
2     [m, n] = size(A);
3
4     Q = zeros(m, n);
5     R = zeros(n, n);
6     P = eye(n, n);
7
8     normas = zeros(n, 1);
9
10    for j = 1:n
11        normas(j) = norm(A(:, j));
12    end
13
14    for j = 1:n
15        [max_norm, index] = max(normas(j:n));
16        index = index + j - 1;
17
18        A(:, [j, index]) = A(:, [index, j]);
19        P(:, [j, index]) = P(:, [index, j]);
20        normas([j, index]) = normas([index, j]);
```

Abaixo os resultados:

"Gram-Schmidt Modificado com Pivoteamento - Matriz 1 (3x3):"

```
0.4054998    0.4790988    0.3294205
0.3095371    0.2816969    0.2306728
0.6762972    0.2380098    0.2136297
```

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

```
0.          1.665D-16    1.943D-16
1.665D-16    0.          -1.318D-15
1.943D-16   -1.318D-15    2.220D-16
```

"Acurácia da decomposição QR:"

```
0.    0.    0.
0.    0.    0.
0.    0.    0.
```

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

```
0.0002361
```

"Gram-Schmidt Modificado com Pivoteamento - Matriz 2 (4x4) Magi:"

16.	13.	3.	2.
5.	8.	10.	11.
9.	12.	6.	7.
4.	1.	15.	14.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	-9.714D-17	2.776D-17	-0.0927153
-9.714D-17	0.	0.	-0.7181931
2.776D-17	0.	-1.110D-16	0.6612667
-0.0927153	-0.7181931	0.6612667	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.
0.	0.	-1.776D-15	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0002258

"Gram-Schmidt Modificado com Pivoteamento - Matriz 3 (4x7):"

0.9706916	0.8573953	0.9549877	0.5958625	0.2042602	0.077576	0.3490364
0.5441797	0.6378016	0.0587431	0.3833705	0.8310431	0.5846092	0.1105365
0.0204748	0.4071123	0.8258465	0.490022	0.0122163	0.7528714	0.2023378
0.8941365	0.6691938	0.2980742	0.5272795	0.4884462	0.051723	0.1304691

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

2.220D-16	-3.608D-16	1.180D-16	-4.441D-16	0.0457542	0.9844197	-0.169279
-3.608D-16	2.220D-16	-2.637D-16	-5.551D-16	-0.9197359	-0.0246538	-0.3917531
1.180D-16	-2.637D-16	0.	-2.914D-16	0.3898611	-0.1736659	-0.9043456
-4.441D-16	-5.551D-16	-2.914D-16	0.	0.0008802	-0.0122523	0.0057651
0.0457542	-0.9197359	0.3898611	0.0008802	0.	-1.110D-16	1.735D-17
0.9844197	-0.0246538	-0.1736659	-0.0122523	-1.110D-16	0.	0.
-0.169279	-0.3917531	-0.9043456	0.0057651	1.735D-17	0.	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	5.551D-17	1.388D-17	0.
0.	0.	0.	0.	0.	1.110D-16	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-2.776D-17
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0004289

```

"Gram-Schmidt Modificado com Pivoteamento - Matriz 4 (6x4):"

0.0688945    0.7671583    0.4096657    0.0774625
0.8843078    0.088053    0.1769565    0.5855878
0.7191294    0.7008561    0.3312931    0.3707945
0.069426    0.1879139    0.0518477    0.2116117
0.115221    0.2017886    0.4149242    0.1903269
0.4862681    0.4062821    0.7221236    0.5607954

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.          2.082D-17    1.665D-16    2.220D-16
2.082D-17   -1.110D-16    2.637D-16   -2.741D-16
1.665D-16    2.637D-16   -1.110D-16    0.
2.220D-16   -2.741D-16    0.          -1.110D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.          0.    0.    1.388D-17
1.110D-16    0.    0.    1.110D-16
0.          0.    0.    0.
0.          0.    0.    0.
0.          0.    0.    0.
0.          0.    0.    0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0002165

```

Como podemos observar, a ordem do erro na decomposição QR com pivoteamento aparenta ser menor que nas outras, mesmo q ainda sejam todos os erros na casa dos 10^{-16} , demonstrando grande semelhança e eficiência entre todos os métodos.

Questão 04

Por fim, o método de Householder, as implementações podem ser encontradas na pasta "funcs", nos arquivos "qr_Housev1.sci" referente a versão 1 do método e "qr_Housev2.sci", referente a versão 2, a seguir a implementação bruta:

```

1 function [U, R] = qr_Housev1(A)
2     [m, n] = size(A);
3     R = A;
4     U = zeros(m, n);
5
6     for i = 1:n
7         x = R(i:m, i);
8         e = zeros(m-i+1, 1);
9
10        if x(1) > 0 then
11            e(1) = -norm(x);
12        else
13            e(1) = norm(x);
14        end
15
16        v = x - e;
17        v_norm = norm(v);
18
19        if v_norm ~= 0 then
20            v = v / v_norm;
21        end

```



```

22
23     U(i:m, i) = v;
24
25     R(i:m, i:n) = R(i:m, i:n) - 2 * v * (v' * R(i:m, i:n));
26 end
27 R = triu(R);
28 endfunction

```

Abaixo os resultados da versão 1:

"Householder v1 - Matriz 1 (3x3):"

```

0.4790988    0.3294205    0.4054998
0.2816969    0.2306728    0.3095371
0.2380098    0.2136297    0.6762972

```

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

```

0.          0.          5.551D-17
0.          0.          1.110D-16
5.551D-17    1.110D-16    0.

```

"Acurácia da decomposição QR:"

```

0.          1.110D-16    2.220D-16
5.551D-17    0.          0.
5.551D-17    2.776D-17    1.110D-16

```

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

```

0.0001501

```

"Householder v1 - Matriz 2 (4x4) Magi:"

```

16.   2.   3.   13.
5.    11.  10.   8.
9.    7.   6.  12.
4.    14.  15.   1.

```

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

```

-3.331D-16    5.551D-17    6.939D-17    6.245D-17
5.551D-17   -4.441D-16   -2.220D-16    1.665D-16
6.939D-17   -2.220D-16    4.441D-16    2.220D-16
6.245D-17    1.665D-16    2.220D-16   -1.110D-16

```

"Acurácia da decomposição QR:"

```

-1.066D-14    0.          4.441D-16   -1.243D-14
-3.553D-15   -1.066D-14   -1.066D-14   -1.776D-15
-7.105D-15   -2.665D-15   -1.776D-15   -1.776D-15
-2.665D-15   -5.329D-15   -5.329D-15   -2.331D-15

```

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

```

0.0001138

```

"Householder vl - Matriz 3 (4x7):"

0.9706916	0.3490364	0.8573953	0.2042602	0.9549877	0.077576	0.5958625
0.5441797	0.1105365	0.6378016	0.8310431	0.0587431	0.5846092	0.3833705
0.0204748	0.2023378	0.4071123	0.0122163	0.8258465	0.7528714	0.490022
0.8941365	0.1304691	0.6691938	0.4884462	0.2980742	0.051723	0.5272795

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-8.882D-16	2.220D-16	2.706D-16	2.220D-16
2.220D-16	0.	-1.735D-16	5.551D-17
2.706D-16	-1.735D-16	-6.661D-16	2.776D-17
2.220D-16	5.551D-17	2.776D-17	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

-1.110D-15	-4.996D-16	-7.772D-16	-2.776D-16	-1.443D-15	-2.776D-17	-5.551D-16
-3.331D-16	-1.249D-16	-3.331D-16	-1.110D-16	-2.082D-16	-2.220D-16	-2.776D-16
-1.041D-17	0.	5.551D-17	6.939D-17	0.	1.110D-16	0.
-4.441D-16	-2.220D-16	-4.441D-16	-2.220D-16	-2.220D-16	-1.041D-16	-1.110D-16

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0007542

"Householder vl - Matriz 4 (6x4):"

0.0688945	0.7671583	0.4096657	0.0774625
0.8843078	0.088053	0.1769565	0.5855878
0.7191294	0.7008561	0.3312931	0.3707945
0.069426	0.1879139	0.0518477	0.2116117
0.115221	0.2017886	0.4149242	0.1903269
0.4862681	0.4062821	0.7221236	0.5607954

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

4.441D-16	-2.151D-16	0.	-6.939D-18	0.	-5.551D-17
-2.151D-16	6.661D-16	0.	1.735D-17	-2.082D-17	-8.327D-17
0.	0.	-6.661D-16	1.943D-16	2.776D-16	4.441D-16
-6.939D-18	1.735D-17	1.943D-16	-2.220D-16	-2.776D-17	-1.318D-16
0.	-2.082D-17	2.776D-16	-2.776D-17	2.220D-16	-5.551D-17
-5.551D-17	-8.327D-17	4.441D-16	-1.318D-16	-5.551D-17	-2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

8.327D-17	7.772D-16	3.886D-16	1.527D-16
2.220D-16	-1.665D-16	-8.327D-17	1.110D-16
2.220D-16	4.441D-16	5.551D-16	3.886D-16
2.776D-17	1.110D-16	9.714D-17	2.776D-17
4.163D-17	1.388D-16	0.	-5.551D-17
1.665D-16	2.776D-16	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.000123

Agora a versão 2:

"Householder v2 - Matriz 1 (3x3):"

0.4790988	0.3294205	0.4054998
0.2816969	0.2306728	0.3095371
0.2380098	0.2136297	0.6762972

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	0.	-5.551D-17
0.	0.	-1.110D-16
-5.551D-17	-1.110D-16	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	1.110D-16	2.220D-16
5.551D-17	0.	0.
5.551D-17	2.776D-17	1.110D-16

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001322

"Householder v2 - Matriz 2 (4x4) Magi:"

16.	2.	3.	13.
5.	11.	10.	8.
9.	7.	6.	12.
4.	14.	15.	1.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-3.331D-16	5.551D-17	6.939D-17	-6.245D-17
5.551D-17	-4.441D-16	-2.220D-16	-1.665D-16
6.939D-17	-2.220D-16	4.441D-16	-2.220D-16
-6.245D-17	-1.665D-16	-2.220D-16	-1.110D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-1.066D-14	0.	4.441D-16	-1.243D-14
-3.553D-15	-1.066D-14	-1.066D-14	-1.776D-15
-7.105D-15	-2.665D-15	-1.776D-15	-1.776D-15
-2.665D-15	-5.329D-15	-5.329D-15	-2.331D-15

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0000852

"Householder v2 - Matriz 3 (4x7):"

0.9706916	0.3490364	0.8573953	0.2042602	0.9549877	0.077576	0.5958625
0.5441797	0.1105365	0.6378016	0.8310431	0.0587431	0.5846092	0.3833705
0.0204748	0.2023378	0.4071123	0.0122163	0.8258465	0.7528714	0.490022
0.8941365	0.1304691	0.6691938	0.4884462	0.2980742	0.051723	0.5272795

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-8.882D-16	2.220D-16	2.706D-16	-2.220D-16
2.220D-16	0.	-1.735D-16	-5.551D-17
2.706D-16	-1.735D-16	-6.661D-16	-2.776D-17
-2.220D-16	-5.551D-17	-2.776D-17	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

-1.110D-15	-4.996D-16	-7.772D-16	-2.776D-16	-1.443D-15	-2.776D-17	-5.551D-16
-3.331D-16	-1.249D-16	-3.331D-16	-1.110D-16	-2.082D-16	-2.220D-16	-2.776D-16
-1.041D-17	0.	5.551D-17	6.939D-17	0.	1.110D-16	0.
-4.441D-16	-2.220D-16	-4.441D-16	-2.220D-16	-2.220D-16	-1.041D-16	-1.110D-16

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0000781

"Householder v2 - Matriz 4 (6x4):"

0.0688945	0.7671583	0.4096657	0.0774625
0.8843078	0.088053	0.1769565	0.5855878
0.7191294	0.7008561	0.3312931	0.3707945
0.069426	0.1879139	0.0518477	0.2116117
0.115221	0.2017886	0.4149242	0.1903269
0.4862681	0.4062821	0.7221236	0.5607954

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

4.441D-16	-2.151D-16	0.	-6.939D-18	0.	-5.551D-17
-2.151D-16	6.661D-16	0.	1.735D-17	-2.082D-17	-8.327D-17
0.	0.	-6.661D-16	1.943D-16	2.776D-16	4.441D-16
-6.939D-18	1.735D-17	1.943D-16	-2.220D-16	-2.776D-17	-1.318D-16
0.	-2.082D-17	2.776D-16	-2.776D-17	2.220D-16	-5.551D-17
-5.551D-17	-8.327D-17	4.441D-16	-1.318D-16	-5.551D-17	-2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

8.327D-17	7.772D-16	3.886D-16	1.527D-16
2.220D-16	-1.665D-16	-8.327D-17	1.110D-16
2.220D-16	4.441D-16	5.551D-16	3.886D-16
2.776D-17	1.110D-16	9.714D-17	2.776D-17
4.163D-17	1.388D-16	0.	-5.551D-17
1.665D-16	2.776D-16	0.	0.

"Tempo de Cálculo do Algoritmo:"

0.0001005

Pelos resultados obtidos, vemos como, no método de Householder, o grande problema das matrizes com mais colunas do que linhas não serem retornadas de forma ortogonal, é resolvido, retornando matrizes Q tais que $Q^T Q$ sejam extremamente próximas da identidade. Mostrando a superioridade no uso deste método para a obtenção de uma matriz realmente ortogonal.

Como foi pedido, seguem os testes feitos com as matrizes `testmatrix('magi',7)`, `testmatrix('hilb',7)` e `testmatrix('magi',6)`.

Primeiro para o método de Gram-Schmidt:

"Gram-Schmidt - Matriz M1 Magi (7x7):"

30.	39.	48.	1.	10.	19.	28.
38.	47.	7.	9.	18.	27.	29.
46.	6.	8.	17.	26.	35.	37.
5.	14.	16.	25.	34.	36.	45.
13.	15.	24.	33.	42.	44.	4.
21.	23.	32.	41.	43.	3.	12.
22.	31.	40.	49.	2.	11.	20.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-2.220D-16	6.106D-16	4.163D-17	1.110D-16	1.110D-16	9.021D-17	2.654D-16
6.106D-16	-4.441D-16	-4.996D-16	-9.714D-17	-4.163D-16	-6.106D-16	-4.701D-16
4.163D-17	-4.996D-16	2.220D-16	1.804D-16	-2.776D-17	-3.469D-17	9.021D-17
1.110D-16	-9.714D-17	1.804D-16	2.220D-16	-3.886D-16	2.082D-17	-3.123D-17
1.110D-16	-4.163D-16	-2.776D-17	-3.886D-16	2.220D-16	-2.082D-16	6.939D-17
9.021D-17	-6.106D-16	-3.469D-17	2.082D-17	-2.082D-16	-4.441D-16	1.301D-16
2.654D-16	-4.701D-16	9.021D-17	-3.123D-17	6.939D-17	1.301D-16	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	0.	-3.553D-15	0.
0.	0.	0.	0.	3.553D-15	-3.553D-15	-7.105D-15
-7.105D-15	0.	0.	0.	-3.553D-15	0.	0.
0.	0.	-1.776D-15	0.	0.	-7.105D-15	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-3.553D-15
0.	0.	-3.553D-15	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-3.553D-15

"Gram-Schmidt - Matriz H Hilb (7x7):"

49.	-1176.	8820.	-29400.	48510.	-38808.	12012.
-1176.	37632.	-317520.	1128960.	-1940400.	1596672.	-504504.
8820.	-317520.	2857680.	-10584000.	18711000.	-15717240.	5045040.
-29400.	1128960.	-10584000.	40320000.	-72765000.	62092800.	-20180160.
48510.	-1940400.	18711000.	-72765000.	1.334D+08	-1.153D+08	37837800.
-38808.	1596672.	-15717240.	62092800.	-1.153D+08	1.006D+08	-33297264.
12012.	-504504.	5045040.	-20180160.	37837800.	-33297264.	11099088.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

2.220D-16	5.732D-15	6.710D-14	-8.551D-14	-1.776D-11	-2.246D-10	5.273D-11
5.732D-15	-1.110D-16	-3.752D-12	-6.201D-11	-5.079D-10	-2.720D-09	-1.879D-09
6.710D-14	-3.752D-12	0.	2.642D-09	4.953D-08	0.0000005	0.0000009
-8.551D-14	-6.201D-11	2.642D-09	-1.110D-16	-0.0000002	-0.0000433	-0.0001651
-1.776D-11	-5.079D-10	4.953D-08	-0.0000002	-2.220D-16	0.0018861	0.0171743
-2.246D-10	-2.720D-09	0.0000005	-0.0000433	0.0018861	0.	-0.904875
5.273D-11	-1.879D-09	0.0000009	-0.0001651	0.0171743	-0.904875	2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	2.328D-10	-5.821D-11
0.	0.	-4.657D-10	0.	0.	1.863D-09	0.
0.	0.	0.	-7.451D-09	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	7.451D-09
0.	0.	0.	0.	0.	-1.490D-08	3.725D-09
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-1.863D-09

"Gram-Schmidt - Matriz M2 Magi (6x6):"

35.	1.	6.	26.	19.	24.
3.	32.	7.	21.	23.	25.
31.	9.	2.	22.	27.	20.
8.	28.	33.	17.	10.	15.
30.	5.	34.	12.	14.	16.
4.	36.	29.	13.	18.	11.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-2.220D-16	1.388D-17	-1.388D-17	4.025D-16	1.679D-15	-0.3906299
1.388D-17	0.	-1.665D-16	-2.776D-16	-3.053D-16	0.1626813
-1.388D-17	-1.665D-16	0.	2.498D-16	1.936D-15	-0.2542271
4.025D-16	-2.776D-16	2.498D-16	0.	-2.165D-15	0.3004716
1.679D-15	-3.053D-16	1.936D-15	-2.165D-15	2.220D-16	-0.8159585
-0.3906299	0.1626813	-0.2542271	0.3004716	-0.8159585	-2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	0.	3.553D-15
0.	-3.553D-15	0.	-3.553D-15	-3.553D-15	3.553D-15
-3.553D-15	0.	1.776D-15	3.553D-15	-3.553D-15	0.
0.	0.	0.	3.553D-15	0.	0.
3.553D-15	0.	0.	3.553D-15	1.776D-15	0.
0.	0.	0.	0.	0.	1.776D-15

Agora para o método de Gram-Schmidt Modificado:

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz M1 Magi (7x7):"

30.	39.	48.	1.	10.	19.	28.
38.	47.	7.	9.	18.	27.	29.
46.	6.	8.	17.	26.	35.	37.
5.	14.	16.	25.	34.	36.	45.
13.	15.	24.	33.	42.	44.	4.
21.	23.	32.	41.	43.	3.	12.
22.	31.	40.	49.	2.	11.	20.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-2.220D-16	6.106D-16	1.388D-16	1.388D-17	1.388D-16	1.318D-16	2.255D-16
6.106D-16	-4.441D-16	1.804D-16	-1.388D-17	5.551D-17	-2.776D-17	-1.561D-17
1.388D-16	1.804D-16	4.441D-16	-3.331D-16	-2.776D-17	1.041D-16	-5.898D-17
1.388D-17	-1.388D-17	-3.331D-16	-4.441D-16	3.331D-16	-4.163D-17	-3.990D-17
1.388D-16	5.551D-17	-2.776D-17	3.331D-16	2.220D-16	-1.388D-17	6.939D-18
1.318D-16	-2.776D-17	1.041D-16	-4.163D-17	-1.388D-17	0.	-5.464D-17
2.255D-16	-1.561D-17	-5.898D-17	-3.990D-17	6.939D-18	-5.464D-17	2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	0.	3.553D-15	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-7.105D-15
-7.105D-15	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	-1.776D-15	-3.553D-15	0.	-7.105D-15	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	-3.553D-15	0.	0.	7.105D-15	3.553D-15
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz H Hilb (7x7):"

49.	-1176.	8820.	-29400.	48510.	-38808.	12012.
-1176.	37632.	-317520.	1128960.	-1940400.	1596672.	-504504.
8820.	-317520.	2857680.	-10584000.	18711000.	-15717240.	5045040.
-29400.	1128960.	-10584000.	40320000.	-72765000.	62092800.	-20180160.
48510.	-1940400.	18711000.	-72765000.	1.334D+08	-1.153D+08	37837800.
-38808.	1596672.	-15717240.	62092800.	-1.153D+08	1.006D+08	-33297264.
12012.	-504504.	5045040.	-20180160.	37837800.	-33297264.	11099088.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

2.220D-16	5.732D-15	6.657D-14	-8.636D-14	-1.729D-11	-2.097D-10	-9.231D-11
5.732D-15	-1.110D-16	-7.438D-15	-1.232D-13	-1.281D-12	-1.692D-11	-5.883D-10
6.657D-14	-7.438D-15	4.441D-16	6.856D-15	-1.221D-15	-1.469D-12	-1.802D-11
-8.636D-14	-1.232D-13	6.856D-15	0.	4.413D-15	1.458D-13	2.389D-12
-1.729D-11	-1.281D-12	-1.221D-15	4.413D-15	2.220D-16	3.136D-15	6.581D-14
-2.097D-10	-1.692D-11	-1.469D-12	1.458D-13	3.136D-15	0.	6.939D-15
-9.231D-11	-5.883D-10	-1.802D-11	2.389D-12	6.581D-14	6.939D-15	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	2.328D-10	5.821D-11
0.	0.	0.	0.	3.725D-09	-1.863D-09	0.
0.	0.	0.	0.	1.490D-08	7.451D-09	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	1.490D-08	-1.490D-08	3.725D-09
0.	0.	0.	0.	0.	0.	-1.863D-09

"Gram-Schmidt Modificado - Matriz M2 Magi (6x6):"

35.	1.	6.	26.	19.	24.
3.	32.	7.	21.	23.	25.
31.	9.	2.	22.	27.	20.
8.	28.	33.	17.	10.	15.
30.	5.	34.	12.	14.	16.
4.	36.	29.	13.	18.	11.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-2.220D-16	1.388D-17	-6.939D-18	5.621D-16	1.707D-15	-0.6248628
1.388D-17	0.	1.388D-17	4.441D-16	1.166D-15	-0.6066717
-6.939D-18	1.388D-17	0.	-2.012D-16	-1.152D-15	0.4578624
5.621D-16	4.441D-16	-2.012D-16	-2.220D-16	-1.388D-16	0.1092929
1.707D-15	1.166D-15	-1.152D-15	-1.388D-16	2.220D-16	-0.0378481
-0.6248628	-0.6066717	0.4578624	0.1092929	-0.0378481	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	0.	-8.882D-16	0.	0.	3.553D-15
0.	-3.553D-15	0.	0.	-3.553D-15	-3.553D-15
-3.553D-15	0.	1.776D-15	0.	-3.553D-15	-3.553D-15
0.	0.	0.	0.	0.	1.776D-15
3.553D-15	0.	0.	1.776D-15	0.	0.
0.	0.	0.	0.	-3.553D-15	1.776D-15

Agora para a versão 2 de Householder:

"Householder v2 - Matriz M1 Magi (7x7):"

30.	39.	48.	1.	10.	19.	28.
38.	47.	7.	9.	18.	27.	29.
46.	6.	8.	17.	26.	35.	37.
5.	14.	16.	25.	34.	36.	45.
13.	15.	24.	33.	42.	44.	4.
21.	23.	32.	41.	43.	3.	12.
22.	31.	40.	49.	2.	11.	20.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-2.220D-16	-1.249D-16	1.249D-16	2.637D-16	0.	-2.776D-17	3.469D-18
-1.249D-16	2.220D-16	1.249D-16	6.939D-17	2.776D-17	-6.939D-18	1.561D-17
1.249D-16	1.249D-16	-1.110D-15	-4.857D-16	2.776D-17	6.245D-17	-5.204D-17
2.637D-16	6.939D-17	-4.857D-16	-6.661D-16	-1.110D-16	1.665D-16	-1.908D-17
0.	2.776D-17	2.776D-17	-1.110D-16	0.	8.327D-17	1.284D-16
-2.776D-17	-6.939D-18	6.245D-17	1.665D-16	8.327D-17	2.220D-16	-1.058D-16
3.469D-18	1.561D-17	-5.204D-17	-1.908D-17	1.284D-16	-1.058D-16	2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-1.776D-14	-2.132D-14	-3.553D-14	-7.105D-15	-5.329D-15	-1.421D-14	-7.105D-15
-1.421D-14	0.	3.553D-14	0.	3.553D-15	-7.105D-15	-3.553D-15
-1.421D-14	0.	5.329D-15	-7.105D-15	-7.105D-15	-7.105D-15	0.
-1.776D-15	0.	-1.776D-15	-7.105D-15	-1.421D-14	-1.421D-14	0.
-5.329D-15	-3.553D-15	-1.421D-14	0.	-1.421D-14	-1.421D-14	-7.105D-15
-1.066D-14	-3.553D-15	-2.132D-14	-1.421D-14	-1.421D-14	0.	-7.105D-15
-7.105D-15	-3.553D-15	-1.421D-14	-1.421D-14	-7.105D-15	-1.066D-14	-7.105D-15

"Householder v2 - Matriz H Hilb (7x7):"

49.	-1176.	8820.	-29400.	48510.	-38808.	12012.
-1176.	37632.	-317520.	1128960.	-1940400.	1596672.	-504504.
8820.	-317520.	2857680.	-10584000.	18711000.	-15717240.	5045040.
-29400.	1128960.	-10584000.	40320000.	-72765000.	62092800.	-20180160.
48510.	-1940400.	18711000.	-72765000.	1.334D+08	-1.153D+08	37837800.
-38808.	1596672.	-15717240.	62092800.	-1.153D+08	1.006D+08	-33297264.
12012.	-504504.	5045040.	-20180160.	37837800.	-33297264.	11099088.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-3.331D-16	-2.776D-17	-2.776D-17	-5.551D-17	6.939D-17	1.110D-16	-9.714D-17
-2.776D-17	4.441D-16	-5.551D-17	0.	5.551D-17	2.776D-17	1.943D-16
-2.776D-17	-5.551D-17	0.	-8.327D-17	1.110D-16	8.327D-17	-2.776D-17
-5.551D-17	0.	-8.327D-17	-1.110D-16	8.327D-17	0.	-1.665D-16
6.939D-17	5.551D-17	1.110D-16	8.327D-17	4.441D-16	-5.551D-17	2.776D-16
1.110D-16	2.776D-17	8.327D-17	0.	-5.551D-17	0.	6.939D-17
-9.714D-17	1.943D-16	-2.776D-17	-1.665D-16	2.776D-16	6.939D-17	2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-6.963D-12	6.758D-10	-7.904D-09	1.819D-08	-2.801D-08	1.433D-08	-1.149D-08
2.274D-13	-2.910D-11	6.403D-10	-1.397D-09	2.095D-09	-3.958D-09	1.397D-09
-1.819D-12	5.821D-11	-9.313D-10	3.725D-09	-3.725D-09	1.863D-09	-1.863D-09
3.638D-12	-4.657D-10	5.588D-09	-7.451D-09	2.980D-08	-1.490D-08	1.118D-08
-1.455D-11	6.985D-10	-7.451D-09	1.490D-08	-5.960D-08	2.980D-08	-1.490D-08
7.276D-12	-4.657D-10	5.588D-09	-2.235D-08	5.960D-08	-4.470D-08	7.451D-09
-1.819D-12	1.746D-10	-2.794D-09	0.	-7.451D-09	0.	0.

"Householder v2 - Matriz M2 Magi (6x6):"

35.	1.	6.	26.	19.	24.
3.	32.	7.	21.	23.	25.
31.	9.	2.	22.	27.	20.
8.	28.	33.	17.	10.	15.
30.	5.	34.	12.	14.	16.
4.	36.	29.	13.	18.	11.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	-6.939D-18	6.592D-17	1.388D-17	1.388D-17	-8.327D-17
-6.939D-18	0.	1.249D-16	0.	-1.110D-16	5.551D-17
6.592D-17	1.249D-16	2.220D-16	-1.457D-16	-9.021D-17	-2.082D-16
1.388D-17	0.	-1.457D-16	0.	1.665D-16	1.665D-16
1.388D-17	-1.110D-16	-9.021D-17	1.665D-16	-3.331D-16	-8.327D-17
-8.327D-17	5.551D-17	-2.082D-16	1.665D-16	-8.327D-17	-1.110D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

0.	3.553D-15	2.665D-15	0.	-3.553D-15	1.066D-14
0.	0.	0.	-7.105D-15	-3.553D-15	3.553D-15
0.	3.553D-15	-1.776D-15	0.	7.105D-15	1.066D-14
-8.882D-16	-7.105D-15	0.	-3.553D-15	3.553D-15	1.776D-15
0.	3.553D-15	0.	3.553D-15	1.776D-15	7.105D-15
-4.441D-16	0.	0.	0.	0.	0.

Por fim, para a implementação do Scilab:

"Scilab - Matriz Ml Magi (7x7):"

30.	39.	48.	1.	10.	19.	28.
38.	47.	7.	9.	18.	27.	29.
46.	6.	8.	17.	26.	35.	37.
5.	14.	16.	25.	34.	36.	45.
13.	15.	24.	33.	42.	44.	4.
21.	23.	32.	41.	43.	3.	12.
22.	31.	40.	49.	2.	11.	20.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

2.220D-16	2.776D-17	-6.939D-17	-1.804D-16	0.	-6.939D-17	-1.041D-17
2.776D-17	4.441D-16	2.220D-16	9.714D-17	2.776D-17	2.082D-17	-2.429D-17
-6.939D-17	2.220D-16	0.	6.939D-17	5.551D-17	-5.551D-17	-1.214D-17
-1.804D-16	9.714D-17	6.939D-17	0.	5.551D-17	0.	1.388D-17
0.	2.776D-17	5.551D-17	5.551D-17	-2.220D-16	-1.388D-17	2.082D-16
-6.939D-17	2.082D-17	-5.551D-17	0.	-1.388D-17	-3.331D-16	-7.806D-17
-1.041D-17	-2.429D-17	-1.214D-17	1.388D-17	2.082D-16	-7.806D-17	0.

"Acurácia da decomposição QR:"

3.553D-15	7.105D-15	1.421D-14	1.421D-14	3.197D-14	2.842D-14	1.421D-14
0.	0.	7.105D-15	7.105D-15	1.066D-14	1.421D-14	7.105D-15
7.105D-15	0.	3.553D-15	-3.553D-15	0.	7.105D-15	7.105D-15
0.	0.	0.	3.553D-15	0.	0.	1.421D-14
1.776D-15	0.	0.	0.	-7.105D-15	-1.421D-14	-3.553D-15
0.	3.553D-15	0.	0.	0.	0.	7.105D-15
0.	0.	7.105D-15	0.	0.	1.421D-14	0.

"Scilab - Matriz H Hilb (7x7):"

49.	-1176.	8820.	-29400.	48510.	-38808.	12012.
-1176.	37632.	-317520.	1128960.	-1940400.	1596672.	-504504.
8820.	-317520.	2857680.	-10584000.	18711000.	-15717240.	5045040.
-29400.	1128960.	-10584000.	40320000.	-72765000.	62092800.	-20180160.
48510.	-1940400.	18711000.	-72765000.	1.334D+08	-1.153D+08	37837800.
-38808.	1596672.	-15717240.	62092800.	-1.153D+08	1.006D+08	-33297264.
12012.	-504504.	5045040.	-20180160.	37837800.	-33297264.	11099088.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

0.	6.939D-18	-1.388D-17	2.776D-17	-1.388D-17	8.327D-17	6.245D-17
6.939D-18	0.	-1.665D-16	-1.943D-16	1.110D-16	0.	5.551D-17
-1.388D-17	-1.665D-16	6.661D-16	8.327D-17	1.665D-16	-2.776D-17	2.082D-16
2.776D-17	-1.943D-16	8.327D-17	-2.220D-16	-8.327D-17	2.776D-17	-1.943D-16
-1.388D-17	1.110D-16	1.665D-16	-8.327D-17	0.	2.776D-17	8.327D-17
8.327D-17	0.	-2.776D-17	2.776D-17	2.776D-17	-2.220D-16	-5.551D-17
6.245D-17	5.551D-17	2.082D-16	-1.943D-16	8.327D-17	-5.551D-17	2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-6.963D-12	2.599D-10	-4.547D-10	1.888D-08	-4.354D-08	-2.212D-09	-4.344D-09
2.274D-13	-1.455D-11	2.328D-10	-2.095D-09	9.313D-10	-4.191D-09	1.455D-09
-1.819D-12	5.821D-11	-4.657D-10	1.863D-09	-1.118D-08	1.863D-09	-1.863D-09
3.638D-12	-2.328D-10	1.863D-09	-1.490D-08	1.490D-08	-1.490D-08	3.725D-09
-7.276D-12	0.	0.	0.	-2.980D-08	1.490D-08	0.
0.	0.	-1.863D-09	0.	1.490D-08	2.980D-08	3.725D-09
0.	5.821D-11	9.313D-10	0.	-7.451D-09	-3.725D-09	1.863D-09

```

"Scilab - Matriz M2 Magi (6x6):"

35.   1.   6.   26.   19.   24.
3.   32.   7.   21.   23.   25.
31.   9.   2.   22.   27.   20.
8.   28.  33.  17.   10.   15.
30.   5.  34.  12.   14.   16.
4.   36.  29.  13.   18.   11.

"Diferença entre a ortogonal e a identidade:"

-4.441D-16   4.163D-17  -1.023D-16  -1.874D-16   1.006D-16  -4.163D-17
 4.163D-17  -3.331D-16  -1.110D-16  -5.551D-17  -1.110D-16   5.551D-17
-1.023D-16  -1.110D-16  -2.220D-16   1.318D-16   4.163D-17   2.914D-16
-1.874D-16  -5.551D-17   1.318D-16    0.        -1.388D-16  -1.665D-16
 1.006D-16  -1.110D-16   4.163D-17  -1.388D-16    0.        -5.551D-17
-4.163D-17   5.551D-17   2.914D-16  -1.665D-16  -5.551D-17  -2.220D-16

"Acurácia da decomposição QR:"

-7.105D-15  -7.105D-15  -2.398D-14  -1.066D-14  -2.132D-14  -2.487D-14
-4.441D-16  -7.105D-15  -1.066D-14  -1.066D-14  -2.132D-14  -3.553D-15
-3.553D-15  -3.553D-15  -3.553D-15  -7.105D-15  -1.066D-14  -1.421D-14
-8.882D-16  -7.105D-15    0.          0.        -5.329D-15  -3.553D-15
 0.         -8.882D-16  -7.105D-15   1.776D-15   1.776D-15  -7.105D-15
-4.441D-16  -7.105D-15    0.         -5.329D-15  -7.105D-15    0.

```

Como sempre, todos os métodos apresentam boa estabilidade e resultados semelhantes, um comentário relevante se dá na aparentem dificuldade de todos os métodos de apresentarem um resultado de $QR = H$ no caso da matriz de hilbert 7×7 , já que em boa parte dos casos, o resultado $QR - H$ era o que mais se distanciava da matriz nula, mesmo que a matriz ortogonal continue apresentando um bom resultado, isto se dá para todos os métodos, algumas das teorias sobre estes resultados são que a matriz de hilbert apresenta singularidades que a tornam difícil para a decomposição QR , ou então, a ordem de grandeza de suas entradas eram muito grandes, bem maiores do que as das outras matrizes testadas, o que gerou um erro de aproximação maior, os cálculos realizados podem ser encontrados no arquivo "quest_4.2.sci".

Questão 05

Por fim, segue a implementação para o cálculo de autovalores utilizando decomposição QR , o algoritmo pode ser encontrado na pasta "funcs" no arquivo "espectro.sci":

```

1 function [S, num_iteracoes] = espectro(A, tol)
2     S = diag(A);
3     diff = tol + 1;
4     num_iteracoes = 0;
5
6     while diff > tol
7         [Q, R] = qr_GSM(A);
8         A = R * Q;
9
10        new_S = diag(A);
11        diff = norm(new_S - S, 'inf');
12
13        S = new_S;
14        num_iteracoes = num_iteracoes + 1;
15    end
16 endfunction

```

A seguir estão os testes da função e a comparação com o resultado obtido pelo spec do Scilab:

```
"Matriz 1:"

4.   1.   1.
1.   3.   1.
1.   1.   2.

"Autovalores da matriz 1 calculados pelo algoritmo:"

5.2143197
2.4608111
1.3248691

"Autovalores da matriz 1 pelo spec:"

1.3248691
2.4608111
5.2143197

"Diferença entre os resultados:"

7.994D-09
-1.610D-09
-6.384D-09

"Número de iterações para o resultado:"

13.

"Matriz 2:"

10.   2.   3.
2.    5.   1.
3.    1.   8.

"Autovalores da matriz 2 calculados pelo algoritmo:"

12.789207
5.9134947
4.2972988

"Autovalores da matriz 2 pelo spec:"

4.2972987
5.9134947
12.789207

"Diferença entre os resultados:"

6.140D-08
-6.140D-08
-8.882D-15

"Número de iterações para o resultado:"

38.
```

"Matriz 3:"

2.	1.	0.
1.	2.	1.
0.	1.	2.

"Autovalores da matriz 3 calculados pelo algoritmo:"

3.4142135
2.0000000
0.5857864

"Autovalores da matriz 3 pelo spec:"

0.5857864
2.0000000
3.4142136

"Diferença entre os resultados:"

1.110D-16
3.587D-08
-3.587D-08

"Número de iterações para o resultado:"

17.

"Matriz 4:"

1.	0.	0.	0.
0.	2.	0.	0.
0.	0.	3.	0.
0.	0.	0.	4.

"Autovalores da matriz 4 calculados pelo algoritmo:"

1.
2.
3.
4.

"Autovalores da matriz 4 pelo spec:"

1.
2.
3.
4.

"Diferença entre os resultados:"

0.
0.
0.
0.

"Número de iterações para o resultado:"

1.

A partir dos testes, vimos bons resultados do método em achar autovalores a partir de matrizes triangulares superiores semelhantes a A , computando o resultado em poucas iterações e com diferenças na base dos 10^{-8} e menores, praticamente 0, se comparado com a função do Scilab, isso tudo corrobora para a boa convergência do método, mostrando como seu uso pode ser eficiente.