

1 Exercício 3

Considere o conjunto $W = \{(x, y, z, w, t, u) \mid x, y, z, w, t, u \in \mathbb{R} \wedge x + y + w + z + t + u = 0 \wedge y - w - z = 0 \wedge w + t - x = 0\} \subseteq \mathbb{R}^6$.
Mostre que conjunto W é um subespaço do \mathbb{R} -espaço vetorial \mathbb{R}^6 .

$t - x = 0$
 $t = x$
 $y - w - z = 0$
 $y = w + z$
 $x + y + w + z + t + u = 0 \rightarrow x + w + z + w + z + x + u = 0$
 $u = -x - y - w - z - t \rightarrow u = -2x - 2w - 2z$
 $W = \{(x, w + z, z, w, x, -x - w - z - w - z - x)\} \rightarrow$
 $W = \{(x, w + z, z, w, x, -2x - 2w - 2z) \mid x, z, w \in \mathbb{R}\}$
I) $0 \in W$ parax $= 0z = 0w = 0$
 $(w, w, w, w, w, -w) \rightarrow (x, w + z, z, w, x, -2x - 2w - 2z)$
 $= (0, 0, 0, 0, 0, -0)$
 $= 0$
Logo, $0 \in W$
II) $u, v \in W \rightarrow u + v \in W$, sendo :

$u = (u1, u2, u3, u4, u5, -u6) \rightarrow (x1, w1 + z1, z1, w1, x1, -2x1 - 2w1 - 2z1)$
 $v = (v1, v2, v3, v4, v5, -v6) \rightarrow (x2, w2 + z2, z2, w2, x2, -2x2 - 2w2 - 2z2)$
 $u + v = (x1 + x2, (w1 + z1) + (w2 + z2), z1 + z2, w1 + w2, x1 + x2, (-2x1 - 2w1 - 2z2) + (-2x2 - 2w2 - 2z2))$
 $u + v = (x1 + x2, w1 + w2 + z1 + z2, z1 + z2, w1 + w2, x1 + x2, -2x1 - 2x2 - 2w1 - 2w2 - 2z1 - 2z2)$
Logo, $u + v \in aoconjuntoW$
III) $a \in \mathbb{R}, v \in W \rightarrow av \in W$, sendo :
 $v = (v1, v2, v3, v4, v5, -v6) \rightarrow (x, w + z, z, w, x, -2x - 2w - 2z)$
 $av = a \cdot (x1, w1 + z1, z1, w1, x1, -2x1 - 2w1 - 2z1)$
 $av = (a.x1, a.w1 + z1, a.z1, a.w1, a.x1, a \cdot (-2x1 - 2w1 - 2z1))$
 $av = (ax1, aw1 + z1, az1, aw1, ax1, a \cdot (-2x1 - 2w1 - 2z1))$
Logo, $av \in aoconjuntoW$
Logo o conjunto W é subespaço vetorial de \mathbb{R}^6 .

- O conjunto $W = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R} \wedge x - z = 1 \wedge y + x = 0\}$

é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 ? Esboce graficamente W .

$x - z = 1$ à $x = 1 + z$
 $y + x = 0$ à $y + 1 + z = 0$ à $y = -1 - z$.
 $W = \{(1 + z, -1 - z, z)\}$
I) $0 \in W$, parax $= 0$
 $(1 + z, -1 - z, z)$ à $(1 + 0, -1 - 0, 0) = (1, -1, 0)$.
Logo ,*OnaopertenciaWparax=0.Portanto,Wnosubspaovetorial.*

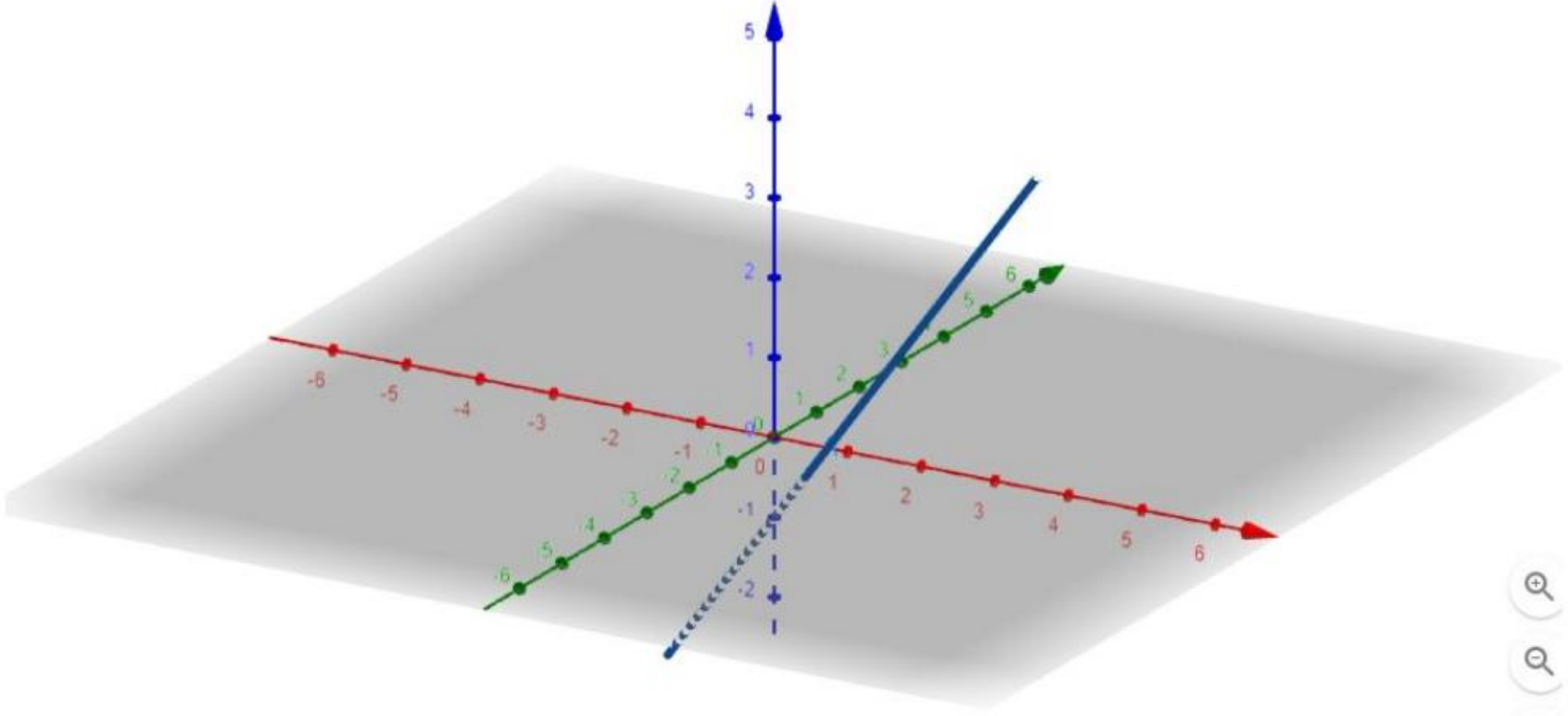


Figura 1: Representação gráfica do subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 .

- Invente seu subespaço vetorial em qualquer \mathbb{R}^n com n maior igual a 2. Mostre que o conjunto apresentado é de fato um subespaço vetorial. Não vale usar nenhum exemplo da aula ou da prova

$Z = \{(x, y, z) \mid 2y + z = 0 \wedge x + y = 0\}$
 $2y + z = 0$
 $x + y = 0$
 $z = -2y$
 $x = -y$
 $Z = (-y, y, -2y)$
 $Z = \{(-z, z, -z) \mid Z \in \mathbb{R}\}$
I) $0 \in Z$, parax $= 0$
 (z, z, z) à $(-y, y, -2y)$
 y à 0
 $(-y, y, -2y) = (-0, 0, -0) = (0, 0, 0)$
Logo, $0 \in Z$ II) $u, v \in Z \rightarrow u + v \in Z$, sendo :
 $u = (u1, u2, u3)$
 $v = (v1, v2, v3)$ à $(-y, y, -2y)$
 $u + v = (u1, u2, u3) + (-y, y, -2y)$
 $u + v = (u1 - y, u2 + y, -u3 - 2y)$
Logo, $u + v \in Z$
III) $a \in \mathbb{R}, v \in Z \rightarrow av \in Z$. Sendo :
 $v = (v1, v2, v3)$ à $(-y, y, -2y)$
 $a.v = a \cdot (-y, y, -2y)$
 $a.v = (a \cdot (-y), a \cdot y, a \cdot (-2y))$
 $a.v = (-ay, ay, -a \cdot 2y)$
Logo, $av \in Z$
Logo Z é subespaço vetorial de \mathbb{R}^3

2 Exercício 4

Mostre que o conjunto $\{(1, 1, 1, 1, 0, 1, 1), (1, 0, 1, 1, 1, 1, 0), (2, 2, 1, 1, 1, 1, 1), (1, 0, 0, 1, 2, 1, 1), (2, 0, 2, 0, 2, 0, 2), (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1), (3, 0, 2, 0, 2, 1, 2)\}$ forma uma base para o Respaço vetorial \mathbb{R}^7 . Escreva o vetor $(0, 1, 1, 1, 1, 0, 1)$ nesta base.

$$\xrightarrow{I_{ncio}} \left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & b \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & c \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{I_2 \rightarrow I_2 + I_1} \left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & c \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{I_3 \rightarrow I_3 + I_1} \left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & f \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{I_6 \rightarrow I_6 + I_1} \left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & g \end{array} \right] \xrightarrow{I_7 \rightarrow I_7 + I_1} \left[\begin{array}{cccccc|c} -1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & a \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & b+a \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 5 & c+a \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 3 & d+a \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 & e \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & f+a \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 4 & 2 & 5 & g+a \end{array} \right]$$

$$l6 \rightarrow l6 - (1/6.l7)$$

14→14-(16/5,17)

12-12 (2)

11-11-16

19-19-140

12, 12, 10

$12 \times 12 \text{ (A)}$

22 - 311

Portanto o conjunto forma base para o espaço vetorial R^7 e as coordenadas são $B = \frac{216}{5}; -23; 21; -\frac{241}{5}; \frac{217}{10}; 15; \frac{19}{5}$