

# Stima della costante di Hubble, partendo dalle curve di luce di 30 stelle cefeidi osservate in 10 diverse galassie

Simone Pucci

31 gennaio 2023

*Nel documento (1), [1], 1 indicano rispettivamente un riferimento ad un'equazione, una sezione, un'immagine.*

## 1 Scopo del progetto

Obiettivo del progetto è stimare innanzitutto i parametri caratteristici di 30 stelle cefeidi (periodo, magnitudine apparente e assoluta, modulo di distanza, distanza) attraverso le relazioni teoriche che intercorrono fra gli stessi; considerando poi le cefeidi appartenenti alle medesime galassie, si intende ottenere le distanze delle stesse e le relative stime della costante di Hubble, al fine di trovarne un valore medio generale. Una volta calcolato, questo valore potrà fornire i parametri di densità di materia ed energia oscura compatibili con la stima dell'età dell'universo prodotta dal satellite Planck.

## 2 Premessa teorica

### 2.1 Stelle cefeidi

Le stelle cefeidi costituiscono in astronomia un esempio di candele standard, ovvero un metro di riferimento per il calcolo delle distanze nell'universo. Tali stelle infatti, classificate tra le variabili di tipo pulsante, sono soggette a mutamenti periodici nella propria luminosità secondo la relazione

$$M_v = c_1 + c_2 \log(P) \quad (1)$$

dove  $P$  indica il periodo di pulsazione e  $M_v$  la magnitudine assoluta in banda V. Se si è dunque a conoscenza della magnitudine apparente ( $m$ ) e del periodo -da cui ricavare la magnitudine assoluta-, può essere infine calcolato il modulo di distanza

$$\mu = m - M = 5 \log d - 5 \quad (2)$$

da cui a sua volta la distanza,

$$d = 10^{\frac{\mu+5}{5}} \quad (3)$$

### 2.2 Costante di Hubble

La costante di Hubble ( $H_0$ ) esprime il rapporto di proporzionalità tra la velocità di recessione delle galassie e la loro distanza. A livello cosmologico, essa entra nella formula

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz}{(1+z)E(z)^{1/2}} \quad (4)$$

dove  $t_0$  si assume essere  $13.82 \pm 0.14$  miliardi di anni- come misurato dal satellite Planck- ed

$$E(z) = \Omega_M(1+z)^3 + (1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda)(1+z)^2 + \Omega_\Lambda \quad (5)$$

con  $\Omega_M$  energia dovuta alla materia,  $\Omega_\Lambda$  energia oscura.

### 3 Dati forniti

- ceph\_catalog.txt:  
un catalogo di cefeidi **già analizzate** contenente, nell'ordine, il loro periodo (in Jd), la loro magnitudine **assoluta** in banda V ed il loro nome.
- ceph\_nomegalassiaX.txt:  
una tabella per ognuna cefeide **da analizzare** contenente, nell'ordine, l'istante temporale di rilevazione (in Jd), la corrispondente magnitudine **apparente** in banda V ed il suo errore.  
*La "X" nel nome del file può assumere i valori "A", "B" o "C" dal momento che per ogni galassia sono fornite 3 cefeidi distinte.*
- gal\_vel.txt:  
una lista di galassie contenente, nell'ordine, nome, velocità di recessione (in km/s) e suo errore (in km/s).

### 4 Algoritmi utilizzati

Il progetto si struttura in 3 moduli contenenti diverse subroutine, richiamate nel main a seconda del loro scopo.

#### 4.1 Modulo "Utils"

Questo primo modulo consta di 6 subroutine (*lettura*, *sort*, *max\_fun*, *min\_fun*, *closest* e *w\_mean*) di utilità generale per il programma; dal punto di vista del calcolo numerico, la subroutine *closest* risulta la più rilevante, in quanto in grado di svolgere, all'interno di un set di dati che correla, una sorta di interpolazione inversa: fornito un valore della variabile dipendente da ricercare (salvato nella variabile *seek*), il codice ne analizza tutti i valori assunti all'interno del set di dati, a destra e a sinistra di un valore di riferimento centrale ( $y(id)$ ); trova così i valori di  $y$  che si discostano il minimo da quello richiesto, uno a destra e uno a sinistra.

Il risultato in output è infine costituito dai corrispondenti valori di  $x$ , cui è possibile accedere attraverso la struttura indicizzata dei dati.

#### 4.2 Modulo "Calc"

Nel modulo *Calc* si sono inserite tutte le subroutine che sviluppano gli algoritmi di base per le tecniche di calcolo numerico richieste dal problema. Segue quindi un'analisi nel dettaglio per ciascuna di esse.

##### 4.2.1 Subroutine "jordan"

Questa subroutine mette in atto la tecnica dell'eliminazione di Gauss-Jordan per la risoluzione di sistemi lineari algebrici: fornita una matrice del tipo

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{13} & c_3 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

in cui in ogni riga sono rappresentati i coefficienti dell'equazione (con  $a_{ij}$  al *LHS*,  $c_i$  termine noto al *RHS*), si procede, per ogni riga (sia  $i$ ), a normalizzarla dividendone ogni elemento per  $a_{ii}$ ; prima di passare alla riga successiva si attua un processo di eliminazione che coinvolga tutta la matrice eccetto la riga corrente: lo scopo è infatti di ottenere la  $i$ -esima variabile nella sola  $i$ -esima riga. Al termine della procedura, si ottiene quindi un matrice ridotta a scala per righe del tipo

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & c'_1 \\ 0 & 1 & 0 & c'_2 \\ 0 & 0 & 1 & c'_3 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

da cui si può facilmente dedurre la soluzione del sistema, rappresentata dalla colonna dei termini noti.

##### 4.2.2 Subroutine "linfit"

La subroutine si occupa di trovare i parametri di fit per una relazione del tipo  $y = c_1 + c_2x$ , dove  $x$  ed  $y$  sono i due vettori in esame. Per fare ciò impieghiamo la regressione lineare ed imponiamo che la somma quadratica degli scarti ( $S_r$ ) sia minima

$$S_r = \sum_i^N (y_i - c_1 - c_2x_i)^2 \quad (2.1)$$

il gradiente si annulla se

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_1} = -2 \sum_{i=1}^N (y_i - c_1 - c_2x_i) = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial c_2} = -2 \sum_{i=1}^N [(y_i - c_1 - c_2 x_i) x_i] = 0 \quad (2.3)$$

condizioni da cui deriva il seguente sistema in forma matriciale

$$\begin{pmatrix} N & \sum_{i=1}^N x_i \\ \sum_{i=1}^N x_i & \sum_{i=1}^N x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N x_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

La subroutine costruisce dunque il sistema (2.4), risolubile chiamando la subroutine [4.2.1] precedentemente discussa.

### 4.2.3 Subroutine "spline"

Per realizzare il fit di una relazione incognita impieghiamo la spline cubica, metodo di interpolazione che descrive ogni intervallo tra i dati attraverso diversi polinomi di terzo grado. Presi  $n + 1$  punti, si avranno quindi  $n$  intervalli, il che vuol dire che le incognite da trovare saranno  $n$  volte i 4 coefficienti del polinomio cubico. La sua derivata seconda sarà una retta, che si può scrivere come polinomio di Lagrange al primo ordine

$$f_i''(x) = f''(x_{i-1}) \frac{x - x_i}{x_{i-1} - x_i} + f''(x_i) \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (3.1)$$

Poste condizioni di continuità della funzione fino al secondo ordine di derivazione -più una condizione aggiuntiva di *spline naturale* (cioè le derivate seconde nei punti esterni devono annullarsi)- si può integrare due volte assumendo come costanti di integrazione i valori che soddisfano tali condizioni; si ottiene quindi

$$f_i(x) = \frac{f''(x_{i-1})}{6(x_i - x_{i-1})} (x_i - x)^3 + \frac{f''(x_i)}{6(x_i - x_{i-1})} (x - x_{i-1})^3 + \left[ \frac{f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x_i - x) + \left[ \frac{f(x_i)}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_i)(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x - x_{i-1}) \quad (3.2)$$

Derivando la (3.2) ed imponendo le condizioni di continuità sulle derivate prime si ottengono equazioni del tipo

$$e_i f''(x_{i-1}) + r_i f''(x_i) + g_i f''(x_{i+1}) = c_i \quad (3.3)$$

dove si ha

$$e_i = x_i - x_{i-1}$$

$$r_i = 2(x_{i+1} - x_{i-1})$$

$$g_i = x_{i+1} - x_i$$

$$c_i = \frac{6}{x_{i+1} - x_i} (f(x_{i+1}) - f(x_i)) + \frac{6}{x_i - x_{i-1}} (f(x_{i-1}) - f(x_i))$$

La subroutine costruisce dunque la matrice tridiagonale equivalente al sistema di equazioni della forma (3.3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ r_1 & g_1 & 0 & \dots & \dots \\ e_2 & r_2 & g_2 & 0 & \dots \\ 0 & e_3 & r_3 & g_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Essa sarà poi a sua volta risolta all'occorrenza chiamando ancora una volta la subroutine [4.2.1].

### 4.2.4 Function "fun\_spline"

Forniti in input il valore da interpolare  $xval$  e l'indice  $i$  dell'intervallo cui esso appartiene, questa funzione calcola, noto il vettore delle derivate seconde calcolato dalla subroutine precedente ( $fd2$ ), il valore  $f(xval)$  corrispondente attraverso la (3.2)

### 4.2.5 Subroutine "quadratura"

La subroutine implementa il metodo della quadratura di Gauss per l'integrazione di funzioni fino al quarto ordine ( $n$ ), utilizzando i valori tabulati per la scelta dei punti ( $x_{d_i}$ ) e dei pesi ( $c_i$ ). L'espressione generale -mutuata da quella per il trapezoide al primo ordine- è

$$I \approx c_0 f(x_0) + c_1 f(x_1) + \dots + c_{n-1} f(x_{n-1}) \quad (5.1)$$

Bisogna tuttavia notare come questa formula valga se gli estremi di integrazione sono  $-1$  e  $+1$ , per cui, una volta assegnati i valori di  $x_{d_i}$  e  $c_i$ , la subroutine effettua un opportuno cambio di variabile, da applicarsi su ciascun intervallo considerato. Si ha quindi

$$x_i = \frac{(x_2 + x_1) + (x_2 - x_1)x_{d_i}}{2} \quad (5.2)$$

dove  $x_1$  e  $x_2$  sono gli estremi di ogni intervallino considerato. Il risultato su ogni intervallino va infine moltiplicato per il differenziale  $dx$ , pari a  $\frac{x_2 - x_1}{2}$

## 4.3 Modulo "Steps"

Sono qui raccolte le subroutine inerenti ai diversi step del progetto, con lo scopo di alleggerire il programma principale dai loro script.

### 4.3.1 Subroutine "step1"

Questa subroutine si occupa della lettura del file `ceph_catalog.txt` e del suo ordinamento. Chiama quindi [4.2.2] per trovare i parametri della relazione lineare che lega periodo e magnitudine assoluta.

### 4.3.2 Subroutine "step2"

Analizza la singola cefeide presente in un file della famiglia `ceph_nomegalassiaX.txt` e, dopo averne ordinato i dati temporalmente (condizione necessaria per l'impiego di [4.2.3]), ne produce le grandezze caratteristiche (periodo, magnitudine apparente e assoluta, modulo di distanza, distanza) con il loro errore.

### Stima del periodo

Interpolata la curva di luce con [4.2.3] e trovato un range di periodi da testare lungo la stessa, la subroutine prende punti a intervalli regolari all'interno del set di dati temporali e calcola il valore della magnitudine apparente corrispondente attraverso [4.2.4]. Il procedimento è iterato effettuando una traslazione di  $\pm P$  e dei suoi multipli rispetto al punto considerato. Ad ogni periodo testato è così possibile associare un valore di  $\chi^2$ , a sua volta ottenuto come media dei  $\chi^2$  calcolati per i singoli punti. Le subroutine presenti nel modulo [4.1] si occupano di trovare il  $\chi^2$  minimo e quindi il periodo associato e di stimare l'errore sullo stesso, corrispondente al massimo tra le variazioni destra e sinistra di  $P$  tali per cui il  $\chi^2$  minimo varia di 1.

### Stima della magnitudine apparente

La magnitudine apparente viene invece calcolata attraverso due ordini di stime: il primo fornisce le medie dei valori interpolati la cui rilevazione temporale cade all'interno della stessa iterazione periodica, mentre il secondo calcola la media pesata delle precedenti. L'errore viene stimato dapprima come scarto quadratico medio e quindi come l'errore associato alla media pesata.

### Altre grandezze

I passaggi finali seguono le relazioni teoriche tra le grandezze da calcolare, mentre i loro errori derivano dalle formule di propagazione delle incertezze; la magnitudine apparente, in particolare, richiede i coefficienti stimati da [4.3.1].

### 4.3.3 Subroutine "step3"

Fornito in input un valore della costante di Hubble, esso viene innanzitutto convertito in  $yy^{-1}$  per renderlo confrontabile con il valore  $t_0 = 13.83 \cdot 10^9 yy$ .

$$[H_0] \left( \frac{km}{sMpc} \right) = [H_0] \left( \frac{km}{\frac{1}{31536 \cdot 10^3} yy \cdot 3.086 \cdot 10^{19} km} \right) = [H_0] \left( \frac{31536}{3.086 \cdot 10^{16} yy} \right) \quad (1)$$

La subroutine itera quindi le diverse combinazioni dei valori di  $\Omega\lambda$  e  $\Omega M$  compresi tra 0 e 1 per calcolare l'integrale generalizzato 4, la cui integranda è la funzione esterna  $f$ . Per fare ciò si adopera un cambio di variabile -e conseguentemente anche una seconda funzione,  $f_1$ - per integrare tra 1 e  $+\infty$ , mentre tra 0 ed 1 si integra normalmente.

In entrambi i casi la subroutine utilizzata è [4.2.5]. La somma dei due integrali viene quindi divisa per  $H_0$  e se ne ricercano tutti i valori compatibili con  $t_0$  (la stima dell'età dell'universo ad opera del satellite Planck) entro una certa tolleranza che viene ridotta iterativamente; il salvataggio su file degli stessi è filtrato sulla base della somma di  $\Omega\lambda$  e  $\Omega M$  (o meglio, dei loro indici, con cui si ha correlazione 1:100)

## 5 Discussione dei risultati

### 5.1 Uso di "linfit"

L'impiego della regressione lineare, come si è visto, è connaturato alla risoluzione di un sistema e l'eliminazione di Gauss-Jordan è un metodo di risoluzione esatto, quindi esso può generare solo errori dovuti all'approssimazione.

La figura 1 mostra, del resto, come la relazione lineare trovata sia perfettamente compatibile con i dati, tanto che le barre d'errore orizzontali e verticali per le cefeidi in nero risultano pressoché trascurabili; come si può osservare dalla tabella 1, infatti, gli errori su entrambe le grandezze plottate sono  $10^{-3}$  volte inferiori delle stesse.

## 5.2 Uso di "spline"

All'impiego della spline è sottesa invece l'interpolazione polinomiale di Lagrange per le derivate seconde di ogni intervallino, il cui errore di troncamento si può calcolare come

$$R_n = f''_{n+1}(x) - f''_n(x) \quad (1)$$

dove  $n$  individua l'ordine del polinomio interpolante; dal momento che la spline è cubica, come visto in precedenza le derivate seconde sono lineari ( $n = 1$ ). Per stimare dunque questo errore su ogni intervallo ci occorrerebbe, oltre al vettore delle derivate seconde  $fd2$ , il vettore delle stesse ottenuto con un'interpolazione di Lagrange al secondo ordine (estendendo quindi la formula (3.1)).

Tuttavia ciò richiederebbe l'implementazione di una spline per polinomi alla quarta potenza, le cui derivate seconde possono essere trattate come polinomi quadratici.

Le curve di luce nella figura 2, rappresentanti la spline, registrano comunque una periodicità apprezzabile, nonostante qualche imperfezione.

## 5.3 Uso di "quadratura"

Per quanto riguarda la quadratura di Gauss, essa fornisce risultati esatti per funzioni polinomiali fino al settimo grado: le condizioni che permettono di ricavare punti e pesi sono infatti 8; le due integrande non sono tuttavia polinomiali, per cui l'errore di troncamento sarà dell'ordine di  $f^{(8)}(\xi)$ .

## 6 Risultati ottenuti

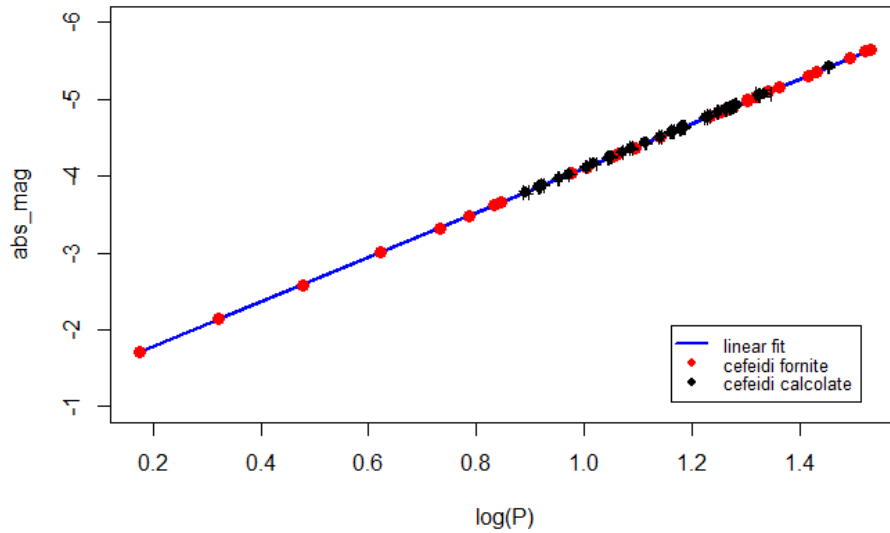


Figura 1: fit lineare tra  $\log(P)$  e magnitudine assoluta

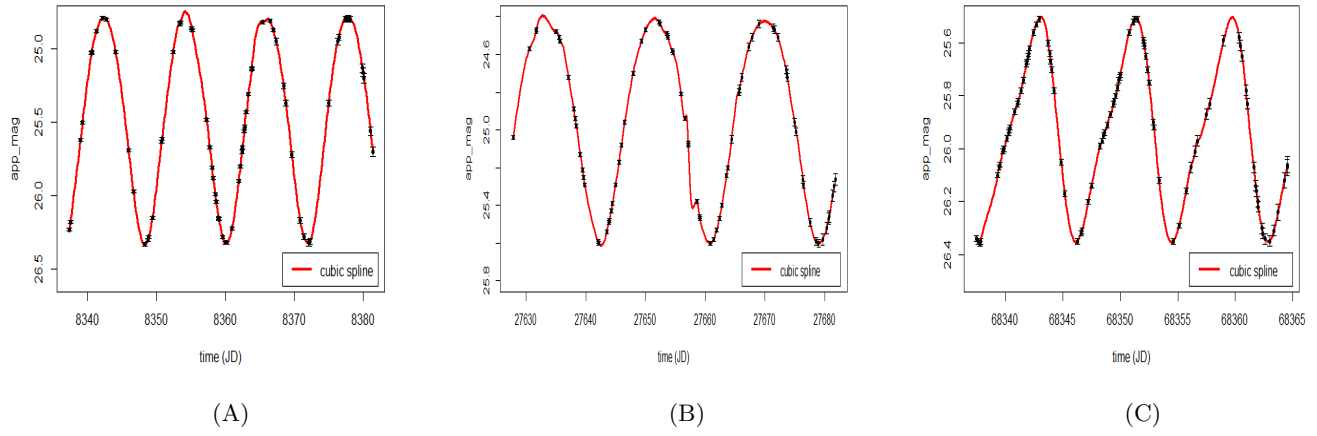


Figura 2: curva di luce delle cefeidi appartenenti alla galassia NGC0925

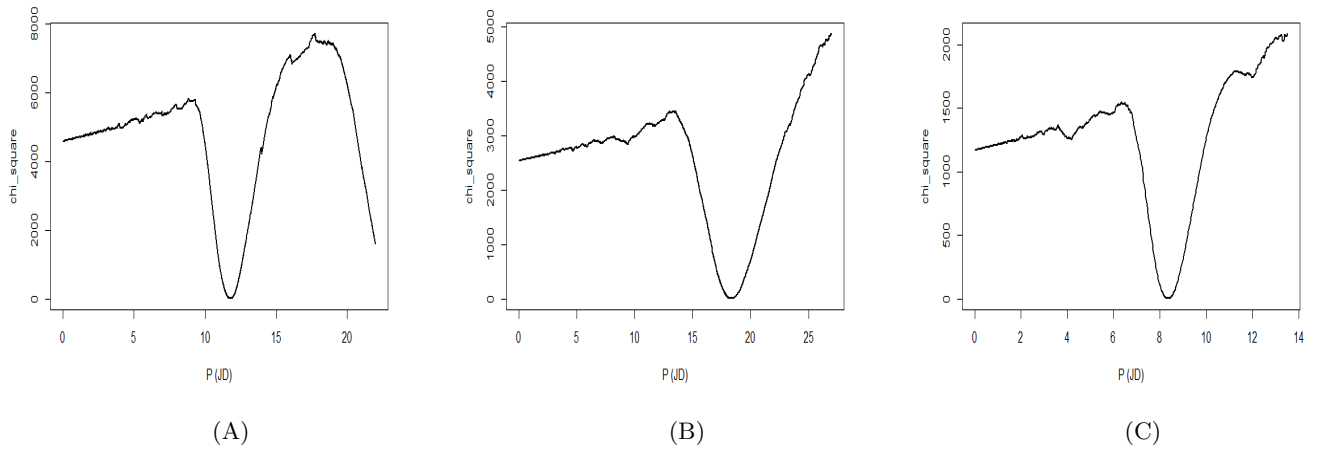


Figura 3: curva del  $\chi^2$  ridotto per le cefeidi della galassia NGC0925

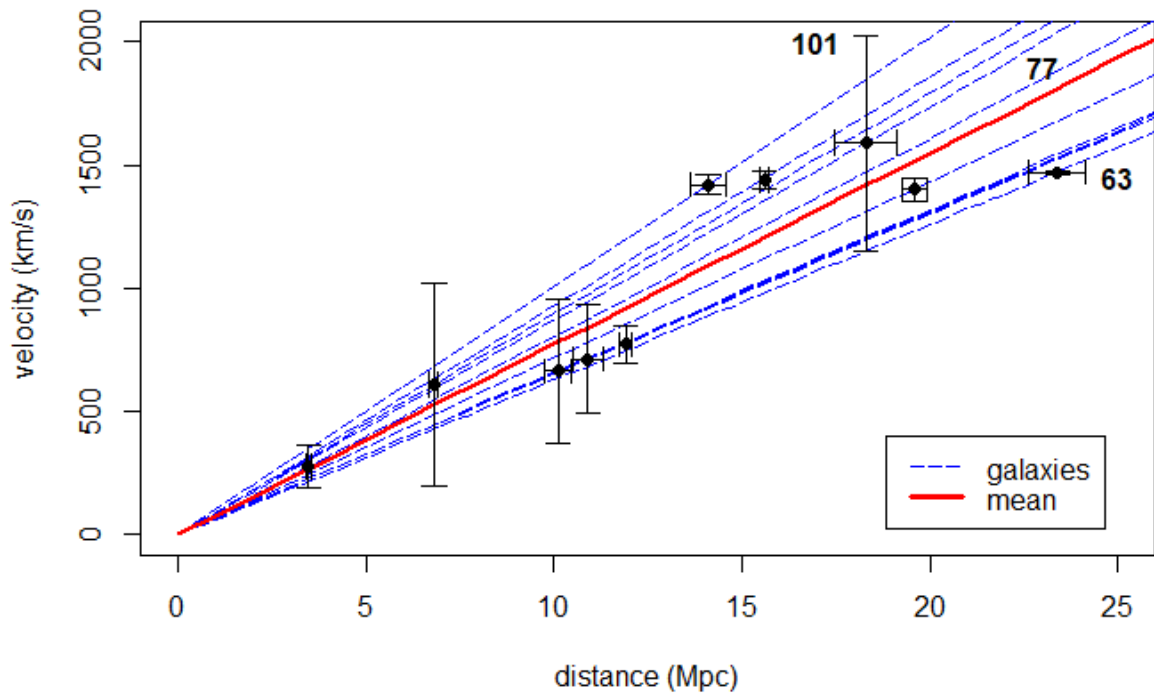


Figura 4: stime della costante di Hubble nel grafico velocità-distanza

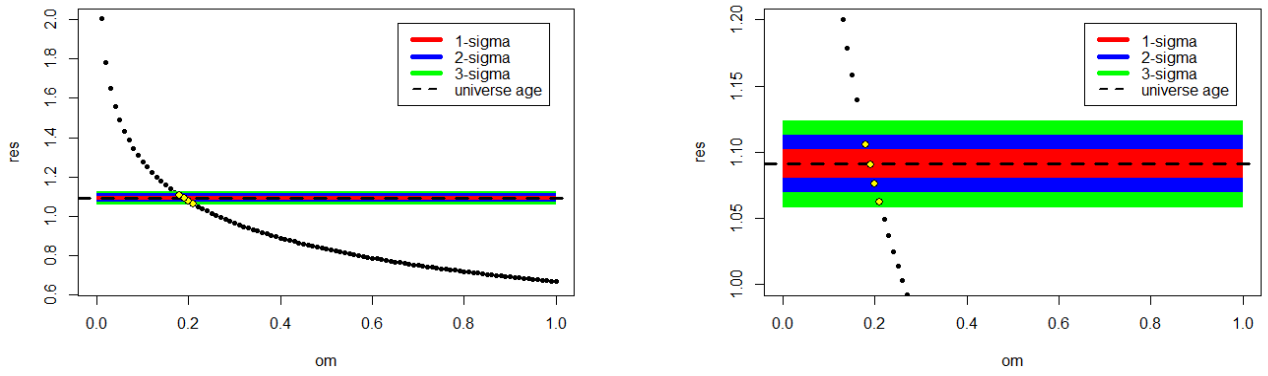


Figura 5: modelli di universo piatto compatibili entro  $1\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  ed ingrandimento sugli stessi

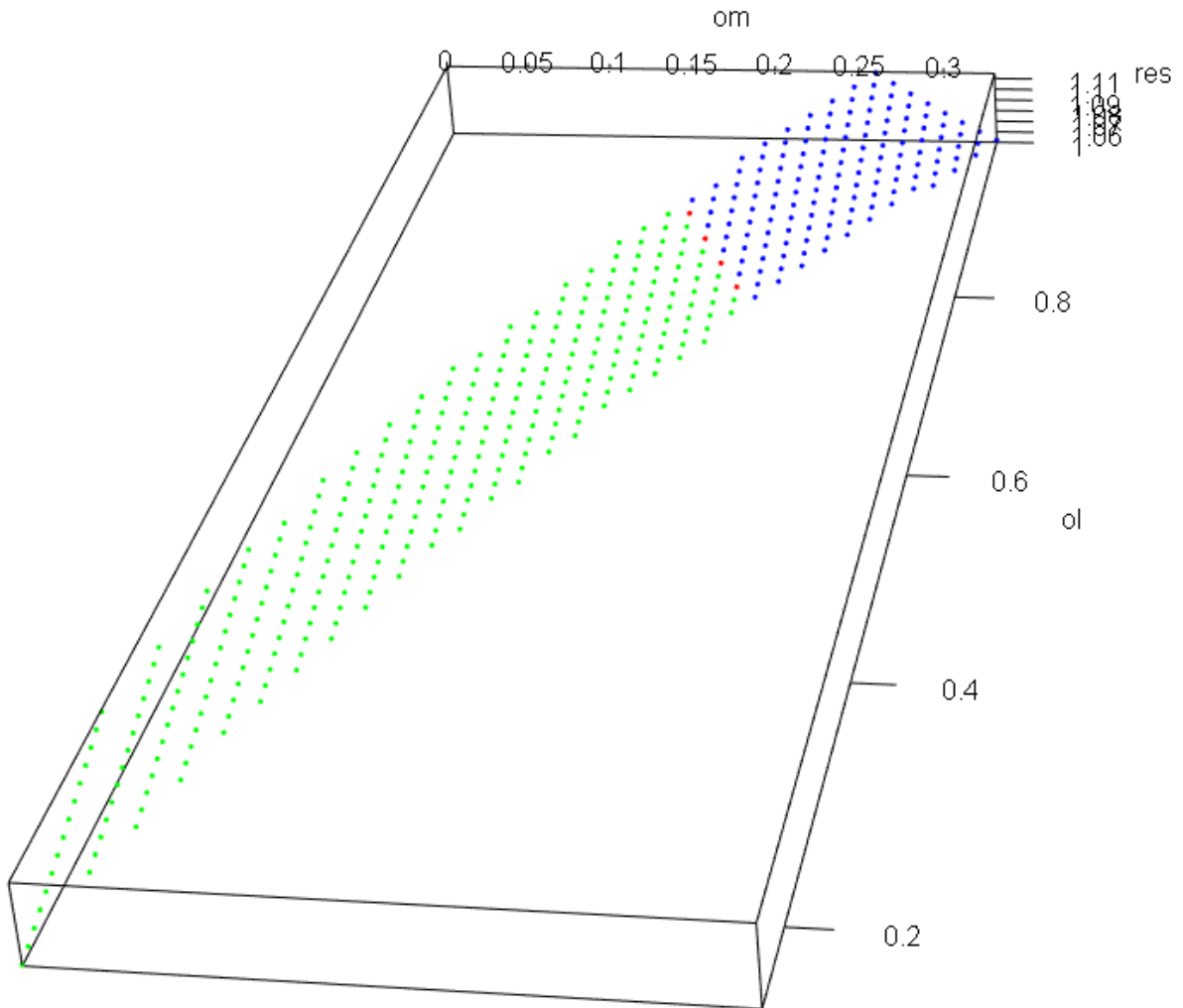


Figura 6: modelli di universo piatto (rosso), aperto (verde), chiuso (blu) compatibili entro  $3\sigma$

nome cefeide	Periodo (Jd)	errore (Jd)	Magnitudine apparente	errore	Magnitudine assoluta	errore
NGC0925A	1.18E+01	2.00E-02	2.54E+01	2.55E-01	-4.31E+00	2.14E-03
NGC0925B	1.83E+01	6.00E-02	2.50E+01	2.59E-01	-4.87E+00	4.13E-03
NGC0925C	8.36E+00	4.00E-02	2.62E+01	8.33E-02	-3.88E+00	6.03E-03
NGC1365A	2.11E+01	6.00E-02	2.63E+01	2.34E-01	-5.05E+00	3.58E-03
NGC1365B	9.36E+00	2.00E-02	2.73E+01	3.64E-01	-4.02E+00	2.69E-03
NGC1365C	1.46E+01	8.00E-02	2.67E+01	1.11E-01	-4.58E+00	6.90E-03
NGC1425A	1.30E+01	4.00E-02	2.81E+01	1.20E-01	-4.43E+00	3.89E-03
NGC1425B	1.53E+01	8.00E-02	2.71E+01	1.07E-01	-4.64E+00	6.58E-03
NGC1425C	1.89E+01	8.00E-02	2.66E+01	1.37E-01	-4.91E+00	5.34E-03
NGC2403A	7.79E+00	1.00E-01	2.38E+01	7.71E-02	-3.79E+00	1.62E-02
NGC2403B	1.45E+01	6.00E-02	2.32E+01	5.41E-02	-4.57E+00	5.23E-03
NGC2403C	1.11E+01	2.00E-02	2.33E+01	2.25E-01	-4.24E+00	2.27E-03
NGC2541A	1.91E+01	8.00E-02	2.53E+01	1.44E-01	-4.92E+00	5.27E-03
NGC2541B	1.52E+01	1.00E-01	2.57E+01	1.51E-01	-4.63E+00	8.28E-03
NGC2541C	8.97E+00	2.00E-02	2.61E+01	1.31E-01	-3.97E+00	2.81E-03
NGC3198A	1.53E+01	1.00E-01	2.59E+01	3.91E-02	-4.64E+00	8.25E-03
NGC3198B	1.38E+01	8.00E-02	2.63E+01	1.54E-01	-4.51E+00	7.32E-03
NGC3198C	1.12E+01	4.00E-02	2.59E+01	5.24E-02	-4.25E+00	4.49E-03
NGC3621A	1.01E+01	4.00E-02	2.51E+01	2.14E-01	-4.12E+00	4.99E-03
NGC3621B	2.15E+01	7.40E-01	2.41E+01	4.34E-02	-5.07E+00	4.33E-02
NGC3621C	1.46E+01	6.00E-02	2.46E+01	5.22E-02	-4.58E+00	5.18E-03
NGC4535A	8.24E+00	4.00E-02	2.72E+01	2.37E-01	-3.86E+00	6.12E-03
NGC4535B	1.04E+01	1.40E-01	2.68E+01	7.02E-03	-4.16E+00	1.69E-02
NGC4535C	1.77E+01	4.00E-02	2.62E+01	2.39E-01	-4.83E+00	2.84E-03
NGC4536A	1.68E+01	1.00E-01	2.62E+01	1.59E-01	-4.76E+00	7.51E-03
NGC4536B	1.22E+01	8.00E-02	2.65E+01	1.14E-01	-4.36E+00	8.23E-03
NGC4536C	1.86E+01	6.00E-02	2.57E+01	1.11E-01	-4.89E+00	4.07E-03
NGC4639A	2.84E+01	1.00E-01	2.60E+01	3.58E-02	-5.42E+00	4.43E-03
NGC4639B	1.70E+01	8.00E-02	2.70E+01	1.85E-01	-4.78E+00	5.91E-03
NGC4639C	1.51E+01	4.00E-02	2.72E+01	2.38E-01	-4.62E+00	3.34E-03

Tabella 1: Dati cefeidi (1)



nome cefeide	Modulo di distanza	errore	Distanza (Mpc)	errore (Mpc)
NGC0925A	2.98E+01	2.55E-01	8.92E+00	1.05E+00
NGC0925B	2.99E+01	2.59E-01	9.41E+00	1.12E+00
NGC0925C	3.01E+01	8.35E-02	1.03E+01	3.97E-01
NGC1365A	3.13E+01	2.34E-01	1.85E+01	1.99E+00
NGC1365B	3.13E+01	3.64E-01	1.84E+01	3.09E+00
NGC1365C	3.13E+01	1.11E-01	1.83E+01	9.40E-01
NGC1425A	3.25E+01	1.20E-01	3.23E+01	1.79E+00
NGC1425B	3.17E+01	1.07E-01	2.22E+01	1.09E+00
NGC1425C	3.16E+01	1.37E-01	2.04E+01	1.29E+00
NGC2403A	2.76E+01	7.88E-02	3.24E+00	1.17E-01
NGC2403B	2.78E+01	5.44E-02	3.60E+00	9.01E-02
NGC2403C	2.76E+01	2.25E-01	3.27E+00	3.39E-01
NGC2541A	3.03E+01	1.44E-01	1.13E+01	7.49E-01
NGC2541B	3.03E+01	1.52E-01	1.15E+01	8.00E-01
NGC2541C	3.01E+01	1.31E-01	1.03E+01	6.22E-01
NGC3198A	3.05E+01	4.00E-02	1.27E+01	2.35E-01
NGC3198B	3.08E+01	1.55E-01	1.42E+01	1.01E+00
NGC3198C	3.01E+01	5.26E-02	1.07E+01	2.59E-01
NGC3621A	2.92E+01	2.14E-01	6.97E+00	6.87E-01
NGC3621B	2.92E+01	6.13E-02	6.91E+00	1.95E-01
NGC3621C	2.91E+01	5.25E-02	6.71E+00	1.62E-01
NGC4535A	3.10E+01	2.37E-01	1.62E+01	1.77E+00
NGC4535B	3.10E+01	1.83E-02	1.56E+01	1.31E-01
NGC4535C	3.10E+01	2.39E-01	1.60E+01	1.76E+00
NGC4536A	3.09E+01	1.60E-01	1.54E+01	1.13E+00
NGC4536B	3.09E+01	1.14E-01	1.51E+01	7.98E-01
NGC4536C	3.06E+01	1.12E-01	1.30E+01	6.67E-01
NGC4639A	3.14E+01	3.60E-02	1.94E+01	3.22E-01
NGC4639B	3.18E+01	1.86E-01	2.27E+01	1.94E+00
NGC4639C	3.18E+01	2.38E-01	2.33E+01	2.55E+00

Tabella 2: Dati cefeidi (2)

nome galassia	Distanza (Mpc)	errore (Mpc)	Velocità (km/s)	errore (km/s)	$H_0$ (km/s/Mpc)	errore (km/s/Mpc)
NGC0925	1.01E+01	3.53E-01	6.64E+02	2.90E+02	6.59E+01	2.89E+01
NGC1365	1.83E+01	8.19E-01	1.59E+03	4.37E+02	8.69E+01	2.41E+01
NGC1425	2.34E+01	7.56E-01	1.47E+03	8.00E+00	6.29E+01	2.06E+00
NGC2403	3.46E+00	7.00E-02	2.78E+02	8.50E+01	8.04E+01	2.46E+01
NGC2541	1.09E+01	4.11E-01	7.14E+02	2.22E+02	6.55E+01	2.05E+01
NGC3198	1.19E+01	1.71E-01	7.72E+02	7.60E+01	6.50E+01	6.46E+00
NGC3621	6.80E+00	1.23E-01	6.09E+02	4.11E+02	8.96E+01	6.05E+01
NGC4535	1.56E+01	1.31E-01	1.44E+03	3.40E+01	9.28E+01	2.32E+00
NGC4536	1.41E+01	4.66E-01	1.42E+03	4.00E+01	1.01E+02	4.37E+00
NGC4639	1.96E+01	3.16E-01	1.40E+03	4.50E+01	7.17E+01	2.57E+00

Tabella 3: Dati galassie