

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

**ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΒΙΟΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ**

**ΠΡΩΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2023-2024**

Ασπασία Τζερμιά

Α.Μ. 1067455

<Νίκος Αυγέρης>

Α.Μ.

Πάτρα, 2024

**Ερώτημα 3**

Οι k συμβολοσειρές μπορούν να αποθηκευτούν σε ένα γενικευμένο δέντρο επιθεμάτων σαν μια ενιαία συμβολοσειρά που θα είναι η συνένωση όλων των συμβολοσειρών, όπου ανάμεσα σε κάθε μία από τις συμβολοσειρές μπορεί να παρεμβάλλεται κάποιος ειδικός χαρακτήρας που δεν ανήκει στο αλφάβητό τους (για παράδειγμα ο χαρακτήρας “$”). Δηλαδή για δεδομένο σύνολο με τις συμβολοσειρές x1, x2, …, xk, το δέντρο θα κατασκευαστεί από τη συμβολοσειρά x1$x2$...xk$. Για να μπορούν να προστίθενται ή να αφαιρούνται από αυτό συμβολοσειρές πρέπει να μπορεί να διατηρεί και να προσαρμόζει «δυναμικά» τη δομή του, δηλαδή να είναι δυναμικό δέντρο επιθεμάτων (dynamic suffix tree). Πρέπει επίσης να μπορεί να γίνεται αναζήτηση για ταιριάσματα συμβολοσειρών στο δέντρο που δεν έχει σταθερή δομή (dynamic string matching).

Για τις παραπάνω λειτουργίες απαιτείται όμως περισσότερος χρόνος (για αναδιοργάνωση της δομής μετά από κάθε εισαγωγή ή διαγραφή και για αναζήτηση στο δέντρο) και χώρος (γιατί η κατάσταση του δέντρου πριν και μετά από κάθε αλλαγή πρέπει να διατηρείται στη μνήμη του υπολογιστή). Η αναζήτηση για ταιριάσματα μπορεί να γίνει πολύ χρονοβόρα, ειδικά όταν πρόκειται για βιολογικές ακολουθίες, που είναι μεγάλες σε μέγεθος. Επιπλέον, η διαγραφή μιας συμβολοσειράς xj γίνεται ουσιαστικά με διαγραφή των φύλλων στο δέντρο που αντιστοιχούν στις υποσυμβολοσειρές της xj, όμως η κατάσταση των εσωτερικών κόμβων του δέντρου δεν ανανεώνεται αμέσως στη μνήμη και έτσι ο συνολικός χώρος για την αποθήκευση της δομής αυξάνεται.

Μια λύση για βελτίωση της χρονικής και χωρικής πολυπλοκότητας είναι να αποθηκεύονται οι k συμβολοσειρές ως γραμμές ή στήλες ενός μητρώου που θα αποθηκεύεται στη μνήμη. Οι εισαγωγές/διαγραφές συμβολοσειρών μπορούν να γίνονται με εισαγωγή/διαγραφή γραμμών ή στηλών. Κάθε υποσυμβολοσειρά, που κατά την αναζήτηση ταιριάσματος θα είναι ουσιαστικά ένα υπομητρώο του μητρώου αυτού, θα αποθηκεύεται σε ένα ξεχωριστό dynamic suffix tree.

Μια άλλη λύση είναι τα dynamic Fully Compressed Suffix Trees (FCSTs). Αποτελούν βελτίωση των στατικών Compresses Suffix Trees για δυναμικά μεταβαλλόμενα δεδομένα. Ένα FCST αποτελείται από έναν πίνακα Compressed Suffix Array (που χρησιμοποιείται ως ευρετήριο για τις συμβολοσειρές που είναι αποθηκευμένες σε αυτό), από ένα δ-Sampled tree (που εκμεταλλεύεται τις ιδιότητες των suffix trees ώστε να μπορούν να αποθηκεύονται μόνο κάποιοι κρίσιμοι κόμβοι και να μη χρειάζεται αποθήκευση ολόκληρης της δενδρικής δομής) και από αντιστοιχίσεις ανάμεσα στις δύο αυτές δομές. Το FCST μεταβάλλεται με χρήση ενός κανόνα που τοποθετεί νέα στοιχεία από δεξιά προς τα αριστερά δημιουργώντας ένα suffix tree ως «ενδιάμεση» κατασκευή. Έτσι μπορούν να αναπαρασταθούν όλο και μεγαλύτερες συμβολοσειρές. Κάθε αλλαγή στο δέντρο γίνεται μόνο στα φύλλα και αλλαγές στους εσωτερικούς κόμβους γίνονται μόνο αν χρειάζεται. Τα δέντρα αυτά πετυχαίνουν βέλτιστη χωρική πολυπλοκότητα.

Πηγές:

1. Y. Choi, T.W. Lam, Dynamic suffix tree and two-dimensional texts management, Information Processing Letters, Volume 61, Issue 4, 1997, Pages 213-220, ISSN 0020-0190, <https://doi.org/10.1016/S0020-0190(97)00018-5> .
2. Russo, L.M.S., Navarro, G., Oliveira, A.L. (2008). Dynamic Fully-Compressed Suffix Trees. In: Ferragina, P., Landau, G.M. (eds) Combinatorial Pattern Matching. CPM 2008. Lecture Notes in Computer Science, vol 5029. Springer, Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-69068-9_19>

**Ερώτημα 4**

Ως «κενό» ανάμεσα σε δύο εμφανίσεις μιας συμβολοσειράς μπορεί να οριστεί ο αριθμός των συμβόλων ανάμεσά τους. Ένα ζευγάρι εμφανίσεων είναι μέγιστο (maximal) όταν καμία από τις δύο δεν μπορεί να επεκταθεί προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά χωρίς να πάψει να υπάρχει ταίριασμα μεταξύ τους. Ένα ζευγάρι είναι αριστερά μέγιστο (left-maximal) αν τα σύμβολα στα αριστερά των δύο εμφανίσεων είναι διαφορετικά και αντίστοιχα δεξιά μέγιστο (right-maximal) αν τα σύμβολα στα δεξιά είναι διαφορετικά. Έχει σημασία να προσδιοριστεί τι θα θεωρείται «κενό» ανάμεσα σε δύο εμφανίσεις για να φαίνεται πότε υπάρχει επικάλυψη και πότε δύο εμφανίσεις βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους μέσα στη συμβολοσειρά. Σε κάποιες περιπτώσεις μπορεί μια συμβολοσειρά να επαναλαμβάνεται δύο διαδοχικές φορές, δηλαδή το κενό έχει μήκος 0 (tandem repeat).

Μια προσέγγιση [1] που βάζει περιορισμούς στα κενά ανάμεσα σε δύο εμφανίσεις της ίδιας συμβολοσειράς θεωρεί ότι ένα ζευγάρι εμφανίσεων συμβολοσειράς α είναι μέγιστο μόνο αν το κενό βρίσκεται στο διάστημα ανάμεσα σε δύο συναρτήσεις g1(|a|) και g2(|a|). Οι υποσυμβολοσειρές αποθηκεύονται σε ένα δυαδικό δέντρο επιθεμάτων. Τα μέγιστα ζευγάρια όλης της συμβολοσειράς μπορούν να βρεθούν αφού πρώτα βρεθούν όλα τα δεξιά-μέγιστα ζευγάρια στο δέντρο με κενά στο διάστημα ανάμεσα στις δύο συναρτήσεις και στη συνέχεια αφαιρεθούν από αυτά όλα τα δεξιά μέγιστα που δεν είναι και αριστερά μέγιστα. Για να μπορεί να γίνει αναζήτηση, χρησιμοποιούνται δέντρα αναζήτησης, για παράδειγμα AVL, όπου η πληροφορία αποθηκεύεται στους κόμβους Καλούνται leaf-list trees και κατασκευάζονται βήμα-βήμα με διαπέραση του αρχικού δέντρου και με βάση τις λίστες φύλλων (Leaf Lists) κάθε κόμβου. Για να μπορεί να γίνει το φιλτράρισμα χωρίς να χρειάζεται να βρεθούν όλα τα δεξιά μέγιστα κατασκευάζεται ένα επιπλέον βοηθητικό AVL δέντρο, το block-start tree, που διατηρεί συνδέσμους προς το leaf- list tree. Τα leaf-list trees αποθηκεύουν την πληροφορία και τα block-start trees αποθηκεύουν το υποσύνολο των στοιχείων που ξεκινούν σε κάθε «μπλοκ». Για τα φύλλα, τα δέντρα αυτά κατασκευάζονται απευθείας. Για τους εσωτερικούς κόμβους κατασκευάζονται με συγχωνεύσεις υποδέντρων. Όμως η ενημέρωση των AVL δέντρων κοστίζει σε χρόνο. Μια εναλλακτική δομή είναι η χρήση δέντρων σωρού (heap trees) και μιας στοίβας στην οποία θα αποθηκεύεται ουσιαστικά το μονοπάτι (backbone) από τη ρίζα προς κάποιο φύλλο που δημιουργείται ακολουθώντας σε κάθε βήμα το «δεξιότερο» παιδί. Οπότε στην περίπτωση αυτή το «κενό» θα περιορίζεται μόνο από ένα κάτω όριο g1(|α|) αντί για διάστημα. Αντίστοιχη είναι και η χρήση χρωματισμένων δέντρων (colored trees). Οι προσεγγίσεις αυτές έχουν ίδια χωρική πολυπλοκότητα χειρότερης περίπτωσης με την προηγούμενη, O(n), αλλά βελτιώνουν τη χρονική πολυπλοκότητα από O(nlogn + z) σε O(n + z), όπου n το μήκος της αρχικής συμβολοσειράς και z ο αριθμός των ζευγών μέγιστων εμφανίσεων.

Μια δεύτερη προσέγγιση [3] γενικεύει την έννοια των ζευγών εμφανίσεων για εμφανίσεις της ίδιας υποσυμβολοσειράς περισσότερες από δύο φορές στην ίδια συμβολοσειρά: τις πολυεμφανίσεις (multirepeats). Θεωρεί ένα σύνολο από N συμβολοσειρές, όπου κάθεμία έχει μήκος n ή (στην περίπτωση που δεν έχουν όλες το ίδιο μήκος) ο μέσος όρος των μηκών τους είναι n. Στόχος είναι να βρεθούν όλες οι επαναλήψεις μιας συμβολοσειράς που συναντώνται τουλάχιστον m φορές σε κάθε μια από q συμβολοσειρές του συνόλου, χωρίς περιορισμούς στο μήκος των κενών. Μια πολυεμφάνιση F χαρακτηρίζεται left ή right maximal με βάση τα ίδια κριτήρια με προηγουμένως, αν δηλαδή δεν μπορεί να επεκταθεί. Το multirepeat πρέπει να εμφανίζεται τον ίδιο αριθμό φορών σε κάθε συμβολοσειρά για να ληφθεί υπ’ όψη από τον αλγόριθμο.

Η προσέγγιση αυτή επιτυγχάνει χρονική πολυπλοκότητα O(nlogn + z) αλλά έχει το μειονέκτημα ότι αυτό ισχύει μόνο όταν το μήκος των κενών είναι μικρό.

Πηγές:

1. Gerth Stølting Brodal, Rune B. Lyngsø, Christian N. S. Pedersen, Jens Stoye: Finding Maximal Pairs with Bounded Gap. CPM 1999: 134-149
2. Gerth Stølting Brodal, Christian N. S. Pedersen: Finding Maximal Quasiperiodicities in Strings. CPM 2000: 397-411
3. A. Bakalis, Costas S. Iliopoulos, Christos Makris, Spyros Sioutas, Evangelos Theodoridis, Athanasios K. Tsakalidis, Kostas Tsichlas: Locating Maximal Multirepeats in Multiple Strings Under Various Constraints. Comput. J. 50(2): 178-185 (2007).