## 6. Pronósticos para la validación cruzada

Los pronósticos realizados para el periodo ex post para llevar a cabo la validación cruzada, se harán nuevamente con origen en la observación n = 239, es preciso recordar que para nuestro modelo no es posible obtener intervalos de pronóstico, únicamente se presentará la ecuación general de los pronósticos para el Modelo 3.

**Tabla 4.** Ecuación de pronóstico con origen n = 239

$$\hat{Y}_{239}(L) = \exp[3.55 + 2.182 \times 10^{-3}(239 + L) - 2.801 \times 10^{-4}(4239 + L)^{2} - 4.481 \times 10^{-6}(239 + L)^{3} + 2.919 \times 10^{-8}(239 + L)^{4} - 8.674 \times 10^{-11}(239 + L)^{5} \\ + 9.781 \times 10^{-14}(239 + L)^{6} - 4.125 \times 10^{-2} sin \left(\frac{\pi}{6}(239 + L)\right) + 1.473 \times 10^{-2} cos \left(\frac{\pi}{6}(239 + L)\right) - 2.968 \times 10^{-2} sin \left(\frac{\pi}{3}(239 + L)\right) \\ + 1.357 \times 10^{-2} cos \left(\frac{\pi}{3}(239 + L)\right) - 1.925 \times 10^{-2} sin \left(\frac{\pi}{6}(239 + L)\right) + 2.035 \times 10^{-2} cos \left(\frac{\pi}{2}(239 + L)\right) - 1.534 \times 10^{-2} sin \left(\frac{2\pi}{3}(239 + L)\right) \\ + 2.3456 \times 10^{-2} cos \left(\frac{2\pi}{3}(239 + L)\right) + 4.155 \times 10^{-2} sin \left(\frac{5\pi}{6}(239 + L)\right) + 2.378 \times 10^{-2} cos \left(\frac{5\pi}{6}(239 + L)\right) + \hat{E}_{239}(L) \right) \\ Donde \\ \hat{E}_{239}(L) = 5.10 \times 10^{-1} \hat{E}_{239}(L - 1) + 8.65 \times 10^{-1} \hat{E}_{239}(L - 2) - 5.91 \times 10^{-1} \hat{E}_{239}(L - 3) - 3.423 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 1) - 5.80 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 2) + 6.98 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 3) \\ - 3.423 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 4) + 2.50 \times 10^{-2} \hat{a}_{239}(L - 5) + 1.19 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 6) - 2.11 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 7) + 1.77 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 8) + 2.37 \times 10^{-1} \hat{a}_{239}(L - 9) \\ + 9.20 \times 10^{-2} \hat{E}_{239}(L - 12) + \left(9.20 \times 10^{-2} \times 5.10 \times 10^{-1}\right) \hat{E}_{239}(L - 13) + \left(9.20 \times 10^{-2} \times 8.65 \times 10^{-1}\right) \hat{E}_{239}(L - 14) + \left(9.20 \times 10^{-2} \times 5.91 \times 10^{-1}\right) \hat{E}_{239}(L - 15) \\ \text{En las anteriores ecuaciones se tiene que} \\ \hat{E}_{239}(L - i) = \text{Residuo de ajuste } \hat{a}_{239+L-i} \qquad \text{si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico de lo sciclo } L - j \text{ periodos después de t} = 239, \text{ si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico del R.B. } L - i \text{ periodos después de t} = 239, \text{ si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico del R.B. } L - i \text{ periodos después de t} = 239, \text{ si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico del R.B. } L - i \text{ periodos después de t} = 239, \text{ si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico del R.B. } L - i \text{ periodos después de t} = 239, \text{ si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico del R.B. } L - i \text{ periodos después de t} = 239, \text{ si } L - j > 0 \\ 0, \text{ el pronóstico del R.B. } L - i \text{ periodos$$

Tabla 3. Precisión de los Pronósticos puntuales

Medidas	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
RMSE	0.84	0.79	1.07	0.76
MAE	0.73	0.65	0.86	0.66
MAPE (%)	0.63	0.56	0.75	0.56
Amplitud. Media I.P	NA	NA	NA	NA
Cobertura (%) I.P	NA	NA	NA	NA

De la tabla se puede rescatar que los modelos en general presentan resultados aceptables ya que sus medidas de error son bajas, y para para cada una de ellas se presentan que el modelo **cuatro** es el que tiene cifras de error más bajas, seguidas por el modelo **dos** y el modelo **tres**, en ese orden, y finalmente se tiene al modelo **uno** que es el que peores indicadores de error presenta. Entonces, tomando al modelo cuatro, que a la luz de estos valores se asume como el mejor modelo, según el RMSE el modelo cuatro se equivocó en promedio en cada pronóstico en 0.76 puntos del índice y según el MAE, se equivoca en promedio en 0.66 puntos mientras que según MAPE este modelo se equivocó en promedio en cada pronóstico en un 0.56% respecto a cada valor real.



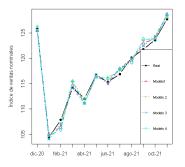
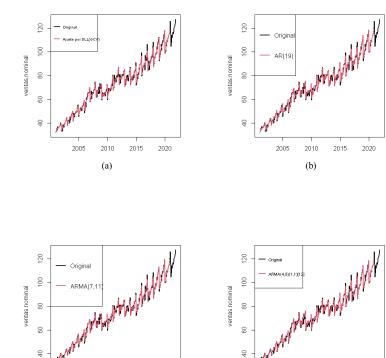
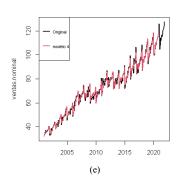


Figura 1: Comparación de los pronósticos.

# 7. Comparación de modelos de regresión con errores ARMA vs. mejor local.





2005

2010

(c)

2015

2020

2015

2005

2010

(d)

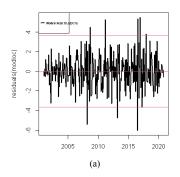
2020

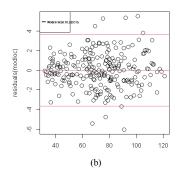
**Figura 1:** Gráficas de los ajustes. (a) En mejor modelo local; (b) En modelo 1; (c) En modelo 2; (d) En modelo 3; (e) En modelo 4

Tabla 3. Valores de los criterios de información AIC y BIC.

Medidas	Modelo Local	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
AIC	4.24	5.18	4.38	5.29	5.30
BIC	7.27	8.75	7.29	8.19	7.63

Según los criterios de información el modelo que tiene mejor ajuste es el modelo **uno**, no obstante como se puede observar en la **Figura** los demás modelos presentan resultados aceptables; Vale la pena recordar en este caso los gráfico de los residuales del mejor modelo local





**Figura 1:** Gráfica Residuales del modelo local. (a) $\hat{E}_{t}vst$ ; (b) $\hat{E}_{t}vs\hat{Y}$ 

No existen evidencias gráficas en contra de media constante e igual a cero de igual forma que para el supuesto de varianza constante, tampoco es evidente a simple vista ciclos, podemos ahora que tenemos la herramienta probar si los errores de este modelo son un proceso R.B, para ello verifiquemos si el proceso es ergódico con las siguientes gráficas

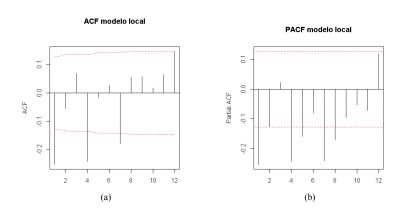


Figura 1:. (a)Gráfica ACF sobre residuales de ajuste del modelo local; (b)Gráfica PACF sobre residuales de ajuste del modelo local

Los patrones de ambas gráficas son tipo corte un aspecto característico de un proceso R.B pero se ve en la **Figura (a)** que no se cumple  $\rho(k) = Corr(E_t, E_{t+k}) = 0$  para k = 1,4,6 hecho que no se puede ignorar ya que sabemos que a los primeros valores de k la prueba es bastante confiable similarmente en la **Figura (b)** que  $\phi_{kk} = Corr(E_t, E_{t+k} | E_{t+1}, ..., E_{t+k-1}) \neq 0$  para k = 1, 4, 7, 8; esta evidencia es suficiente para rechazar el supuesto de que el error del modelo local es un proceso R.B por tanto se considera innecesaria realizar la prueba de normalidad.

**4.1 Ejemplo (Citaciones y referencias bibliográficas).** Las citaciones bibliográficas deben estar acompañadas por un número en el texto empleando el ambiente "insertar" seguido de "nota al pie..." Las referencias bibliográficas deben ir al final del documento<sup>[1, 2, 3]</sup> y su formato es como se muestra en la Sección Referencias de este documento.

## 5. Objetos

Toda figura, tabla y ecuación es un objeto. Los objetos deben ser colocados lo más cerca posible del párrafo donde son referenciados por primera vez y no se admite que floten en el texto.

### 5.1 Tablas

## <sup>1</sup>Referencias

[] Chuang, I. L. and Nielsen, M. A. (2000), "Quantum computation and quantum information", Cambridge: Cambridge University Press.

<sup>2</sup>[] Moreno, L. F. (2004), "Factorización cuántica de números enteros. Una introspectiva al algoritmo de Shor", Universidad EAFIT.

<sup>3</sup>[] Shor, P. W. (1994), "Algorithms for quantum computation. Discrete logarithms and factoring," In 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pp. 124–134, IEEE.

Se deben colocar en una sola tabla, los resultados de todos los modelos que sean de la misma naturaleza (por ejemplo, tablas de parámetros estimados, tablas de predicciones) y que su colocación sea centrada. Las tablas deben ser tituladas y numeradas en su parte superior, como muestran las Tablas 1, 2 y 3 del Ejemplo en 5.4.1.

# 5.2 Figuras

Las figuras deberán titularse y numerarse en su parte inferior como se muestra en el Ejemplo en 5.4.2. Se deberá dejar en el texto el espacio suficiente para ubicar la figura en el sitio que le corresponde. Las dimensiones de las figuras deberán ser de 5cm x 5cm excepto para aquellas en las que sea necesario un tamaño mayor, pero no deberán ser excesivas al punto de ocupar cada una media página o más.

## 5.3 Ecuaciones

Si se escriben como párrafo, deben ser centradas y con la numeración a la derecha y entre paréntesis. También puede presentarlas dentro de una tabla como se ilustra en la sección 5.4.3. Si se colocan individualmente, en ese caso forman parte de un párrafo y observan las reglas de puntuación. Solo enumere las ecuaciones a las que se refiera en el texto. Para referirse a las ecuaciones utilice la palabra ecuación seguida de su número como se ilustra en el Ejemplo en Sección 5.4.3 Las ecuaciones deben ser escritas en el editor de ecuaciones de Word, no pegadas como imagen capturada de otros documentos.

# 5.4 Ejemplos de tablas, figuras y ecuaciones

**5.4.1 Ejemplo Tablas**. Si las tablas tienen el mismo tipo de información deben colocarse juntas y además si tienen mismo número de filas pueden colocarse una al lado de la otra. En caso contrario se colocan una debajo de la otra, por ejemplo como se ilustra a continuación.

Tabla 1: Parámetros estimados Modelos de regresión global

Tabla 1a. Parámetros estimados en Modelo 1								
Parámetros	Estimación	Error Std	$T_{0}$	$P(\left t_{144}\right  > \left T_{0}\right )$				
$\beta_0$	6.25081	0.02487	251.34474	0.00000				
$\beta_1$	0.01988	0.00129	15.39242	0.00000				
$\beta_2$	-1.290×10 <sup>-4</sup>	0.00002	-6.54274	0.00000				
$\beta_3$	3.168×10 <sup>-7</sup>	8.526×10 <sup>-8</sup>	3.71609	0.00029				
$\delta_1$	-0.13167	0.01574	-8.36568	0.00000				
$\delta_2$	-0.01853	0.01574	-1.17723	0.24105				
$\delta_3$	0.01446	0.01574	0.91883	0.35972				
$\sqrt{MSE} = 0.$	$\sqrt{MSE} = 0.06813$ (escala log); AIC= 8995.101 BIC= 10345.524							

Tabla 1c. Parámetros estimados en Modelo 2								
Parámetros	Estimación	Error Std	$T_{0}$	$P(\left t_{144}\right  > \left T_{0}\right )$				
$\beta_0$	6.25467	0.04752	131.63476	0.00000				
$\beta_1$	0.02015	0.00209	9.62945	0.00000				
$\beta_2$	-1.323×10 <sup>-4</sup>	0.00003	-4.75668	0.00000				
$\beta_3$	3.301×10 <sup>-7</sup>	1.101×10 <sup>-7</sup>	2.99833	0.00320				
$\delta_{1}$	-0.14307	0.01832	-7.80790	0.00000				
$\delta_{2}$	-0.02956	0.01719	-1.71946	0.08768				
$\delta_3^{}$	0.00512	0.01686	0.30392	0.76163				
$\sqrt{MSE} = 92.$	$\sqrt{MSE}$ = 92.52, AIC= 8956.667, BIC= 10301.320							

Parámetros	Estimación	ámetros estima Error Std	$\frac{T_0}{T_0}$	$P(\left t_{144}\right  > \left T_{0}\right )$			
β <sub>0</sub>	6.21688	0.02275	273.28662	0.00000			
$\beta_1$	0.01988	0.00129	15.39242	0.00000			
$\beta_2$	-1.290×10 <sup>-4</sup>	0.00002	-6.54274	0.00000			
$\beta_3$	3.168×10 <sup>-7</sup>	8.526×10 <sup>-8</sup>	3.71609	0.00029			
$\alpha_{1}^{}$	-0.07307	7.818e-03	-9.34583	0.00000			
$\gamma_1$	0.00926	0.00787	1.17723	0.24105			
$\gamma_2$	0.02467	0.00555	4.44922	0.00002			
$\sqrt{MSE} = 0.0$	$\sqrt{MSE} = 0.06813$ (escala log); AIC= 8995.101 BIC= 10345.524						

Tabla 1d. Parámetros estimados en Modelo 2b								
Parámetros	Estimación	Error Std	$T_{0}$	$P(\left t_{144}\right  > \left T_{0}\right )$				
$\beta_0$	6.21279	0.04641	133.85500	0.00000				
$\beta_1$	0.02015	0.00209	9.62945	0.00000				
$\beta_2$	-1.323×10 <sup>-4</sup>	0.00003	-4.75668	0.00000				
$\beta_3$	3.301×10 <sup>-7</sup>	1.101×10 <sup>-7</sup>	2.99832	0.00320				
$\alpha_{1}$	-0.07410	0.00907	-8.16517	0.00000				
$\gamma_1$	0.01478	0.00860	1.71946	0.08768				
$\gamma_2$	0.02709	0.00625	4.33595	0.00003				
$\sqrt{MSE} = 92.$	$\sqrt{MSE} = 92.52$ , AIC= 8956.667, BIC= 10301.320							

Tabla 2. Pronósticos puntuales y por I.P del 95% de confianza

		Modelo 1			Modelo 1b			Modelo 2			Modelo 2b	
Período	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup
1993 Q4	1649.702	1429.387	1903.976	1649.702	1429.387	1903.976	1668.857			1668.857		
1994 Q1	1450.015	1255.496	1674.671	1450.015	1255.496	1674.671	1450.493			1450.493		
1994 Q2	1628.089	1408.739	1881.594	1628.089	1408.739	1881.594	1629.504			1629.504		
1994 Q3	1687.280	1458.900	1951.411	1687.280	1458.900	1951.411	1691.936			1691.935		

**Tabla 3.** Precisión de los Pronósticos puntuales y de los I.P del 95%

Medidas	Modelo 1	Modelo 1b	Modelo 2	Modelo 2b
RMSE	160.31	160.31	154.47	154.47
MAE	130.98	130.98	124.55	124.55
MAPE (%)	7.10	7.10	6.74	6.74
Amplitud. Media I.P	464.7828	464.7828	NA	NA
Cobertura (%) I.P	100%	100%	NA	NA

### **5.4.2** Ejemplo Figuras. Figuras del mismo tipo deben colocarse juntas como se ilustra a continuación.

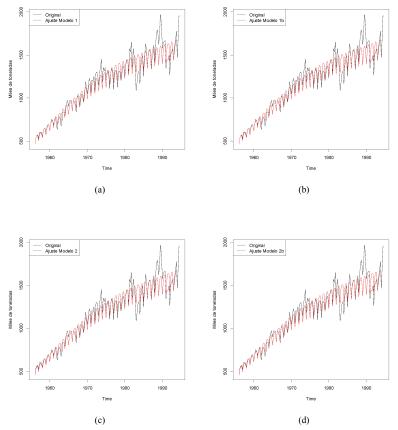


Figura 1: Gráficas de los ajustes. (a) En modelo 1; (b) En modelo 1b; (c) En modelo 2; (d) En modelo 2b

# 5.4.3 Ejemplo ecuaciones

# 5.4.3.1 Ecuaciones cada una en un párrafo independiente

Las ecuaciones (1) a (4) corresponden a los modelos 1 (log-cúbico estacional con indicadoras, nivel de referencia Q4), modelo 1b (log-cubico estacional usando variables trigonométricas en la representación de la componente estacional, en frecuencias  $F_1 = 1/4$ ,  $F_2 = 1/2$ ), modelo 2 (exponencial –cúbico estacional con variables indicadoras, trimestre de referencia Q4 (se usan las indicadoras, nivel de referencia Q4) y modelo 2b (exponencial – cúbico estacional usando variables trigonométricas en la representación de la componente estacional, en frecuencias  $F_1 = 1/4$ ,  $F_2 = 1/2$ ), respectivamente,

$$log(Y_t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \delta_1 I_{1,t} + \delta_2 I_{2,t} + \delta_3 I_{3,t} + E_t, E_t \sim iid N(0, \sigma^2). \tag{1}$$

$$log(Y_t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \alpha_1 \sin \sin \left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_1 \cos \cos \left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_2 \cos \cos \left(\pi t\right) + E_t, E_t \sim iid \, N(0, \sigma^2). \tag{2}$$

$$Y_{t} = \exp \exp \left(\beta_{0} + \beta_{1}t + \beta_{2}t^{2} + \beta_{3}t^{3} + \delta_{1}I_{1,t} + \delta_{2}I_{2,t} + \delta_{3}I_{3,t}\right) + E_{t}, E_{t} \sim iid \,N(0, \sigma^{2}). \tag{3}$$

$$Y_{t} = exp\left(\beta_{0} + \beta_{1}t + \beta_{2}t^{2} + \beta_{3}t^{3} + \alpha_{1}\sin\sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right) + \gamma_{1}\cos\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_{2}\cos\cos\left(\pi t\right) + E_{t}, E_{t} \sim iid\ N\left(0, \sigma^{2}\right). \tag{4}$$

## 5.4.3.2 Ecuaciones como parte de una tabla

Tabla 4. Ecuaciones de los modelos propuestos

$$\begin{aligned} & \textbf{Modelo 1} \\ & log(Y_t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \delta_1 I_{1,t} + \delta_2 I_{2,t} + \delta_3 I_{3,t} + E_t, E_t \sim iid \ N(0, \sigma^2) \\ & \textbf{Modelo 1b} \\ & log(Y_t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \alpha_1 \sin \sin \left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_1 \cos \cos \left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_2 \cos \cos \left(\pi t\right) + E_t, \\ & E_t \sim iid \ N(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

$$Y_{t} = \exp \exp \left(\beta_{0} + \beta_{1}t + \beta_{2}t^{2} + \beta_{3}t^{3} + \delta_{1}I_{1,t} + \delta_{2}I_{2,t} + \delta_{3}I_{3,t}\right) + E_{t}, E_{t} \sim iid \, N(0, \sigma^{2})$$
**Modelo 2b**

$$\begin{split} Y_t &= exp\Big(\beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \alpha_1 \sin \sin \left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_1 \cos \cos \left(\frac{\pi t}{2}\right) + \gamma_2 \cos \cos \left(\pi t\right)\Big) + E_t, \\ &\quad E_t \sim iid \, N\Big(0, \sigma^2\Big) \end{split}$$