

### 3.5 Pronósticos para la validación cruzada

A continuación, se verán los pronósticos realizados para el periodo ex post para llevar a cabo validación cruzada, lo cual se hace teniendo en cuenta que el origen ocurre en  $n = 239$ . Además, para los intervalos de pronóstico se usará un nivel de confianza del 95 % y se presentará la gráfica de los pronósticos contra los datos reales en los tiempos de pronóstico ex post.

**Tabla 2.** Pronósticos puntuales y por I.P del 95% de confianza

Periodo	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3			Modelo 4		
	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup	Pronóstico	Lim. Inf	Lim. Sup
Dec 2020	125.004	116.960	133.600	125.912	117.839	134.538	125.877	117.754	134.560	126.074	117.920	134.791
En 2021	104.026	97.088	111.461	104.564	97.546	112.086	104.015	97.091	111.433	103.913	97.006	111.313
Feb 2021	107.034	99.232	115.449	107.980	100.005	116.591	106.799	99.030	112.177	106.827	99.104	115.152
Mar 2021	113.871	104.628	123.931	114.277	104.834	124.570	113.601	104.401	123.612	113.495	104.331	123.464
Abr 2021	11.305	101.784	121.716	112.172	102.520	122.732	111.057	101.603	121.390	111.115	101.716	121.382
May 2021	116.444	105.854	128.093	116.870	106.057	120.785	116.142	105.631	127.700	115.996	105.574	127.447
Jun 2021	114.782	103.765	126.968	115.432	104.201	127.874	114.568	103.388	126.957	114.580	103.723	126.575
Jul 2021	117.292	105.522	130.375	116.968	105.097	130.179	117.014	105.202	130.152	117.041	105.471	129.881
Ago 2021	119.176	106.690	133.124	120.196	107.415	134.498	119.584	106.894	133.781	119.632	107.292	133.392
Sep 2021	121.367	108.148	136.201	121.901	108.461	137.007	121.101	107.690	136.181	121.133	107.884	136.009
Oct 2021	123.385	109.461	139.081	123.752	109.608	139.720	123.262	108.991	139.403	123.295	109.165	139.255
Nov 2021	127.263	112.415	144.073	127.839	112.729	144.975	126.865	111.600	144.219	126.819	111.640	144.062

Teniendo los pronósticos que se muestran en la tabla 2 para todos los modelos propuestos, vale la pena interpretar el resultado con algún periodo particular, como lo puede ser el mes de febrero de 2021, para el cual el modelo uno pronostica que el índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales será de 107.034 puntos y se situará entre los 99.232 y los 115.449 puntos con un nivel de confianza del 95 %. Por su parte, el modelo dos pronostica que el índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales de febrero de 2021 será de 107.980 y se ubicará entre los 100.005 y 116.591 puntos, mientras que el modelo tres proyecta que será de 106.799 puntos y se situará entre los 99.030 y los 112.177 puntos con un nivel de confianza del 95 %. Por último, el modelo cuatro pronostica que el índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales de febrero de 2021 será de 106.827 puntos y con un nivel de confianza del 95% el índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales estará entre 99.104 y 115.152 puntos. Ahora bien, es importante comparar los cuatro modelos a partir de la tabla de diferentes medidas de error gracias al conocimiento de los valores reales para el periodo ex post, para lo que se presenta la tabla 3.

**Tabla 3.** Precisión de los Pronósticos puntuales y de los I.P del 95%

Medidas	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
RMSE	0.5962	0.1083	0.6586	0.6737
MAE	0.5462	0.1019	0.5886	0.6174
MAPE (%)	0.4683	0.0874	0.5091	0.5338
Amplitud. Media I.P	22.7103	23.1035	22.9409	22.6579
Cobertura (%) I.P	100%	100%	100%	100%

Se ve que el modelo dos presenta el menor valor tanto como en RMSE, MAE y MAPE. Siguiendo con esta idea, según el RMSE el modelo dos se equivocó en promedio en cada pronóstico del periodo ex post en 0.1083 puntos del índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales y según MAE este mismo modelo se equivoca en promedio 0.1019 puntos del índice mientras que según MAPE el modelo dos se equivocó en promedio en cada pronóstico en un 0.0874% respecto al valor real del índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales. En general los cuatro modelos presentan buenos resultados en cuanto pronóstico según las medidas mencionadas anteriormente; en tanto a los intervalos de predicción, se ve que todos contienen el valor real de la serie para cada uno de los periodos ex post, en este caso el modelo con un intervalo de predicción más estrecho es el modelo cuatro seguido por el modelo uno; para ver más fácilmente la calidad de la predicción se presenta en la figura 1 las predicciones puntuales de cada modelo y los valores reales del índice de ventas para el periodo ex post

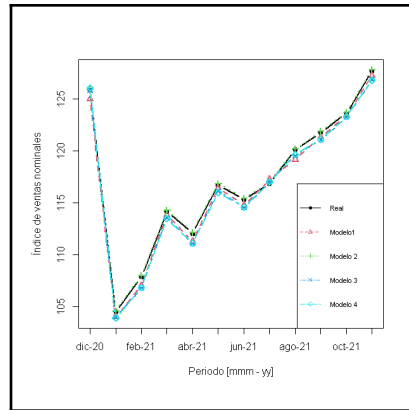


Figura 13: Comparación de los pronósticos.

Podemos concluir con la gráfica que no hay diferencias prácticas de importancia entre los pronósticos puntuales y los valores reales. Como estamos interesados en escoger el modelo que mejor pronostica sin dejar de lado la validez de supuestos de dicho modelo y teniendo en cuenta que no hay diferencias importantes se preferirán los modelos más parsimoniosos, ya que ninguno de los modelos paso el supuesto de que sus errores tienen una distribución normal, nos quedamos con el modelo uno por las razones comentadas anteriormente.

### 3.6 Conclusiones

A partir del análisis descriptivo se evidencia que la serie tiene tanto componente de tendencia como componente de estacionalidad adicionalmente su varianza no es constante y aumenta en la misma dirección de la tendencia, por lo que se procede a modelar el logaritmo de la serie, con esto obtenemos que la varianza se estabiliza pero la serie sigue sin ser estacionaria por que aún se mantiene la componente de tendencia y la componente estacional, estas mismas conclusiones se reflejan en la respectiva gráfica ACF, por tanto es pertinente analizar el comportamiento del logaritmo natural de la serie cuando se le aplica la primera diferencia regular, aunque con esto logramos deshacernos de la tendencia, en la respectiva ACF existe un decaimiento lento para  $k = 12, 24, 36$ , es decir, indica necesidad de aplicar también la diferencia estacional, con esto concluimos que este proceso no es estacionario en sentido débil; al aplicar solo la diferencia estacional sobre el logaritmo de la serie obtenemos que aunque para la gráfica ACF en los  $k$  múltiplos de 12 ya no se encuentran correlaciones significativas no podemos considerar el proceso como estacionario en covarianza porque se encontraron evidencias en contra de los supuestos media constante y homocedasticidad; ahora, al aplicar el filtro mixto podemos comentar de la gráfica ACF que aunque se encuentran tanto como para la parte regular como para la parte estacional autocorrelaciones muestrales estadísticamente significativas podemos considerar ambas partes como ergódicas, adicionalmente. no se encuentran evidencias graficas en contra de los supuestos varianza constante y media constante, y así concluimos que el logaritmo natural de la serie diferenciado por tendencia y estacionalidad es un proceso ergódico, lo cual muestra además que ya no hay evidencia de existencia de raíces unitarias regulares y estacionales, por lo que no es necesario diferenciar más por tendencia o estacionalidad.

Según el test HEGY, la serie  $\log(Y_t)$  tiene tanto raíz unitaria regular como estacional, luego, es apropiado diferenciar regular y estacionalmente a esta serie, y con ello se confirma lo que se vio a partir del análisis gráfico sobre la serie de logaritmos y sus diferencias: regular, estacional y combinado.

Para empezar con la identificación de modelos comenzamos por identificar los patrones de las gráficas ACF y PACF para la serie  $\log(Y_t)$  diferenciada por tendencia y estacionalidad en la respectiva gráfica ACF. Para la parte regular se identifica un patrón tipo cola exponencial sinusoidal mientras que la PACF se identifica un patrón tipo corte donde el último rezago estadísticamente diferente de cero es el segundo, por lo que para la parte regular se identifica un AR(2), lo que implica que para la parte regular de  $\log(Y_t)$  se tiene un ARIMA(2,1,0); pasando a la parte estacional en la ACF identificamos un patrón tipo corte con último rezago estacional significativo en  $k = 24$  y en la gráfica PACF un patrón tipo cola por lo que los modelos propuestos deben cumplir la condición de que la parte estacional se modela con un MA(2)[12] y en el caso de  $\log(Y_t)$  un ARMA(0,1,2)[12], mezclando ambos análisis se proponer el **modelo 1. ARIMA(2,1,0)(0,1,2)[12]** para  $\log(Y_t)$ ; pasando a la identificación de modelos SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)[s] con ayuda de métodos automáticos, con el método `auto.arima()` solo se consideraron aquellos que contemplaban tanto la diferencia regular como la estacional, también se descartó aquel modelo que proponía un proceso de medias móviles para la parte regular esto debido a que no concuerda con las evidencias gráficas que mencionamos anteriormente, finalmente el modelo candidato resultante de `auto.arima()` es: **modelo 2. ARIMA(4,1,0)(1,1,2)[12]** sin deriva para  $\log(Y_t)$ ; pasando a la identificación con `armasubsets` con el primer renglón del tablero 12x

12 s sobre  $\nabla \nabla 12 \log Y_t$  usando el método “ols” y agregando al parámetro  $\phi_6$  obtenemos el **modelo 3. ARIMA(6, 1, 10)(0, 1, 1)[12]**, con únicos parámetros no nulos  $\phi_1, \phi_2, \phi_6, \theta_{10}, \theta_1$ ; ahora con el primer renglón del tablero  $18 \times 18$  de `armasubsets` sobre  $\nabla \nabla 12 \log Y_t$  usando el método “ols” se identifica el **modelo 4. ARIMA(9, 1, 10)(0, 1, 1)[12]** que solo emplea los términos  $\phi_1, \phi_2, \phi_9, \theta_{10}, \theta_1$

Pasando al ajuste de estos modelos podemos comentar de la gráfica de la serie real y el modelo ajustado se observa que sigue adecuadamente la tendencia y la estacionalidad presente en la serie además para los cuatro modelos no se observan diferencias significativas en cuanto al ajuste teniendo también en cuenta las medidas de ajuste AIC y BIC, aun así, no está de más comentar que el modelo 1 es el que cuenta con un menor AIC y BIC. Pasando a la validación de supuestos

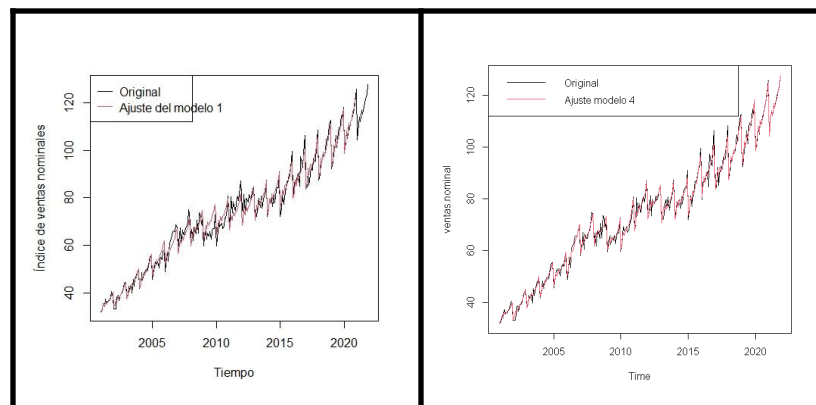
Para ninguno de los cuatro modelos se encontraron evidencias gráficas en contra de media igual a cero, varianza constante o que los errores sean un proceso ergódico, con el test Ljung-Box confirmamos que no hay evidencia suficiente en contra de que los errores están incorrelacionados, como para todos los modelos obtuvimos que los errores eran un proceso ruido ahora pasaremos a probar si para todos los modelos ellos son un proceso ruido blanco en gráficos Q-Q plot teniendo como resultado que ningún modelo tiene errores ruido blanco, con esto en mente escogemos como mejor modelo al modelo uno, ya que en términos de pronósticos no existen diferencias prácticas de importancia entre los modelos y además este es el modelo que contiene un menor número de parámetros; es importante comentar que ya que nuestro modelo no es un modelo válido en términos de cumplimiento de supuestos sus pronósticos no son unos pronósticos confiables.

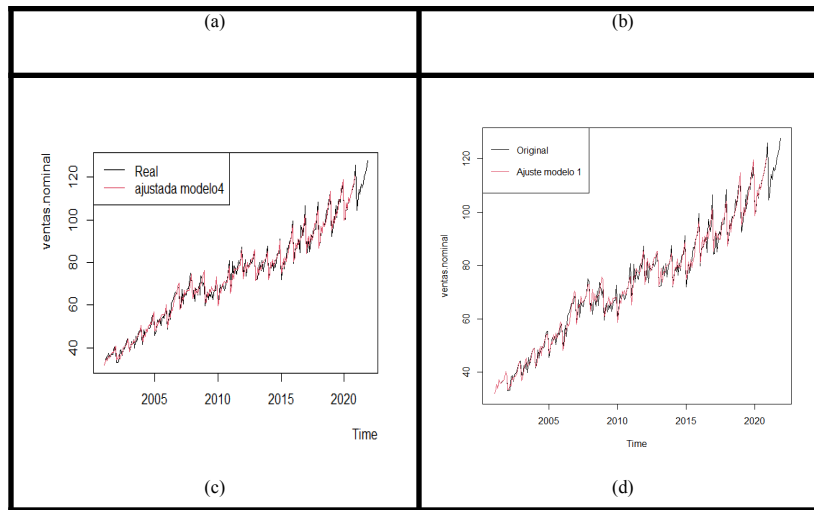
Ahora vale la pena hacer un repaso sobre algunos de los modelos obtenidos a lo largo de los tres trabajos: mejor modelo de regresión global del trabajo 1, mejor modelo de regresión global con errores ARMA en el trabajo 2, mejor modelo SARIMA del trabajo 3 y el mejor de los modelos locales (descomposición & loess y Holt-Winters) que en nuestro caso son:

**Tabla . Ecuaciones de los modelos a comparar**

<p><b>Mejor modelo global.</b> Logpolinomial de grado seis estacional con funciones trigonométricas en cinco frecuencias <math>F_j = j/12</math>, <math>j = 1, 2, 3, 4, 5</math>.</p> $\log(Y_t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 t^4 + \beta_5 t^5 + \beta_6 t^6 + \alpha_1 \sin\left(\frac{1}{6}\pi t\right) + \gamma_1 \cos\left(\frac{1}{6}\pi t\right) + \alpha_2 \sin\left(\frac{1}{3}\pi t\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{1}{3}\pi t\right) + \alpha_3 \sin\left(\frac{1}{2}\pi t\right) + \gamma_3 \cos\left(\frac{1}{2}\pi t\right) + \alpha_4 \sin\left(\frac{2}{3}\pi t\right) + \gamma_4 \cos\left(\frac{2}{3}\pi t\right) + \alpha_5 \sin\left(\frac{5}{6}\pi t\right) + \gamma_5 \cos\left(\frac{5}{6}\pi t\right) + E_t, E_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2)$
<p><b>Mejor modelo local.</b> Descomposición multiplicativa y loess lineal</p> <p>En la vecindad de un tiempo <math>t_k</math> donde se quiere el ajuste</p> $Y_t = (\beta_{0,k} + \beta_{1,k} t) \times \sum_{i=1}^{12} \delta_i I_{i,t} + E_t \text{ con } \sum_{i=1}^{12} \delta_i = 12 \text{ para todo } t \text{ en la vecindad de } t_k, E_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2) \text{ y con } \beta_{0,k} \text{ y } \beta_{1,k} \text{ parámetros de la recta local.}$
<p><b>Mejor modelo con errores ARMA .</b> Logpolinomial de grado seis estacional con funciones trigonométricas en cinco frecuencias <math>F_j = j/12</math>, <math>j = 1, 2, 3, 4, 5</math>; con error estructural ARMA: ARMA(12,10) con <math>\phi_7</math> y <math>\theta_{10}</math>.</p> $Y_t = \exp[\beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 t^4 + \beta_5 t^5 + \beta_6 t^6 + \alpha_1 \sin\left(\frac{1}{6}\pi t\right) + \gamma_1 \cos\left(\frac{1}{6}\pi t\right) + \alpha_2 \sin\left(\frac{1}{3}\pi t\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{1}{3}\pi t\right) + \alpha_3 \sin\left(\frac{1}{2}\pi t\right) + \gamma_3 \cos\left(\frac{1}{2}\pi t\right) + \alpha_4 \sin\left(\frac{2}{3}\pi t\right) + \gamma_4 \cos\left(\frac{2}{3}\pi t\right) + \alpha_5 \sin\left(\frac{5}{6}\pi t\right) + \gamma_5 \cos\left(\frac{5}{6}\pi t\right)] + E_t \text{ donde}$ $E_t = \phi_1 E_{t-1} + \phi_2 E_{t-2} + \phi_3 E_{t-3} + \phi_4 E_{t-4} + \phi_5 E_{t-5} + \phi_6 E_{t-6} + \phi_7 E_{t-7} + \phi_8 E_{t-8} + \phi_9 E_{t-9} + \phi_{10} E_{t-10} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \theta_3 a_{t-3} + \theta_4 a_{t-4} + \theta_5 a_{t-5} + \theta_6 a_{t-6} + \theta_7 a_{t-7} + \theta_8 a_{t-8} + \theta_9 a_{t-9} + \theta_{10} a_{t-10}, \{a_t\}_{t \in \mathbb{Z}} \sim N(0, \sigma_a^2)$
<p><b>Mejor modelo SARIMA</b> ARIMA(2, 1, 0)(0, 1, 2)[12]</p> $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - B)(1 - B^{12}) \log Y_t = (1 + \theta_1 B^{12} + \theta_2 B^{24}) E_t,$ $E_t \text{ un R. B. } \sim N(0, \sigma^2)$

En cuanto los ajustes de estos, se ve que el mejor modelo global obtiene unos resultados aceptables en cuanto ajuste y para los otros modelos consideramos que se tienen unos buenos resultados en este aspecto, resulta curioso que contrario a lo esperado en cuanto el criterio AIC y BIC los valores que se muestran en la tabla son mayores para el modelo global que para el modelo local además notamos que entre el modelo con errores ARMA y el modelo SARIMA tienen valores similares en estas medidas.



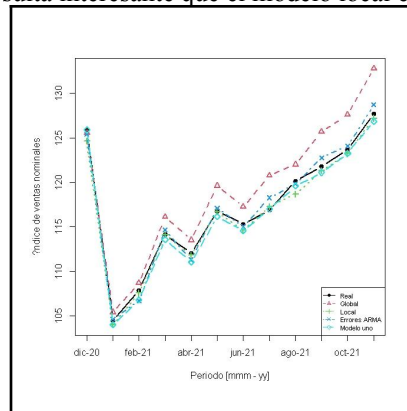


**Figura 14:** Gráficas de los ajustes. (a) En mejor modelo global (modelo uno trabajo uno); (b) En mejor modelo local (modelo cuatro trabajo uno); (c) En mejor modelo con errores ARMA(modelo cuatro trabajo dos); (d) En modelo 2b

**Tabla 3.** Valores criterios AIC y BIC

Medidas	AIC	BIC
Mejor modelo global	9.11703	11.674705
Mejor modelo local	4.241348	7.265074
Mejor modelo con errores ARMA	5.303542	7.629496
Mejor modelo SARIMA	5.514306	5.844665

En cuanto a los pronósticos puntuales de estos modelos, se ve que los pronósticos del modelo global son los que más se alejan de los valores reales que toma la serie en el periodo ex post, en cuanto a el resto de modelos estos alcanzan una predicción aceptable pero destaca la buena predicción del modelo SARIMA para el periodo ex post, para respaldar estas evidencias gráficas recurrimos a los criterios para la precisión de los Pronósticos puntuales y de los I.P del 95% que se muestran en la tabla, a excepción del modelo global los modelos tienen valores similares y resulta interesante que el modelo local es el que cuenta con menor MAE y MAPE.



**Figura 1:** Comparación de los pronósticos puntuales.

**Tabla 3.** Precisión de los Pronósticos puntuales y de los I.P del 95%

Medidas	Mejor modelo global	Mejor modelo local	Mejor modelo con errores ARMA	Mejor modelo SARIMA
RMSE	2.906349	0.6728501	0.7601474	0.5962
MAE	2.510166	0.5283713	0.6555441	0.5462
MAPE (%)	2.108491	0.4439505	0.5586861	0.4683

Amplitud. Media I.P	26.42722	NA	NA	22.7103
Cobertura (%) I.P	100%	NA	NA	100%

Como siempre elegimos el mejor modelo con base a el cumplimiento de los supuestos, pronósticos y ajuste en ese orden vale la pena recordar cuáles modelos si cumplen con la validez de sus supuestos, esto se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 3.** Resumen de métricas relacionadas con el cumplimiento de los supuestos.

Modelo	Supuestos Sobre		¿Hay evidencia fuerte en contra de?										Modelo Válido	
			Media cero		Varianza cte		Independ			Normalidad				
	$E_t$	$a_t$	Si	No	Si	No	Si	No	NA	Si	No	NA	Si	No
Mejor modelo global	✗		✗		✗				✗			✗		✗
Mejor modelo local	✗			✗		✗	✗					✗		✗
Mejor modelo con errores ARMA		✗		✗		✗		✗		✗				✗
Mejor modelo SARIM A	✗			✗		✗		✗		✗				✗

aunque el modelo global hubiera cumplido con los supuestos aún no sería recomendable para modelar nuestra serie ya que los modelos globales asumen que las relaciones establecidas por el modelo son estables en el tiempo lo que no es un hecho viable para un índice de ventas del sector manufacturero colombiano en pesos nominales ya que las relaciones comerciales, industriales y económicas evolucionan con el paso del tiempo, una solución a esto serían los modelos locales, que son precisamente aquellos que admiten cambios en los parámetros; aunque un modelo local nos proporciona un buen ajuste con el se obtienen malos pronósticos a largo plazo ya que para los pronósticos este modelo busca la última estimación que se ajustó, esto es peligroso ya que nada asegura que el último patrón local y el patrón futura van a coincidir.

En cuanto a los problemas enfrentados en la modelación podemos empezar comentando que para el modelo global fue relativamente fácil ajustar el modelo ya que desde la guía se nos especificaba el orden del polinomio que modelaba la tendencia pero llegar a dicho orden no es una tarea fácil ya que para llegar a él se requiere una serie de pruebas y fallos; pasando al modelo local afortunadamente se cuentan con métodos automáticos que ayudan a proponer dichos modelos ya que encontrar un parámetro de suavizamiento es una tarea exhaustiva, por su lado en el modelo con errores ARMA además de que se debe encontrar cómo representar tanto tendencia como estacionalidad (trabajo que ya habíamos adelantado con el modelo global) se debe definir cómo modelar el error, lo que tal vez puede representar problemas ya que no siempre es fácil identificar los órdenes de p y q sin la ayuda de métodos automáticos, este último inconveniente también lo comparte el modelo SARIMA y en este caso identificar patrones y órdenes en gráficas ACF y PACF llega a ser más retador aún.

Para concluir podemos decir que nuestros modelos se quedan cortos a la hora de seguir la dinámica de la serie ya que ningún modelo cumple con la validez de sus supuestos, pero como nunca se van a encontrar modelos perfectos no está demás comentar que el modelo SARIMA arrojó unos buenos pronósticos a corto plazo y aunque la confiabilidad de estos no es asegurada sobre todo para los intervalos de predicción no es una mala idea considerar dicho modelo.

#### 4. Referencias y citaciones

González Alvarez, Nelfi.

[https://unvirtual.medellin.unal.edu.co/pluginfile.php/18467/mod\\_resource/content/4/NOTASDECLASEESTADISTICAIIIv.02.pdf](https://unvirtual.medellin.unal.edu.co/pluginfile.php/18467/mod_resource/content/4/NOTASDECLASEESTADISTICAIIIv.02.pdf).

pdf.

