Lógica Computacional - Unidade 1

Site:	FACULDADE QI BRASIL
Curso:	Lógica Computacional
Livro:	Lógica Computacional - Unidade 1
Impresso por:	Silvio Viegas
Data:	sexta, 9 Ago 2019, 15:51

Sumário

Apesentação

FACULDADE DE TECNOLOGIA DE GRAVATAÍ - FAQI

Lógica Computacional

FAÇA ACONTECER. FAÇA QI.

Material produzido por:

Prof. Esp. Luiz Fernando Duarte Júnior e Prof. Me. Silvio Cesar Viegas

Introdução

Livro didático: Nesta disciplina utilizaremos o livro didático

BARBOSA, M. A. Introdução a Lógica Matemática Para Acadêmicos. Curitiba: Intersaberes, 2017
Disponível em: http://qi.bv3.digitalpages.com.br/users/publications/9788559723250/pages/-2 (Antes de acessar o Link faça login na Biblioteca Virtual)

Faça uma leitura das páginas 15 a 24, para conhecer a lógica

Módulo 1 - Fundamentos

Esta primeira aula visa dar o ponta pé inicial da disciplina, falar um pouco de história e conceitos introdutórios, e o que é necessário para aprimorar o raciocínio lógico.

Conceitos básicos de lógica

O que é Lógica? Como você definiria a lógica?

Lógica é a ciência que estuda princípios e métodos de inferência, tendo o objetivo principal de determinar em que condições certas coisas se seguem (são consequência), ou não, de outras.

Mas o que é um método de inferência?

Inferir é raciocinar utilizando as informações das quais dispomos, ou seja, inferir é criar argumentos lógicos com base em informações. Uma inferência bem sucedida lhe traz um novo conhecimento, como nos famosos romances policiais.

Ex:

Se o cadáver possui uma marca de disparo na cabeça. (informação)

E o diâmetro do disparo é de calibre 38. (informação)

A arma utilizada no crime foi um revólver. (inferência)

Mas e quando não temos informações disponíveis?

Neste caso trabalhamos no campo das hipóteses e sobre elas tentamos inferir os estados possíveis para cada hipótese visando encontrar a solução mais lógica. Nestes casos o resultado da inferência não lhe trará um conhecimento novo de algo, mas sim o que pode lhe acontecer caso a sua hipóteses se torne verdadeira.

Ex:

Se eu trocar de carro terei uma conta de R$500,00 mensais. (hipótese)

E meu salário atual permite que eu contraia uma dívida de R$400,00 mensais. (informação)

Logo, se trocar de carro não terei dinheiro para pagar as prestações. (conclusão)

É claro que nem somente de inferências e hipóteses tiramos novos conhecimentos. Atualmente muitas pessoas obtem seus conhecimentos e tiram suas conclusões através de pesquisas na Internet. Entretanto, é sempre válido aguçar a sua habilidade de raciocínio para um entendimento mais aprofundado dos problemas e enigmas que nos cercam diariamente, mas principalmente, em uma carreira na área de ciências exatas como a computação, onde a lógica se sobrepõem em importância aos demais conhecimentos técnicos.

Resumindo, podemos chamar a lógica de a ciência do raciocínio.

Argumentos

Muitas vezes nos deparamos com problemas de lógica e na ânsia por resolvê-los (ou preguiça) damos palpites ou "chutes" sem qualquer fundamento. Às vezes acertamos, às vezes erramos. Mas estudar lógica não é sobre acertar ou errar problemas lógicos mas na construção mental (ou mesmo física) de inferências, hipóteses e informações de modo a tentar resolver estes problemas.

Mas como sabemos que um problema foi resolvido? Através dos argumentos.

Os argumentos são as "provas". Os motivos pelos quais acreditamos (ou temos certeza) que a nossa resposta ao problema lógico é verdadeira (ou lógica, se me permite o trocadilho). Durante o estudo da lógica, para toda resolução de problema, devemos ter argumentos para justificá-la. Argumentos são exatamente isso: justificativas.

No campo dos argumentos é que vemos que a simples pesquisa rápida que muitas vezes fazemos no Google para resolver determinados problemas não é o bastante para entendermos como resolver o problema. Ok, o código X ou a configuração Y fazem meu sistema funcionar. Mas por quê? E se o problema for levemente modificado? Você saberia a próxima resposta sem olhar no Google? E se a alteração desencadear outro efeito? Você consegue ter esta visão sistêmica apenas olhando uma resposta no StackOverflow?

A menos que tenhamos argumentos consistentes, as soluções de problemas lógicos são vagas, ineficientes e muitas vezes perigosas. Lembra-se do "porque sim não é resposta"? Vale o mesmo para uma inferência sem argumentos.

Resumindo, argumentos são o suporte para suas conclusões.

Controem-se argumentos usando premissas que nos levam (ou evidenciam) conclusões.

Ex:

> Se todo gato é um mamífero. (premissa)
>
> E Peter é um gato. (premissa)
>
> Logo, Peter é um mamifero. (conclusão)

Axiomas

Axiomas são verdades incontestáveis sob o ponto de vista do raciocínio lógico. Muitas deduções e inferências usam como premissas axiomas famosos como ponto de partida, como base para suas hipóteses ou como parte de argumentos.

Ex: Quaisquer dois pontos no espaço podem ser ligados por uma linha reta.

Não é possível a um ser vivo sobreviver no vácuo.

A menor distância entre dois pontos é uma linha reta.

Dois corpos não podem ocupar o mesmo lugar no espaço.

Ninguém vive para sempre.

No Português, antes de P e B se usa a letra M, e nunca N.

Em geral os axiomas são conhecimentos óbvios, exaustivamente provados ou de senso comum, tão fortes, que não são mais contestados. Isso não quer dizer que não podem sofrer mudanças ao longo do tempo (afinal, a todo momento os cientistas fazem novas descobertas, os gramáticos alteram as regras dos idiomas, etc), mas quer dizer que sob o ponto de vista da lógica (mas não da ciência) não podem ser contestados e podem ser utilizados como argumento ou suporte às inferências.

Ex:

Todo mamífero mama e possui sangue quente. (axioma)

Golfinho é um mamífero. (premissa)

Logo, golfinhos mamam e possuem sangue quente.

Exercícios:

Estruture seu raciocínio lógico em sentenças para criar inferências baseadas em premissas, axiomas ou mesmo baseadas em hipóteses, justificando as mesmas com argumentos. O objetivo primário não é acertar as respostas, mas sim conseguir argumentar sobre suas inferências de maneira organizada. Desenvolveremos melhor o raciocínio lógico ao longo da disciplina.

1) No dia do ano-novo de 1953, Cardiovaldo e Cardisneide se conheceram numa viagem de trem. No decorrer da conversa, falaram da idade de cada um.
Disse Cardiovaldo: Se você somar os 4 algarismos do ano em que nasci, você saberá a minha idade.

Após pensar um pouco, Cardisneide cumprimentou Cardiovaldo pelo seu aniversário.

Em que ano nasceu Cardiovaldo?

2) Considere as seguintes proposições:

I. Tudo que é útil é bom.

II. Nem tudo que é bom é agradável.

III. Nem tudo que é útil é agradável.

Sendo as proposições acima verdadeiras, pode-se concluir que

a) tudo que é agradável é útil.

b) tudo que é útil é agradável.

c) tudo que é bom é agradável.

d) nem tudo que é bom é útil.

e) nem tudo que não é bom é agradável e útil.

3) Três amigos moram na mesma rua: um médico, um engenheiro e um professor. Seus nomes são: Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo (não necessariamente na ordem das profissões).

O médico é filho único e o mais novo dos três amigos. Cernaldo é mais velho que o engenheiro e é casado com a irmã de Arnaldo. Quais são os nomes do médico, do engenheiro e do professor, respectivamente?

4) Uma pessoa nunca praticou esporte algum pelo primeiro 1/4 de sua vida.
Depois disso, passou a praticar um único esporte de cada vez.

O primeiro esporte foi Natação, por 10 anos.

O segundo esporte foi Tenis, por 9 anos.

O terceiro e último foi Corrida, por 8 anos.

Qual é a idade dessa pessoa?

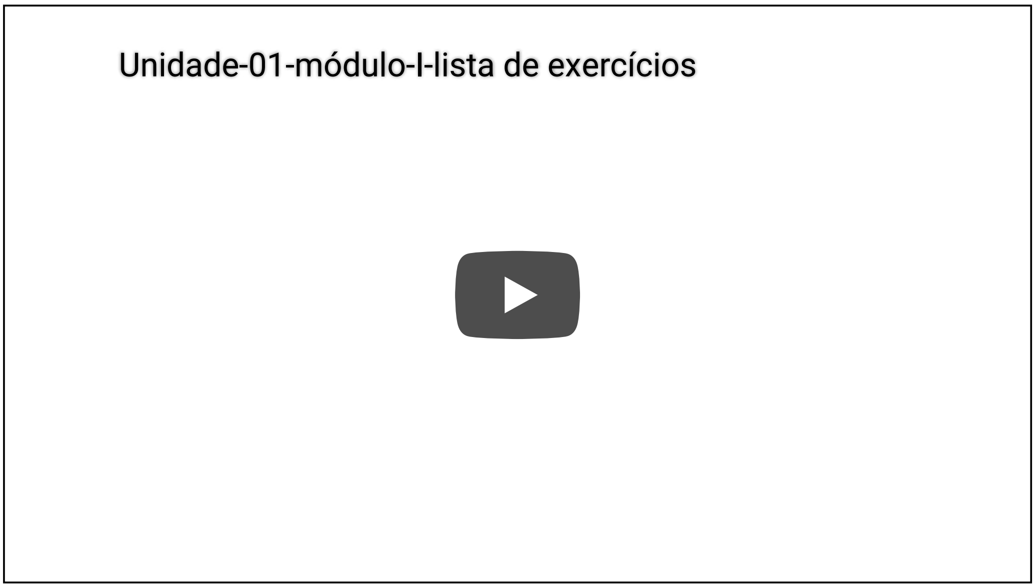
5) Uma pessoa fará x anos no ano x^2. Se esta pessoa nasceu depois da metade do século XX, qual é o ano que esta pessoa nasceu?

6) Você tem em suas mãos 12 moedas aparentemente idênticas, mas sabe que uma delas, falsificada, tem massa ligeiramente diferente das demais e é mais leve! Usando apenas uma balança de dois pratos, você conseguiria descobrir em 3 medições, qual a moeda diferente?

7) Uma região metropolitana tem as seguintes cidades: Porto Alegre, Viamão, Cachoeirinha, Gravataí e Esteio. Porto Alegre faz fronteira com Esteio a 27km, Cachoeirinha a 18km e Viamão a 22km. Esteio faz fronteira com Porto Alegre (como citado antes), com Cachoeirinha a 18km e com Gravataí a 23km. Gravataí faz fronteira com Esteio, com Cachoeirinha a 12km e com Viamão a 23km. Viamão faz fronteira com Gravataí, Porto Alegre e com Cachoeirinha a 23km. Cachoeirinha faz fronteira com todas cidades.

Qual a menor distância a ser percorrida para visitar todas cidades? Qual a menor distância para ir de Gravataí à Porto Alegre?

Resolução - Vídeo



Módulo 2 - Conjuntos

Para relembrar conjuntos recomendamos: OLIVEIRA, C. A. M. Matemática. Curitiba: Intersaberes, 2016.

O tema conjuntos no livro base inicia na página 14: http://qi.bv3.digitalpages.com.br/users/publications/9788559721430/pages/15 (Antes de abrir o link faça login na Biblioteca Virtual)

No conteúdo passado vimos como estruturar o raciocínio lógico utilizando algumas estruturas simples mas de maneira livre. Nesta aula veremos como fazê-lo usando linguagens pré-definidas, o que é de praxe na matemática e computação.

Linguagens

Até o momento vimos como estruturar nosso raciocínio lógico usando inferências, hipóteses, axiomas e argumentos. Entretanto, para poder expressar cada uma dessas informações, acima de tudo, necessitamos de uma linguagem.

Uma linguagem é o resultado de:

- um conjunto finito de símbolos (alfabeto) que…
- usamos para criar um conjunto finito de morfemas (partes de palavras);
- palavras estas que são combinadas (morfologicamente) para formar sentenças…
- que devem seguir as regras de organização (gramática)

Podemos citar o Português como uma linguagem que usamos para expressar nosso raciocínio lógico. No português possuímos o alfabeto, que é o mesmo utilizado em quase todo o ocidente, que usamos para criar os morfemas, que são as menores partes das palavras (como prefixos, sufixos, radicais, etc). Combinando morfemas temos as palavras que para que se tornem sentenças com sentido, devem seguir a gramática da língua portuguesa.

Idiomas utilizados pelos seres humanos são chamados de linguagens naturais, enquanto que as linguagens de máquina (e de programação) são chamadas de linguages artificiais, embora todas sigam a mesma estrutura de composição de linguagem.

Ou seja, se pegarmos uma linguagem de programação, como o Java, teremos um alfabeto (lembrando que não estamos falando só de letras, mas de símbolos), que é utilizado para criar os morfemas e assim por diante.

E por fim, o motivo pelo qual estudamos como estruturar o raciocínio lógico é porque, independente do tipo de linguagem, natural ou artificial, o raciocínio lógico sempre estará presente.

Teoria dos Conjuntos

Citamos anteriormente coisas como “conjuntos finitos”, “regras gramaticais” e outras tantas coisas que provavelmente você já ouviu falar no ensino fundamental e médio. Pois é, para que possamos expressar o raciocínio lógico utilizando linguagens é sempre necessário utilizar algumas premissas e axiomas oriundos da teoria dos conjuntos, que é alvo de estudo da lógica e de uso comum por diversas outras ciências como Matemática e Letras.

Não obstante, usamos a teoria dos conjuntos para definir o conjunto de símbolos válidos para uma determinada linguagem, o seu alfabeto, uma vez que para usar corretamente uma linguagem primeiro temos de conhecer seus símbolos.

Basicamente um conjunto é uma coleção de elementos. Esta não é uma definição formal, mas sim uma definição intuitiva. Os alunos da turma de lógica (à noite) na unidade 09 são um conjunto de alunos que estão matriculados em uma disciplina específica, em uma unidade e turno específicos. Coincidentemente estes alunos estão próximos uns dos outros, mas esta não é uma restrição de um conjunto como podemos dizer do conjunto de profissionais de TI que programam Java (no mundo inteiro).

Outros exemplos de conjuntos:

- Conjunto dos números naturais positivos.
- Conjunto das pessoas que são fãs de Star Wars.
- Conjunto de planetas do sistema solar.

Pertence e Não-Pertence

Para indicar que um elemento pertence a um conjunto, utilizamos o símbolo ∈

Logo, se um elemento X pertence a um conjunto Y, podemos representar que:

$$X \in Y$$

Ou um exemplo mais tátil, se um gato pertence à família dos mamíferos, podemos declarar que:

Gato ∈ Mamíferos

Quando queremos negar a presença de um determinado elemento em um conjunto, usamos o

símbolo ∉

Logo, se um elemento X não pertence a um conjunto Y, podemos representar que:

$$X \notin Y$$

Ou, por exemplo, que:

Gato ∉ Répteis

Representação de Conjuntos

Podemos representar conjuntos de duas formas: através de enumeração ou através de descrição.

Enumeração: C = {Pedro, Paula, Maria}

Descrição: C = {x | x é um estudante de computação}

Na enumeração, como vimos acima, listamos todos os elementos do conjunto. Note que isto não é viável em conjuntos muito grandes, a menos que exista uma progressão facilmente identificável de elementos, como este conjunto de números pares:

C = {0,2,4,6,8,10...}

Usamos neste caso as reticências para indicar que o conjunto continua seguindo a mesma lógica.

Para este e outros casos em que o número de elementos é demasiado grande para ser enumerado, utilizamos o modelo descritivo, que no caso do conjunto de números pares poderia ser assim:

C = {x | x é um número par positivo >= 0}

Note que apesar destes exemplos representarem elementos em comum, isto não é uma regra na teoria dos conjuntos. Você NÃO precisa ter elementos de mesmo tipo para constituir um conjunto, embora seja o caso mais comum.

Conjuntos Especiais

Temos alguns tipos de conjuntos especiais:

Conjunto Vazio é um conjunto que não possui elementos. Usamos o símbolo ∅ para representá-lo.

Ex:

X = { x | x é um número primo par diferente de 2 } = ∅

Podemos dizer que o conjunto acima é vazio, uma vez que não existe outro número primo par além de 2. Também podemos dizer que o vazio está presente em todos os conjuntos que também contenham elementos, como um dos seus.

Conjunto Unitário é o nome dado a um conjunto que possui apenas um elemento. Não existe um símbolo específico para descrever tal conjunto. Ex:

X = { x | x é um número primo par }

Podemos dizer que o conjunto acima é unitário, uma vez que existe apenas um número primo par, que é o 2.

Conjunto Universo é o nome dado a um conjunto que compreende todos os elementos de um dado contexto, sem exceção para facilitar a representação. Ex:

U = { x | x é um mamífero }

Neste caso o conjunto universo U acima compreende todos os mamíferos existentes, sem precisar enumerá-los e sem excluir nenhum.

E por fim, um **Conjunto Infinito**, é um conjunto que não conseguimos enumerar todos os seus elementos, por mais que tentássemos, como o conjunto de números naturais, por exemplo.

Um ponto importante a ressaltar ainda dentro da teoria dos conjuntos é o Princípio da Extensionalidade que diz que, dois conjuntos que possuam os mesmos elementos são equivalentes, ou seja, são o mesmo conjunto. Desta forma:

X = { x | x é um homem } e Y = { x | x não é uma mulher}

São o mesmo conjunto, apenas descrito de maneiras diferentes (nem mesmo a ordem dos elementos, se enumerados, importa) e podemos afirmar por este princípio que:

X = Y

Desta forma podemos assumir também que somente existe um conjunto vazio (), pois todo conjunto que não possui nenhum elemento é igual ao conjunto vazio.

Relações entre Conjuntos

A teoria dos conjuntos nos permite definir relações de inclusão entre os conjuntos.

Se cada elemento de um conjunto A for também elemento de um conjunto B, dizemos que A está contido em B, ou que A é um subconjunto de B, como segue:

$A \subset B$

Ex: A = {Gato, Cachorro, Vaca} e B = {x | x é um mamífero}

Isto pode ser traduzido pela expressão: “Todo elemento de A é elemento de B” e somente é verdadeira se TODOS elementos de A existem também no conjunto B. Caso algum elemento de A não esteja presente também no conjunto B, a premissa é falsa.

Outro símbolo que também pode vir a ser utilizado para representar o relacionamento de inclusão é o contém, como no exemplo abaixo, que lê-se: “B contém A” e é equivalente ao exemplo

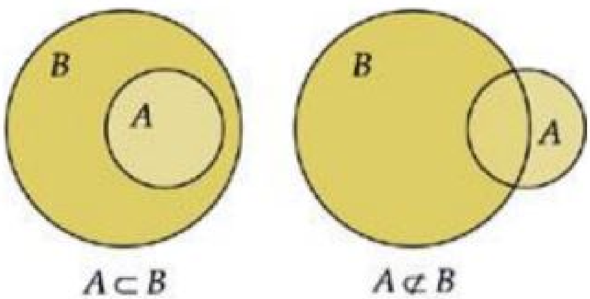
anterior.

$B \supset A$

Analogamente, quando um conjunto possui elementos que não se encontram dentro de outro conjunto, dizemos que o conjunto A não está contido em B com a representação abaixo:

$A \not\subset B$

Ex: A = {Gato, Cachorro, Canário} e B = {x | x é um mamífero}



Exercícios:

1) Expresse em símbolos os seguintes conjuntos:

a) b é um elemento de A

b) k não é um elemento de B

c) o conjunto consistindo nos elementos a, b e c

d) b é um elemento do conjunto consistindo nos elementos a, b e c

2) É lógico dizer que $A \subset B$ é o mesmo que dizer que $A = B$? Justifique sua resposta com argumentos.

3) Quais das seguintes afirmações são verdadeiras e quais são falsas?

a. $c \in \{a,c,e\}$

b. $e \notin \{a,b,c\}$

c. $\{0,1,2\} \subset \{0,1,2\}$

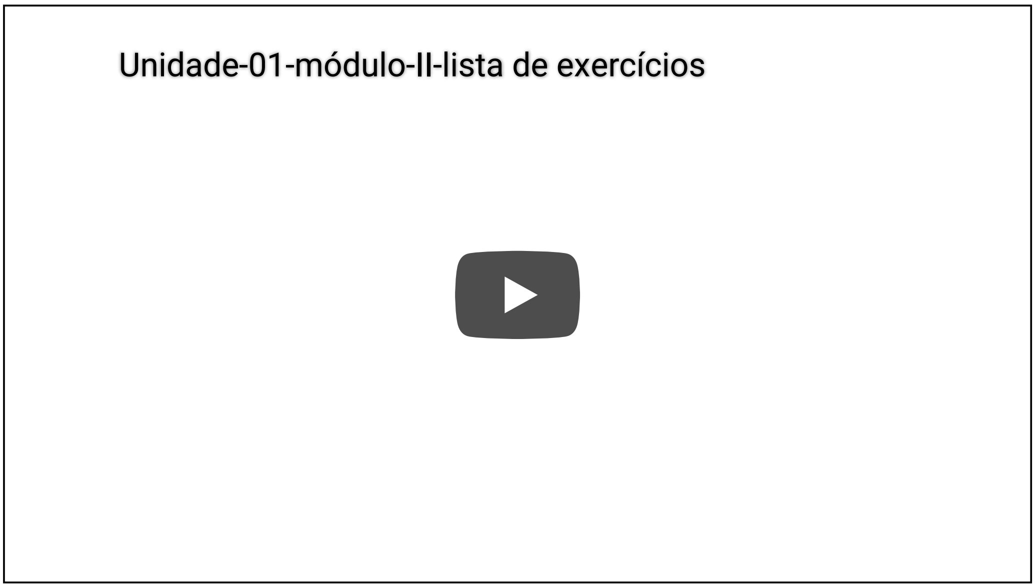
d. $\{a,b\} \subset \{a,b,c\}$

e. $A \in \{b, a\}$

g. $\emptyset \subset \{a,b,c\}$

h. $\{0,1,2\} \subset \{3,2,5,4,6\}$

Resolução - Vídeo



Módulo 03 - Conjuntos II

Operações entre Conjuntos

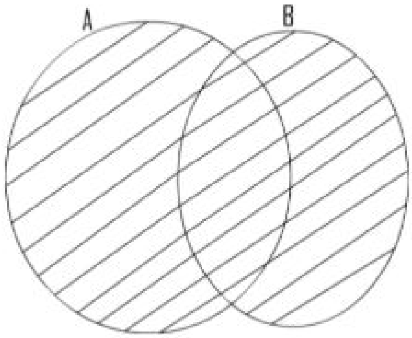
Outra maneira de descrever conjuntos é através de operações sobre conjuntos já existentes.

Operações entre conjuntos resultam em novos conjuntos e constituem a base conceitual da tecnologia por trás de bancos de dados, por exemplo, onde cada tabela seria um conjunto sob o ponto de vista do banco e cada tupla seria um conjunto sob o ponto de vista da tabela.

Quando queremos construir um conjunto que é a soma de dois conjuntos, usamos a união:

$$C = A \cup B$$

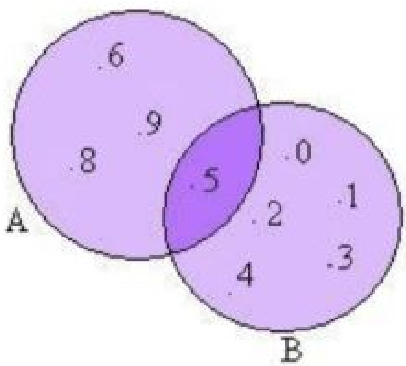
Lê-se “A união B” e quer dizer o conjunto C é fruto da união entre os conjuntos A e B. Ou seja, todo elemento de C é do conjunto A ou do conjunto B. No caso de elementos repetidos entre os conjuntos, consideramos apenas uma unidade de cada elemento no conjunto resultante.



Outra operação sobre conjuntos muito utilizada é a intersecção, denotada por:

$$C = A \cap B$$

Onde lê-se “A intersecção B” e entende-se que o conjunto C possui todos elementos que estão presentes em A e em B, obrigatoriamente. Ou seja, os elementos repetidos em ambos conjuntos



Enquanto que a união de conjuntos resulta em conjuntos que “somam” os elementos de ambos, a operação de diferença de conjuntos, onde o conjunto resultante é composto dos elementos que pertencem ao primeiro conjunto excetuando os que também pertencem ao segundo.

C = A - B

Ou seja, C terá tudo que tem em A, exceto o que tem em B (o que for interseccionado/repetido entre eles).

Produto Cartesiano

Existe uma última operação que podemos realizar entre conjuntos que é o produto cartesiano, mas antes de entrar nos detalhes devemos entender primeiro pares de conjuntos.

Assim como chamamos um conjunto que possui apenas um elemento de unitário, podemos chamar um conjunto com apenas dois elementos de par, um com três elementos de tripla, quádrupla para 4 elementos e assim por diante. Lembre-se também que não importa a ordem dos elementos do conjunto, então se 2 pares possuem os mesmos elementos, mesmo que em ordem diferentes, ambos são o mesmo conjunto, assim como em:

{a, b} = {b, a}

Caso a gente queira explicitar que um par (ou tripla, quádrupla, etc) é ordenado, ao invés de utilizarmos chaves devemos utilizar colchetes angulares e , ou seja:

<a, b> é diferente de {b, a}

E o conjunto potência de A = <a, b> tem de ser expresso exatamente nesta ordem:

P(A) = { {a}, {b}, {a,b}}

Enquanto que o conjunto potência de B = <b, a> tem de ser expresso como:

P(B) = { {b}, {a}, {b,a}}

Mas e o produto cartesiano?

Um produto cartesiano entre dois conjuntos, representado por A x B, é o conjunto dos pares ordenados x, y onde x A e y B ou seja:

A x B = {x, y | x A e y B }

Como exemplo podemos citar dois conjuntos: A = {1,2} e B = {a,b}, o produto cartesiano A x B será expresso como:

A x B = { <1, a> , <1, b> , <2, a> , <2, b> }

O produto cartesiano ainda pode ser generalizado para mais conjuntos, como A x B x C, que neste caso será composto por triplas <x, y, z> onde x ∈ A, y ∈ B e z ∈ C, sempre de maneira ordenada.

Você também pode fazer o produto cartesiano de um conjunto por ele mesmo, neste caso podemos denotar A x A como A2

Exercício:

1) Quais das seguintes afirmações são verdadeiras e quais são falsas? No caso de expressões envolvendo operações e relacionamentos, calcule primeiro as operações.

a. $c \in \{a,b\} \cup \{d,c,e\}$

b. $\{1,b\} \subset \{1,b,c\} \cap \{4,d,1,f,b\}$

2) Expresse em símbolos:

a. A é um subconjunto de B

b. O conjunto união de D e S

c. x é elemento de intersecção de A e B

3) Considere os seguintes conjuntos:

$A = \{x,y,z\}$, $B = \{2,4\}$, $C= \{\pi\}$, $D = \{a,b\}$, $E = \{1,4,8\}$ e $F = \{4\}$

Calcule:

a. A x B

b. B x C

c. B x A

d. D x F x B

e. C x F x A

f. E – B

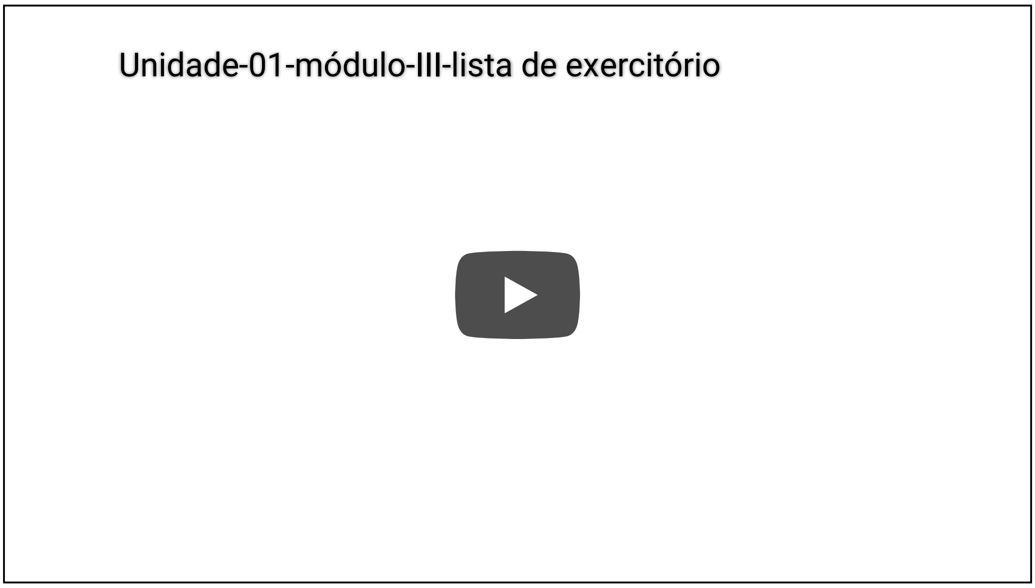
g. D x (B – E)

h. $(B \cap E)$ x F

i. $(E \cup F)$ x D

j. $(C \cup F)$ x $(A – \{x\})$

Resolução - Vídeo



Módulo 4 - Predicados

Lógica, Matemática e Computação

A primeira tentativa de "calcular" argumentos lógicos veio com o matemático e filósofo alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Este estudioso foi um dos primeiros filósofos a utilizar linguagens artificiais para tentar expressar o pensamento, visando chegar a um cálculo lógico para ser utilizado em discussões filósoficas. Dessa forma, quaisquer duas pessoas que estivessem discutindo poderiam transcrever seu raciocínio usando sua linguagem artificial e aplicar o cálculo, que daria a resposta lógica à discussão em questão. À essa linguagem deu-se o nome de Lingua Philosophica, mas nunca se concretizou.

Foi com George Boole, na metade do século XIX, que a lógica se aproximou da matemática através do seu estudo do que veio a ser chamado de álgebra booleana, onde podemos realizar cálculos lógico-matemáticos sobre proposições simbólicas. Da matemática para a computação, como todos já devem saber, é um pulo, e então temos a chamada Lógica Computacional, que de certa forma será o objetivo final desta disciplina. Falaremos mais de Boole quando chegar a hora.

Quando falamos de linguagem artificial para representar estruturas lógicas, aplicado à matemática e computação, trocamos as palavras e sentenças das linguagens naturais pelos termos e fórmulas das linguagens artificiais.

Como exemplo podemos citar que a os números de 0-9 são símbolos do alfabeto matemático, bem como os operadores de adição, subtração, divisão, igualdade, etc. Com isso, podemos afirmar que a expressão:

$$9$$

É um termo matemático, e que:

$$9 + 1 = 10$$

É uma fórmula matemática. Diferente de:

$$+ 1 = 9 \ 10$$

Por quê? Simples mente porque não segue a gramática da matemática, ou regras de formação, que dizem que os operadores aritméticos devem conectar os números presentes em uma fórmula.

Variáveis

Na lógica utilizando linguagens naturais, quando não sabemos se determinada informação é verdadeira ou falsa usamos hipóteses. Quando utilizamos linguagens artificiais, como a matemática, é muito comum o uso de variáveis também. Se lembrar apenas um pouco da álgebra vai entender:

$$X + 1 = 3$$

Onde X é uma variável, pois inicialmente, quando estamos estruturando o raciocínio lógico para construir o cálculo, não sabemos qual é o seu valor. Desta forma, quando estivermos criando nossas hipóteses, iremos substituir a variável X por valores possíveis até encontrar o valor equivalente ao cálculo de X + 1 que é 3.

Em computação é muito comum a utilização de variáveis, uma vez que os algoritmos são complexos e não há como prever os valores que serão necessários em todos os cálculos lógico-aritméticos do sistema. Também podemos utilizar variáveis em linguagens naturais visando a criação de hipóteses, como esta:

Se uma pessoa X comer muita gordura, tenderá a se tornar gordo.

Note que X não é o nome de uma pessoa, mas uma variável que pode ser substituída pelo nome de qualquer pessoa. Variáveis são um recurso muito importante no raciocínio lógico estruturado em linguagens.

Lógicas

Até este momento você já deve ter entendido que a validade de um argumento é determinado por sua forma, e não por seu conteúdo. Logo, se dizemos que todo ‘A é B; c é um A; então c é B’ não importa se estamos falando de animais, pessoas ou disciplinas de graduação, este argumento sempre será verdadeiro.

Com isso em mente, entendemos que ao estudar lógica devemos analisar sua forma e não seu conteúdo, a fim de exercitar nosso cérebro para resolver problemas cada vez mais complexos.

Quando falamos em lógica não estamos nos referindo a apenas uma forma de pensar ou escrever. A lógica contemporânea não é única e existem diversas formas de descrever e resolver problemas lógicos. Desde o silogismo de Aristóteles, uma das formas mais básicas de sistema lógico.

O que os sistemas lógicos possuem em comum já foi citado: conjuntos de proposições, símbolos e regras de estrutura, geralmente utilizando linguagens artificiais para excluir as ambiguidades das linguagens naturais.

Iniciaremos os estudos em lógica com a lógica clássica, muito utilizado inclusive atualmente para os sistemas matemáticos e que mais tarde foi estendida em outros sistemas lógicos.

Cálculo de Predicados de Primeira Ordem

O Cálculo de Predicados de Primeira Ordem, considerado como a lógica clássica, também pode ser chamado de Lógica de Predicados, Lógica de Primeira Ordem, Lógica Elementar ou Teoria da Quantificação, sendo todos equivalentes e geralmente abreviados como CQC (Cálculo Quantificacional Clássico).

É importante mencionar aqui também o Cálculo Proposicional Clássico (CPC, também chamado de cálculo sentencial ou cálculo de enunciados), sendo considerado a lógica de ordem zero, uma vez que é mais antiga (e básica) que o cálculo de predicados, sendo considerada um subsistema deste último.

Usamos o CQC quando queremos analisar a validade de um argumento lógico e também quando estamos interessados em sistematizar o conhecimento que temos a respeito de algum domínio de estudo, bem como fazer inferências a respeito deste domínio, obtendo, então, conhecimento novo. Ou seja, quando estamos fazendo uma teoria (em um sentido bem amplo de teoria) a respeito de um domínio de estudo. Esse conhecimento consistem em proposições que falam dos indivíduos ou objetos que se supõe existirem, das propriedades que eles têm ou deixam de ter, e das relações em que estão, ou deixam de estar, entre si. Podemos chamar tais proposições de premissas, como vimos no conteúdo básico de lógica.

Assim, para usarmos o CQC devemos delimitar o “universo de discurso”, ou seja, que objetos e indivíduos iremos mencionar. Depois precisamos especificar as propriedades deles e suas relações, dentro do espectro do “que nos interessam”. Este processo pode ser chamado de conceitualização.

Alfabeto do CQC

O alfabeto do CQC é composto por:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
N	O	P	Q	R	S	T						
$\neg$	$\vee$	$\wedge$	$\rightarrow$	$\leftrightarrow$	$\forall$	$\exists$	(	)				
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			

A partir deste alfabeto é que vamos construir as expressões da linguagem – começando pelas expressões básicas.

Expressões Básicas do CQC

O primeiro grupo de expressões básicas da linguagem do CQC são as chamadas **constantes individuais**, que tem a função de designar indivíduos. Usaremos as letras minúsculas a...t como constantes individuais, admitindo também o uso de subscritos como a1, a2, etc.

Podemos usar constantes individuais para substituir nomes próprios, como em:

‘Cleo é um peixe’ pode virar ‘c é um peixe’

E também podemos substituir descrições definidas, como em:

‘O autor de D. Quixote é espanhol’ por ‘a é espanhol’

Uma descrição definida não é um nome próprio, mas refere-se a uma pessoa em particular (neste caso, Cervantes, autor de D. Quixote).

É importante notar que uma vez que constantes individuais são individuais, não podem representar dois indivíduos diferentes sob um mesmo contexto. Caso deseja usar a mesma letra, deve usar um número subscrito, como a1 e a2, por exemplo. Note que diferentes descrições definidas, representando o mesmo indivíduo, receberiam, neste caso, a mesma letra, pois tratam de apenas um indivíduo (como ‘Cervantes’ e ‘o autor de D. Quixote’).

O segundo grupo de expressões básicas são as **variáveis individuais** que usam as letras minúsculas u...z com ou sem números subscritos (u1, u2, etc). Obviamente elas não representam indivíduos específicos, mas variam dentro de um domínio de variação, geralmente o conjunto universo que estamos investigando.

Assim, como transformamos ‘Cleo é um peixe’ em ‘c é um peixe’ (nos referindo a um indivíduo específico), podemos dizer que qualquer peixe (até os que não possuem nomes) pode ser descrito como:

x é um peixe

O que afirma que um indivíduo, que pode ser qualquer peixe existente, é um peixe.

Tanto as constantes individuais quanto às variáveis individuais são chamadas de termos da linguagem.

Constantes de predicados e fórmulas atômicas

Nosso próximo passo é introduzir símbolos para propriedades e relações. Ser um pássaro é uma propriedade que todo canário tem, e temos que ter como representar isso em nossa linguagem. Propriedades são características dops indíviduos dentro do CQC, no formato:

‘x é um gato’ é uma propriedade

‘x é um filósofo’ é outra propriedade

Ou seja, propriedades são expressas por sentenças declarativas em uma linguagem natural (como o Português). Esse tipo de construção, onde temos variáveis individuais e propriedades são o que chamamos de formas sentenciais ou funções proposicionais.

Ter propriedades nos leva ao nosso terceiro grupo de expressões básicas, as constantes de predicado. Para elas usamos as letras maiúsculas de A...T, incluindo números subscritos como A1, e T2, por exemplo.

Dissemos anteriormente que ‘x é um peixe’, o que é uma propriedade de todos os peixes do nosso universo. Se escolhermos o símbolo ‘P’ para representar esta propriedade e nossa primeira premissa for ‘Cleo é um peixe’ (lembra-se?) teremos:

Pc

Onde primeiros declaramos a propriedade (P) e depois a constante individual (c). Analogamente se temos um gato chamado Miau, representado pela constante individual m, sendo que ‘x é um gato’ é uma propriedade representada por G, teremos a fórmula (como são chamadas estas construções predicado + constante) de:

Gm

Estas são as fórmulas mais simples das quais dispomos, chamadas de **fórmulas atômicas**, pois não podem ser decompostas em fórmulas mais simples.

Também podemos criar fórmulas atômicas a partir de variáveis, como a propriedade Px de ‘x é um peixe’.

OBS: no CQC trazemos sempre o tempo verbal para o presente para evitar problemas.

Continuando, alguns predicados não são propriedades, mas comparações, como em:

João é mais alto que Maria.

Neste caso, definimos que 'é mais alto' será definido pela constante de predicado H, enquanto que João será a constante individual 'j' e Maria como 'm', assim 'João é mais alto que Maria' pode ser definido pelas regras do CQC como:

Hjm

Isso é o que chamamos de **relação binária.**

Podemos utilizar tanto constantes individuais como variáveis individuais e que a ordem dos elementos influencia muito na sua interpretação. Ou seja, se definirmos Hjm dizemos que 'João é mais alto que Maria', enquanto que se representarmos Hmj, estamos dizendo o contrário. Obviamente se uma das expressões é verdadeira, a outra é falsa.

Além de relações binárias também podemos ter relações ternárias como na sentença:

João está sentado entre Maria e Cláudia

Neste caso podemos representar o predicado 'está sentado entre' pela constante E, enquanto que João, Maria e Cláudia representaremos pelas constantes individuais j, m e c respectivamente. Assim, nossa relação ternária pode ser expressa como:

Ejmc

Simples, não?

Exercícios:

1) Usando a notação sugerida, traduza as sentenças abaixo para a linguagem do CQC.
Notação: c: Cléo, m:Miau, t:Tweety; F: x é um peixe; P: x é um pássaro; G: x é um gato; M: x é maior do que y; L: x gosta mais de y do que de z

a) Cléo é um pássaro.

b) Miau é um peixe.

c) Miau é maior que Cléo.

d) Tweety é um gato.

e) Tweety é maior que Miau.

f) Miau é maior que Tweety.

g) Miau gosta mais de Cléo do que Tweety

h) Tweety gosta mais de Miau do que de Cléo.

i) Cléo gosta mais de si mesma do que de Miau.

2) Traduza as seguintes sentenças para a linguagem do CQC usando a notação sugerida.

a) Carla é pintora. (c: Carla, P: x é pintora)

b) Paulo é jogador de futebol. (p: paulo, J: x é jogador de futebol)

c) Carla é mais alta que Paulo. (A: x é mais alta que y)

d) Paulo é irmão de Carla. (I: x é irmão de y)

e) Paulo ama Denise. (d: Denise, A: x ama y)

f) Denise ama Paulo

g) Carla gosta de si própria. (G: x gosta de y)

h) A Lua é um satélite da Terra. (l: Lua, t: Terra, S: z é um satélite de y)

i) Carla deu a Paulo o livro de Denise. (D: x dá a y o livro de z)

j) Paulo deu a Carla o livro de Denise.

k) Paulo é filho de Alberto e Beatriz. (a: Alberto, b: Beatriz, F: x é filho de y e z)

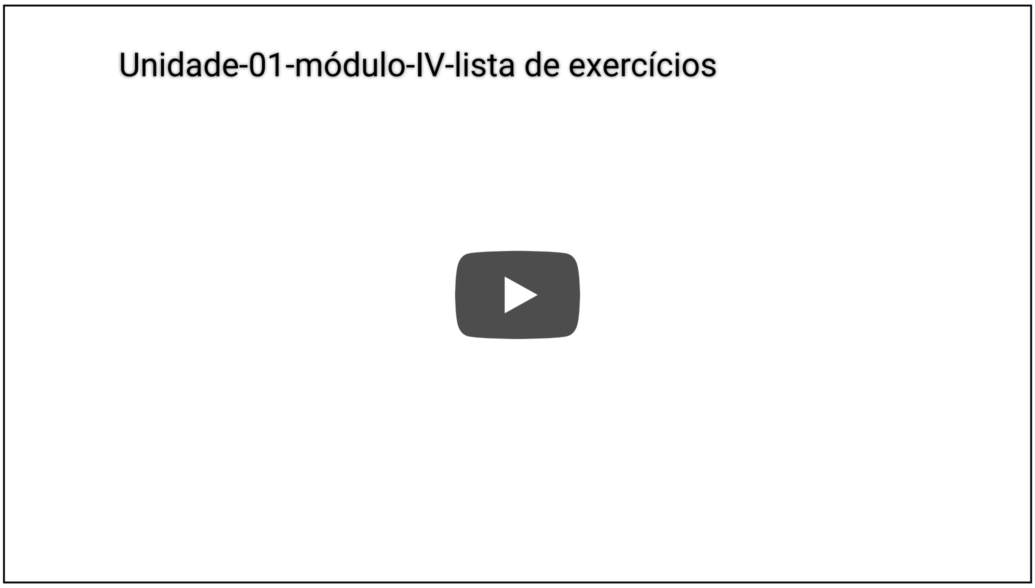
l) Florianópolis fica entre Porto Alegre e Curitiba. (f: Florianópolis, p: Porto Alegre, c: Curitiba, E: x fica entre y e z)

m) Curitiba fica entre Florianópolis e São Paulo. (s: São Paulo)

n) Paulo comprou em Curitiba um quadro de Matisse para presentear Denise. (m: Matisse, C: x comprou em y um quadro de z para presentear w)

o) Alberto comprou em São Paulo um quadro de van Gogh para presentear Beatriz. (g: van Gogh)

Resolução - Vídeo



Módulo 5 - Operações Lógicas

Operações Lógicas

Vimos anteriormente como construir e utilizar fórmulas atômicas com a Lógica de Predicados. Mas e quando os argumentos são formados por mais de uma sentença, como em:

Cléo é um peixe e Miau é um gato.

Isso é o que chamamos de sentença molecular ou complexa e contém as duas premissas do argumento como partes. Neste exemplo, a conjunção 'e' serve para ligar as duas partes. Outro exemplo poderia ser:

João é músico ou João é pintor.

Onde a conjunção 'ou' faz a ligação. A esse tipo de expressão do Português, que forma sentenças complexas a partir de sentenças simples, damos o nome de conectivo ou operador lógico.

Existe um número muito grande de conectivos nas linguagens naturais. Contudo, nem todos eles vão ser de interesse para o CQC. Entre aqueles que são formalizados pelo CQC, temos o operador de negação, que em Português geralmente é indicado pela palavra 'não'. Dada uma sentença como:

Cléo é um peixe.

Podemos formar sua negação dizendo:

Cléo não é um peixe.

Para representar o operador de negação usamos o símbolo ¬ enquanto que alguns autores usam ~. Assim, a sentença anterior pode ser descrita pela CQC como:

~Pc

Considerando que P é a constante de predicado para 'x é um peixe' e 'c' é a constante individual para Cléo.

Note que o símbolo de negação apareceu antes da sentença negada, enquanto na versão em Português isso ocorre dentro da sentença. Uma maneira mais lógica de ler '~Pc' é:

Não é verdade que Cléo é um peixe.

Uma fórmula como essa é o que chamamos de fórmula molecular e esse tipo de construção pode ser repetido se quisermos fazer uma negação da negação como em:

~~Pc

Note que ~~Pc e Pc são fórmulas diferentes, embora na maioria dos casos o seu efeito lógico possa vir a ser o mesmo.

O operador de negação tem uma característica interessante: configura o que chamamos de uma função da verdade. Isso quer dizer que podemos determinar se uma sentença negativa como ~Pc é verdadeira ou falsa se soubermos se a sentença Pc é verdadeira ou falsa. Ou seja, se soubermos que ‘Cléo é um peixe’ é verdadeiro, então sabemos que a sentença ‘Cléo não é um peixe’ é falsa e vice-versa.

E por fim, o operador de negação é o que chamamos de operador unário, pois aplica-se a apenas uma sentença. Os demais operadores que veremos a seguir são binários pois aplicam-se a duas sentenças para formar uma terceira.

Dentre os operadores binários vamos começar pelo operador ‘e’ que chama-se conjunção. Se dizemos:

Pedro é inteligente e preguiçoso.

Temos uma conjunção, uma vez que estamos afirmando ambos argumentos, e o símbolo que utilizamos quando trazemos esta expressão para o CQC é o circunflexo ‘^’, como segue:

(Ip ^ Pp)

Onde I é a constante de predicado para ‘x é inteligente’ e P representa a fórmula ‘x é preguiçoso’. O p minúsculo representa o indivíduo Pedro.

Cada um dos elementos de uma conjunção chama-se conjuntivo ou conjunto (não confundir com a teoria dos conjuntos e nem a palavra conjunção com a conjunção da gramática portuguesa). Uma conjunção somente é verdadeira se ambos os argumentos forem verdadeiros e o uso dos parênteses enfatiza quais os conjuntivos que usaremos para o cálculo.

Um outro operador do CQC que utilizaremos chama-se disjunção, que representa o conectivo ‘ou’ em Português, cujo símbolo é ‘v’, onde pegamos a sentença:

João gosta de Maria ou Maria gosta de João

E representamos como:

(Gjm v Gmj)

Onde a constante de predicado G simboliza ‘x gosta de y’, ‘j’ representa João e ‘m’, Maria. Os elementos de uma disjunção são chamados de disjuntivos ou disjuntos. Ao contrário da conjunção, uma disjunção é verdadeira desde que ao menos um dos seus disjuntivos seja verdadeiro.

O próximo operador conhecido é o que chamamos de implicação e que é representado no Português por sentenças dop tipo ‘se...então...’, chamadas de sentenças condicionais, ou simplesmente de condicional. O símbolo utilizado para as condicionais é uma seta →.

Desta forma, se usarmos a constante de predicado N para a sentença ‘Neva’ e F para ‘Faz muito frio’, podemos representar a sentença:

Se neva, então faz muito frio.

Como:

(N → F)

Dados um condicional, chamamos de antecedente o que precede a seta e consequente o que a sucede. Note que às vezes a língua portuguesa apresenta condicionais em outra ordem, mas possuindo o mesmo sentido, então devemos tomar cuidado na hora de transcrever para o CQC. Como exemplo podemos citar ‘Faz muito frio, se nevar.’ como um equivalente à expressão anteriormente descrita.

De qualquer forma, nossa sentença condicional será verdadeira se tivermos um antecedente verdadeiro. Simples assim.

O último operador que no falta considerar é a bi-implicação,também chamada de bicondicional. No Português representamos as bicondicionais com as expressões ‘...se e somente se...’ e ‘... é equivalente a ...’, enquanto que no CQC traduzimos para uma seta bidirecional: $\leftrightarrow$

Portanto:

$$(N \leftrightarrow F)$$

Sinaliza:

‘Neva se, e somente se, faz muito frio.’

A razão de chamarmos esse operador de bicondicional é porque, de fato, existem dois condicionais envolvidos:

$$(N \rightarrow F)$$

E:

$$(F \rightarrow N)$$

Ora, se neva somente quando faz muito frio, e quando faz muito frio neva, temos uma bicondicionalidade ou bi-implicação.

Com isso, entendemos que se α e β são fórmulas, são expressões válidas do CQC as expressões:

$$\neg\, \alpha,\ (\alpha \wedge \beta),\ (\alpha \vee \beta),\ (\alpha \rightarrow \beta) \text{ e } (\alpha \leftrightarrow \beta)$$

Onde alfa e beta minúsculos são o que chamamos de metavariáveis e podem tanto representar uma fórmula atômica (como Pc) como fórmulas moleculares (como Pc v Cm), assim, podemos ter expressões significativamente complexas como em:

$$(Pc \wedge (Gmx \leftrightarrow \neg Km))$$

Note que quando usarmos letras gregas minúsculas (incluindo suas variantes subscritas) estamos usando metalinguística, ou seja, não estamos usando símbolos literais da linguagem do CQC mas apenas representações dos mesmos, ou seja, são esquemas de fórmulas que podemos substituir por fórmulas válidas.

Sinais de Pontuação

Os exemplos de sentenças que vimos até agora eram extremamente simples, com apenas uma operação. Mas é extremamente comum termos sentenças mais complexas, onde um operador é aplicado a outras sentenças que já são complexas para formar sentenças mais complexas ainda, como em:

Se Sócrates é um filósofo e é grego, então Sócrates é mortal.

Obviamente esta sentença é um condicional, e com isso a representamos como:

$$((Fs \wedge Gs) \rightarrow Ms)$$

Assim, a conjunção que diz que Sócrates é filósofo e grego é o antecedente da condicional, enquanto que a consequência é Sócrates ser mortal. Sem os parênteses, que são um sinal de pontuação, essa expressão ficaria ambígua, não daria para ter certeza do que ela quer dizer, como segue:

$$Fs \wedge Gs \rightarrow Ms$$

Poderíamos assumir, assim, que Sócrates é um filósofo e que ele é grego, mas somente por ser grego ele já seria um mortal. O uso de parênteses na lógica de predicados é tão essencial quanto na matemática. Com exceção da negação (a nossa única operação unária), todas as demais operações necessitam do uso de parênteses.

Exercícios:

1) Usando a notação sugerida, transcreva as sentenças abaixo para a linguagem do CQC.
c: Cléo, m: Miau, t: Tweety, F: x é um peixe, P: x é um pássaro, G: x é um gato, M: x é maior do que y, L: x gosta mais de y do que de z

a) Cléo não é um pássaro.

b) Miau não é um peixe.

c) Miau é um gato ou é um pássaro.

d) Miau é um gato e é maior que Cléo.

e) Tweety não é um gato.

f) Ou Tweety é maior que Miau, ou Miau é maior que Tweety.

g) Se Miau é maior que Tweety, então Tweety não é maior que Miau.

h) Miau é maior que Tweety, se Tweety não é maior que Miau.

i) Se Miau é um gato, então não é um peixe.

j) Miau gosta mais de Cléo do que de Tweety se e somente se Tweety é um pássaro.

k) Tweety gosta mais de Miau do que de Cléo, mas Miau não gosta mais de Cléo do que de Tweety.

l) Nem Miau nem Cléo são pássaros.

m) Tweety não é um gato ou não é um peixe.

n) Não é verdade que Tweety é um gato e um peixe.

o) Não é o caso que, se Miau é um gato, então é um peixe

2) Formalize as sentenças abaixo usando a notação sugerida.

a) Carla é pintora mas Paulo é jogador de futebol. (c: Carla, p: Paulo, P: x é pintora, J: x é jogador de futebol)

b) Ou Paulo é um engenheiro, ou Carla o é. (E: x é engenheiro)

c) Carla é pintora, mas Paulo é engenheiro ou jogador de futebol.

d) Se Sócrates é o mestre de Platão, então Platão é um filósofo. (s: Sócrates, p: Platão, M: x é mestre de y, F: x é um filósofo)

e) Paulo ama Denise, que ama Ricardo. (d: Denise, r: Ricardo, A: x ama y).

f) Paulo ama a si próprio se e somente se ele é narcisista. (N: x é narcisista)

g) Chove ou faz sol. (C: chove, S: faz sol)

h) Não chove, mas nem faz sol e nem está frio. (F: está frio)

i) João vai à praia, se o tempo estiver bom. (j: João, P: x vai à praia, T: o tempo está bom)

j) Se o tempo estiver bom, e não fizer muito frio, João irá à praia. (F: faz muito frio)

k) Se o tempo não estiver bom, então, se fizer muito frio, João não irá à praia.

l) A Terra é um planeta, e a Lua gira em torno da Terra. (t: Terra, l: Lua, P: x é um planeta, G: x gira em torno de y)

m) Saturno é um planeta, mas não gira em torno de Alfa Centauri (s: Saturno, a: Alfa Centauri)

n) A Lua não é um planeta, nem gira em torno de Saturno.

o) Miau é um gato preto. (m: Miau, G: x é um gato, P: x é preto)

p) Miau é um gato angorá que não é preto. (A: x é angorá)

q) Carla é mais alta que Paulo somente se Paulo é mais baixo que Carla. (A: x é mais alto que y, B: x é mais baixo que y)

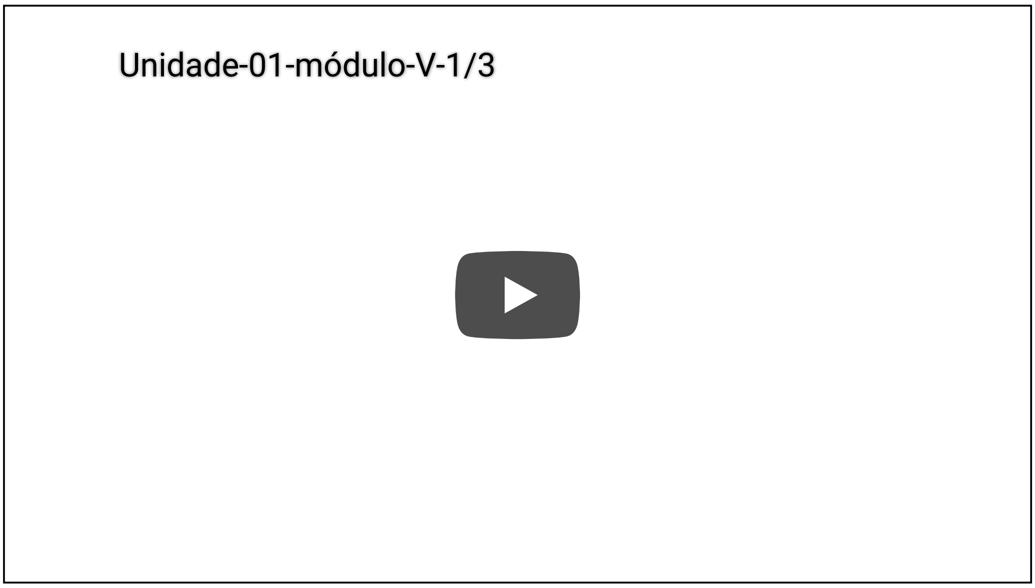
r) Carla não é mais alta que Paulo somente se for mais baixa ou tiver a mesma altura que ele. (T: x tem a mesma altura que y)

3) Traduzir as fórmulas abaixo do CQC para o Português considerando que a: Antônio, b: Bernardo, c: Cláudia, d: Débora, F: x é um filósofo, G: x gosta de y, D: x detesta y.

(a)	Gbd	(f)	$(\neg Gcb \lor \neg Gbc)$
(b)	$(Fb \land Fd)$	(g)	$(Gbb \rightarrow Dcb)$
(c)	$(Fb \land \neg Fa)$	(h)	$(Gbd \leftrightarrow Dcd)$
(d)	$(Fa \land Gac)$	(i)	$(Dbd \rightarrow (Fb \lor Fd))$
(e)	$(Gbd \land Ddb)$	(j)	$((Fa \land Fc) \rightarrow (Gac \land Gca))$

Resolução - Vídeo

Exercício 1:



Exercício 2:

Exercício 3:


Unidade-01-módulo-V-3/3