

CURSO SUPERIOR DE ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS ORGANIZAÇÃO DE COMPUTADORES Aula 02

SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Professor M Silvio Augusto Langer Aula 02

Objetivo

- ► Tipos de Bases de Numeração
- Conversão de Bases

Introdução

- Existem vários sistemas numéricos, dentre os quais se destacam:
 - ► Sistema decimal = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
 - ► Sistema binário = 0, 1
 - ► Sistema octal = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 - ► Sistema hexadecimal = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
- Sistema decimal é utilizado por nós no dia-a-dia.
 - ▶ Possui 10 algarismos.
- Sistema binário e hexadecimal
 - Área de técnicas digitais e informática.

Sistema de Numeração

- ► A quantidade de algarismos disponíveis em um dado sistema de numeração é chamada de Base.
 - Serve para indicar a noção de grupamento.
 - Sistema decimal tem base 10, binário base 2.
- ► Representação numérica é chamada notação posicional.
 - ► Algarismos componentes de um número assumem valores diferentes, dependendo da posição relativa no número.

Sistema de Numeração

- Forma de representação numérica mais comum: notação posicional
 - Os algarismos componentes de um número assumem valores diferentes, dependendo de sua posição relativa no número
 - ► Exemplo de sistema posicional: decimal
 - ▶ Os computadores usam sistema de numeração posicional.
 - Exemplo de sistema não posicional: Romano.

Sistema Decimal de Numeração

- Exemplo sistema posicional:
 - ► Seja o número 1303₁₀. Considerando-se a base 10.

| UM | С | D | U | |
|--------------------|------------|------------|------------|--|
| 1 | 3 | 0 | 3 | |
| $1x10^{3}$ | $3x10^{2}$ | $0x10^{1}$ | $3x10^{0}$ | |
| 1000 | 300 | O | - 3 | |
| 1303 ₁₀ | | | | |

Sistema Decimal de Numeração

Exemplo:

| 100 | 10 | 1 |
|-----|----|---|
| 5 | 9 | 4 |

$$\rightarrow$$
 5 x 100 + 9 x 10 + 4 x 1 = 594

Centena Dezena Unidade

| 10 ² | 10 ¹ | 10 ⁰ |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| 5 | 9 | 4 |

$$\rightarrow$$
 5 x 10² + 9 x 10¹ + 4 x 10⁰ = 594

- Existem apenas dois algarismos:
 - ► Para representar a quantidade zero utilizarmos o algarismo 0.
 - ► Para representar a quantidade um utilizamos o algarismo 1.
 - ► Cada dígito binário recebe a denominação de bit (binary digit),
 - ▶ O conjunto de 4 bits é denominado de *nibble*
 - ▶ O conjunto de 8 bits é denominado *byte*.

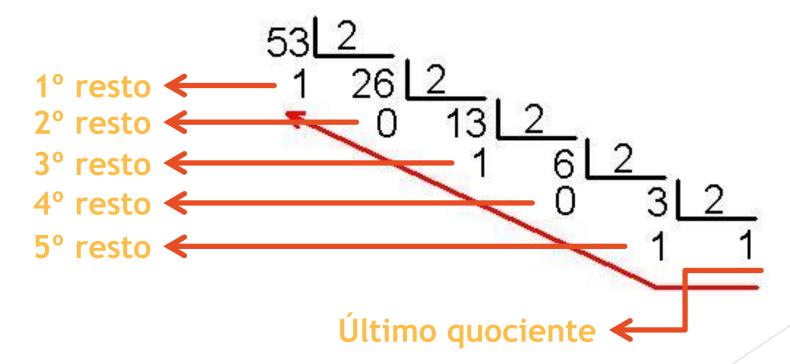
| DECIMAL | BINÁRIO |
|---------|---------|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 10 |
| 3 | 11 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |

- ► Conversão do Sistema Binário para o Sistema Decimal
 - \triangleright Exemplo: número 5 = 101₂.

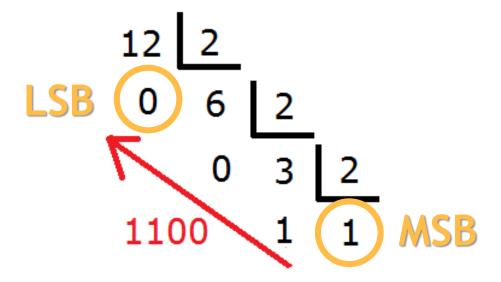
| | 2 ² | 21 | 2 ⁰ | |
|---|-----------------------|--------------------|-----------------------|------------|
| | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | | | | |
| | 1 x 2 ² + | 0 x 2 ¹ | + 1 x 2 ⁰ | l |
| | 1 x 4 + | 0 x 2 - | + 1 x 1 | → 5 |

- **Exemplos:**
 - **▶** 1011₂
 - **▶** 1043₂
 - **▶** 01110₂

- ► Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Binário
 - ► Exemplo: 53₁₀



- ► Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Binário
 - ▶ Bit menos significativo de um número binário recebe a notação de LSB (*Least Significant Bit*)
 - ▶ Bit mais significativo de MSB (*Most Significant Bit*)



- ► Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Binário
 - Exemplos:
 - **▶**47₁₀

▶21₁₀

►552₁₀

Sistema Octal de Numeração Sistema de Numeração

- ► Conversão do Sistema Octal para Sistema Decimal
 - **Existem 8 algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7.**

| DECIMAL | OCTAL |
|---------|-------|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |

| DECIMAL | OCTAL |
|---------|-------|
| 8 | 10 |
| 9 | 11 |
| 10 | 12 |
| 11 | 13 |
| 12 | 14 |
| 13 | 15 |
| 14 | 16 |
| 15 | 17 |

- ► Conversão do Sistema Octal para o Sistema Decimal
 - Exemplo: 144₈.

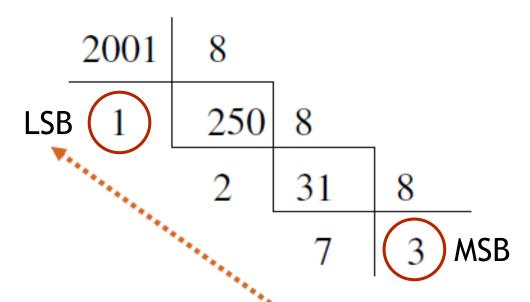
| 8 ² | | 8 ¹ | | 8 ⁰ | | |
|--------------------|---|-----------------------|---|-----------------------|-----------------|--|
| 1 | | 4 | | 4 | | |
| | | | | | | |
| 1 x 8 ² | + | 4 x 8 ¹ | + | 4 x | 80 | |
| | | | | | | |
| 1 x 64 | + | 4 x 8 | + | 4 x | $1 \rightarrow$ | |

Exemplos:

- **▶77**₈
- ►100₈ ►476₈

- ► Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Octal
 - ▶ O processo é análogo à conversão do sistema decimal para o binário, somente que neste caso, utilizaremos a divisão por 8, pois sendo o sistema octal, sua base é igual a 8.

► Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Octal



Conversão do número 2001₁₀ para Octal.

Resultado: 37218

- ► Conversão do Sistema Decimal para o Sistema Octal
 - Exemplos:
 - **▶92**₁₀
 - **►74**₁₀
 - **►**512₁₀
 - **►719**₁₀

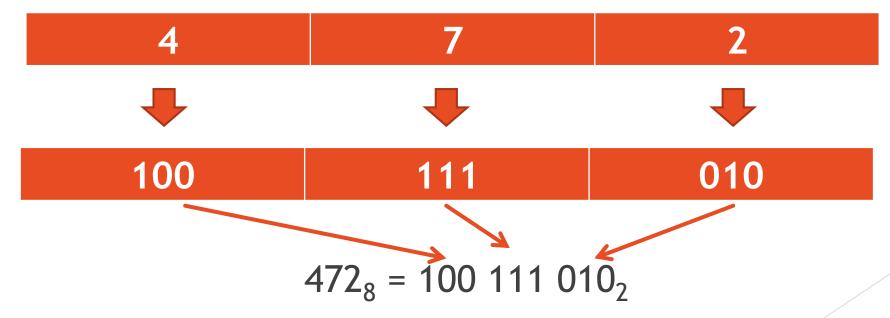
► Conversão do Sistema Octal para o Sistema Binário

- ► A principal vantagem do sistema octal é a facilidade com que a conversão pode ser feita entre os números binário e octal.
- ► Essa conversão é realizada convertendo-se cada dígito octal no seu equivalente de 3 bits.
- ▶ Os oito dígitos possíveis são convertidos conforme tabela.

| Digito Octal | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Equivalente binário | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |

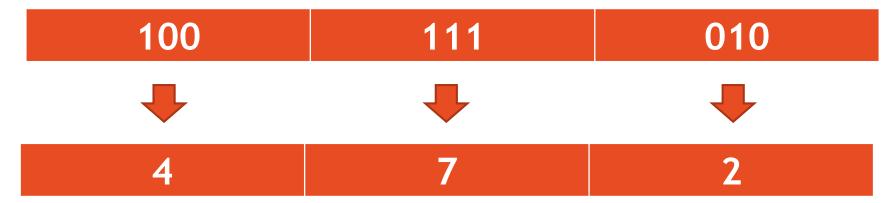
$$2^3 = 8$$

- ► Conversão do Sistema Octal para o Sistema Binário
 - ► Exemplo:



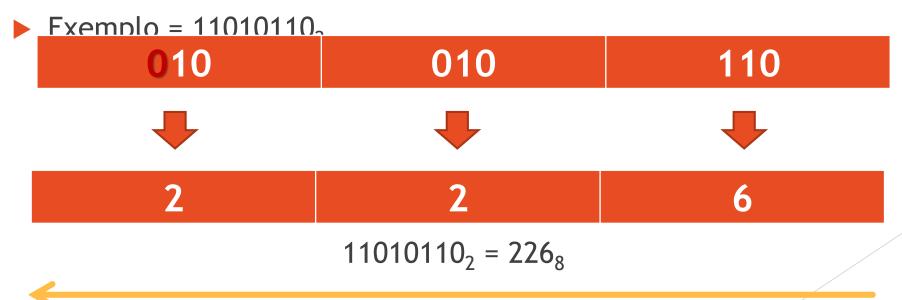
- ► Conversão do Sistema Octal para o Sistema Binário
 - Exemplos:
 - **▶**34₈
 - ▶536₈
 - ▶5431₈
 - ►44675₈

- ► Conversão do Sistema Binário para o Sistema Octal
- **Exemplo:** 100111010₂



$$100\ 111\ 010_2 = 472_8$$

Algumas vezes, o <u>número binário não tem grupos regulares de 3 bits</u>. Para esses casos, podemos contar um ou dois 0s à <u>esquerda</u> do MSB do número binário para completar o último grupo.



Sentido da conversão

- ► Conversão do Sistema Binário para o Sistema Octal
- **Exemplos:**
 - ► 110010₂
 - **►** 1010₂
 - **►** 10111₂

Sistema de Numeração

▶ O sistema de numeração hexadecimal usa a base 16.

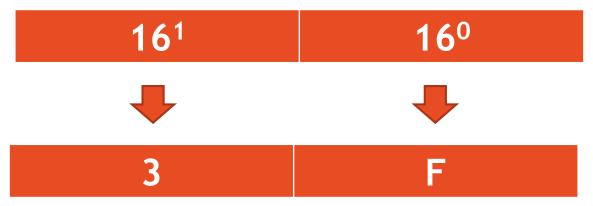
Possui 16 símbolos possíveis.

▶ Utiliza os dígitos de 0 a 9 mais as letras A, B, C, D, E, F com símbolos.

| Hexadecimal | Decimal | Binário |
|-------------|---------|---------|
| 0 | 0 | 0000 |
| 1 | 1 | 0001 |
| 2 | 2 | 0010 |
| 3 | 3 | 0011 |
| 4 | 4 | 0100 |
| 5 | 5 | 0101 |
| 6 | 6 | 0110 |
| 7 | 7 | 0111 |

| Hexadecimal | Decimal | Binário |
|-------------|---------|---------|
| 8 | 8 | 1000 |
| 9 | 9 | 1001 |
| Α | 10 | 1010 |
| В | 11 | 1011 |
| С | 12 | 1100 |
| D | 13 | 1101 |
| E | 14 | 1110 |
| F | 15 | 1111 |

- ► Conversão de Hexa para Decimal
 - ► Exemplo: 3F₁₆



$$3 \times 16^1 + F \times 16^0$$

$$3 \times 16 + 15 \times 1 = 63_{10}$$

- ► Conversão de Hexa para Decimal
- **Exemplos:**
 - ► 1C3₁₆
 - **▶** 238₁₆
 - ► 1FC9₁₆
 - ► 2AF₁₆
 - **▶** 356₁₆

- ► Conversão de Decimal para Hexa
 - ▶ Da mesma forma que nos casos anteriores, esta conversão se faz através de divisões pela base do sistema a ser convertido. Neste caso divisões por 16.
 - **Exemplos:**
 - **►** 423₁₀
 - **►** 214₁₀
 - Quando os restos forem maiores que 9 são representados pelas letras de A até F.

► Conversão de Decimal para Hexa

| | 2001 | 16 | |
|-----------|-------|-----|----|
| V. | 1 | 125 | 16 |
| • | ***** | 13 | 7 |

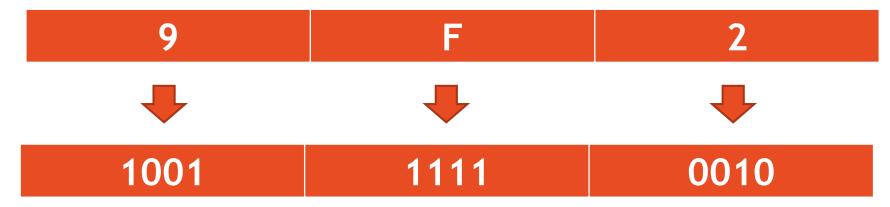
| Quociente | Hexadecimal |
|-----------|-------------|
| 7 | 7 |
| 13 | D |
| 1 | 1 |

Resultado: $2001_{10} \rightarrow 7D1_{16}$

Exercícios:

- **1.** 1000₁₀
- **2.** 134₁₀
- 3. 348₁₀
- **4.** 3882₁₀

- ► Conversão de Hexa para Binário
 - ► Cada dígito hexa é convertido no equivalente binário de 4 bits. Exemplo: 9F2₁₆



9F2₁₆ = 10011110010₂

- ► Conversão de Hexa para Binário
- Exercícios:
 - ► BA6₁₆
 - ► C13₁₆
 - ► 1ED₁₆
 - ► 6CF9₁₆

► Conversão de binário para hexa

- ► Consiste em fazer o inverso do processo anterior. O número binário é disposto em grupos de quatro (4) bits e cada grupo é convertido no digito hexa equivalente.
- ► Zeros podem ser necessários para completar um grupo de 4 bits.
- **Exemplos:**
 - ► 1110100110₂
 - **▶** 101011111₂

- **Exercícios:**
 - ► 10011000₂
 - **►** 1100011₂
 - ► 11000111100011100₂

- ► Vantagens dos sistemas hexa e octal
 - ▶ Forma compacta de representar sequencia de bits.
 - Em computadores sequencias binárias de até 64 bits não são incomuns.
 - Estas sequências não são necessariamente números. Podem representar algum tipo de código.

▶ O sistema de numeração hexadecimal usa a base 16.

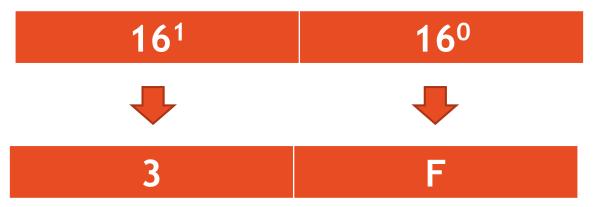
Possui 16 símbolos possíveis.

▶ Utiliza os dígitos de 0 a 9 mais as letras A, B, C, D, E, F com símbolos.

| Hexadecimal | Decimal | Binário |
|-------------|---------|---------|
| 0 | 0 | 0000 |
| 1 | 1 | 0001 |
| 2 | 2 | 0010 |
| 3 | 3 | 0011 |
| 4 | 4 | 0100 |
| 5 | 5 | 0101 |
| 6 | 6 | 0110 |
| 7 | 7 | 0111 |

| Hexadecimal | Decimal | Binário |
|-------------|---------|---------|
| 8 | 8 | 1000 |
| 9 | 9 | 1001 |
| Α | 10 | 1010 |
| В | 11 | 1011 |
| С | 12 | 1100 |
| D | 13 | 1101 |
| E | 14 | 1110 |
| F | 15 | 1111 |

- ► Conversão de Hexa para Decimal
 - ► Exemplo: 3F₁₆



$$3 \times 16^{1} + F \times 16^{0}$$

$$3 \times 16 + 15 \times 1 = 63_{10}$$

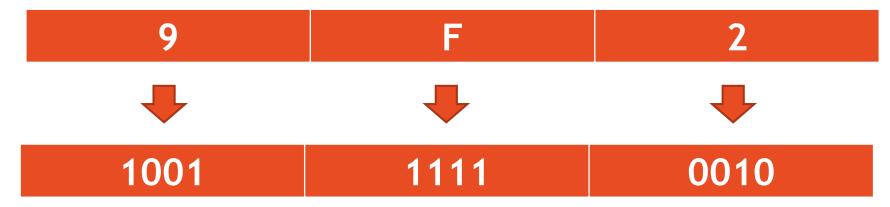
- Conversão de Hexa para Decimal
- **Exemplos:**
 - ► 1C3₁₆
 - **▶** 238₁₆
 - ► 1FC9₁₆
 - ► 2AF₁₆
 - **▶** 356₁₆

- Conversão de Decimal para Hexa
 - ▶ Da mesma forma que nos casos anteriores, esta conversão se faz através de divisões pela base do sistema a ser convertido. Neste caso divisões por 16.
 - **Exemplos:**
 - **►** 423₁₀
 - **►** 214₁₀
 - Quando os restos forem maiores que 9 são representados pelas letras de A até F.

Exercícios:

- **1.** 1000₁₀
- **2.** 134₁₀
- 3. 348₁₀
- **4.** 3882₁₀

- ► Conversão de Hexa para Binário
 - ► Cada dígito hexa é convertido no equivalente binário de 4 bits. Exemplo: 9F2₁₆



9F2₁₆ = 10011110010₂

- ► Conversão de Hexa para Binário
- Exemplos:
 - ► BA6₁₆
 - ► C13₁₆
 - ► 1ED₁₆
 - ► 6CF9₁₆

► Conversão de binário para hexa

- ► Consiste em fazer o inverso do processo anterior. O número binário é disposto em grupos de quatro (4) bits e cada grupo é convertido no digito hexa equivalente.
- ► Zeros podem ser necessários para completar um grupo de 4 bits.
- **Exemplos:**
 - ► 1110100110₂
 - **▶** 101011111₂

- **Exercícios:**
 - ► 10011000₂
 - **►** 1100011₂
 - ► 11000111100011100₂

- ► Vantagens dos sistemas hexa e octal
 - ► Forma compacta de representar sequencia de bits.
 - ► Em computadores sequencia binárias de até 64 bits não são incomuns.
 - Estas sequências não são necessariamente números. Podem representar algum tipo de código.

CONVERSÃO DE NÚMERO FRACIONÁRIOS

Sistema de Numeração

Conversão de Números Binários Fracionários em Decimais

Exemplo: 101,101₂

2² 2¹ 2⁰ 2⁻¹ 2⁻² 2⁻³

1 0 1 1 0 1

- ▶ Primeiramente deve-se transformar a parte inteira do número.
- Em seguida transforma-se a parte fracionária.
- Exemplo: 8,375 = 8 + 0,375

▶ Primeiro Caso:

0,375 x 2 0,750 x 2 1,500

Quando atingirmos o número 1, e a parte do número após a vírgula não for nula, separamos esta última e reiniciamos o processo

0,500 x 2 1,000

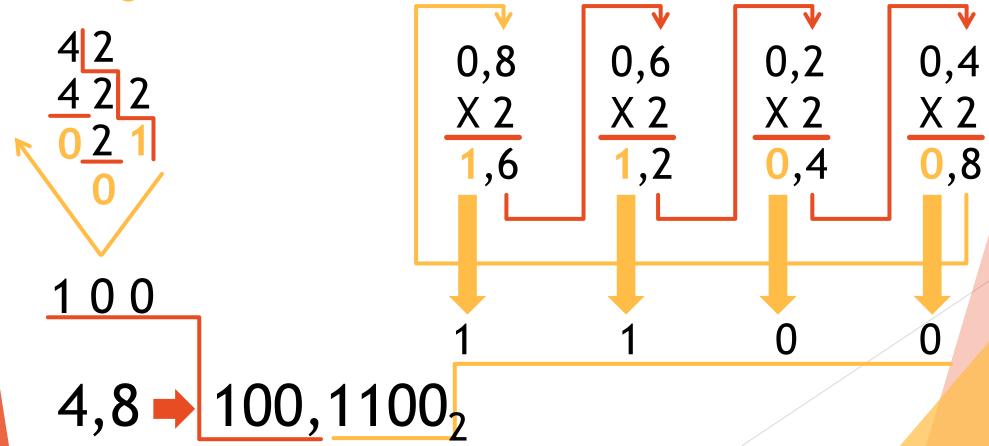
O processo para aqui, pois a parte nula do número depois da vírgula é nula.

▶ Primeiro Caso:

$$1000_2 = 8_{10}$$

$$0.011_2 = 0.375_{10}$$
 $1000_2 + 0.011_2 = 1000.011_2$

► Segundo Caso:



- ► Terceiro Caso:
 - ► Exemplo 3,380₁₀

- ▶ Quanto mais casas decimais, maior precisão.
- Devemos aplicar o método até atingir a precisão desejada.

Exercícios:

$$2. 10,33_{10} =$$

3.
$$15,45_{10} =$$

4.
$$23,375_{10} =$$

6.
$$92,015625_{10} =$$

Exercícios:

- 1. $5,10_{10} = 101,000110011_2$
- 2. $10,33_{10} = 1010,010101000_2$
- 3. $15,45_{10} = 11110111001100_2$
- 4. $23,375_{10} = 10111,0101_2$
- 5. $73,405_{10} = 110101,011001111_2$
- 6. $92,015625_{10} = 1011100,000001_2$

Bibliografia

- Sistemas Digitais Princípios e Aplicações, Ronald J. Tocci, Neal S. Widmer
- Elementos de Eletrônica Digital, Ivan Idoeta, Francisco Capuano.
- Introdução a Organização de Computadores, Monteiro, Mario A. 5ed, Rio de Janeiro, LTC, 2007.
- Organização Estruturada de Computadores, Tanenbaum, Andrew S., Prentice Hall Brasil, 5ed, PRENTICE HALL BRASIL, 2007.



CURSO SUPERIOR DE ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS

ORGANIZAÇÃO DE COMPUTADORES

Professor Me. Silvio Augusto Langer