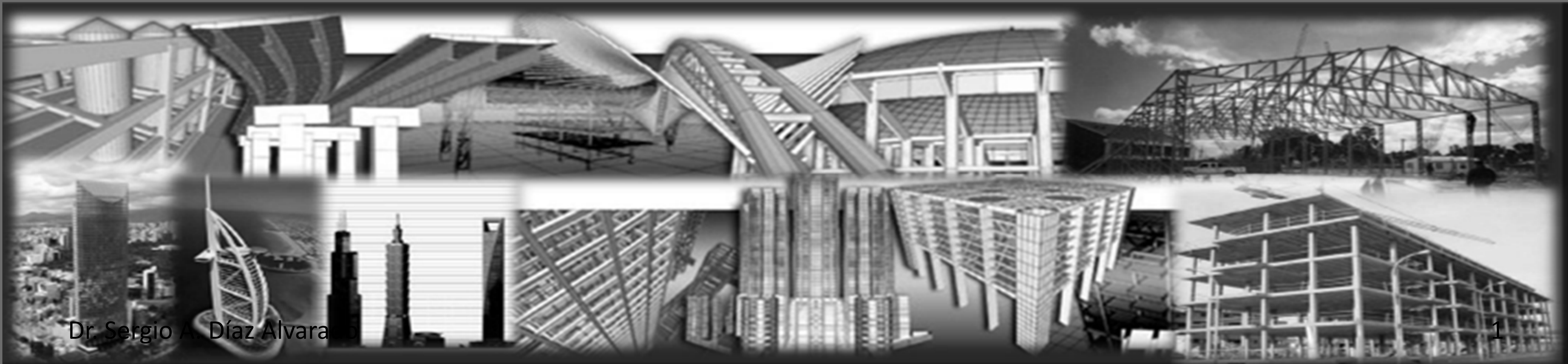
MATERIA

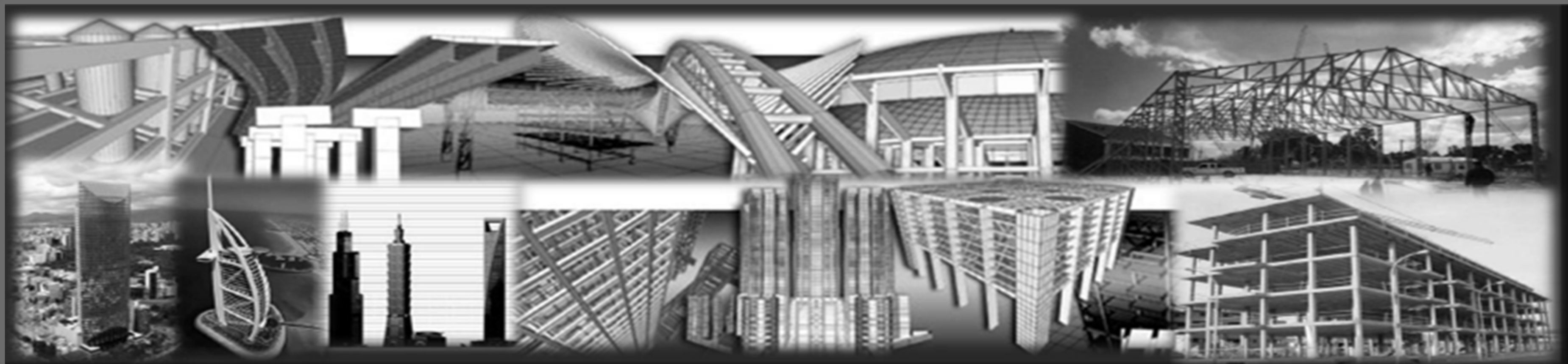
MECÁNICA DE MATERIALES

Dr. Sergio A. Díaz Alvarado



TEMA I

Esfuerzos Normales



Estática

MECÁNICA

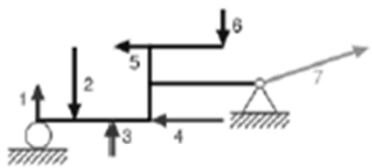
Rama de la Física

1) Mecánica de Cuerpo Rígido
2) Mecánica de Cuerpo Deformable
3) Mecánica de Fluidos

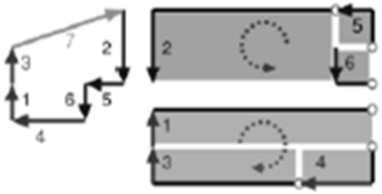
Mecánica de Cuerpo Rígido

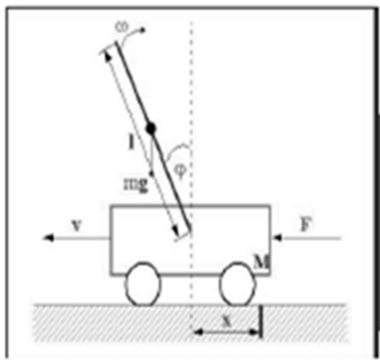
ESTÁTICA

Estudia los Cuerpos en Equilibrio



$$\sum_{(i)} \vec{F}_{(i)} = 0 \qquad \sum_{(i)} \vec{M}_{(i)} = 0$$



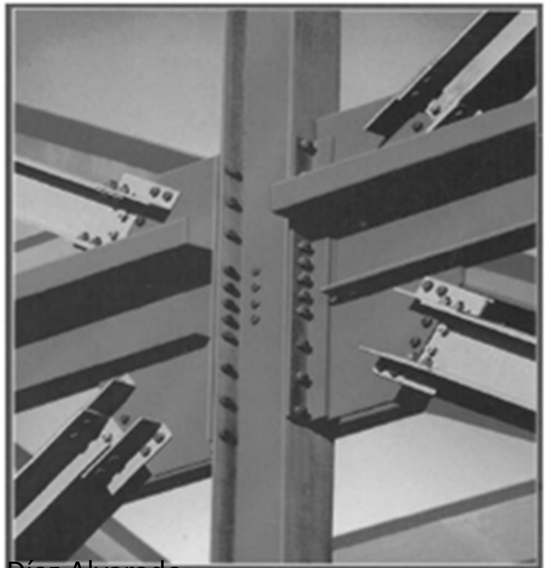


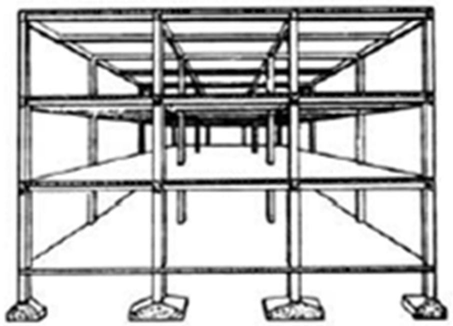
DINÁMICA

Estudia los Cuerpos en Movimiento acelerado

CUERPO RÍGIDO

Se puede definir como aquel que no sufre deformaciones por efecto de fuerzas externas, es decir un sistema de partículas cuyas posiciones relativas no cambian. Un cuerpo rígido es una idealización.



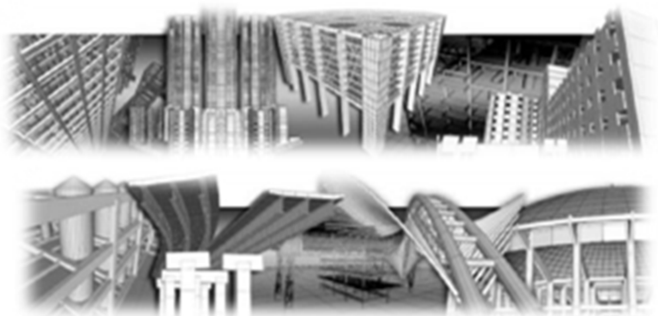


Mecánica de Materiales

ES UNA RAMA DE LA MECÁNICA QUE ESTUDIA LAS RELACIONES ENTRE LAS CARGAS EXTERNAS APLICADAS A UN CUERPO DEFORMABLE Y LA INTENSIDAD DE LAS FUERZAS INTERNAS QUE ACTÚAN DENTRO DEL CUERPO.

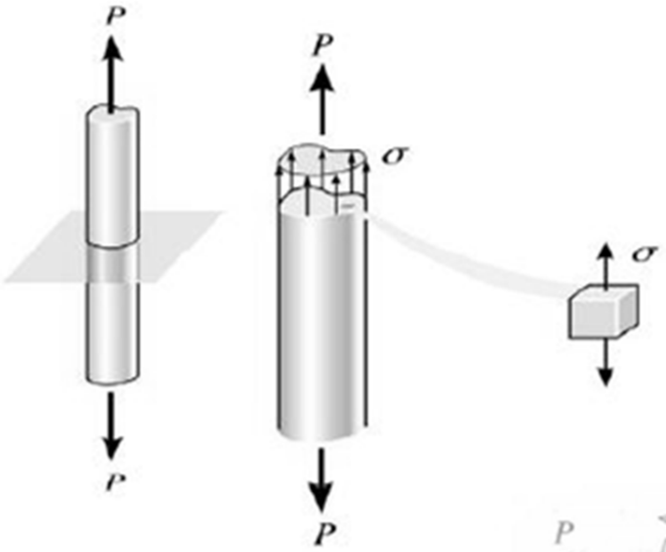
EL OBJETIVO PRINCIPAL DE LA MECÁNICA DE SÓLIDOS ES DETERMINAR LOS ESFUERZOS, DEFORMACIONES UNITARIAS Y DESPLAZAMIENTOS EN ESTRUCTURAS Y SUS COMPONENTES DEBIDO A LAS CARGAS QUE ACTÚAN SOBRE ELLAS.

ENTENDER ESTE COMPORTAMIENTO ES ESENCIAL PARA EL DISEÑO DE TODO TIPO DE ESTRUCTURA, YA SEA AEROPLANOS, ANTENAS, EDIFICIOS, PUENTES, ETC.



Esfuerzo Normal

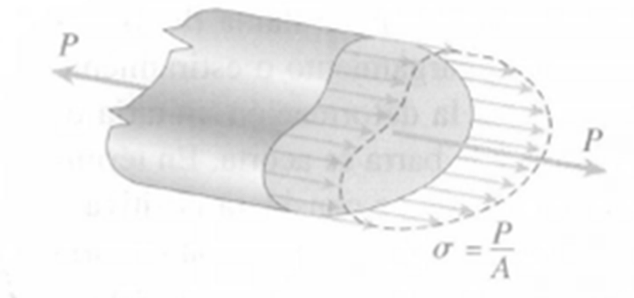
El Esfuerzo es la fuerza por unidad de área y se denota por la letra griega σ(Sigma). Este concepto puede ilustrarse en su forma más elemental considerando una barra prismática sometida a fuerzas axiales.



(a) Tension

Una **Barra Prismática** es un miembro estructural recto con sección transversal constante en toda su longitud.

Fuerza Axial es una carga dirigida a lo largo del eje del miembro que se somete a tensión o compresión



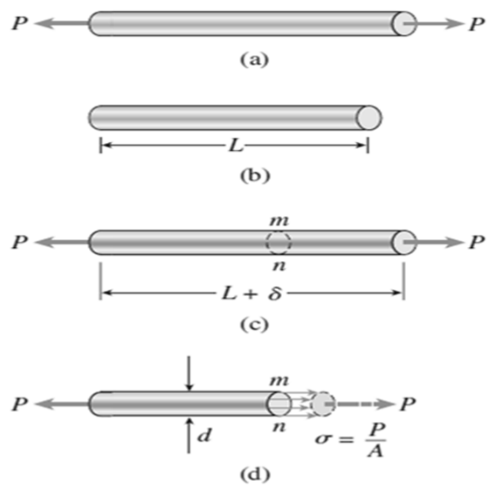
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Se llaman ***Esfuerzos Normales***, porque actúan en dirección perpendicular a la superficie del material

Deformación Unitaria

Una barra recta cambiará de longitud al cargarla axialmente, volviéndose *más larga en tensión* y más *corta en compresión*.

El alargamiento o acortamiento acumulado de toda una barra se representa con la letra δ (Delta).



Deformación unitaria: Es el alargamiento o acortamiento que tiene una barra por unidad de longitud. Se representa con la letra ϵ (Épsilon). Como es una relación entre dos longitudes, esta medida es a dimensional

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

Deformación Unitaria

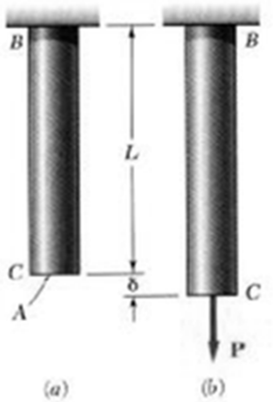


Fig. 2.1

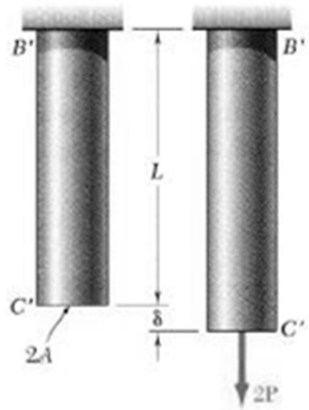


Fig. 2.3

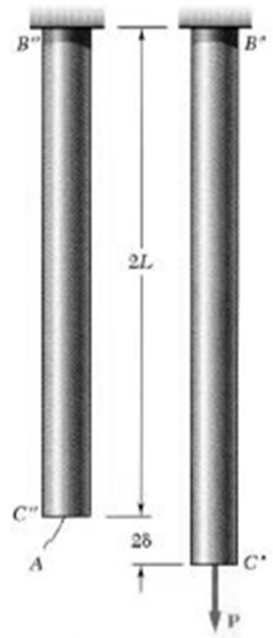


Fig. 2.4

$$\sigma = \frac{P}{A} = \text{stress}$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \text{normal strain}$$

$$\sigma = \frac{2P}{2A} = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

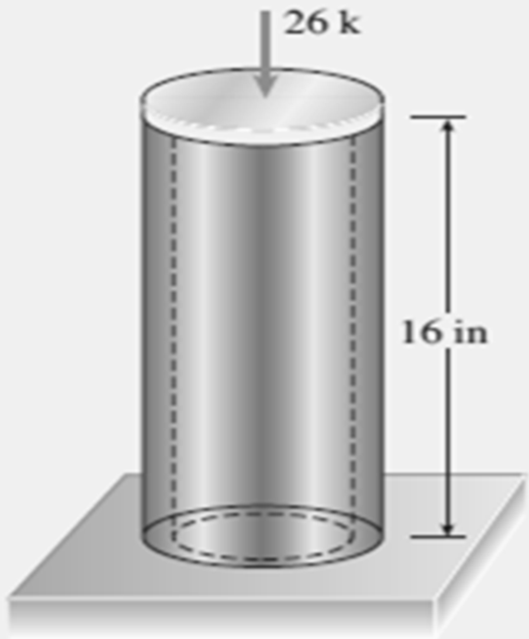
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{2\delta}{2L} = \frac{\delta}{L}$$

Ejercicio 1

Un poste corto, construido con un tubo circular hueco de aluminio, soporta una carga de compresión de 26 kips (figura 1.5). Los diámetros interior y exterior del tubo son $d_1 = 4.0$ in y $d_2 = 4.5$ in, respectivamente, y su longitud es 16 in. El acortamiento del poste debido a la carga es de 0.012 in.

Determine el esfuerzo de compresión y la deformación unitaria en el poste. (No tenga en cuenta el peso del poste y suponga que éste no se pandea con la carga.)



Ejercicio 1

Solución

Suponiendo que la carga de compresión actúa en el centro del tubo hueco, podemos emplear la ecuación $\sigma = P/A$ (ecuación 1.1) para calcular el esfuerzo normal. La fuerza P es igual a 26 k (o 26,000 lb) y el área A de la sección transversal es

$$A = \frac{\pi}{4}\left(d_2^2 - d_1^2\right) = \frac{\pi}{4}\left[(4.5 \text{ in})^2 - (4.0 \text{ in})^2\right] = 3.338 \text{ in}^2$$

Por tanto, el esfuerzo de compresión en el poste es

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{26{,}000 \text{ lb}}{3.338 \text{ in}^2} = 7790 \text{ psi} \quad \Leftarrow$$

La deformación unitaria de compresión (de la ecuación 1.2) es

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0.012 \text{ in}}{16 \text{ in}} = 750 \times 10^{-6} \quad \Leftarrow$$

De esta manera hemos calculado el esfuerzo y la deformación unitaria en el poste.

Nota: como se explicó antes, la deformación unitaria es una cantidad adimensional y, por tanto, no se requiere indicar unidades para ella. Sin embargo, por claridad, a menudo se le dan unidades. En este ejemplo, ϵ se podría escribir como 750 $\times 10^{-6}$ in/in o 750 μin/in.

Ejercicio 2

Una barra circular de acero con longitud L y diámetro d cuelga en el tiro de una mina y en su extremo inferior sostiene un balde con mineral con peso W (figura 1.6).

(a) Obtenga una fórmula para el esfuerzo máximo $\sigma_{máx}$ en la barra, tomando en cuenta el peso de ésta.

(b) Calcule el esfuerzo máximo si $L = 40$ m, $d = 8$ mm y $W = 1.5$ kN.

Ejercicio 2

Solución

(a) La fuerza axial máxima $F_{máx}$ en la barra se tiene en el extremo superior y es igual al peso W del balde con mineral más el peso W_0 propio de la barra. Este último es igual al peso específico γ del acero por el volumen V de la barra; o sea

$$W_0 = \gamma V = \gamma A L \qquad (1.4)$$

en donde A es el área de la sección transversal de la barra. Por tanto, la fórmula para el esfuerzo máximo (de la ecuación 1.1) es

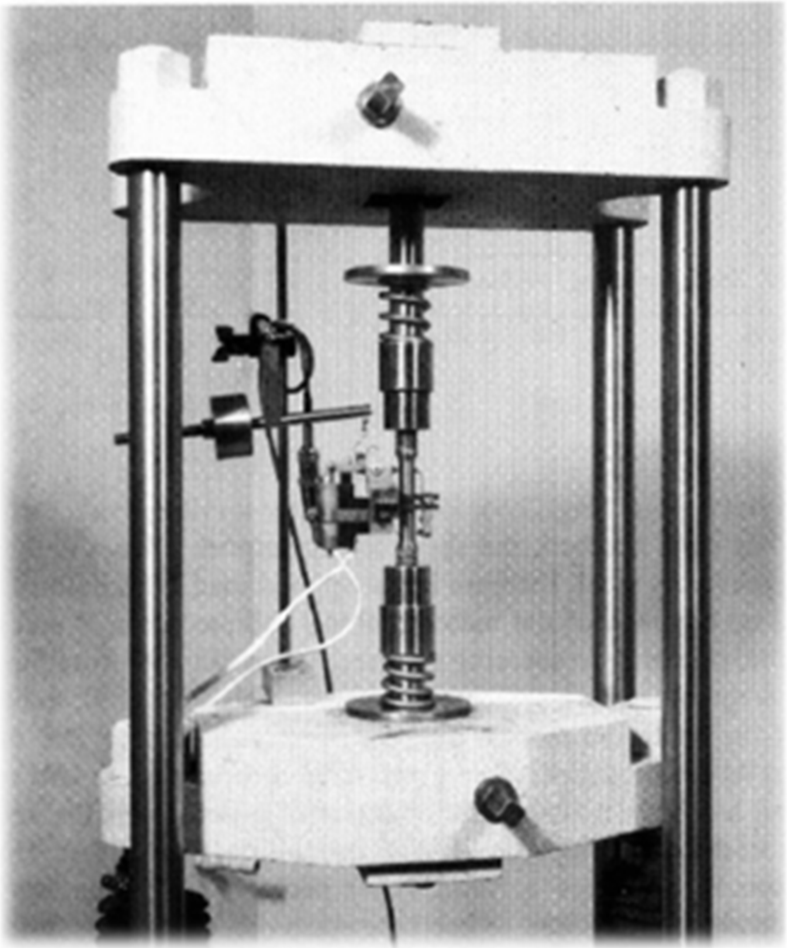
$$\sigma_{máx} = \frac{F_{máx}}{A} = \frac{W + \gamma A L}{A} = \frac{W}{A} + \gamma L \qquad (1.5)$$

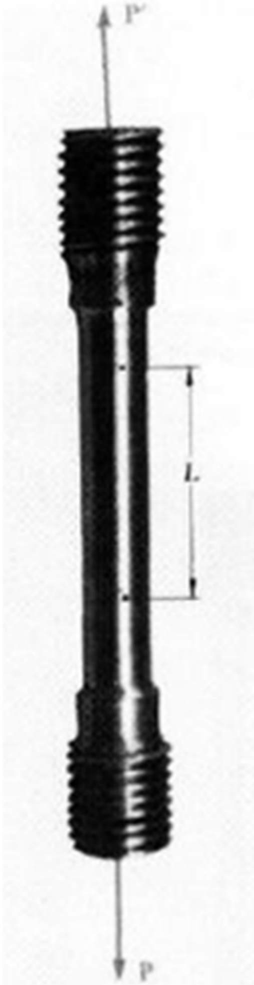
(b) Para calcular el esfuerzo máximo, sustituimos los valores numéricos en la ecuación anterior. El área de la sección anterior A es igual a $\pi d^2/4$, donde $d = 8$ mm y el peso específico γ del acero es 77.0 kN/m³ (de la tabla H-1 del apéndice H). Por tanto,

$$\sigma_{máx} = \frac{1.5\,\text{kN}}{\pi(8\ \text{mm})^2/4} + (77.0\ \text{kN/m}^3)(40\ \text{m})$$
$$= 29.8\ \text{MPa} + 3.1\ \text{MPa} = 32.9\ \text{MPa}$$

En este ejemplo, el peso de la barra contribuye de manera considerable al esfuerzo máximo y no debe ignorarse.

Máquina de pruebas de tensión y probetas de acero





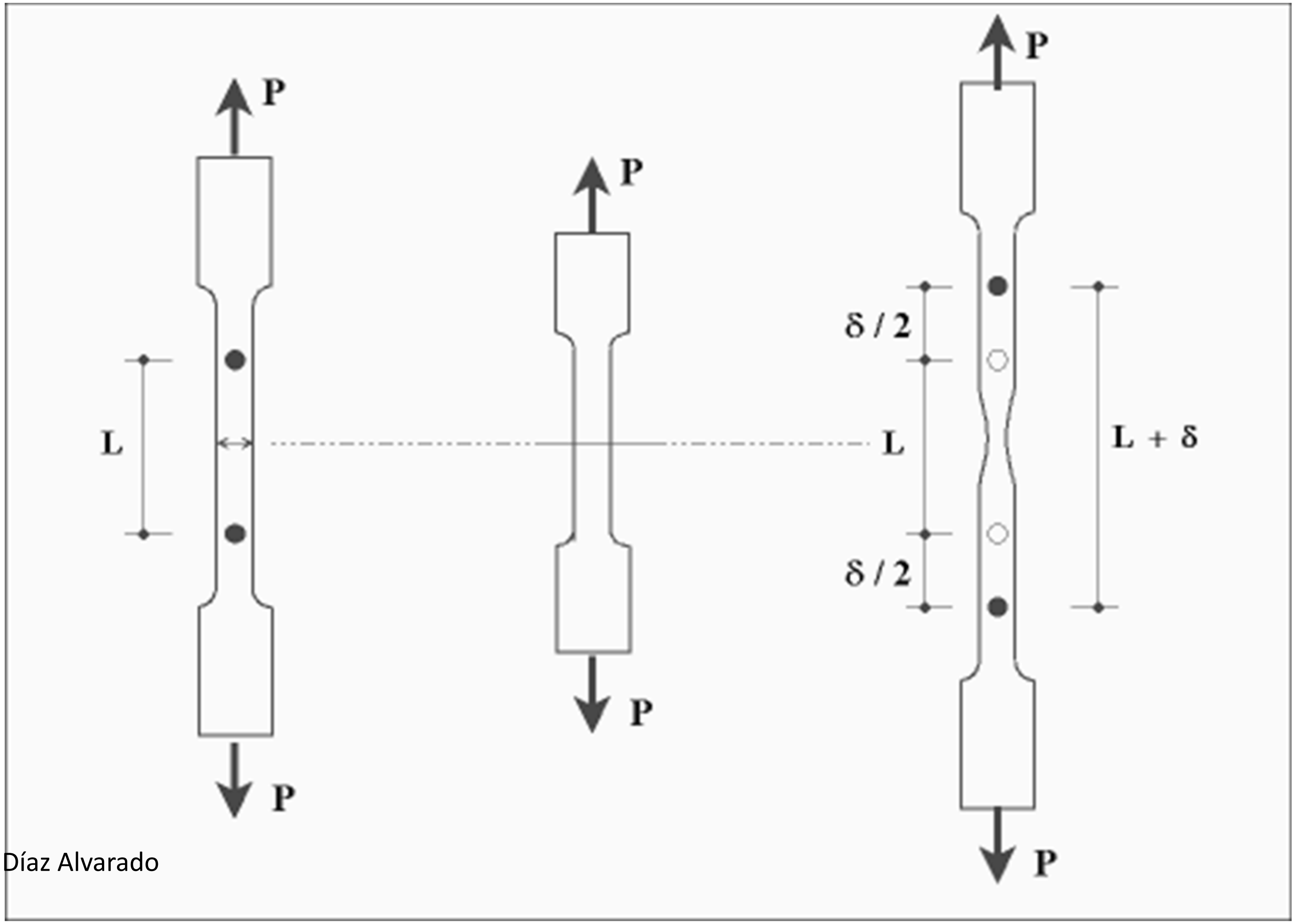
EN ESTA PRUEBA SE REGISTRA DEFORMACIÓN EN LA PROBETA DEBIDO A DIFERENTES NIVELES DE CARGAS.

NORMATIVA ASTM
(American Society for Testing and Materials)

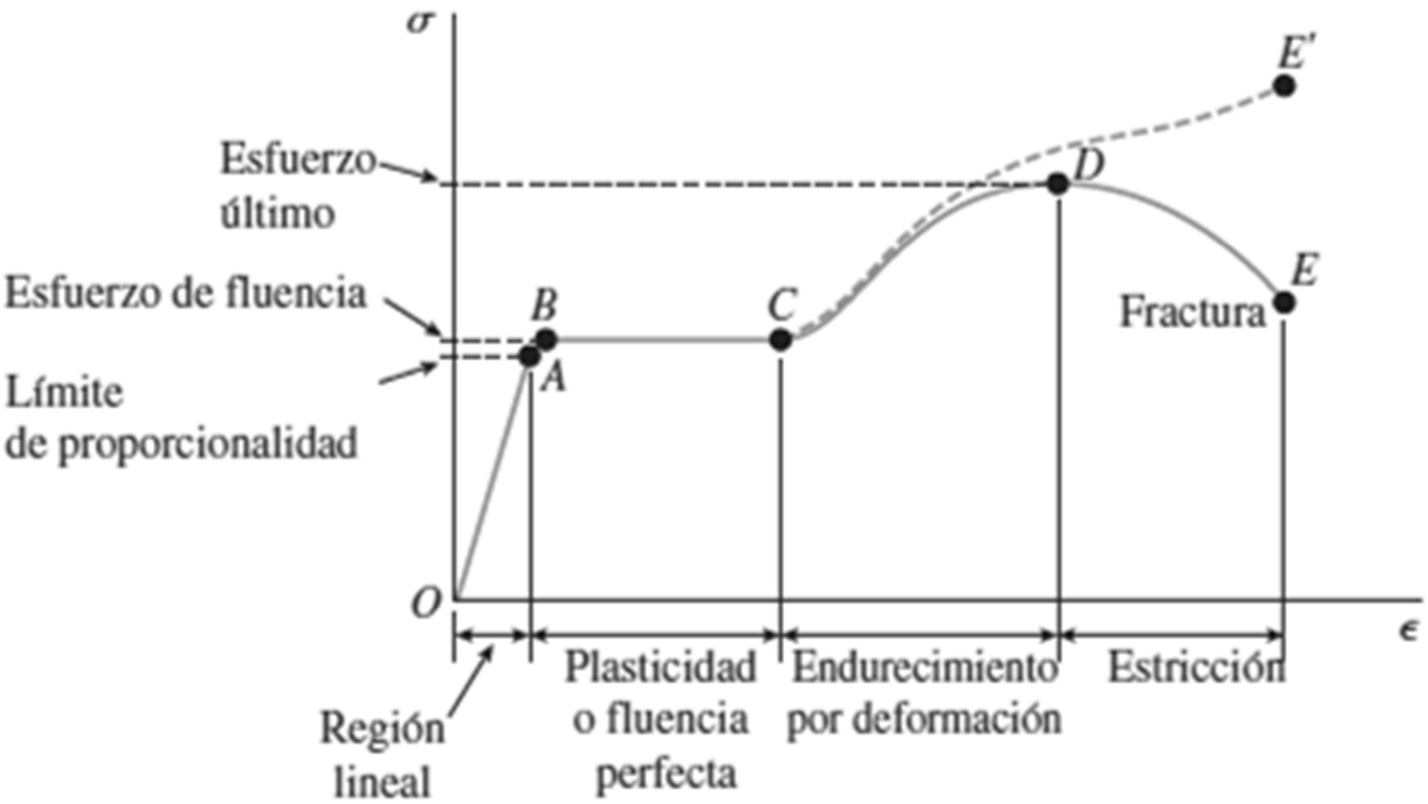
***PROBETA A COMPRESIÓN ESTANDAR DE METALES:** CUBOS DE 2 IN O CILINDROS CIRCULARES DE 1 IN DE DIÁMETRO DE LONGITUDES 1 A 12 IN.

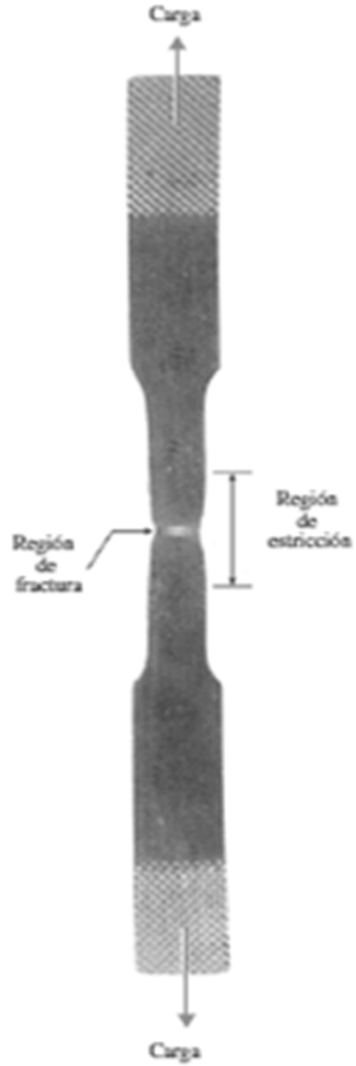
***PROBETA A TENSIÓN ESTANDAR DE METALES:** BARRA DE DIÁMETRO DE 0.505 IN Y UNA LONGITUD CALIBRADA DE 2 IN ENTRE LAS MARCAS DE CALIBRACIÓN.

Diagrama Esfuerzo - Deformación



PRINCIPIOS BÁSICOS





PRINCIPIOS BÁSICOS

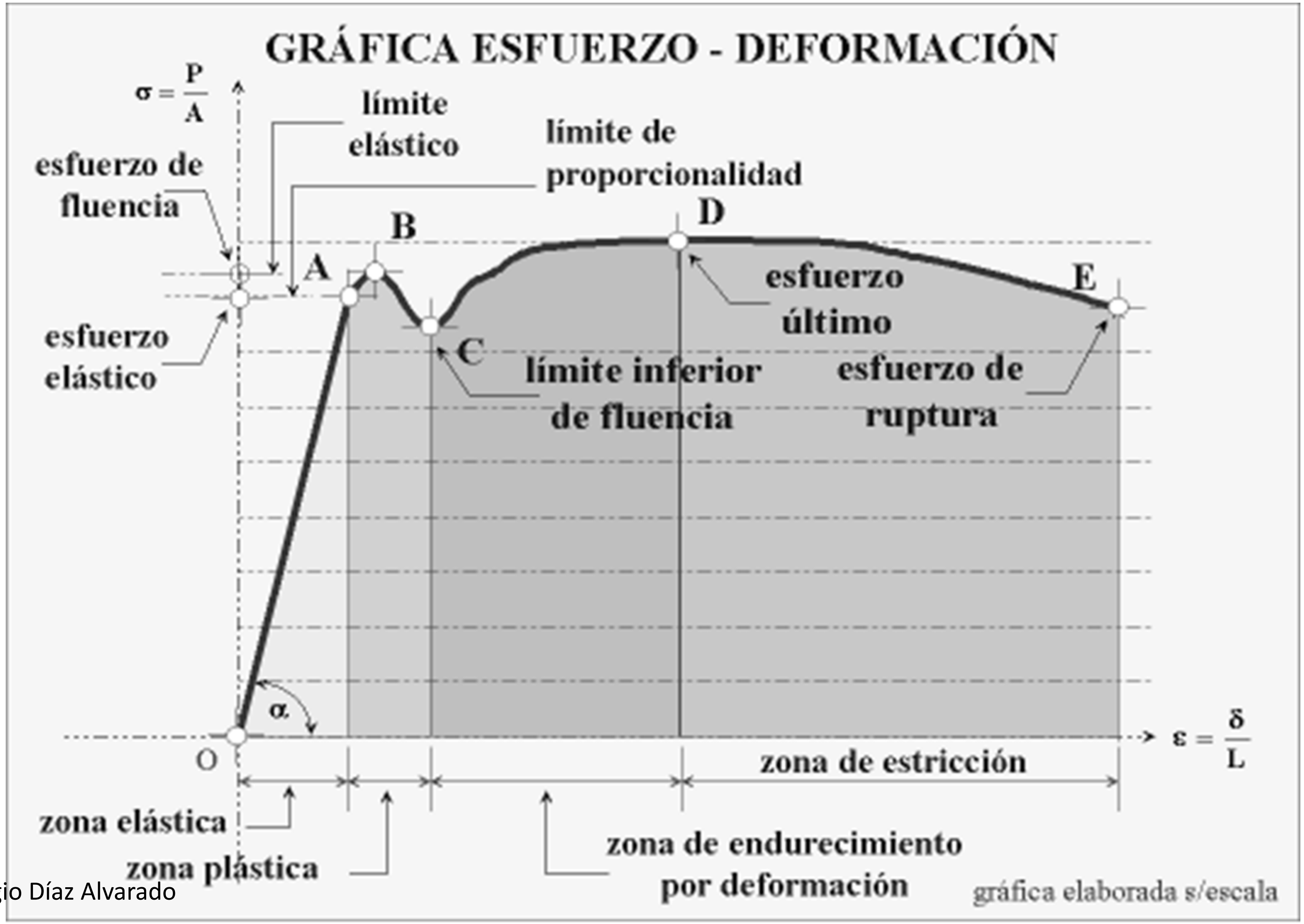


Diagrama Esfuerzo - Deformación

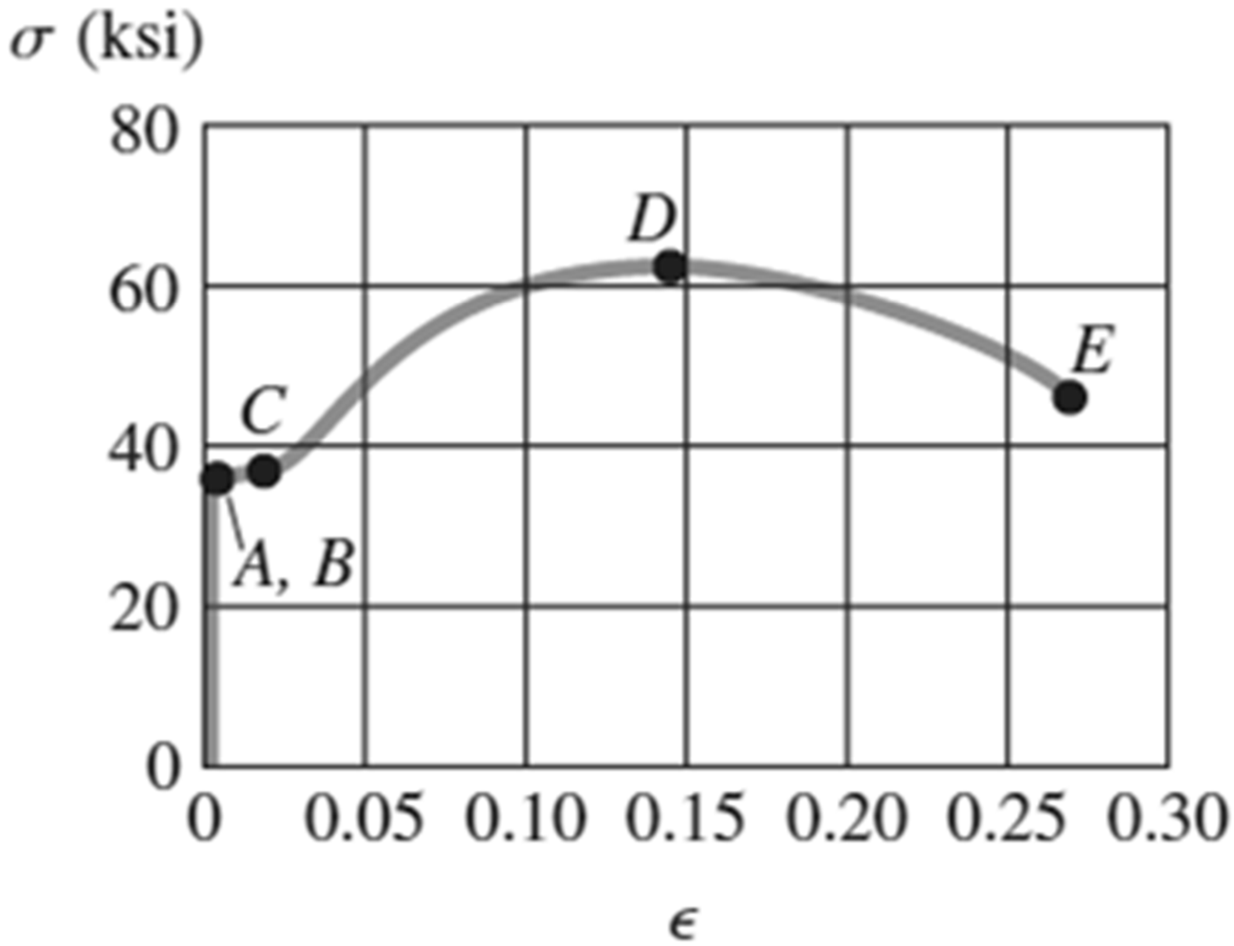
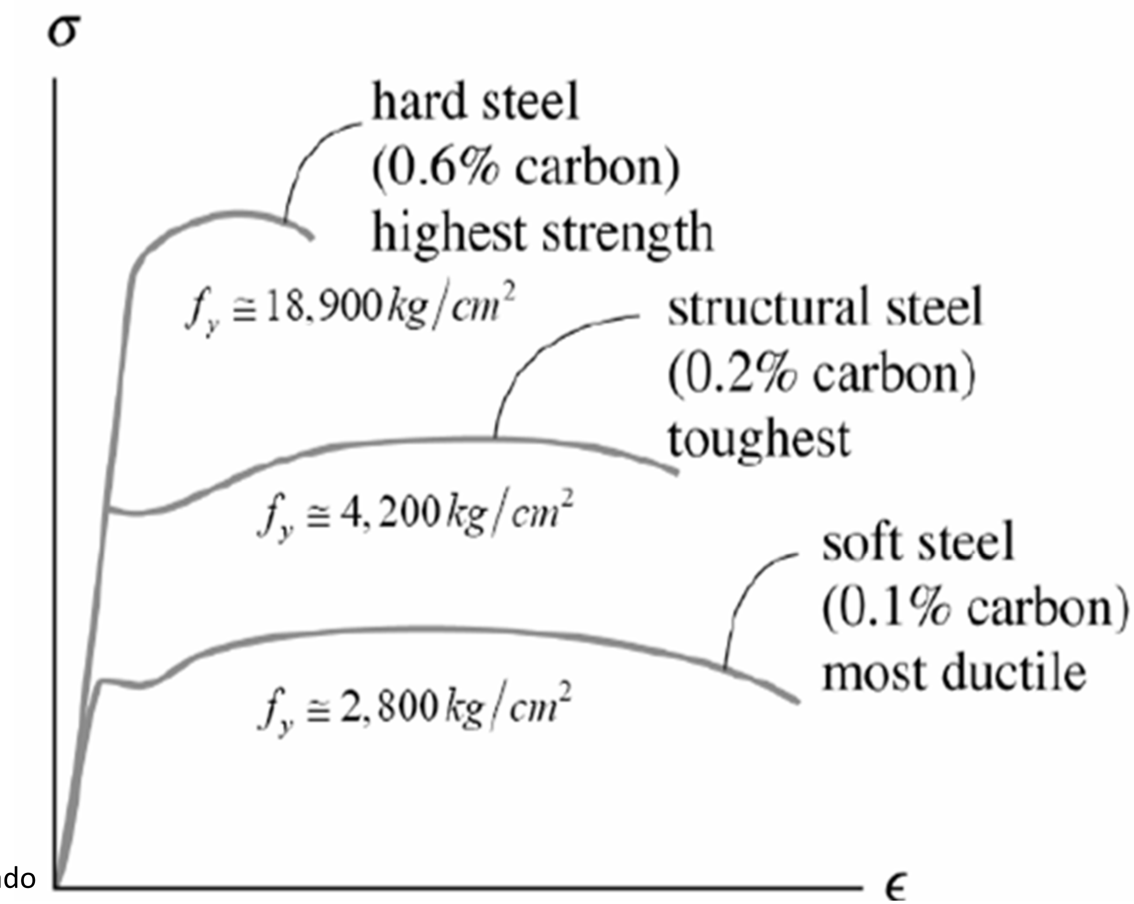
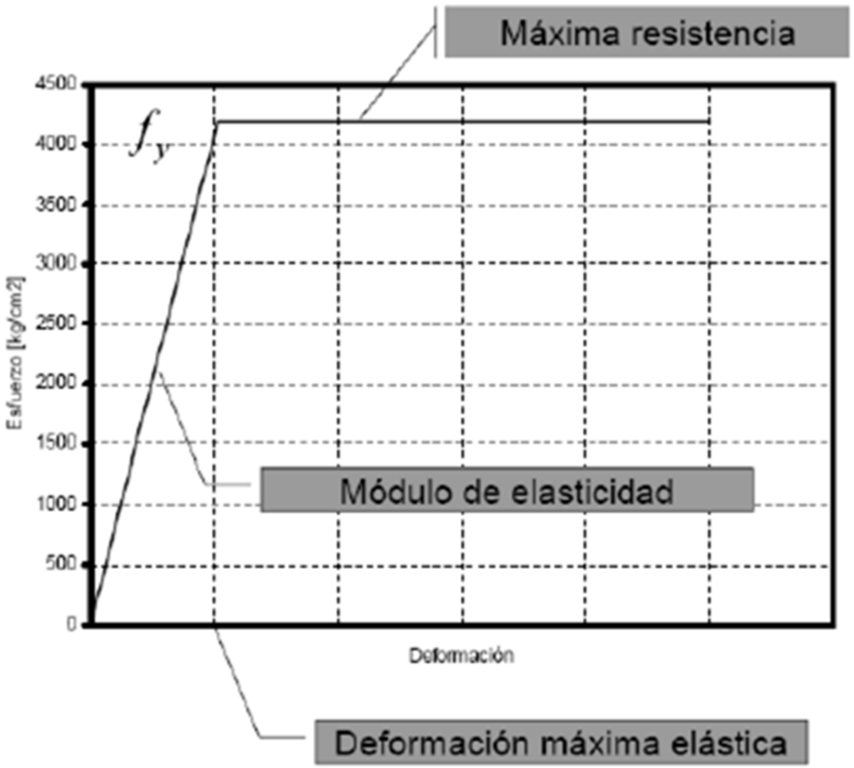


FIGURA 1.12 Diagrama esfuerzo-deformación unitaria para un acero estructural típico en tensión (dibujado a escala).

DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DE DIFERENTES TIPOS DE ACERO.



IDEALIZACIÓN DEL DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO.



MODULO DE ELASTICIDAD (E):

ES LA PENDIENTE DE LA REGIÓN LINEAL DEL DIAGRAMA

$$\sigma = \begin{cases} E_s \varepsilon & \rightarrow \varepsilon < \varepsilon_y \\ f_y & \rightarrow \varepsilon \geq \varepsilon_y \end{cases} \qquad E_s = \frac{f_y}{\varepsilon_y}$$

$E_s = Modulo\ de\ Elasticidad.$

$f_y = Esfuerzo\ de\ Fluencia.$

$\varepsilon_y = Deformación\ Máxima\ Elastica.$

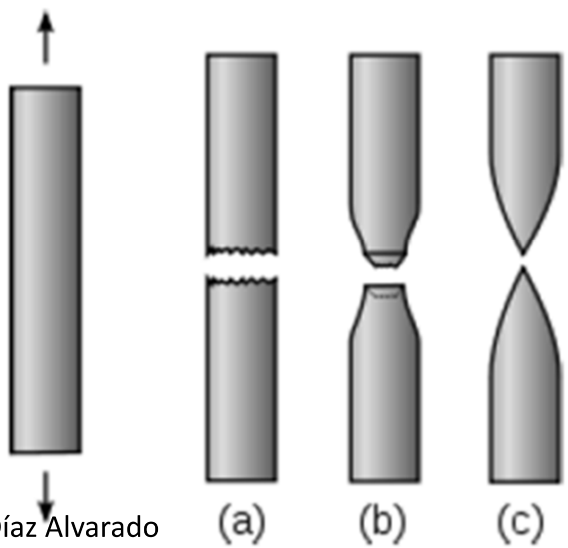
Para el acero estructural.

$$E_s = \frac{f_y}{\varepsilon_y} = \frac{4200\ kg/cm^2}{0.00205} = \mathbf{2.04x10^6\ kg/cm^2}$$

Ductilidad

LOS METALES, COMO EL ACERO ESTRUCTURAL, QUE SUFREN GRANDES DEFORMACIONES PERMANENTES ANTES DE FALLAR., SE CLASIFICAN COMO **DÚCTILES.**

LA DUCTILIDAD ES LA PROPIEDAD QUE PERMITE A UNA BARRA DE ACERO DOBLARSE EN UN ARCO CIRCULAR O ESTIRARSE EN FORMA DE ALAMBRE SIN ROMPERSE.



(a) Fractura frágil.
(b) Fractura dúctil.
(c) Fractura totalmente dúctil.

Ductilidad

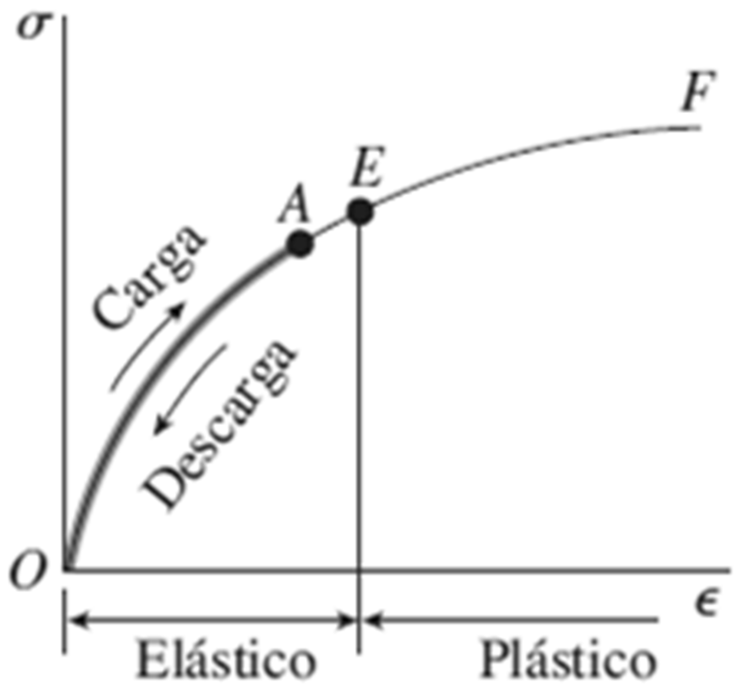
¿POR QUE ES UNA CARACTERISTICA DESEABLE EN LAS ESTRUCTURAS LA DUCTILIDAD?.

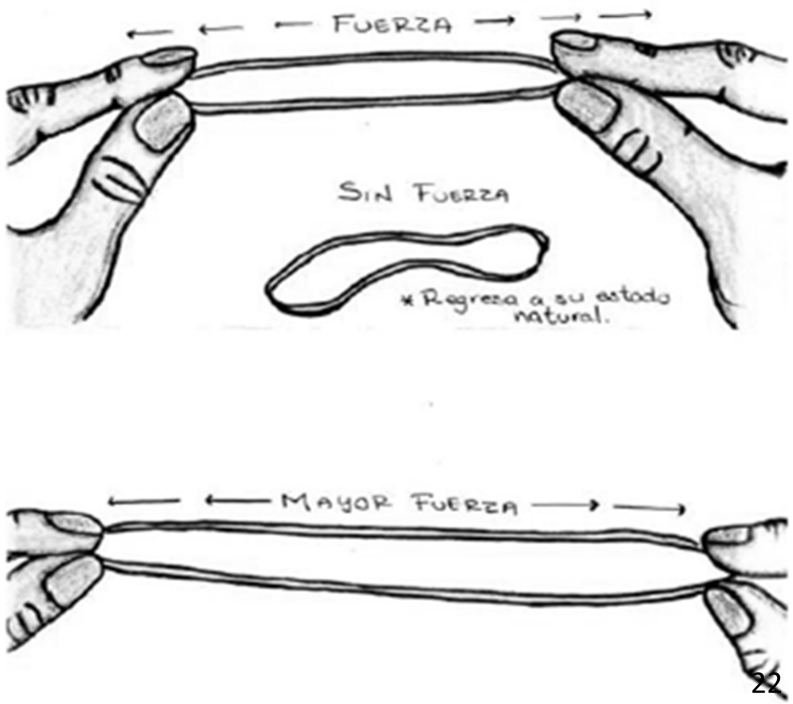
PARA QUE OCURRA UNA DEFORMACIÓN VISIBLE, SI LAS CARGAS ALCANZAN GRANDES VALORES, YA QUE ENTONCES PUEDEN TOMARSE MEDIDAS CORRECTIVAS ANTES QUE OCURRA LA FRACTURA REAL.

LOS MATERIALES QUE PRESENTAN UN COMPORTAMIENTO DÚCTIL SON CAPACES DE ABSORBER GRANDES CANTIDADES DE ENERGÍA DE DEFORMACIÓN ANTES DE FRACTURARSE.

Elasticidad

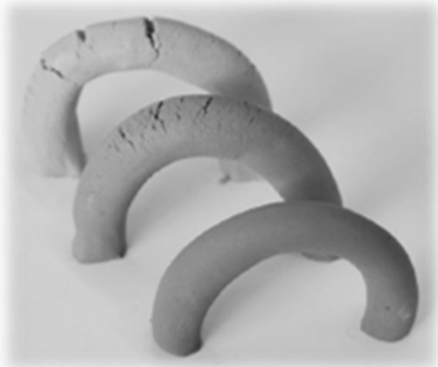
ES LA PROPIEDAD POR MEDIO DE LA CUAL UN MATERIAL RECUPERA SUS DIMENSIONES ORIGINALES DESPUÉS DE SER DESCARGADO. ESTOS TIPOS DE MATERIALES SE DICEN QUE SON **ELÁSTICOS**

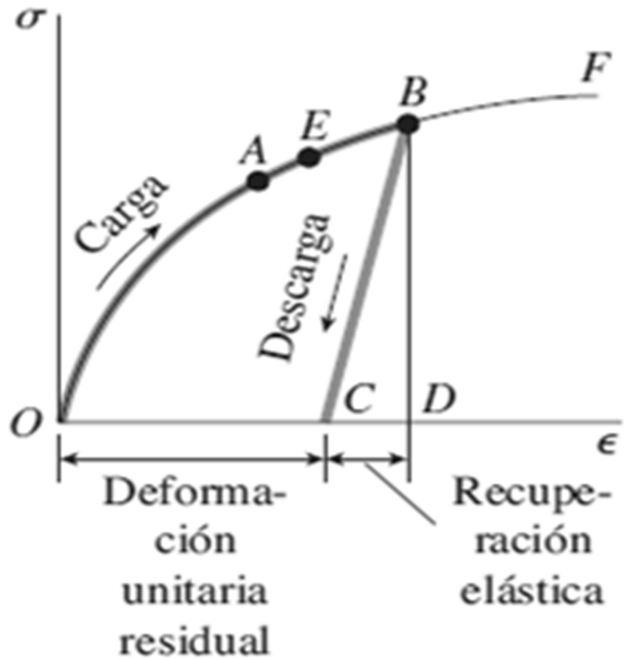


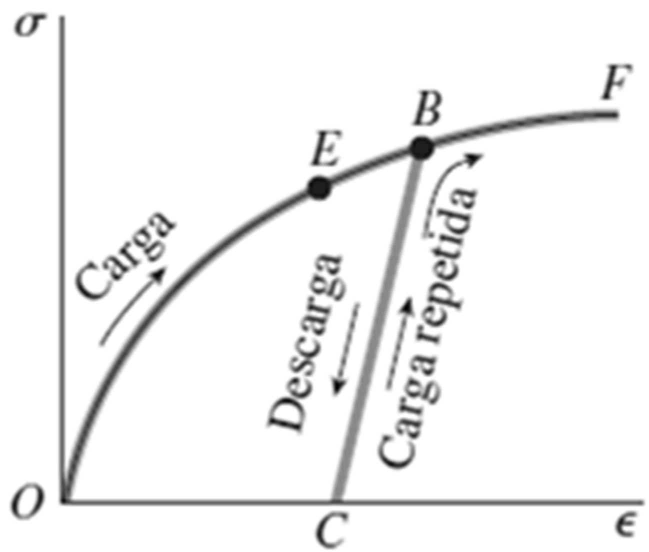


Plasticidad

ES LA CARACTERÍSTICA DE UN MATERIAL POR LA CUAL SUFRE DEFORMACIONES UNITARIAS INELÁSTICAS MÁS ALLÁ DE LA DEFORMACIÓN UNITARIA EN EL LÍMITE ELÁSTICO.







Ductilidad

LA DUCTILIDAD DE UN MATERIAL EN TENSIÓN PUEDE CARACTERIZARSE POR SU **ALARGAMIENTO Y LA REDUCCIÓN DE SU ÁREA TRANSVERSAL** DONDE OCURRE LA FRACTURA.

$$Porcentaje\ de\ alargamiento = \frac{L_{final} - L_{inicial}}{L_{inicial}} x\, 100$$

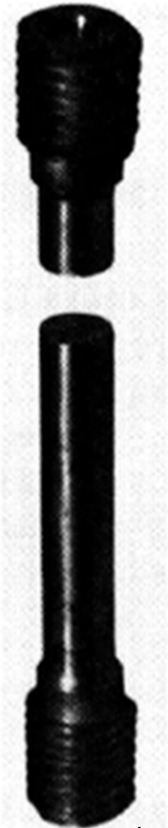
EL % DE ALARGAMIENTO DEL ACERO ESTRUCTURAL VA DEL 20% AL 30%

$$Porcentaje\ de\ reducción\ de\ Área = \frac{A_{inicial} - A_{final}}{A_{inicial}} x\, 100$$

EL % DE REDUCCIÓN DEL ÁREA DEL ACERO ESTRUCTURAL ES DEL 50%

Materiales Fragiles

DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL MATERIALES FRÁGILES



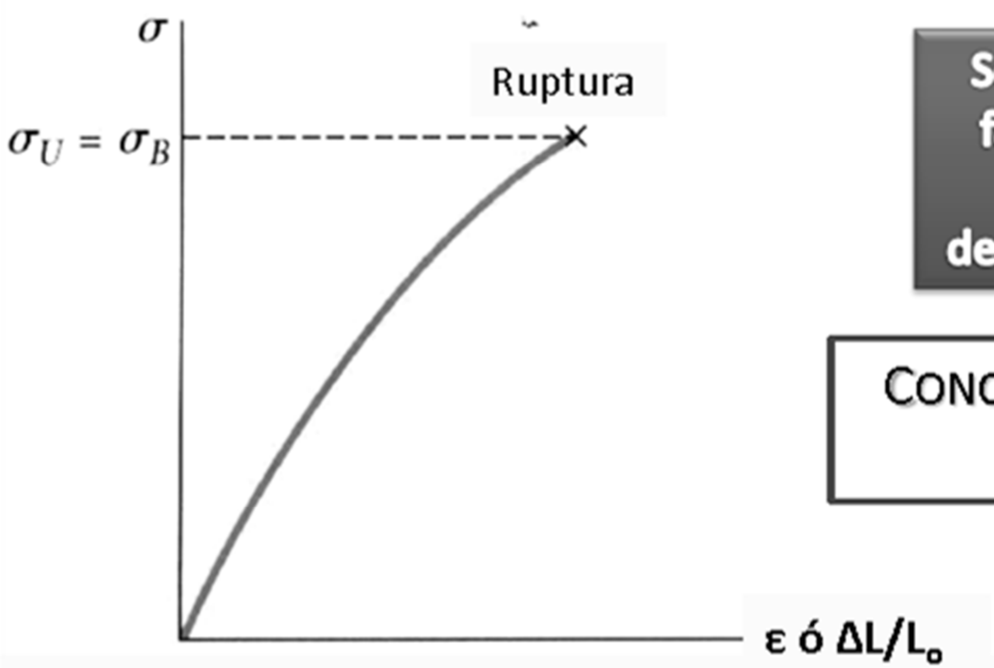


Diagrama Esfuerzo- Deformación típico para un **material frágil**

Son materiales que fallan en tensión a valores bajos de deformación unitaria.

CONCRETO, PIEDRA, VIDRIO, CERÁMICAS.

El Concreto como Material Frágil

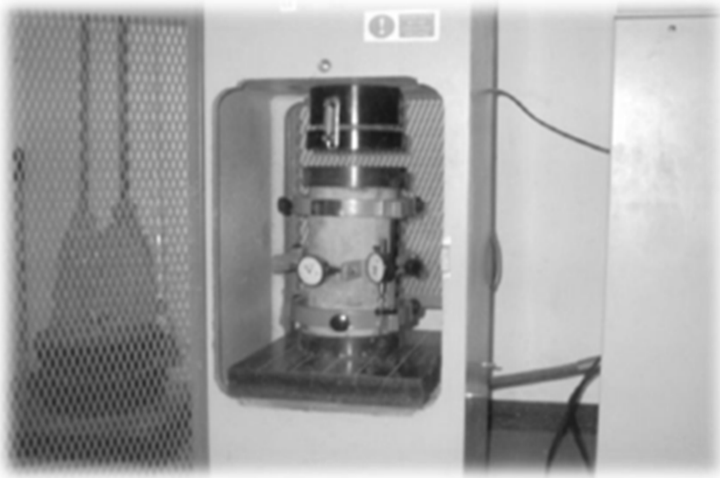
MAQUINA DE PRUEBAS A COMPRESIÓN Y PROBETA DE CONCRETO

NORMATIVA ASTM
(American Society for Testing and Materials)

*PROBETA A COMPRESIÓN ESTANDAR DE CONCRETO Y PIEDRAS: CILINDROS CIRCULARES DE 6 IN DE DIÁMETRO DE LONGITUDES DE 12 IN.

El Concreto como Material Frágil

MAQUINA DE PRUEBAS A COMPRESIÓN Y PROBETA DE CONCRETO



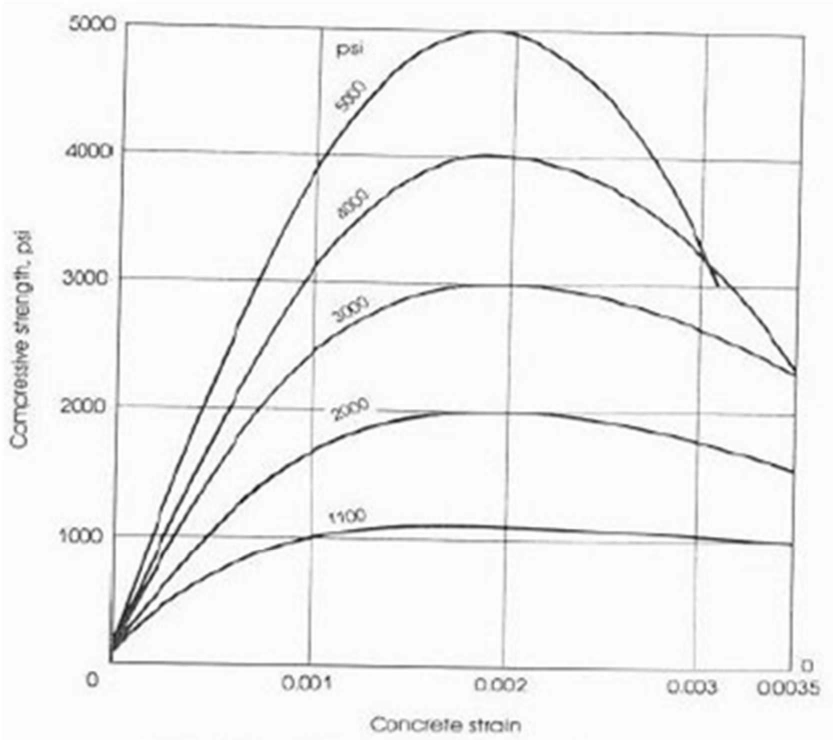
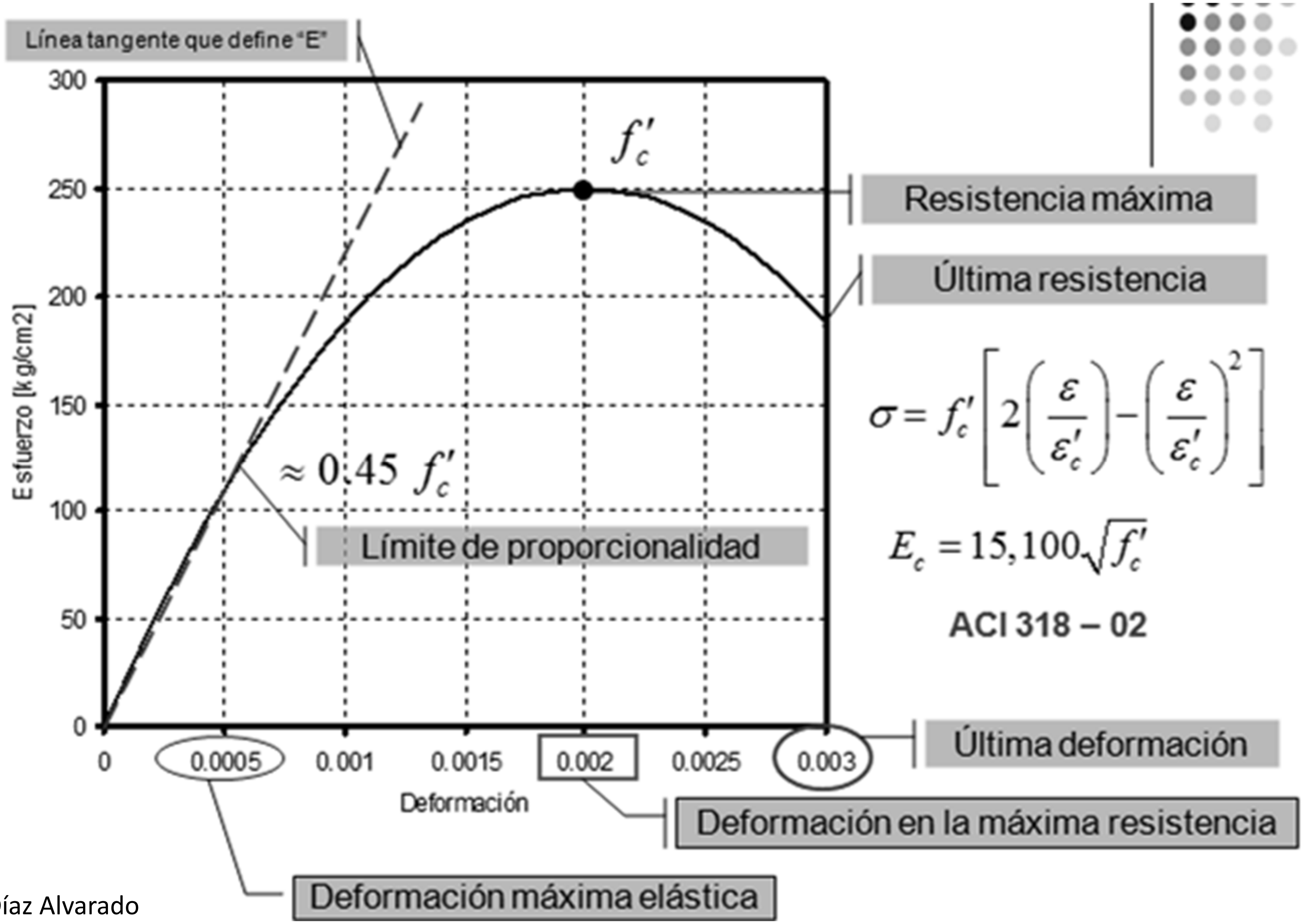


Figure 2.2 Typical stress-strain curves of concrete.

El Concreto como Material Frágil



$$\sigma = f'_c\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'_c}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'_c}\right)^2\right]$$

$$E_c = 15,100\sqrt{f'_c}$$

ACI 318 – 02

PROPIEDADES MÉCANICAS DEL ACERO

- PUNTO DE FLUENCIA
- RESISTENCIA DE FLUENCIA
- RESISTENCIA A LA TENSIÓN
- LÍMITE DE PROPORCIONALIDAD
- MÓDULO DE ELASTICIDAD
- RELACION DE POISSÓN
- RESISTENCIA A LA FATIGA
- RESISTENCIA AL IMPACTO
- TENACIDAD
- DUCTILIDAD
- ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD Y FLUJO PLASTICO

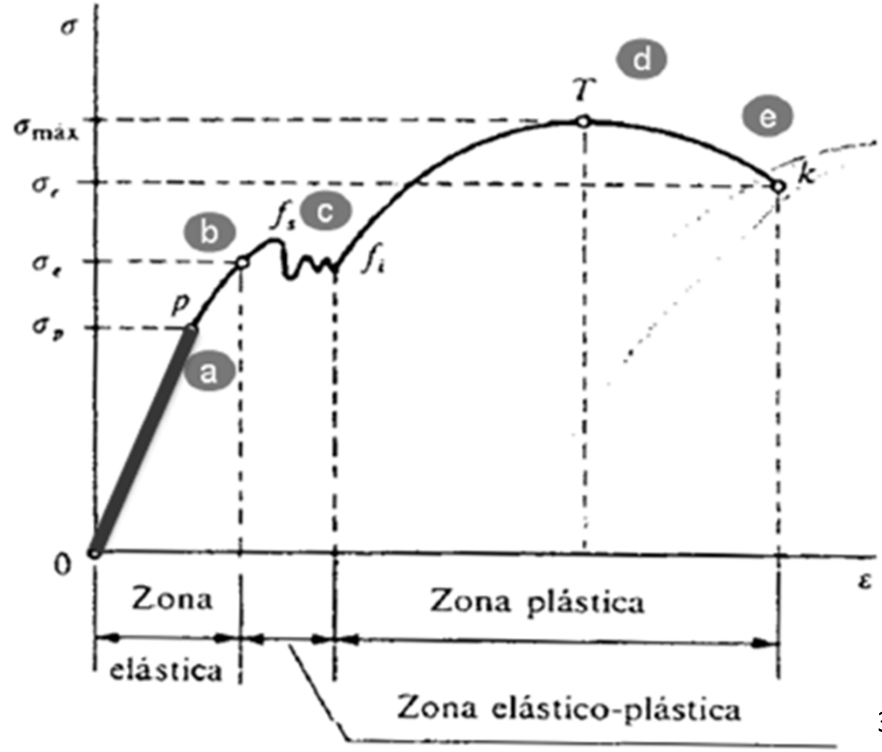
PROPIEDADES MÉCANICAS DEL CONCRETO

- RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN
- LÍMITE DE PROPORCIONALIDAD
- MÓDULO DE ELASTICIDAD
- RELACION DE POISSÓN
- CONTRACCIÓN
- FLUENCIA PLASTICA
- RESISTENCIA A LA TENSIÓN
- RESISTENCIA AL CORTE

Elasticidad Lineal

LA MAYORÍA DE LOS MATERIALES SE COMPORTAN ELÁSTICA Y LINEALMENTE EN LAS PRIMERAS ETAPAS DE CARGA, PUES SUS CURVAS ESFUERZO –DEFORMACIÓN INICIAN EN UNA RECTA.

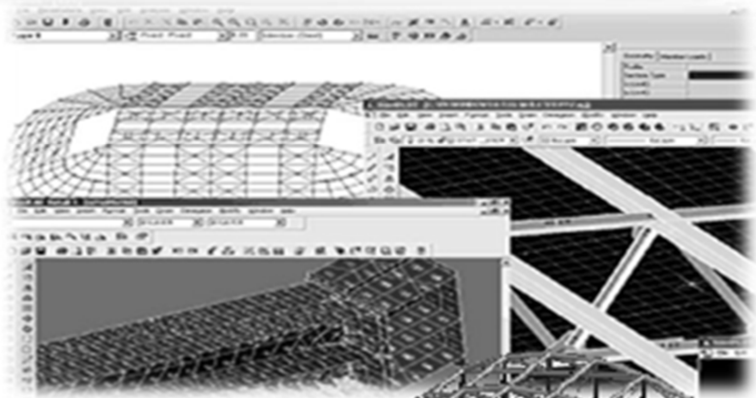
CUANDO UN MATERIAL SE COMPORTA ELÁSTICAMENTE Y EXHIBE TAMBIÉN UNA RELACIÓN LINEAL ENTRE EL ESFUERZO Y LA DEFORMACIÓN UNITARIA, SE DICE QUE ES **ELÁSTICO LINEAL.**

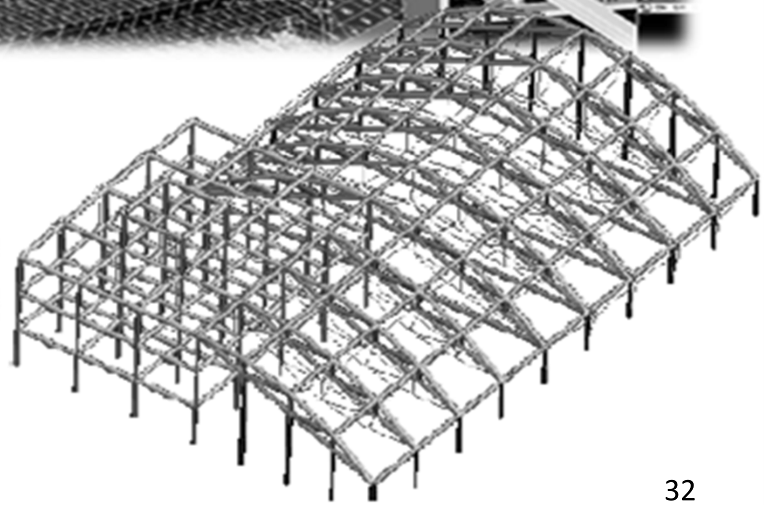


Elasticidad Lineal

¿POR QUE ESTE TIPO DE COMPORTAMIENTO ES DE GRAN IPORTANCIA PARA LA INGENIERÍA?.

PORQUE MEDIANTE EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS Y MÁQUINAS QUE FUNCIONEN EN ESA REGIÓN EVITAMOS DEFORMACIONES PERMANENTES DEBIDO AL FLUJO PLÁSTICO.





Ley de Hooke

LA RELACIÓN LINEAL ENTRE EL ESFUERZO Y LA DEFORMACIÓN UNITARIA EN UNA BARRA SOMETIDA A TENSIÓN O COMPRESIÓN SIMPLE SE EXPRESA POR LA SIGUIENTE ECUACIÓN:

$$\sigma = E\epsilon$$

$$\sigma = Esfuerzo\ axial$$

$$E = Módulo\ de\ Elasticidad$$

$$\epsilon = Deformación\ Unitaria$$

MODULO DE ELASTICIDAD (E) O MODULO DE YOUNG: ES LA PENDIENTE DE LA REGIÓN LINEAL ELÁSTICA DEL DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACIÓN

$$E_s = \frac{f_y}{\varepsilon_y}$$

$$E_s = Modulo\ de\ Elasticidad.$$

$$f_y = Esfuerzo\ de\ Fluencia.$$

$$\varepsilon_y = Deformación\ Máxima\ Elastica.$$

ROBERT HOOKE

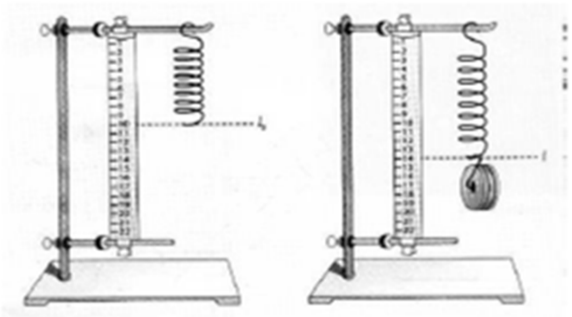


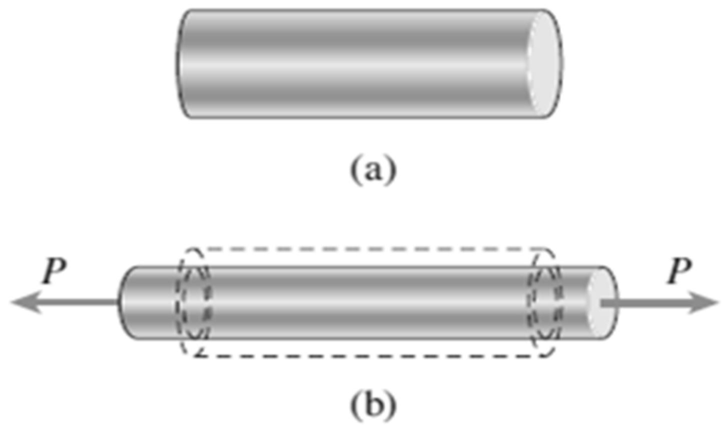
TABLA H-2(899). MECÁNICA DE MATERIALES. J.GERE

RAZÓN DE POISSON

CUANDO UNA BARRA PRISMÁTICA SE SOMETE A TENSIÓN, EL ALARGAMIENTO AXIAL VA ACOMPAÑADO DE UNA CONTRACCIÓN LATERAL (O SEA, UNA CONTRACCIÓN PERPENDICULAR A LA DIRECCIÓN DE LA CARGA APLICADA).

LA RAZÓN DE LA DEFORMACIÓN UNITARIA LATERAL ENTRE LA DEFORMACIÓN UNITARIA AXIAL SE CONOCE COMO RAZÓN DE POISSON. Y SE REPRESENTA CON LA LETRA GRIEGA ν (NU)

SIMÉON DENIS POISSON



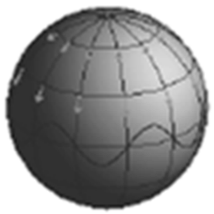
$$\nu = -\frac{Deformación\ unitaria\ lateral}{Deformación\ unitaria\ axial} = -\frac{\epsilon'}{\epsilon}$$

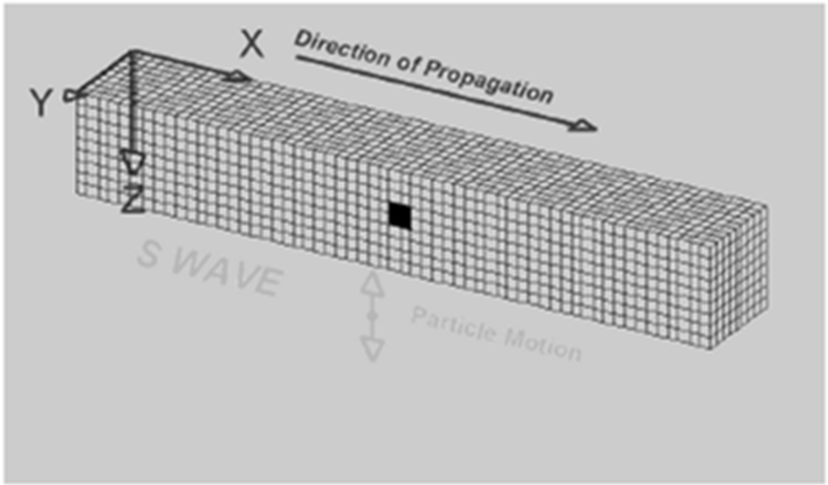
TABLA H-2(899). MECÁNICA DE MATERIALES. J.GERE

LIMITES DE LA RAZÓN DE POISSON

➢ **MATERIAL HOMOGÉNEO.-** DEBE DE TENER LA MISMA COMPOSICIÓN Y POR TAL MISMA PROPIEDADES ELÁSTICAS.

➢ **MATERIAL ISÓTROPOS.-** MATERIAL CON LAS MISMAS PROPIEDADES EN TODAS DIRECCIONES (YA SEA AXIAL, LATERAL, O CUALQUIER OTRA)

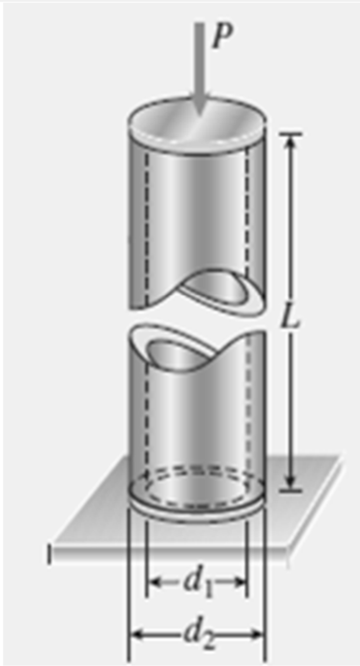




Ejercicio 3

Un tubo de acero con longitud $L = 4.0$ ft, diámetro exterior $d_2 = 6.0$ in y diámetro interior $d_1 = 4.5$ in se comprime mediante una fuerza axial $P = 140$ k (figura 1.23). El material tiene un módulo de elasticidad $E = 30{,}000$ ksi y una relación de Poisson $\nu = 0.30$.

Determine las siguientes cantidades para el tubo: (a) su acortamiento δ, (b) la deformación unitaria lateral ϵ', (c) el aumento Δd_2 del diámetro exterior y el aumento Δd_1 del diámetro interior y (d) el aumento Δt en el espesor de la pared.



Ejercicio 3

Solución

El área A de la sección transversal y el esfuerzo longitudinal σ se determinan como sigue:

$$A = \frac{\pi}{4}\left(d_2^2 - d_1^2\right) = \frac{\pi}{4}\left[(6.0\text{ in})^2 - (4.5\text{ in})^2\right] = 12.37\text{ in}^2$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} = -\frac{140\text{ k}}{12.37\text{ in}^2} = -11.32\text{ ksi (compresión)}$$

Como el esfuerzo es mucho menor que el esfuerzo de fluencia (consulte la tabla H.3 del apéndice H), el material se comporta en forma linealmente elástica y la deformación unitaria axial se puede determinar a partir de la ley de Hooke:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{-11.32\text{ ksi}}{30{,}000\text{ ksi}} = -377.3 \times 10^{-6}$$

Ejercicio 3

Como el esfuerzo es mucho menor que el esfuerzo de fluencia (consulte la tabla H.3 del apéndice H), el material se comporta en forma linealmente elástica y la deformación unitaria axial se puede determinar a partir de la ley de Hooke:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{-11.32 \text{ ksi}}{30{,}000 \text{ ksi}} = -377.3 \times 10^{-6}$$

El signo de menos para la deformación unitaria indica que el tubo se acorta.

(a) Conociendo la deformación unitaria axial, ahora podemos determinar el cambio de longitud del tubo (consulte la ecuación 1.2)

$$\delta = \epsilon L = (-377.3 \times 10^{-6})(4.0 \text{ ft})(12 \text{ in/ft}) = -0.018 \text{ in}$$

De nuevo el signo negativo indica un acortamiento del tubo.

(b) La deformación unitaria lateral se obtiene de la relación de Poisson (consulte la ecuación 1.10):

$$\epsilon' = -\nu\epsilon = -(0.30)(-377.3 \times 10^{-6}) = 113.2 \times 10^{-6}$$

El signo positivo de ϵ' indica un aumento de las dimensiones laterales, como se esperaba para un esfuerzo de compresión.

Ejercicio 3

(c) El aumento del diámetro exterior es igual a la deformación unitaria lateral por el diámetro:

$$\Delta d_2 = \epsilon' d_2 = (113.2 \times 10^{-6})(6.0 \text{ in}) = 0.000679 \text{ in}$$

De manera similar, el aumento del diámetro interior es

$$\Delta d_1 = \epsilon' d_1 = (113.2 \times 10^{-6})(4.5 \text{ in}) = 0.000509 \text{ in}$$

(d) El aumento del espesor de la pared se determina de la misma manera que el aumento de los diámetros; por tanto,

$$\Delta t = \epsilon' t = (113.2 \times 10^{-6})(0.75 \text{ in}) = 0.000085 \text{ in}$$

Este resultado se puede verificar observando que el aumento del espesor de la pared es igual a la mitad de la diferencia de los aumentos de los diámetros:

$$\Delta t = \frac{\Delta d_2 - \Delta d_1}{2} = \frac{1}{2}(0.000679 \text{ in} - 0.000509 \text{ in}) = 0.000085 \text{ in}$$

como se esperaba. Observe que en compresión las tres cantidades aumentan (diámetro exterior, diámetro interior y espesor).

Nota: los resultados numéricos obtenidos en este ejemplo ilustran que los cambios dimensionales en materiales estructurales ante condiciones normales de carga son extremadamente pequeños. A pesar de ello, los cambios de las dimensiones pueden ser importantes en ciertas clases de análisis (como el análisis de estructuras estáticamente indeterminadas) y en la determinación experimental de esfuerzos y deformaciones unitarias.