

# Эффекты самоорганизации в рекомендательных системах

Дементьев Сергей

Московский физико-технический институт

22 мая, 2025

# Цель исследования

- Предложить математическую модель обратной связи в модели рекомендации
- На основе модели провести исследование рекомендательных алгоритмов на появление петли обратной связи

- Существующие компоненты системы:
  - Алгоритм рекомендаций ( $a_{rec}$ ): отвечает за формирование персональных рекомендаций товаров пользователям.
  - Алгоритм выбора пользователя ( $a_{choice}$ ): моделирует, на какие из предложенных рекомендаций пользователь вероятно отреагирует.
  - Генераторы новых пользователей ( $userGAN$ ) и новых товаров ( $itemGAN$ ): алгоритмы, способный изменять распределения объектов: как удаляют, так и добавляют новых.
- Динамика распределений:
  - В процессе взаимодействия происходит изменение распределения по некоторому закону, который мы и хотим исследовать.
    - $\mathbf{D}$  – оператор эволюции распределения.
    - Распределение пользователей:  $f_u^t$  и  $\mathbf{D}f_u^t = f_u^{t+1}$
    - Распределение товаров:  $f_i^t$  и  $\mathbf{D}f_i^t = f_i^{t+1}$

- Мы будем говорить, что в динамической системе, которая характеризуется начальными данными и последовательностью операторов эволюции:  $\{\mathbf{D}_t\}_{t=1}^{\infty}$  возникли эхо-камеры, если существует конечное множество точек  $\{u_1, \dots, u_K\} \subset \mathbb{R}^d$ ,  $K \geq 1$  и соответствующие веса  $\{w_1, \dots, w_K\}$ ,  $\sum_{i=1}^K w_i = 1$ , такие что:

$$f_t \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \sum_{i=1}^K w_i \delta_{u_i}$$

(слабая сходимость к смеси дельта-распределений)

- $HDR_{\alpha}(f) = \{x \in \mathbb{R}^n | f(x) \geq c_{\alpha}\}$ , где  $c_{\alpha}$  удовлетворяет следующему условию  $\int_{HDR_{\alpha}(f)} f(x) dx = \alpha$

Пусть  $\{f_t\}_{t=1}^{\infty}$  – последовательность функций плотности распределений в пространстве признаков  $\mathbb{R}^d$ . Эхо-камера формируется в системе тогда и только тогда, когда существует уровень  $\alpha_0 \in (0; 1)$  такой, что для любого  $\alpha > \alpha_0$  выполняются следующие условия:

1.  $K \in \mathbb{N}$  и момент времени  $T_0$ , такие что  $\forall t > T_0$  : множество  $HDR_{\alpha}(f_t)$  состоит ровно из  $K$  компонент.  $HDR_{\alpha}(f_t) = \cup_{i=1}^K C_{i,t}$
2.  $\exists \delta > 0, T_0$  такое, что  $\min_{i \neq j} d(C_{i,t}, C_{j,t}) \geq \delta \quad \forall t > T_0$

Где  $d(A, B) = \inf_{x \in A, y \in B} \|x - y\|$

3.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(HDR_{\alpha}(f)) = 0$
4.  $\exists u_1, \dots, u_K$  такие, что  $\forall j \in \{1, \dots, K\} : \lim_{t \rightarrow \infty} \rho_H(C_{j,t}, \{u_j\}) = 0$ , где  $\rho_H(A, B)$  – метрика Хаусдорфа между двумя множествами.

# Алгоритм эксперимента

Algorithm 1 Модель рекомендации для детекции петли обратной связи

---

```
1:  $T \leftarrow 100$                                 ▷ ограничение на количество итераций
2: while  $t < T$  do                                ▷ пока не дошли до ограничения по времени
3:    $a_{rec} \leftarrow \text{train}(D_t^*)$               ▷ тренируем модель рекомендаций, ей не доступна вся информация
4:    $a_{choice} \leftarrow \text{train}(D_t)$            ▷ тренируем модель выбора пользователей, ей доступна вся информация
5:    $A_t \leftarrow \text{pick up recommendations}(a_{rec}, D_t)$     ▷ подбираем рекомендации
6:    $R_{t+1} \leftarrow \text{respond to recommendations}(a_{choice}, D_t)$   ▷ Моделируем ответы пользователей на
   рекомендации
7:    $U_{t+1} \leftarrow a_{u'}(D_t)$                 ▷ Обновляем пользователей
8:    $I_{t+1} \leftarrow a_{i'}(D_t)$                 ▷ Обновляем товары
9:    $D_{t+1} \leftarrow (U_{t+1}, I_{t+1}, R_{t+1})$ 
10:   $D_{t+1}^* \leftarrow (\text{proj}(U_{t+1}, \text{dims}), \text{proj}(I_{t+1}, \text{dims}), R_{t+1})$  ▷ Сохраняем датасет с неполной информацией,
   чтобы на нем обучить  $a_{rec}$ 
11: end while
```

---

# Исследуемые зависимости

$\dim(E_U), \dim(E_I)$	размерность эмбединга пользователей и товаров
$\dim(E_U^{rec}), \dim(E_I^{rec})$	размерность эмбедингов пользователей и товаров, которые будут подаваться в модель $a_{rec}$
$\dim(E_U^{choice}), \dim(E_I^{choice})$	размерность эмбедингов пользователей и товаров, которые будут подаваться в модель $a_{choice}$
$\varphi_I^{rec}, \varphi_U^{rec}$	отображения, которые понижают размерность изначального пространства эмбедингов. (Это может быть как PCA, t-SNE, так и просто взятие первых $\dim(E^{rec})$ координат от начального вектора)
$\varphi_I^{rec}, \varphi_U^{rec}$	отображения, которые понижают размерность изначального пространства эмбедингов. (Это может быть как PCA, t-SNE, так и просто взятие первых $\dim(E^{rec})$ координат от начального вектора)
$K$	количество рекомендаций, предлагаемых определенному пользователю
$\mathcal{P}_U, \mathcal{P}_I$	Параметризованное семейство распределений, которое задает распределение эмбедингов пользователей и товаров
$T_{rec}, T_{choice}$	период, в течение которого модель рекомендаций / выбора пользователей не обновляется
$\mathcal{A}_{emb}$	семейство алгоритмов оптимизации для получения эмбедингов пользователей из начальных данных по сделкам (т.е. алгоритм для колаборативной фильтрации)
$\mathcal{A}_{train}$	алгоритм оптимизации для обучения модели $a_{rec}, a_{choice}$
$\Theta_{emb}$	параметры модели, с помощью которой мы получили эмбединги
$\Theta_{rec}, \Theta_{choice}$	гиперпараметры моделей $a_{rec}$ и $a_{choice}$ (например, в случае полносвязных нейронных сетей – это количество скрытых слоев и нейронов в них)

# Как определить, что петля есть?

---

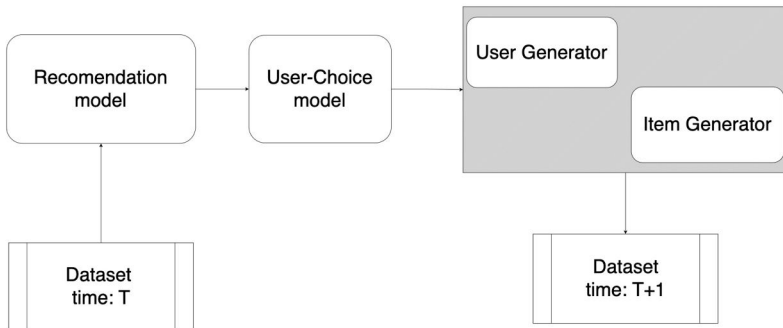
## Algorithm 2 Алгоритм вычисления $\lambda(HDR)$

---

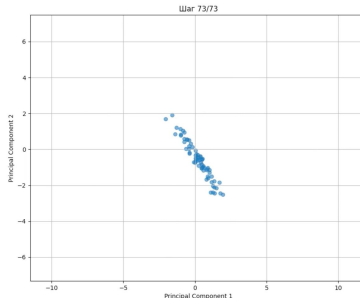
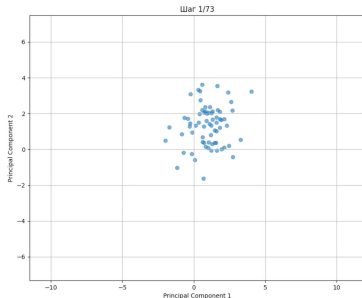
```
1:  $k \leftarrow \lfloor \sqrt{n} \rfloor$  ▷ экспериментальная оценка для  $k$ 
2: for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
3:    $M_i \leftarrow M(X_i, X, k)$ 
4: end for
5:  $M^* \leftarrow M_{(\lceil \alpha \cdot n \rceil)}$  ▷ определяем константу для  $\widehat{HDR}$ 
6:  $B \leftarrow \prod_{j=1}^d [\min_{i \in \{1..n\}} (X_i(j)); \max_{i \in \{1..n\}} (X_i(j))]$  ▷ оцениваем носитель распределения
7:  $y_1, y_2, \dots, y_l \sim U(B)$  ▷ семплируем из равномерного распределения для метода Монте-Карло
8:  $\lambda(HDR) = \frac{\sum_{j=1}^l [M(y_j, X, k) \leq M^*]}{l} \lambda(B)$ 
9: return  $\lambda(HDR)$ 
```

---



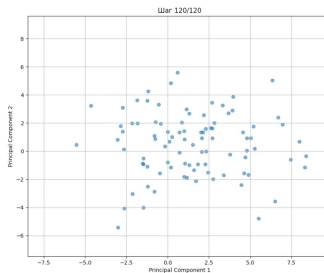
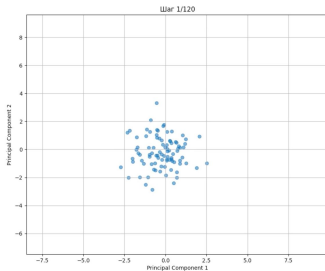


# Эксперимент и его результаты



Скрытая петля положительной обратной связи

# Эксперимент и его результаты



Скрытая петля отрицательной обратной связи

# Анализируем результаты

- В ходе экспериментов была получена явная зависимость от времени, которую если не учитывать, то система будет либо сходиться к стационарной, либо будет происходить data drift только малой части данных
- От количества информации в данных зависит возникновение петли. Это легко получить, используя разные размеры эмбедингов для модели рекомендации, а также изменяя преобразования эмбедингов

- Будет построена CI модель для изучения зависимости
- Исследуем возникновения петли обратной связи в других постановках задачи
- Исследуем функциональную зависимость от параметров

- [1] Wenlong Sun et al. Debiasing the Human-Recommender System Feedback Loop in Collaborative Filtering , 2019.
- [2] Karl Krauth et al. Breaking Feedback Loops in Recommender Systems with Causal Inference, 2022.
- [3] Anton Khritankov. Positive feedback loops lead to concept drift in machine learning systems, 2023.