

Απάντηση

1. Εντροπία Πηγής

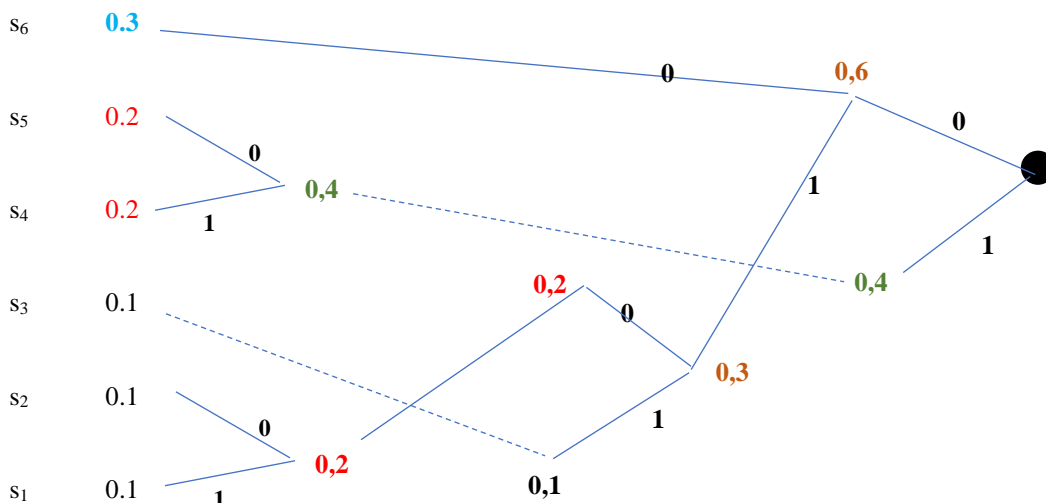
$$\begin{aligned} H(X) &= - \sum_{i=1}^{N=6} p(s_i) \cdot \log_2 p(s_i) = \\ &= -p(s_1) \cdot \log_2 p(s_1) - p(s_2) \cdot \log_2 p(s_2) - p(s_3) \cdot \log_2 p(s_3) - p(s_4) \cdot \log_2 p(s_4) - p(s_5) \cdot \log_2 p(s_5) - p(s_6) \cdot \log_2 p(s_6) = \\ &= -0.1 \cdot \log_2 0.1 - 0.1 \cdot \log_2 0.1 - 0.1 \cdot \log_2 0.1 - 0.2 \cdot \log_2 0.2 - 0.2 \cdot \log_2 0.2 - 0.3 \cdot \log_2 0.3 = \\ &= - \underbrace{3 \cdot 0.1 \cdot \log_2 0.1} - \underbrace{2 \cdot 0.2 \cdot \log_2 0.2} - \underbrace{0.3 \cdot \log_2 0.3} \\ &= -0.3 \cdot \frac{\log_{10} 0.1}{\log_{10} 2} - 0.4 \cdot \frac{\log_{10} 0.2}{\log_{10} 2} - \frac{\log_{10} 0.3}{\log_{10} 2} = \\ &= 2,443 \text{ bit/symbol} \end{aligned}$$

2. Μέσο Μήκος Κώδικα

Βήμα 1: Ταξινομούμε τα σύμβολα της πηγής σε **φθίνουσα** σειρά πιθανότητας

s_6	0.3
s_5	0.2
s_4	0.2
s_3	0.1
s_2	0.1
s_1	0.1

Βήμα 2: Ξεκινάμε από κάτω προς τα πάνω και παίρνουμε πάντα τα 2 σύμβολα με τις μικρότερες πιθανότητες και τα αθροίζουμε δημιουργώντας ένα νέο σύμβολο



Βήμα 3: Ξεκινάμε από τη ρίζα προς το κάθε φύλλο και σχηματίζουμε τις κωδικές λέξεις των συμβόλων

Σύμβολο	Κωδική Λέξη
s ₁	0101
s ₂	0100
s ₃	011
s ₄	11
s ₅	10
s ₆	00

Το μέσο μήκος κώδικα είναι:

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{N=8} p(s_i) \cdot l(s_i) \Rightarrow$$

Πιθανότητα Συμβόλου Μήκος Κωδικής Λέξης Συμβόλου

$$\Rightarrow \bar{L} = p(s_1) \cdot l(s_1) + p(s_2) \cdot l(s_2) + p(s_3) \cdot l(s_3) + p(s_4) \cdot l(s_4) + p(s_5) \cdot l(s_5) + p(s_6) \cdot l(s_6)$$

$$\Rightarrow \bar{L} = 0.1 \cdot 4 + 0.1 \cdot 4 + 0.1 \cdot 3 + 0.2 \cdot 2 + 0.2 \cdot 2 + 0.3 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{L} = 2,5 \text{ bit/symbol}$$

3. Αποδοτικότητα και Πλεονασμός

Η Αποδοτικότητα της Κωδικοποίησης δίνεται από τον τύπο: $\eta = \frac{H(X)}{\bar{L}} = \frac{2,443 \text{ bit/symbol}}{2,5 \text{ bit/symbol}} = 0,9772$

Η μέγιστη εντροπία μιας πηγής N συμβόλων είναι log₂N όπου N τα σύμβολα της πηγής και επιτυγχάνεται όταν τα σύμβολα της είναι ισοπίθανα. Εδώ το N=8 άρα η μέγιστη εντροπία της συγκεκριμένης πηγής είναι

$$\max H(X) = \log_2 8 \text{ bit/symbol}$$

Ο πλεονασμός της Κωδικοποίησης δίνεται από τον τύπο: $\text{red} = 1 - \frac{H(X)}{\max H(X)} = 1 - \frac{2,443 \text{ bit/symbol}}{2,585 \text{ bit/symbol}} = 0,055$

4. Αποκωδικοποίηση Ακολουθίας

Στο δέκτη φτάνει η ακολουθία bit **11010011001001111011100**. Σύμφωνα με την κωδικοποίηση που έχουμε κάνει και η οποία είναι προθεματική κωδικοποίηση δηλ. καμία κωδική λέξη δεν αποτελεί πρόθεμα κάποιας άλλης η αποκωδικοποίηση της είναι η εξής:

s₄ s₂ s₄ s₆ s₅ s₃ s₄ s₃ s₅