

Nome:  
 Cognome:  
 Matricola:

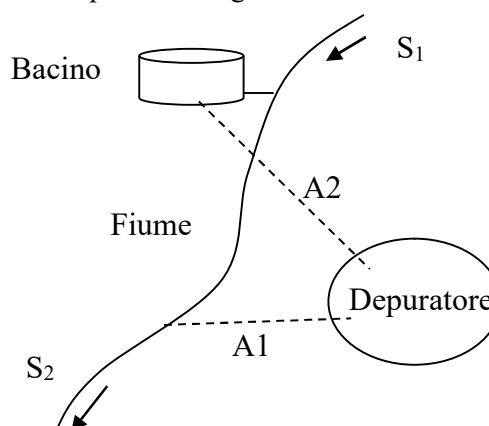
Orale: 30 gennaio 2018 ☐  
 Orale: 27 febbraio 2018 ☐  
 Barrare la casella relativa alla data scelta

### Esercizio 1

Una città deve essere rifornita con  $172.800 \text{ m}^3$  al giorno di acqua potabile per un anno (che assumiamo per semplicità di 360 giorni). Allo scopo può prelevare l'acqua da un fiume mediante due acquedotti A1 e A2 per poi depurarla. A1 preleva acqua direttamente dal fiume e la porta al depuratore al costo di 1 centesimo al  $\text{m}^3$ . A2 preleva acqua da un bacino cilindrico a monte e la porta al depuratore al costo di 2 centesimi al  $\text{m}^3$ . Il bacino è stato realizzato in quanto il fiume è soggetto a siccità estive, per cui si immette acqua dal fiume nel bacino in autunno e inverno e dal bacino in A2 in primavera e estate. A1 può essere usato in autunno, inverno e primavera. L'acqua prelevata dal fiume in primavera è più sporca per cui depurarla costa 3 centesimi al  $\text{m}^3$ . Invece l'acqua prelevata nelle altre stagioni si depura al costo di 1 centesimo al  $\text{m}^3$ . Il flusso di acqua del fiume nella sezione  $S_1$  (in  $\text{m}^3/\text{sec}$ ) in autunno, inverno, primavera, estate è rispettivamente 3, 4, 2, 0. Le dimensioni del bacino sono indicate in tabella. Una stagione è composta da 90 giorni.

E' il primo giorno di autunno, il bacino è vuoto e volete decidere quanta acqua immettere nel bacino e quanta acqua immettere in ciascun acquedotto nelle quattro stagioni in modo tale da: rifornire quotidianamente le città, avere il bacino vuoto alla fine della prossima estate, minimizzare i costi complessivi di prelievo e depurazione nell'arco dell'anno.

Formulare il problema e dimostrare o confutare mediante le condizioni di ortogonalità che esiste una soluzione ottima che immette acqua dal fiume al bacino sia in inverno che in autunno, usa A2 sia in primavera che in estate e usa A1 in autunno, inverno e primavera.



	Bacino
Superficie ( $\text{m}^2$ )	1.166.400
Altezza (m)	20

### Esercizio 2

Vedi retro del foglio

## Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di una rete di flusso composta da 10 nodi  $s, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, t$ . Per ogni arco è riportato un flusso iniziale e il valore della sua capacità massima. In particolare,  $s$  è il nodo sorgente e  $t$  è il nodo pozzo.

Rete	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	o	p	q	r
s	1	1														
1	-1		1	1												
2			-1		-1			-1		1						
3									-1	-1	1					
4		-1			1	1										
5				-1		-1	1		1							
6							-1	1				1				
7											-1		-1	1	1	
8												-1	1	-1		1
t															-1	-1
Capacità	3	90	5	10	10	10	8	5	5	7	10	11	8	20	98	1
Flusso	2	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1

a. Partendo dai dati in tabella, determinare se la distribuzione di flusso iniziale data è ammissibile, e in ogni caso spiegarne il motivo.

b. Se il flusso iniziale è ammissibile, determinare una soluzione ottima al problema del massimo flusso utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson a partire da quel flusso dato. Altrimenti, scaricare il flusso iniziale e risolvere il problema del massimo flusso utilizzando Ford e Fulkerson.

c. Mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi  $s$  e  $t$ .

d. Partendo dalla soluzione ottima trovata al punto b, si determini il nuovo flusso massimo nei seguenti due casi:

d.1: l'arco  $(4, 1)$  è inserito nella rete di flusso e la sua capacità è 10 unità di flusso.

d.2: l'arco  $(4, 1)$  è inserito nella rete di flusso e la sua capacità è 10 unità di flusso. Inoltre, la capacità dell'arco  $g$  aumenta fino a 10 unità di flusso.

d.3: Per entrambi i casi d.1 e d.2, mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi  $s$  e  $t$ .

Motivare opportunamente ogni risposta data ai punti a, b, c, d.1, d.2, d.3.