A-L

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa

3 Luglio 2003

SOLUZIONI

Esercizio 1

1. Formulazione: per formulare il problema sono sufficienti 2 variabili, associate ai Kg di concime A o B da acquistare: $x_A; x_B$. La formulazione diventa:

$$\min \quad 5x_A + 4x_B$$
$$\begin{cases} 10x_A + 5x_B \geq 15000 \\ 20x_A + 10x_B \geq 25000 \\ 15x_A + 20x_B \geq 30000 \\ 4x_A + x_B \geq 2500 \\ 4x_A + 5x_B \geq 2500 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

2. Il problema duale ha 5 variabili, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5. Portando il problema in forma standard è necessario aggiungere 2 variabili di scarto s_1, s_2. Il problema diventa quindi:

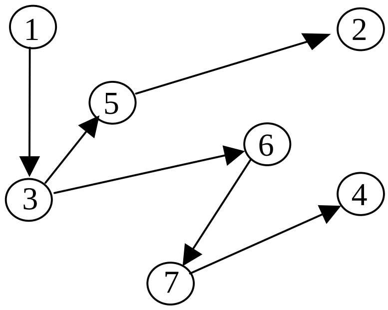
$$\max \quad 15000u_1 + 25000u_2 + 30000u_3 + 2500u_4 + 2500u_5$$
$$\begin{cases} 10u_1 + 20u_2 + 15u_3 + 4u_4 + 4u_5 \leq 5 \\ 5u_1 + 10u_2 + 20u_3 + u_4 + 5u_5 \leq 4 \\ u \geq 0 \end{cases}$$
$$\Downarrow$$
$$\min \quad -15000u_1 - 25000u_2 - 30000u_3 - 2500u_4 - 2500u_5$$
$$\begin{cases} 10u_1 + 20u_2 + 15u_3 + 4u_4 + 4u_5 + s_1 = 5 \\ 5u_1 + 10u_2 + 20u_3 + u_4 + 5u_5 + s_2 = 4 \\ u \geq 0 \end{cases}$$

3. A questo punto la fase 1 non è necessaria in quanto le colonne A_6, A_7 della matrice dei coefficienti individuano una base ammissibile. La base iniziale è quindi $B = [A_6, A_7]$. Al primo pivot entra A_1 ed esce A_6. Al successivo pivot entra A_3 ed esce A_7, la base $B = [A_1, A_3]$ risulta <u>ottima</u>

4. le variabili primali x_A, x_B all'ottimo valgono rispettivamente 1200 e 600, come si può verificare dai costi duali della matrice carry ottima.

Esercizio 2

Applicando l'algoritmo di Dijkstra si settano ad 1 i flag dei nodi (nell'ordine) 1,3,5,2,6,7,4, oppure 1,3,5,6,2,7,4, ottenendo l'albero dei cammini minimi in figura.



M-Z

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Primo Modulo di Ricerca Operativa
3 Luglio 2003

SOLUZIONI

Esercizio 1

1. Formulazione: per formulare il problema sono sufficienti 2 variabili, associate ai Kg di concime A o B da acquistare: $x_A ; x_B$. La formulazione diventa:

$$\min \quad 5x_A + 4x_B$$
$$\begin{cases} 10x_A + 5x_B \geq 60000 \\ 20x_A + 10x_B \geq 100000 \\ 15x_A + 20x_B \geq 120000 \\ 4x_A + x_B \geq 10000 \\ 2x_A + 4x_B \geq 8000 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

2. Il problema duale ha 5 variabili, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5. Portando il problema in forma standard è necessario aggiungere 2 variabili di scarto s_1, s_2. Il problema diventa quindi:

$$\max \quad 60000u_1 + 100000u_2 + 120000u_3 + 10000u_4 + 8000u_5$$
$$\begin{cases} 10u_1 + 20u_2 + 15u_3 + 4u_4 + 2u_5 \leq 5 \\ 5u_1 + 10u_2 + 20u_3 + u_4 + 4u_5 \leq 4 \\ u \geq 0 \end{cases}$$
$$\Downarrow$$
$$\max \quad 60000u_1 + 100000u_2 + 120000u_3 + 10000u_4 + 8000u_5$$
$$\begin{cases} 10u_1 + 20u_2 + 15u_3 + 4u_4 + 2u_5 + s_1 = 5 \\ 5u_1 + 10u_2 + 20u_3 + u_4 + 4u_5 + s_2 = 4 \\ u \geq 0 \end{cases}$$

3. A questo punto la fase 1 non è necessaria in quanto le colonne A_6, A_7 della matrice dei coefficienti individuano una base ammissibile. La base iniziale è quindi $B = [A_6, A_7]$. Al primo pivot entra A_1 ed esce A_6. Al successivo pivot entra A_3 ed esce A_7, la base $B = [A_1, A_3]$ risulta <u>ottima</u>

4. le variabili primali $x_A ; x_B$. all'ottimo valgono rispettivamente 4800 e 2400, come si può verificare dai costi duali della matrice carry ottima.

Esercizio 2

Applicando l'algoritmo di Prim-Dijkstra si settano ad 1 i flag dei nodi (nell'ordine) 1,3,5,2,6,7,4, ottenendo l'albero in figura.