



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia**  
24 aprile 2013

Nome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 270/04</b> – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 509/99</b> – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	<b>Altro</b> _____

### Esercizio 1

La Ponga Ltd è una multinazionale specializzata nella produzione di liquori derivati dalla canna da zucchero. Nell'area industriale di Bahia (Brasile) si realizzano due prodotti, la Cachaça e il Rum. Il processo di lavorazione richiede la lavorazione in tre stabilimenti di spremitura della canna, fermentazione e distillazione, che possono lavorare al più su due turni giornalieri di 9 ore (1080 minuti). Le ultime due ore dello stabilimento di spremitura e l'ultima ora di quello di fermentazione sono dedicate alla pulizia dei macchinari, e quindi non sono produttive. I tempi (in minuti) necessari per la lavorazione di una tonnellata di liquore sono riportati in tabella, unitamente alla capacità produttiva giornaliera dei tre stabilimenti.

Il responsabile delle vendite calcola che ogni tonnellata prodotta di Cachaça e di Rum possa essere venduta realizzando un profitto pari a 760 e 800 euro, rispettivamente.

Formulare (senza risolverlo) il problema di PL di determinare la produzione giornaliera di massimo profitto evidenziando il significato e le unità di misura delle variabili scelte

Stabilimento	Cachaça	Rum	Capacità
Spremitura	45	50	960
Fermentazione	100	85	1020
Distillazione	120	130	1080

### Esercizio 2

È dato il problema primale di PL in figura.

- Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del primale o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente. Applicare la regola di Bland.
- Scrivere il problema duale del primale dato e risolverlo con il metodo grafico dopo aver proiettato le variabili in eccesso con il metodo di Fourier-Motzkin.

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 \\ & \begin{cases} x_2 - x_3 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### Domanda 3

Illustrare le definizioni di vertice e soluzione base ammissibile. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili se e solo se è una soluzione base ammissibile.

Nome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 270/04</b> – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 509/99</b> – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	<b>Altro</b> _____

## Esercizio 1

Itaca è un'industria toscana specializzata nella produzione di materiali per l'edilizia.

Nello stabilimento di Arezzo si realizzano tre tipi di calce, A, B e C, utilizzando allo scopo tre reparti: 1, 2 e 3. Ciascun reparto può realizzare tutte le varietà di calce ma può lavorare un solo prodotto alla volta. I tempi di lavorazione (in minuti) necessari per produrre un quintale di calce presso ogni reparto sono riportati in tabella insieme alla capacità produttiva dei reparti (in ore) e al costo orario di utilizzo dei reparti. Studi di mercato hanno mostrato che una pianificazione ottimale dovrebbe prevedere un livello di produzione della calce di tipo A compresa tra il 50\% e il

70\% della produzione totale. Il prezzo di vendita al quintale per i tre tipi di calce realizzati è pari a 18, 21 e 24 euro, rispettivamente per A, B e C. Formulare (senza risolverlo) il problema di pianificare la produzione con l'obiettivo di massimizzare il profitto complessivo (incasso-costo di produzione) derivante dalla vendita dei tre prodotti. Evidenziare il significato e le unità di misura delle variabili scelte.

Reparto	Calce A	Calce B	Calce C	Capacità	Costo
1	18	21	24	8	6
2	20	18	22	16	7
3	12	18	20	20	8

## Esercizio 2

È dato il problema primale di PL in figura.

- Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del primale o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente. Applicare la regola di Bland.
- Scrivere il problema duale del primale dato e risolverlo con il metodo grafico dopo aver proiettato le variabili in eccesso con il metodo di Fourier-Motzkin.

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ & \begin{cases} 2x_2 - x_3 \leq 3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_3 = 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

## Domanda 3

Illustrare la definizione di problema duale e coppia primale-duale nella PL. Enunciare e dimostrare i teoremi di dualità debole e forte.

Nome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 270/04</b> – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 509/99</b> – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	<b>Altro</b> _____

### Esercizio 1

Baraldi è un'industria chimica veneta che produce due tipi di concimi, A e B, ciascuno caratterizzato da un codice N-P-K che indica il contenuto percentuale minimo di azoto, fosforo e potassio. Il codice di A è 11-22-16, mentre il codice di B è 8-6-10. Entrambi i concimi si ottengono facendo reagire dei composti ad elevato contenuto dei tre elementi e unendoli a un materiale inerte per raggiungere le percentuali minime desiderate.

L'industria dispone di 30 ton di composto 1, acquistato al prezzo di 3 €/kg, e di 25 ton di composto 2, acquistato al prezzo di 4 €/kg. Il materiale inerte costa 0,1 €/kg.

Il composto 1 contiene il 40% di N e il 55% di P, il composto 2 contiene il 5% di N, il 40% di P e il 45% di K. Si vuole produrre un lotto di 40 ton di A e 50 ton di B al costo di produzione minimo.

Formulare il problema (senza risolverlo) evidenziando il significato e le unità di misura delle variabili scelte.

### Esercizio 2

È dato il problema primale di PL in figura.

- Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del primale o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente. Applicare la regola di Bland.
- Scrivere il problema duale del primale dato e risolverlo con il metodo grafico dopo aver proiettato le variabili in eccesso con il metodo di Fourier-Motzkin.

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 9 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### Domanda 3

Illustrare le definizioni di vertice e soluzione base ammissibile. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili se e solo se è una soluzione base ammissibile.

# D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia**  
24 aprile 2013

Nome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 270/04</b> – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 509/99</b> – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	<b>Altro</b> _____

## Esercizio 1

La Sorfin è una società finanziaria leccese che vuole definire, per un proprio cliente abituale, un piano di investimento triennale sulla base di un capitale iniziale di 150.000 €. Dopo 12 e 24 mesi il cliente desidera un rendimento dei titoli di almeno 5.000 e 7.000 €, rispettivamente.

La Sorfin può investire in due titoli obbligazionari A e B secondo il piano di investimenti riportato in tabella (è possibile acquistare quote frazionarie dei due titoli).

La liquidità non investita nei progetti e i rendimenti annuali sono versati in un deposito vincolato che garantisce un interesse del 3%

annuo. Si vuole definire il piano di investimento che consenta di massimizzare il capitale al termine dei tre anni (deposito bancario + rendimento a 36 mesi dei titoli).

Formulare (senza risolverlo) il problema evidenziando il significato e le unità di misura delle variabili scelte.

Titolo	Investimento iniziale	Rendimento		
		12 mesi	24 mesi	36 mesi
A	75.000	6.000	6.000	90.000
B	60.000	2.000	10.000	75.000

## Esercizio 2

È dato il problema primale di PL in figura.

1. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del primale o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente. Applicare la regola di Bland.
2. Scrivere il problema duale del primale dato e risolverlo con il metodo grafico dopo aver proiettato le variabili in eccesso con il metodo di Fourier-Motzkin.

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ x_2 + x_3 = 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

## Domanda 3

Illustrare le definizioni di vertice e direzione estrema. Enunciare il teorema di Minkowski-Weyl e utilizzarlo per dimostrare che se un problema di PL in forma standard ammette soluzione ottima, allora ammette soluzione ottima su un vertice.