

Nome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 270/04 – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 509/99 – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	Altro _____

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenerare individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - 3x_2 \geq -12 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza vertici/lati di un grafo.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	o	p	q	r
1	1	1	1	1												
2		1			1	1	1	1		1						
3			1		1	1			1							
4				1			1	1	1	1	1	1		1		
5											1		1		1	
6												1	1			1
7	1													1	1	1
costo	3	2	4	2	3	3	6	5	2	3	8	6	3	2	1	4

1. Trovare un albero ricoprente di peso minimo partendo dal vertice 7 tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.
2. Risolvere nuovamente il problema al punto 1 mettendo il costo del lato h uguale a 1.
3. Si discuta se (e che cosa) cambia nella soluzione ottima dei problemi ai punti 1 e 2 applicando le condizioni di ottimalità sui cammini e mettendo il costo del lato n uguale a 2.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di poliedro, vertice e direzione di un poliedro. Partendo dal teorema di Weyl-Minkowski, dimostrare le condizioni geometriche di ottimalità e di illimitatezza per un problema di PL.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia
22 aprile 2015

Nome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 270/04 – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 509/99 – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	Altro _____

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenerare individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\begin{aligned} \min \quad & -3x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 7 nodi 1...7. Per ogni arco sono date le distanze (a, b) tra il nodo testa a e il nodo coda b .

Archi	3, 2	3, 4	3, 5	4, 2	2, 6	2, 7	4, 6	6, 7	6, 5	5, 7	5, 1	2, 1	1, 2	4, 5
Distanze	3	2	4	4	1	6	5	2	1	5	2	1	1	3

1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo 3 verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in S .
2. Ripetere il punto 1 ponendo il peso dell'arco (2, 7) uguale a 2.
3. Per i punti 1 e 2, mostrare l'albero dei cammini orientati minimi. Calcolare il peso del percorso orientato minimo da 3 a 6, e il peso del percorso orientato minimo da 3 a 7.

Domanda 3

Illustrare la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra per trovare l'albero ricoprente a costo minimo in un grafo. In particolare dimostrare le condizioni di ottimalità utilizzate dall'algoritmo e discuterne la sua complessità computazionale.

Nome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 270/04 – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 509/99 – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	Altro _____

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenerare individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza vertici/lati di un grafo.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	o	p	q	r
1	1					1	1									
2	1	1			1											
3		1	1	1												
4				1	1	1		1	1		1	1				
5			1				1	1	1	1			1	1		
6												1	1		1	
7										1	1					1
8														1	1	1
costo	3	4	1	3	2	5	3	2	3	8	6	4	2	1	2	3

1. Trovare un albero ricoprente a costo minimo partendo dal vertice 7 tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.
2. Risolvere nuovamente il problema al punto 1 mettendo il costo del lato n uguale a 1.
3. Si discuta che cosa cambia nella soluzione ottima dei problemi ai punti 1 e 2 applicando le condizioni di ottimalità sui tagli e mettendo il costo del lato d uguale a 5.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di cammino e di percorso in un digrafo. Illustrare la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra per trovare un cammino orientato minimo in un digrafo pesato. In particolare dimostrare le condizioni di ottimalità utilizzate dall'algoritmo e discutere la sua complessità computazionale.

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia
22 aprile 2015

Nome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 270/04 – Laurea ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 509/99 – Laurea ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	Altro _____

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenerare individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 9 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Esercizio 2

Applicate l'algoritmo di Floyd e Warshall ad un digrafo pesato con 5 nodi (A...E) descritto dalle seguenti matrici ottenute con la fase d'inizializzazione dell'algoritmo (quella di sinistra indica i costi dei percorsi, quella di destra i predecessori).

	A	B	C	D	E
A	0	3	-2	$+\infty$	4
B	-3	0	$+\infty$	$+\infty$	-8
C	$+\infty$	6	0	$+\infty$	3
D	$+\infty$	$+\infty$	1	0	$+\infty$
E	-2	$+\infty$	$+\infty$	1	0

	A	B	C	D	E
A	A	A	A	D	A
B	B	B	C	D	B
C	A	C	C	D	C
D	A	B	D	D	E
E	E	B	C	E	E

1. Effettuate tutte le iterazioni dell'algoritmo, aggiornando entrambe le matrici ad ogni passo dell'esecuzione. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo al termine dell'iterazione corrente e mostrate un ciclo di peso negativo.
2. Eseguite nuovamente l'algoritmo sostituendo il valore delle caselle (E, A) con i seguenti valori = $+\infty$ nella matrice di sinistra e A nella matrice di destra.
3. Per entrambi i punti 1 e 2, quando l'algoritmo non trova cicli negativi mostrate i cammini orientati minimi $E \rightarrow C$ e $B \rightarrow C$.

Domanda 3

Illustrare la definizione di soluzione base ammissibile di un problema di PL in forma standard. Dimostrare le condizioni algebriche di ottimalità e illimitatezza utilizzate dall'algoritmo del simplesso e fornire una interpretazione geometrica del cambiamento di base.