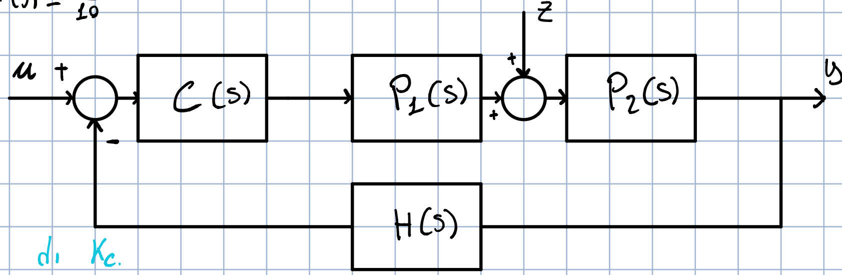
Esercizi Luca Rocco - luc.rocco@stud.uniroma3.it

$C(s) = K_c$; $P_1(s) = \dfrac{3}{s+2}$; $P_2(s) = \dfrac{1}{s(s+4)}$; $H(s) = \dfrac{1}{10}$

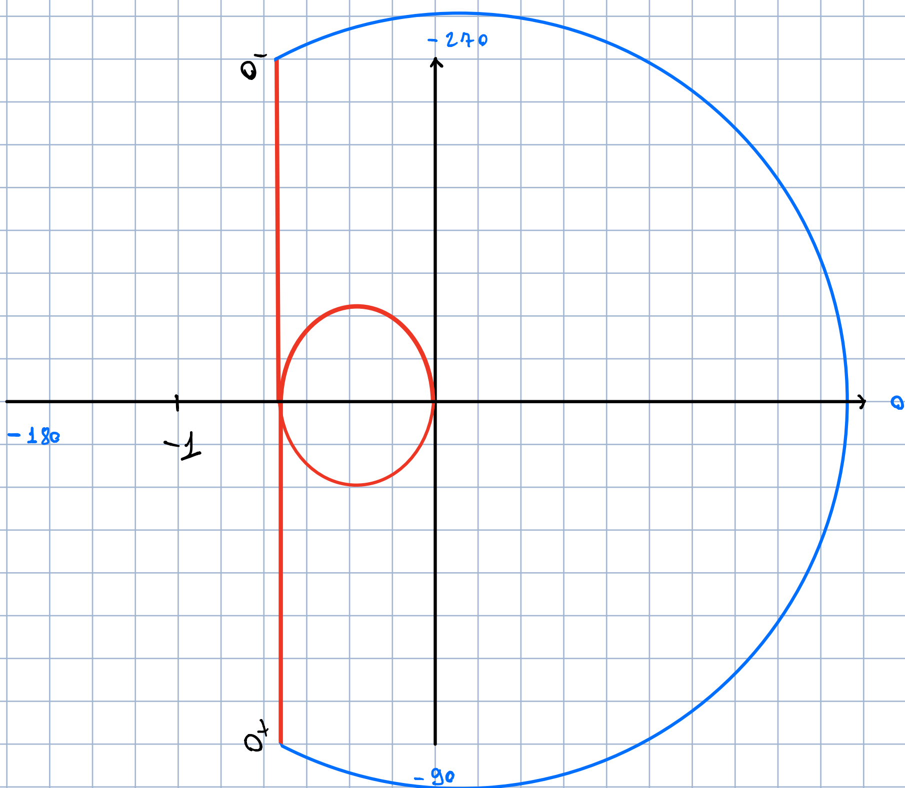


N.B. Si potrebbe fare uno studio preliminare con Nyquist per fare delle prime considerazioni sull'intervallo di K_c.

Per fare lo studio preliminare con Nyquist scriviamo la $F(s) = \dfrac{K_c}{10} \dfrac{3}{s(s+2)(s+4)}$ e ne tracciamo il diagramma di Nyquist.

Nella nostra F(s) sono presenti solo poli e ricordiamoci che per ogni polo si perdono 90° di fase.

Abbiamo in tutto 3 poli quindi perdiamo 270° di fase. La fase sicuramente entra da -90 andando verso -270 gradi.



Siccome il K_c è un numero libero mi aspetto che sia piccolo e quindi il punto -1 si trova fuori. Non ci sono poli a parte reale positiva quindi il diagramma non deve abbrracciare il punto -1.

Quindi mi aspetto che $0 < K_c < K_{MAX}$. Adesso svolgo il punto a per scoprire il K_{MAX}.

a) Per quali valori di K_c il sistema risulta stabile?

Scrivo la W(s) del sistema:

$$W(s) = \frac{\dfrac{3K_c}{s(s+2)(s+4)}}{1 + \dfrac{3K_c}{10\, s(s+2)(s+4)}} = \frac{30K_c}{10s^3 + 60s^2 + 80s + 3K_c}$$

Faccio il criterio di Routh:

3	10	80
2	60	$3K_c$
1	$\frac{30K_c - 4800}{-60}$	
0	$3K_c$	

$$\begin{cases} 30K_c - 4800 < 0 \\ 3K_c > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_c < 160 \\ K_c > 0 \end{cases}$$

Il sistema risulta stabile per $0 < K_c < 160$

b) Determinare il tipo di sistema di controllo:

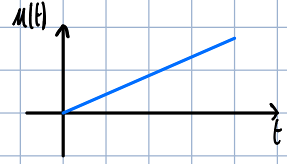
Il sistema è di tipo 1 in quanto è presente un solo integratore in catena diretta

c) Determinare l'astatismo rispetto a un disturbo costante.

Il sistema non è astatico perché non è presente alcun integratore a monte del del disturbo

d) Indicare l'uscita permanente $y_p(t)$ per ingresso $u(t) = 7\delta_{-2}(t)$ e $z(t) = 0$

Avendo un sistema di tipo 1 e un ingresso di tipo 1:



Allora mi aspetto un errore costante del tipo $e = \frac{K_d^2 \xrightarrow{} 10}{K_G}$.

$$e' = \frac{K_d^2}{K_G} = \frac{100}{K_c K_{P_1} K_{P_2}} = \frac{100}{K_c \frac{3}{8}} = \frac{800}{3K_c}$$; Questo è l'errore unitario; $e = |u| \cdot e' = 7 \cdot \frac{800}{3K_c} = \frac{5600}{3K_c}$.

Adesso possiamo scrivere l'uscita permanente $y_p(t) = K_d \cdot u(t) - e \cdot \delta_{-1}(t) = 70\delta_{-2}(t) - \frac{5600}{3K_c}\delta_{-2}(t)$

e) Indicare l'uscita permanente $y_p(t)$ per ingresso $u(t) = 0$ e $z(t) = -3\delta_{-1}(t)$

Non essendo il sistema astatico il disturbo non viene rigettato:

$$\lim_{s \to 0} s \cdot W_z(s) \cdot \left(-\frac{3}{s}\right);$$

$$W_z(s) = \frac{\frac{1}{s(s+4)}}{1 + \frac{3K_c}{10s(s+2)(s+4)}} = \frac{10(s+2)}{10s^3 + 60s^2 + 80s + 3K_c} \Rightarrow y_z(t)\Big|_{t\to\infty} = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{10(s+2)}{10s^3 + 60s^2 + 80s + 3K_c} \left(-\frac{3}{\cancel{s}}\right) =$$

$$= -\frac{20}{K_c} \Rightarrow y_z(t)\Big|_{t\to\infty} = -\frac{20}{K_c} \cdot \delta_{-1}(t)$$