

A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Secondo appello
14 luglio 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐

Esercizio 1

Grazie a una vincita al superenalotto, avete ora il problema di investire 100.000 euro. Un vostro amico vi consiglia di comprare quote di fondi di investimento, della società Kezef. In particolare vi sono due tipi di fondi: Kezef Italia e Kezef Europa. Le quote possono essere acquistate in lotti da 120 euro ciascuno per Kezef Italia, da 200 euro ciascuno per Kezef Europa. Il vostro amico ritiene che il rendimento annuo di Kezef Italia dovrebbe essere pari a un sesto del capitale investito; quello di Kezef Europa pari al 17%. Il numero di lotti di Kezef Europa non può superare il 50% del numero complessivo di lotti acquistati.

1. Formulare il problema di massimizzare il rendimento come problema di programmazione lineare,
2. Trovare la soluzione ottima con il metodo del simplesso (applicando la regola di Bland).
3. Trovare la soluzione ottima con il metodo grafico.
4. La soluzione ottenuta al passo 2 è coerente con quella ottenuta al passo 3? Perché?

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un grafo G con 4 nodi, e sono dati i costi di ogni arco.

Archi	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,1)	(2,3)	(2,4)	(3,4)	(4,2)
Costi	7	3	1	1	10	5	5	-3

- a) Risolvere il problema del cammino minimo per ogni coppia di nodi applicando l'algoritmo di Floyd e Warshall. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo e mostrate un ciclo negativo. Altrimenti mostrate il cammino a peso minimo dal nodo 1 al nodo 4.
- b) Nel caso, in cui non si siano individuati cicli a peso negativo si ottenga la rete F a partire dal grafo G eliminando da G tutti gli archi a peso negativo. Nel caso in cui nel passo precedente sia stato individuato un ciclo a peso negativo si ottenga F eliminando da G tutti gli archi facenti parte del ciclo a peso negativo. Formulare, senza risolverlo, il problema di calcolare il cammino minimo dal nodo 1 al nodo 4 sulla rete F come un problema di flusso a costo minimo.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Secondo appello
14 luglio 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐**Esercizio 1**

Siete i titolari di un'azienda che produce scarpe. Nel prossimo anno la vostra azienda deve consegnare la seguente quantità di esemplari: 1000 nel primo semestre e 900 nel secondo. All'inizio dell'anno disponete di 500 paia di scarpe in magazzino e 3 operai. A causa di accordi sindacali che entreranno in vigore all'inizio del secondo semestre, un operaio costa all'azienda 960 euro al mese nel primo semestre e 1120 nel secondo, e lavora fino a 160 ore mensili "regolari", cui si aggiungono un massimo di altre 20 ore lavorative di straordinario al mese. Il costo di un'ora di straordinario è di 7 euro nel primo semestre e 10 euro nel secondo. In agosto la ditta chiude per un mese, e quindi gli operai potranno lavorare solo 5 mesi nel secondo semestre.

Per produrre un paio di scarpe, occorrono 4 ore di lavoro di un operaio. Si calcola un costo di 2 euro (in capitale immagazzinato) per ogni paio di scarpe invenduto alla fine del primo semestre (cioè che eccede la domanda del periodo e rimane in magazzino). Alla fine del secondo semestre volete restare con il magazzino vuoto.

1. Formulare come problema di PL il problema di pianificare la produzione di scarpe nei due semestri a costo minimo.
2. Dimostrare (o confutare) che nella soluzione ottima restano 300 paia di scarpe in magazzino alla fine del primo semestre.
3. Avete la possibilità di rinegoziare gli accordi sindacali. In cambio di un pagamento *una tantum* per operaio, pari a 100 euro, vi offrono una scelta tra due possibilità:
 - a. ridurre da 10 a 7 il costo di un'ora di straordinario nel secondo semestre,
 - b. ridurre da 7 a 6 il costo di un'ora di straordinario nel primo semestre.

Decidete di accettare una delle due offerte (e quale) o no? Motivare la risposta.

Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di un grafo non orientato. La prima e l'ultima riga indicano, rispettivamente, i nomi degli archi e i pesi.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>l</i>
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
5	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
6	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1
Pesi	7	5	10	5	3	4	6	10	12	2

- a) Trovare l'albero ricoprente di peso minimo, a partire dal nodo **1**, utilizzando l'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti archi all'albero ricoprente (in quale ordine vengono fissati ad 1 i flag dei nodi del grafo).
- b) Supponendo che il peso dell'arco *e* diventi 6 si discuta che cosa cambia nella soluzione ottima. Usare le condizioni di ottimalità sui tagli per ricalcolare la nuova soluzione ottima senza eseguire nuovamente l'algoritmo.

C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Secondo appello
14 luglio 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐

Esercizio 1

La Svivon produce batterie elettriche di tre tipi (Alef, Beth e Ghimel). Per due di esse (Beth e Ghimel) utilizza del rame. Per coprire la produzione del prossimo mese, dispone di 4000 kg di rame. Nella seguente tabella sono indicate: la quantità di rame richiesta per produrre una scatola di ciascuna batteria, i costi di manodopera (per scatola prodotta) e prezzi di vendita al pubblico (per scatola):

	Rame (kg per scatola)	costi di manodopera	prezzo di vendita
ALEF	-	12	25
BETH	1	6	20
GHIMEL	2	4	30

Il rame ha un costo per kg pari a 5 euro. I tre modelli di batteria devono essere prodotti in quantità tali che il numero di scatole di batterie Alef sia almeno doppio del numero di scatole di Beth e non superiore al numero di scatole di Ghimel.

- 1) Formulare come PL il problema di pianificare la produzione della Svivon in modo ottimo (cioè tale da massimizzare la differenza ricavi - costi).
- 2) Risolverlo con il metodo del simplesso (facendo entrare in base la variabile di costo ridotto più negativo).

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un grafo G con 4 nodi, e sono dati i costi di ogni arco.

Archi	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,1)	(2,3)	(2,4)	(3,1)	(4,2)
Costi	-4	7	8	6	-1	5	4	6

- a) Risolvere il problema del cammino minimo per ogni coppia di nodi applicando l'algoritmo di Floyd e Warshall. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo e mostrate un ciclo negativo. Altrimenti mostrate il cammino a peso minimo dal nodo 1 al nodo 4.
- b) Nel caso, in cui non si siano individuati cicli a peso negativo si ottenga la rete F a partire dal grafo G eliminando da G tutti gli archi a peso negativo. Nel caso in cui nel passo precedente sia stato individuato un ciclo a peso negativo si ottenga F eliminando da G tutti gli archi facenti parte del ciclo a peso negativo. Formulare, senza risolverlo, il problema di calcolare il cammino minimo dal nodo 1 verso tutti gli altri nodi della rete F come un problema di flusso a costo minimo.

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Secondo appello
14 luglio 2004

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: **laurea V.O.** ☐ **Laurea N.O.** ☐**Esercizio 1**

Siete i titolari di un'azienda che produce scarpe. Nel prossimo anno la vostra azienda deve consegnare la seguente quantità di esemplari: 800 nel primo semestre e 700 nel secondo. All'inizio dell'anno disponete di 400 paia di scarpe in magazzino e 3 operai. A causa di accordi sindacali che entreranno in vigore all'inizio del secondo semestre, un operaio costa all'azienda 960 euro al mese nel primo semestre e 1120 nel secondo, e lavora fino a 160 ore mensili "regolari", cui si aggiungono un massimo di altre 20 ore lavorative di straordinario al mese. Il costo di un'ora di straordinario è di 7 euro nel primo semestre e 8 euro nel secondo. In agosto la ditta chiude per un mese, e quindi gli operai potranno lavorare solo 5 mesi nel secondo semestre.

Per produrre un paio di scarpe, occorrono 5 ore di lavoro di un operaio. Si calcola un costo di 8 euro (in capitale immagazzinato) per ogni paio di scarpe invenduto alla fine del primo semestre (cioè che eccede la domanda del periodo e rimane in magazzino). Alla fine del secondo semestre volete restare con il magazzino vuoto.

4. Formulare come problema di PL il problema di pianificare la produzione di scarpe nei due semestri a costo minimo.
5. Dimostrare (o confutare) che nella soluzione ottima restano 176 paia di scarpe in magazzino alla fine del primo semestre.
6. Avete la possibilità di rinegoziare gli accordi sindacali. In cambio di un pagamento *una tantum* per operaio, pari a 100 euro, vi offrono una scelta tra due possibilità:
 - a. ridurre da 7 a 6,5 il costo di un'ora di straordinario nel primo semestre,
 - b. ridurre da 8 a 7 il costo di un'ora di straordinario nel secondo semestre.

Decidete di accettare una delle due offerte (e quale) o no? Motivare la risposta.

Esercizio 2

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di un grafo non orientato. La prima e l'ultima riga indicano, rispettivamente, i nomi degli archi e i pesi.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>L</i>
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
Pesi	7	17	12	3	17	8	11	9	13	9

- a) Trovare l'albero ricoprente di peso minimo utilizzando l'algoritmo di Kruskal. Indicare in quale ordine vengono aggiunti archi all'albero ricoprente (come vengono modificati i flag delle componenti connesse).
- b) Supponendo che il peso dell'arco *I* diventi 6 si discuta che cosa cambia nella soluzione ottima. Usare le condizioni di ottimalità sui cammini per ricalcolare la nuova soluzione ottima senza eseguire nuovamente l'algoritmo.