



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Seconda prova intermedia**  
15 giugno 2012

Nome:	Matricola:
Cognome:	Firma:

### Esercizio 1

L'azienda Program&Co produce software e deve decidere quanto tempo impiegare nelle prossime due settimane su ogni progetto che sta portando avanti. In tabella sono indicate le tre tipologie di progetto in portafoglio su cui si può lavorare e, per ciascuna tipologia, il numero di ore di programmazione da svolgere, il prezzo orario praticato al cliente per ora di lavoro (incasso), il costo interno per ogni ora di lavoro ordinario e il costo interno per ogni ora di straordinario. In particolare lo sviluppo di portali web potrà iniziare solo dalla seconda settimana, mentre le altre due tipologie potranno partire già dalla prima settimana. La Program&Co dispone di quattro dipendenti programmatori. Ciascun programmatore può lavorare al massimo 30 ore alla settimana di lavoro ordinario e 6 di lavoro straordinario.

1. Formulare il problema di massimizzare il profitto aziendale (prezzo totale praticato ai clienti meno costi interni) nelle due settimane come un opportuno problema su grafi (indicare quale problema, oltre a mostrare il grafo, gli eventuali pesi e le relative unità di misura)
2. Utilizzando un'opportuna tecnica appresa nel corso, dimostrare o confutare l'esistenza di una soluzione ottima che utilizzi a pieno la forza lavoro (ordinario e straordinario) nella prima settimana e non utilizzi straordinario nella seconda.

Tipologie di progetto	Numero di ore	Prezzo orario al cliente	Costo orario aziendale	Costo orario di straordinario
Sviluppo portali web	90	90 €	60 €	75 €
Applicativi bancari	100	120 €	70 €	90 €
Gestionali per pubbliche amministrazioni	70	80 €	50 €	75 €

### Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un grafo pesato composto da 8 nodi 1...8. Per ogni arco sono date le distanze tra il nodo testa e il nodo coda. Per i seguenti due casi, trovare l'albero dei cammini di peso minimo utilizzando l'algoritmo di Dijkstra (nella versione efficiente):

- a. Partire dal nodo 1. Mostrare l'albero dei cammini minimi e calcolare il peso del cammino minimo dal nodo 1 al nodo 7, e dal nodo 1 al nodo 8.
- b. Partire dal nodo 2. Mostrare l'albero dei cammini minimi e calcolare il peso del cammino minimo dal nodo 2 al nodo 7, e dal nodo 2 al nodo 8.
- c. Assumendo che la distanza dal nodo 2 al nodo 5 valga 4 (ovvero il peso dell'arco (2,5) è 4 nel grafo di partenza), risolvere nuovamente i casi a e b.

Archi	1, 3	1, 2	2, 1	1, 4	3, 7	3, 5	5, 3	3, 4	2, 5	4, 2
Distanze	5	1	2	3	7	3	1	1	7	1
Archi	4, 5	4, 8	4, 6	6, 4	5, 6	6, 8	7, 6	7, 5	7, 8	8, 7
Distanze	3	7	8	3	2	1	1	1	1	2

### Domanda 3

Illustrare il problema di flusso di costo minimo e l'algoritmo del semplice so su reti, fase 1 e fase 2. Dimostrare che una base della matrice dei coefficienti coincide con un albero ricoprente della rete di flusso.

# B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Seconda prova intermedia**  
15 giugno 2012

Nome:	Matricola:
Cognome:	Firma:

## Esercizio 1

Siete i titolari di un'azienda che produce scarpe. Nel prossimo anno la vostra azienda deve consegnare la seguente quantità di esemplari: 1000 nel primo semestre e 900 nel secondo. All'inizio dell'anno disponete di 500 paia di scarpe in magazzino e 3 operai. A causa di accordi sindacali che entreranno in vigore all'inizio del secondo semestre, un operaio costa all'azienda 6 euro l'ora nel primo semestre e 7 nel secondo, e lavora fino a 160 ore mensili "regolari", cui si aggiungono un massimo di altre 20 ore lavorative di straordinario al mese. Il costo di un'ora di straordinario è di 7 euro nel primo semestre e 10 euro nel secondo. In agosto la ditta chiude per un mese, e quindi gli operai potranno lavorare solo 5 mesi nel secondo semestre.

Per produrre un paio di scarpe, occorrono 4 ore di lavoro di un operaio. Calcolate un costo di 1 euro (in capitale immagazzinato) per ogni paio di scarpe invenduto alla fine del primo semestre (cioè che eccede la domanda del periodo e rimane in magazzino). Alla fine del secondo semestre volete restare con il magazzino vuoto.

1. Formulare il problema di pianificare la produzione di scarpe nei due semestri a costo minimo come un opportuno problema su grafi (indicare quale problema, oltre a mostrare il grafo, gli eventuali pesi e le relative unità di misura)
2. Utilizzando un'opportuna tecnica appresa nel corso, dimostrare o confutare l'esistenza di una soluzione ottima che utilizzi a pieno la capacità produttiva (ordinario e straordinario) nel primo semestre e non utilizzi straordinario nel secondo semestre.

## Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di una rete di flusso composta da 8 nodi 1...8. Per ogni arco sono dati il valore della sua capacità massima ed un flusso iniziale.

1. Determinare se il flusso iniziale dato è ammissibile o meno per ciascuno dei 3 problemi a,b,c sotto elencati. Nel caso alcuni vincoli siano violati per qualche problema, indicare quali vincoli e quale problema.
  2. Per i 3 problemi di massimo flusso a,b,c, calcolare la soluzione ottima utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson a partire dal flusso iniziale dato, se ammissibile, o dalla rete scarica (cioè flusso nullo su tutti gli archi) qualora il flusso dato non fosse ammissibile. Evidenziare la soluzione ottima trovata, mostrare l'albero dei cammini aumentanti ottenuto ad ogni passo dell'algoritmo ed il taglio di capacità minima ottenuto all'ultimo passo.
- a. Trovare il flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7
  - b. Trovare il flusso massimo dal nodo 1 al nodo 8
  - c. Trovare il flusso massimo dal nodo 2 al nodo 7

Archi	1, 3	1, 2	2, 1	1, 4	3, 7	3, 5	5, 3	3, 4	2, 5	4, 2
Flussi	1	0	1	0	2	0	1	0	0	1
Capacità	1	4	100	6	2	7	7	4	5	10
Archi	4, 5	4, 8	4, 6	6, 4	5, 6	6, 8	7, 6	7, 5	7, 8	8, 7
Flussi	0	0	0	1	1	0	0	2	1	1
Capacità	3	100	4	4	5	6	2	3	7	8

## Domanda 3

Illustrare il problema di cammino minimo e descrivere almeno due algoritmi noti per risolvere il problema, dimostrandone la complessità computazionale. Dimostrare la correttezza dell'algoritmo di Floyd-Warshall nel caso non siano presenti cicli negativi nel grafo.

Nome:	Matricola:
Cognome:	Firma:

### Esercizio 1

L'azienda Program&Co produce software e deve decidere quanto tempo impiegare nelle prossime due settimane su ogni progetto che sta portando avanti. In tabella sono indicate le tre tipologie di progetto in portafoglio su cui si può lavorare e, per ciascuna tipologia, il numero di ore di programmazione da svolgere, il prezzo orario praticato al cliente per ora di lavoro (incasso), il costo interno per ogni ora di lavoro ordinario e il costo interno per ogni ora di straordinario. In particolare lo sviluppo di portali web potrà iniziare solo dalla seconda settimana, mentre le altre due tipologie potranno partire già dalla prima settimana. La Program&Co dispone di quattro dipendenti programmatori. Ciascun programmatore può lavorare al massimo 40 ore alla settimana di lavoro ordinario e 8 di lavoro straordinario.

3. Formulare il problema di massimizzare il profitto aziendale (prezzo totale praticato ai clienti meno costi interni) nelle due settimane come un opportuno problema di Programmazione Lineare
4. Utilizzando le condizioni di ortogonalità, dimostrare o confutare l'esistenza di una soluzione ottima che utilizzi a pieno la forza lavoro (ordinario e straordinario) nella prima settimana e non utilizzi straordinario nella seconda.

Tipologie di progetto	Numero di ore	Prezzo orario al cliente	Costo orario aziendale	Costo orario di straordinario
Sviluppo portali web	110	90 €	70 €	80 €
Applicativi bancari	140	110 €	60 €	80 €
Gestionali per pubbliche amministrazioni	90	80 €	55 €	75 €

### Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di un grafo pesato composto da 8 nodi 1...8. Per ogni arco sono date le distanze tra il nodo testa e il nodo coda. Per i seguenti due casi, trovare l'albero dei cammini di peso minimo utilizzando l'algoritmo di Dijkstra (nella versione efficiente):

- a. Partire dal nodo 1. Mostrare l'albero dei cammini minimi e calcolare il peso del cammino minimo dal nodo 1 al nodo 7, e dal nodo 1 al nodo 8.
- b. Partire dal nodo 2. Mostrare l'albero dei cammini minimi e calcolare il peso del cammino minimo dal nodo 2 al nodo 7, e dal nodo 2 al nodo 8.
- c. Assumendo che la distanza dal nodo 2 al nodo 5 valga 4 (ovvero il peso dell'arco (2,5) è 4 nel grafo di partenza), risolvere nuovamente i casi a e b.

Archi	1, 3	1, 2	2, 1	1, 4	3, 7	3, 5	5, 3	3, 4	2, 5	4, 2
Distanze	5	1	2	3	7	3	1	1	7	1
Archi	4, 5	4, 8	4, 6	6, 4	5, 6	6, 8	7, 6	7, 5	7, 8	8, 7
Distanze	3	7	8	3	2	1	1	1	1	2

### Domanda 3

Definire il problema di Massimo Flusso, dimostrare il teorema di Ford-Fulkerson e illustrare un algoritmo risolutivo basato su tale teorema.

# D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Primo appello**  
15 giugno 2012

Nome:	Matricola:
Cognome:	Firma:

## Esercizio 1

Siete i titolari di un'azienda che produce scarpe. Nel prossimo anno la vostra azienda deve consegnare la seguente quantità di esemplari: 1200 nel primo semestre e 800 nel secondo. All'inizio dell'anno disponete di 500 paia di scarpe in magazzino e 3 operai. A causa di accordi sindacali che entreranno in vigore all'inizio del secondo semestre, un operaio costa all'azienda 6 euro l'ora nel primo semestre e 8 nel secondo, e lavora fino a 176 ore mensili "regolari", cui si aggiungono un massimo di altre 20 ore lavorative di straordinario al mese. Il costo di un'ora di straordinario è di 7 euro nel primo semestre e 9 euro nel secondo. In agosto la ditta chiude per un mese, e quindi gli operai potranno lavorare solo 5 mesi nel secondo semestre.

Per produrre un paio di scarpe, occorrono 4 ore di lavoro di un operaio. Calcolate un costo di 2 euro (in capitale immagazzinato) per ogni paio di scarpe invenduto alla fine del primo semestre (cioè che eccede la domanda del periodo e rimane in magazzino). Alla fine del secondo semestre volete restare con il magazzino vuoto.

3. Formulare il problema di pianificare la produzione di scarpe nei due semestri a costo minimo come un opportuno problema di Programmazione Lineare
4. Utilizzando le condizioni di ortogonalità, dimostrare o confutare l'esistenza di una soluzione ottima che utilizzi a pieno la capacità produttiva (ordinario e straordinario) nel primo semestre e non utilizzi straordinario nel secondo semestre.

## Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di una rete di flusso composta da 8 nodi 1...8. Per ogni arco sono dati il valore della sua capacità massima ed un flusso iniziale.

1. Determinare se il flusso iniziale dato è ammissibile o meno per ciascuno dei 3 problemi a,b,c sotto elencati. Nel caso alcuni vincoli siano violati per qualche problema, indicare quali vincoli e quale problema.
2. Per i 3 problemi di massimo flusso a,b,c, calcolare la soluzione ottima utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson a partire dal flusso iniziale dato, se ammissibile, o dalla rete scarica (cioè flusso nullo su tutti gli archi) qualora il flusso dato non fosse ammissibile. Evidenziare la soluzione ottima trovata, mostrare l'albero dei cammini aumentanti ottenuto ad ogni passo dell'algoritmo ed il taglio di capacità minima ottenuto all'ultimo passo.
  - a. Trovare il flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7
  - b. Trovare il flusso massimo dal nodo 1 al nodo 8
  - c. Trovare il flusso massimo dal nodo 2 al nodo 7

Archi	1, 3	1, 2	2, 1	1, 4	3, 7	3, 5	5, 3	3, 4	2, 5	4, 2
Flussi	1	0	1	0	2	0	1	0	0	1
Capacità	1	4	100	6	2	7	7	4	5	10
Archi	4, 5	4, 8	4, 6	6, 4	5, 6	6, 8	7, 6	7, 5	7, 8	8, 7
Flussi	0	0	0	1	1	0	0	2	1	1
Capacità	3	100	4	4	5	6	2	3	7	8

## Domanda 3

Illustrare il problema di cammino minimo e descrivere almeno due algoritmi noti per risolvere il problema, dimostrandone la complessità computazionale. Dimostrare la correttezza dell'algoritmo di Floyd-Warshall nel caso non siano presenti cicli negativi nel grafo.