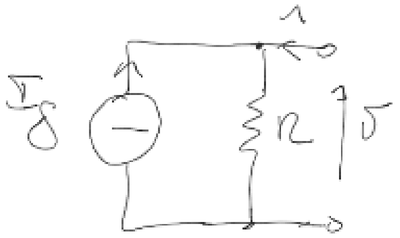
Lezione 15

$$2l\ \text{eq} \begin{cases} \begin{bmatrix} v=f(i) \\ i=g(v)\end{bmatrix} & l \text{ equazioni (leggi costitutive)} \\ [I_n]+[A][I_e]=[0] & N-1 \text{ eq.} \\ [V_c]+[B][V_n]=[0] & l-(N-1) \text{ eq.}\end{cases}$$

METODO DEI NODI

IPOTESI: CIRCUITO RESISTIVO (LINEARE, TEMPO-INVARIANTE) IN CUI TUTTI I LATI SONO NORTON TRASFORMABILI

QUINDI OGNI LATO DEL CIRCUITO È SEMPRE RAPPRESENTABILE COSÌ:



$$i - \frac{v}{R} + I_g = 0$$

$$\boxed{i = G \cdot v - I_g}$$

CORRENTI DI CORDA $\longrightarrow$ $i_c = G_c \cdot v_c - I_{gc}$

$$[I_e] = [G_e][V_c] - [I_{gc}]$$

$$\begin{bmatrix} i_{c_1} \\ \vdots \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{c_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ \vdots \\ V_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{gc_1} \\ \vdots \\ I_{gc} \end{bmatrix}$$

$$[I_n] = [G_n][V_n] - [I_{gn}]$$

Sostituisco tutto dentro:

$$[I_n] + [A][I_e] = [0]$$

$$[G_n][V_n] - [I_{gn}] + [A]\{[G_c][V_c] - [I_{gc}]\} = [0]$$

$$[G_n][V_n] - [I_{gn}] - [A]\{[G_c][B][V_n] + [I_{ge}]\} = [0]$$

$$[G_n][V_n] - [I_{gn}] - [A][G_c][B][V_n] - [A][I_{ge}] = [0]$$

$$\underbrace{\{[G_n] - [A][G_c][B]\}}_{[G_m]} \underbrace{[V_n]}_{[V_m]} = \underbrace{[I_{gn}] + [A][I_{gc}]}_{[I_{gm}]}$$

$[G_m]$ matrice delle conduttanze nodali

$[V_m]$ potenziali nodali

$[I_{gm}]$ generatori nodali

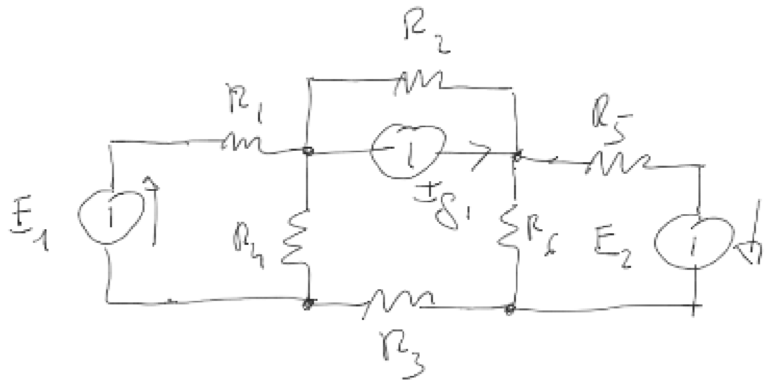
$$\boxed{[G_m] \cdot [V_m] = [I_{gm}]}$$

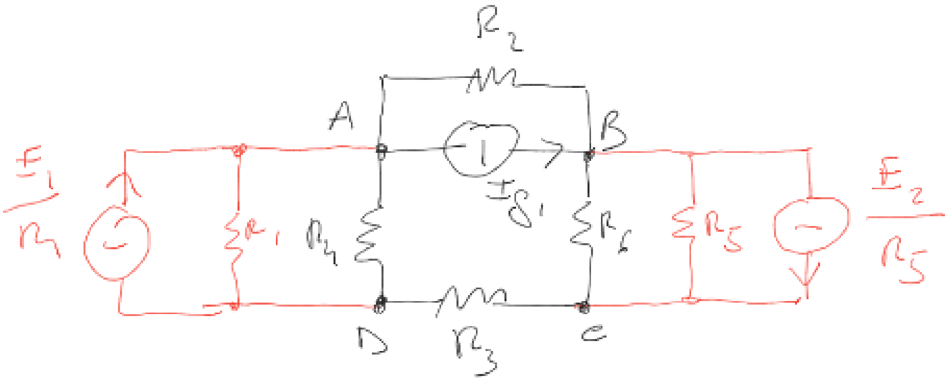
METODO DEI NODI

La matrice $[G_m]$ è simmetrica.

Il vettore colonna $[I_{gm}]$ contiene i generatori di corrente del circuto

Esempio:





$$[G_n][V_n] = [I_{g_n}]$$

Ci sono 4 nodi di calcolo: scegliamo uno di saldo (o di riferimento)
scegliamo, ad esempio, C come saldo

$$\begin{array}{c|ccc} & A & B & D \\ \hline A & \multicolumn{3}{c}{} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} A & B & D \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ D \end{array} & \begin{bmatrix} G_1+G_2+G_4 & -G_2 & -(G_1+G_4) \\ -G_2 & G_2+G_6+G_5 & 0 \\ -(G_1+G_4) & 0 & G_1+G_4+G_3 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$[G_n]$$

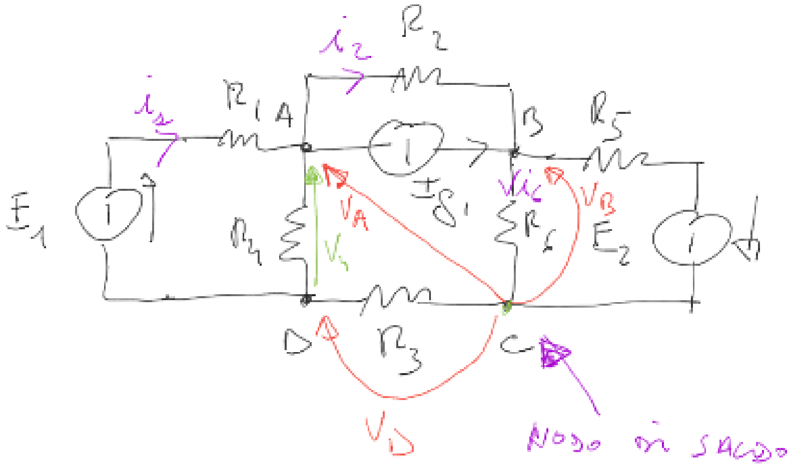
Gli elementi della diagonale di $[G_n]$ si chiamano

AUTO-CONDUTTANZE

TUTTI GLI ALTRI, TRANS-CONDUTTANZE

$$[I_{gm}] = \begin{array}{c} A \\ B \\ D \end{array} \begin{bmatrix} E_1/R_1 - I_{g1} \\ I_{g1} - \frac{E_2}{R_5} \\ -\frac{E_1}{R_1} \end{bmatrix}$$

QUALI SONO I POTENZIALI NODALI $[V_m]$?

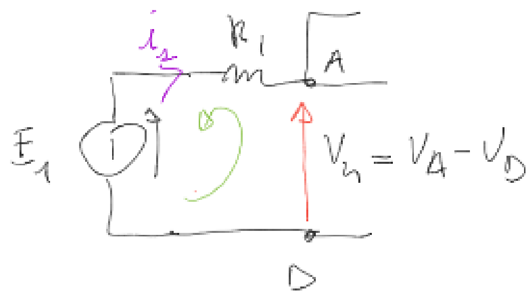


$$[V_m] = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_D \end{bmatrix} \Rightarrow [G_m]^{-1} [I_{gm}]$$ SOLUZIONE DEL SISTEMA

$$+V_D + V_4 - V_A = 0 \iff V_4 = V_A - V_D$$

TUTTE LE TENSIONI TRA I NODI SONO OTTENUTE COME DIFFERENZA TRA DUE POTENZIALI NODALI

$$i_6 = \frac{V_B}{R_6} \qquad i_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2}$$



$$+V_4 + R_1 i_1 - E_1 = 0 \iff i_1 = \frac{E_1 - V_4}{R_1}$$