A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia
22 aprile 2016

Esercizio 1

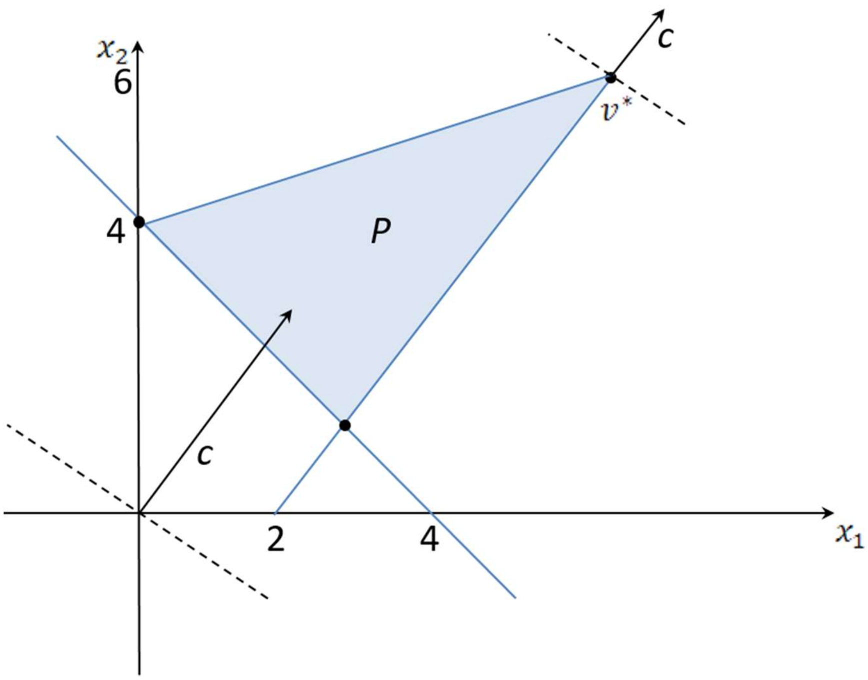
È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenere individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\max \quad 2x_1 + 3x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - 3x_2 \geq -12 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \quad libera \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Soluzione

Metodo grafico.



La rappresentazione grafica del poliedro è riportata in Figura.
La soluzione ottima è il vettore $v^* = [6\ 6]^T$.

$$\min \quad -2x_1^+ + 2x_1^- - 3x_2$$

Problema in forma standard:
$$\begin{cases} x_1^+ - x_1^- + x_2 - x_3 = 4 \\ -x_1^+ + x_1^- + 3x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1^+ - 3x_1^- - 2x_2 + x_5 = 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Dal punto precedente segue che le SBA sono i vettori associati ai tre vertici del poliedro $\begin{bmatrix} 14/5 \\ 6/5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$, quindi:

$\begin{bmatrix} x_1^+ \\ x_1^- \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14/5 \\ 0 \\ 6/5 \\ 0 \\ 56/5 \\ 0 \end{bmatrix}$, non degenere, associata agli insiemi di indici in base $B^1 = \{1^+, 2{,}4\}$.

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 14 \end{bmatrix}$, degenere, associata ai 4 insiemi di indici in base: $\begin{matrix} B^2 = \{2{,}5, 1^+\} \\ B^3 = \{2{,}5, 1^-\} \\ B^4 = \{2{,}5{,}3\} \\ B^5 = \{2{,}5{,}4\} \end{matrix}$ per i quali la matrice di base è sempre non-singolare.

$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 6 \\ 8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, non degenere, associata a $B^6 = \{1^+, 2{,}3\}$. NB: questa è la base ottima.

Soluzione con l'algoritmo del simplesso rivisto.

$$\text{Problema artificiale: } \begin{array}{l} \min \quad \phi_1 \\ \begin{cases} x_1^+ - x_1^- + x_2 - x_3 + \phi_1 = 4 \\ -x_1^+ + x_1^- + 3x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1^+ - 3x_1^- - 2x_2 + x_5 = 6 \\ x \ ,\phi \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

Fase 1: Ponendo la variabile ϕ_1 come sesta variabile (indice 6), si ha: B={6,4,5}, ovvero $x_B = [\phi_1 \ x_4 \ x_5]^T$. Possono entrare in base x_1^+ o x_2. Se entra x_1^+ esce x_5, se entra x_2 possono uscire ϕ_1 o x_4, scegliamo quindi di far entrare x_2 e far uscire ϕ_1. Fine fase 1.

Fase 2: Base iniziale B={2,4,5}, degenere. Entra x_3 ed esce x_4. L'iterazione è degenere.

Base corrente B={2, 3,5}. Entra x_1^+, esce x_5.

La base corrente B={2,3, 1^+}risulta ottima.

Esercizio 2

Al ristorante Socari due primi, due secondi, tre dolci e quattro coperti costano non meno di quattro cene complete (primo, secondo, dolce e coperto) alla trattoria Mabbuffo. Tre primi, tre secondi, due dolci e tre coperti del Socari costano non più di sei primi, cinque secondi, un dolce e cinque coperti del Mabbuffo. Un primo al Socari costa 20 euro.

Formulare (senza risolverlo) il problema di PL la cui soluzione consentirebbe di determinare il minimo costo di una cena completa al Mabbuffo.

Spiegare in dettaglio (1) il significato e (2) le unità di misura delle variabili utilizzate, nonché (3) il ruolo dei vari vincoli e (4) della funzione obiettivo del problema di PL formulato.

Soluzione

Per formulare questo problema scegliamo come variabili i prezzi di ciascuna portata per ciascun ristorante:

ss = costo del secondo al Socari
ds = costo del dolce al Socari
cs = costo del coperto al Socari
pm = costo del primo al Mabuffo
sm = costo del secondo al Mabuffo
dm = costo del dolce al Mabuffo
cm = costo del coperto al Mabuffo

I vincoli da considerare sono:
$40+2ss+3ds+4cs \geq 4(pm+sm+dm+cm)$
$60+3ss+2ds+3cs \leq 6pm+5sm+dm+5cm$
$ss,ds,cs,pm,sm,dm,cm \geq 0$

Il modello è pertanto:

$$\min \quad pm + sm + dm + cm$$

$$\begin{cases} 4pm + 4sm + 4dm + 4cm - 2ss - 3ds - 4cs \leq 40 \\ 6pm + 5sm + dm + 5cm - 3ss - 2ds - 3cs \geq 60 \\ pm, sm, dm, cm, ss, ds, cs \geq 0 \end{cases}$$

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia
22 aprile 2016

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenere individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

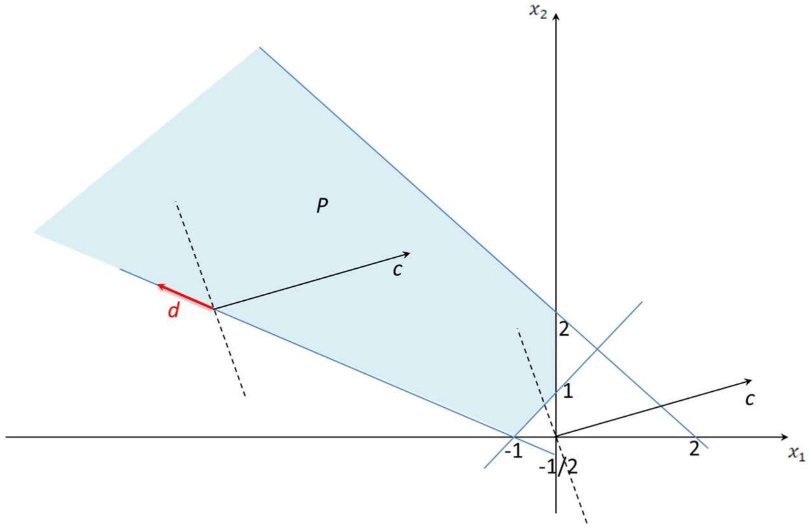
$$\min \quad 3x_1 + x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + 2x_2 \geq -1 \\ x_1 \leq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Soluzione

Metodo grafico.

La rappresentazione grafica del poliedro è riportata in Figura.
Il problema di PL è illimitato inferiormente. In rosso in figura è evidenziata una direzione *d* del poliedro di costo negativo.



Problema in forma standard:
$$\min \quad -3x_1^- + x_2$$
$$\begin{cases} -x_1^- + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1^- + x_2 - x_4 = 1 \\ x_1^- - 2x_2 + x_5 = 1 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Dal punto precedente segue che le SBA sono i vettori associati ai tre vertici del poliedro $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, quindi:

$\begin{bmatrix} x_1^- \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, degenere, associata agli insiemi di indici in base $\begin{matrix} B^1 = \{1^-, 3,2\} \\ B^2 = \{1^-, 3,4\} \\ B^3 = \{1^-, 3,5\} \end{matrix}$ per i quali la matrice di base è sempre non-singolare.

$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$, non degenere, associata a $B^4 = \{2,3,5\}$.

$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$, non degenere, associata a $B^5 = \{2,4,5\}$.

Soluzione con l'algoritmo del simplesso rivisto.

Problema artificiale:
$$\min \quad \phi_2$$
$$\begin{cases} -x_1^- + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1^- + x_2 - x_4 + \phi_2 = 1 \\ x_1^- - 2x_2 + x_5 = 1 \\ x, \phi \ge 0 \end{cases}$$

Fase 1: Ponendo la variabile ϕ_2 come sesta variabile (indice 6), si ha come base iniziale: B={3,6,5}, ovvero $x_B = [x_3 \ \phi_2 \ x_5]^T$. Possono entrare in base x_1^- o x_2. Nei due casi esce ϕ_2, scegliamo quindi di far entrare x_1^- e far uscire ϕ_2. Fine fase 1.

Fase 2: Base iniziale B={3, 1⁻,5}, degenere. Entra x_4 ed esce x_5. L'iterazione è degenere.
Base corrente B={3, 1⁻,4}, Entra x_2, il problema risulta illimitato inferiormente.

Esercizio 2

Un bicchiere di vino piccolo costa 3 euro, uno grande costa 5 euro. Due bottiglie di vino da 750 ml sono sufficienti a servire un primo ordine di 5 bicchieri piccoli e 3 grandi, mentre una bottiglia è insufficiente a servire un secondo ordine di 2 bicchieri piccoli e 2 grandi in quanto mancano almeno 50 ml per completare l'ordine. Il vino avanzato dal primo ordine è sufficiente a completare la richiesta del secondo ordine, inoltre il bicchiere grande non è più costoso del piccolo per unità di vino contenuto.

Formulare (senza risolverlo) il problema di PL la cui soluzione consentirebbe di determinare quanto vino può contenere al più un bicchiere piccolo.
<u>Spiegare in dettaglio (1) il significato e (2) le unità di misura delle variabili utilizzate, nonché (3) il ruolo dei vari vincoli e (4) della funzione obiettivo del problema di PL formulato.</u>

Soluzione

Per formulare questo problema scegliamo come variabili il volume *vp* del bicchiere piccolo e il volume *vg* del bicchiere grande, entrambi misurati in ml.

I vincoli da considerare sono:

Due bottiglie di vino da 750 ml sono sufficienti a servire un primo ordine di 5 bicchieri piccoli e 3 grandi:

$5vp+3vg \leq 1500$

Una bottiglia è insufficiente a servire un secondo ordine di 2 bicchieri piccoli e 2 grandi in quanto mancano almeno 50 ml per completare l'ordine:

$2vp+2vg \geq 800$

Il vino avanzato dal primo ordine è sufficiente a completare la richiesta del secondo ordine:

$1500 - 5vp - 3vg \geq 2vp+2vg - 750$

Il bicchiere grande non è più costoso del piccolo per unità di vino contenuto. Poiché il costo per unità di volume è $5/vg$ per il bicchiere grande e $3/vp$ per il bicchiere piccolo si ha:

$$\frac{5}{vg} \leq \frac{3}{vp} \qquad \text{ovvero:} \qquad 5vp \leq 3vg$$

Il modello è pertanto:

max vp

$$\begin{cases} 5vp + 3vg \leq 1500 \\ 2vp + 2vg \geq 800 \\ 7vp + 5vg \ \leq 2250 \\ 5vp - 3vg \leq 0 \\ vp, vg \geq 0 \end{cases}$$

C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia
22 aprile 2016

Esercizio 1

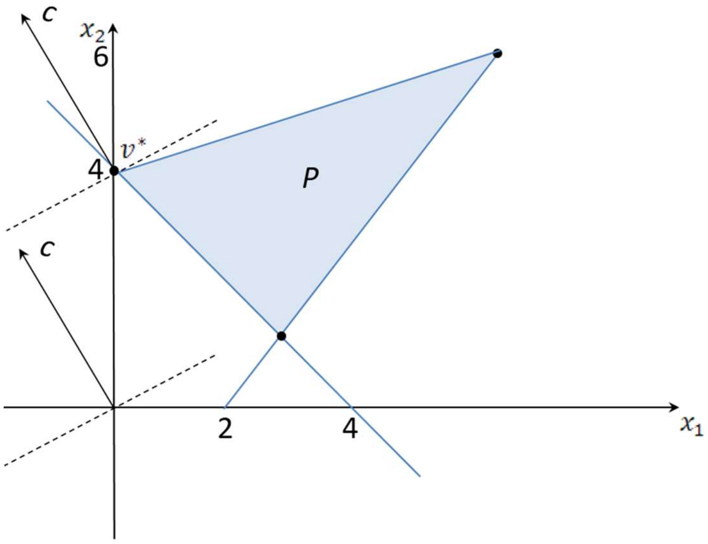
È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenere individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\max \quad -2x_1 + 3x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - 3x_2 \geq -12 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \quad \textit{libera} \end{cases}$$

Soluzione

Metodo grafico.



La rappresentazione grafica del poliedro è riportata in Figura.
La soluzione ottima è il vettore $v^* = [0 \;\; 4]^T$.

Problema in forma standard:
$$\min \quad 2x_1 - 3x_2^+ + 3x_2^-$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2^+ - x_2^- - x_3 = 4 \\ -x_1 + 3x_2^+ - 3x_2^- + x_4 = 12 \\ 3x_1 - 2x_2^+ + 2x_2^- + x_5 = 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Dal punto precedente segue che le SBA sono associate ai tre vertici $\begin{bmatrix} 14/5 \\ 6/5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$, quindi:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2^+ \\ x_2^- \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14/5 \\ 6/5 \\ 0 \\ 0 \\ 56/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$, non degenere, associata all'insieme di indici in base $B^1 = \{1, 2^+, 4\}$.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 14 \end{bmatrix}$$, degenere, associata ai 3 insiemi di indici in base: $B^2 = \{2^+, 5, 1\}$, $B^3 = \{2^+, 5, 3\}$, $B^4 = \{2^+, 5, 4\}$ per i quali la matrice di base è sempre non-singolare. NB: questa è la SBA ottima, per cui almeno una delle tre basi associate dovrà soddisfare le condizioni algebriche di ottimo.

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$, non degenere, associata a $B^5 = \{1, 2^+, 3\}$.

Soluzione con l'algoritmo del simplesso rivisto.

Problema artificiale:
$$\min \quad \phi_1$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2^+ - x_2^- - x_3 + \phi_1 = 4 \\ -x_1 + 3x_2^+ - 3x_2^- + x_4 = 12 \\ 3x_1 - 2x_2^+ + 2x_2^- + x_5 = 6 \\ x, \phi \geq 0 \end{cases}$$

Fase 1: Ponendo la variabile ϕ_1 come sesta variabile (indice 6), si ha: B={6,4,5}, ovvero $x_B = [\phi_1\ x_4\ x_5]^T$. Possono entrare in base x_1 o x_2^+. Se entra x_1 esce x_5, se entra x_2^+ possono uscire ϕ_1 o x_4, scegliamo quindi di far entrare x_2^+ e far uscire ϕ_1. Fine fase 1.

Fase 2: Base iniziale B={2⁺,4,5}, degenere. Entra x_3 ed esce x_4. L'iterazione è degenere. Infatti la SBA è già ottima (dal metodo grafico) ma la base iniziale non soddisfa le condizioni sufficienti di ottimo. La nuova base B={2⁺,3,5} soddisfa le condizioni di ottimo.

Esercizio 2

Un commerciante di arance acquista i prodotti in Calabria, Campania e Sicilia, al costo per quintale di 3, 4 e 5 euro rispettivamente, e li vende in Toscana, Lombardia e Veneto al prezzo di 9, 10 e 12 euro/quintale rispettivamente. La disponibilità/domanda di arance per regione e le distanze chilometriche sono riportate in tabella. Sapendo che il costo di trasporto di un quintale di arance è di 1 cent per ogni 100 km percorsi via strada e 0,2 cent per ogni 100 km percorsi via mare. Le arance spedite in Lombardia sono spedite via strada, mentre quelle dirette in Toscana o Veneto sono spedite via mare.

Formulare (senza risolverlo) il problema di PL di soddisfare la domanda realizzando il massimo profitto (incasso meno costi).

<u>Spiegare in dettaglio (1) il significato e (2) le unità di misura delle variabili utilizzate, nonché (3) il ruolo dei vari vincoli e (4) della funzione obiettivo del problema di PL formulato.</u>

Regione	Tos.	Lom.	Ven.	Disponibilità
Calabria	600	800	800	45
Campania	500	700	800	32
Sicilia	900	1000	1100	26
Domanda	22	13	28	

Soluzione

Il problema è una semplice variante del classico problema del trasporto. Di conseguenza, si possono scegliere come variabili le quantità (in quintali) x_{ij} trasportate dalla regione di acquisto i =1,2,3 alla regione di vendita j=4,5,6 (1=Calabria, 2=Campania, 3=Sicilia, 4=Toscana, 5=Lombardia, 6=Veneto). Per formulare la funzione obiettivo si deve tenere presente che un quintale di arance acquistato nella regione i e venduto nella regione j produce un profitto pari al presso di vendita in j meno in prezzo di acquisto in i meno il costo di trasporto da i a j. La tabella dei costi di trasporto (in cent) è la seguente:

Regione	Tos.	Lom.	Ven.
Calabria	1,2	8	1,6
Campania	1	7	1,6
Sicilia	1,8	10	2,2

La tabella dei profitti (in euro) è quindi:

Regione	Tos.	Lom.	Ven.
Calabria	9-3-0,012	10-3-0,08	12-3-0,016
Campania	9-4-0,01	10-4-0,07	12-4-0,016
Sicilia	9-5-0,018	10-5-0,1	12-5-0,022

Si osserva inoltre che la disponibilità complessiva di arance nelle regioni di produzione supera la domanda, per cui tutta la domanda dovrà essere soddisfatta mentre non tutta la forni8tura sarà utilizzata. Il modello risultante è pertanto:

$$\max \quad 5,988x_{14} - 6,92x_{15} + 8,984x_{16} + 4,99x_{24} + 5,93x_{25} + 7,984x_{26} + 3,982x_{34} + 4,9x_{35} + 6,978x_{36}$$

$$\begin{cases} x_{14} + x_{15} + x_{16} \leq 45 \\ x_{24} + x_{25} + x_{26} \leq 32 \\ x_{34} + x_{35} + x_{36} \leq 26 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 22 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} = 13 \\ x_{16} + x_{26} + x_{36} = 28 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia
22 aprile 2016

Nome:	O	**Ordinamento 270/04** – Laurea ing. Inf.
Cognome:	O	**Ordinamento 509/99** – Laurea ing. Inf.
Matricola:	O	**Altro** ________________________

Esercizio 1

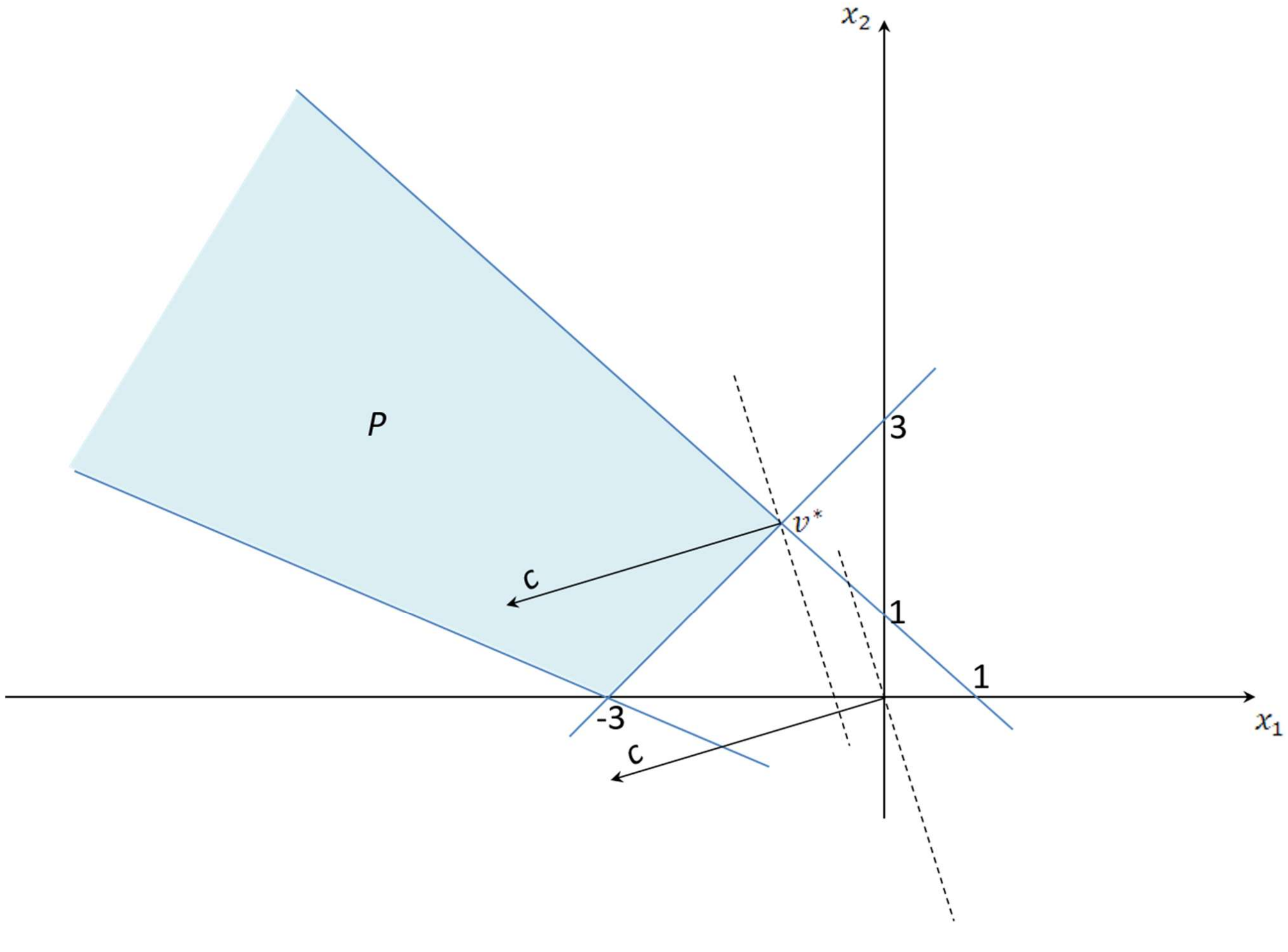
È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard e ricavarne tutte le SBA e tutti gli insiemi di indici di base associati. Per ogni eventuale SBA degenere individuare tutti gli insiemi di indici di base corrispondenti.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.

$$\min \quad -3x_1 - x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 1 \\ -x_1 + x_2 \ge 3 \\ x_1 + 2x_2 \ge -3 \\ x_1 \le 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Soluzione

Metodo grafico.



La rappresentazione grafica del poliedro è riportata in Figura.

La soluzione ottima è il vettore $v^* = [-1 \;\; 2]^T$.

Problema in forma standard:
$$\min \quad 3x_1^- - x_2$$
$$\begin{cases} -x_1^- + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1^- + x_2 - x_4 = 3 \\ x_1^- - 2x_2 + x_5 = 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Dal punto precedente segue che le SBA sono associate ai due vertici $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$, quindi:

$\begin{bmatrix} x_1^- \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$, non degenere, associata all'insieme di indici in base $B^1 = \{1^-, 2{,}5\}$. È la base ottima.

$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, degenere, associata ai 3 insiemi di indici in base: $\begin{matrix} B^2 = \{1^-, 3{,}2\} \\ B^3 = \{1^-, 3{,}4\} \\ B^4 = \{1^-, 3{,}5\} \end{matrix}$ per i quali la matrice di base è sempre non-singolare.

Soluzione con l'algoritmo del simplesso rivisto.

Problema artificiale:
$$\min \quad \phi_2$$
$$\begin{cases} -x_1^- + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1^- + x_2 - x_4 + \phi_2 = 3 \\ x_1^- - 2x_2 + x_5 = 3 \\ x, \phi \geq 0 \end{cases}$$

Fase 1: Ponendo la variabile ϕ_2 come sesta variabile (indice 6), si ha: B={3,6,5}, ovvero $x_B = [x_3 \; \phi_2 \; x_5]^T$. Possono entrare in base x_1^- o x_2. Se entra x_1^- possono uscire ϕ_2 o x_5, se entra x_2 esce x_3, scegliamo quindi di far entrare x_1^- e far uscire ϕ_2. Fine fase 1.

Fase 2: Base iniziale B=$\{3, 1^-, 5\}$, degenere. Entra x_2 ed esce x_3.
La nuova base B=$\{2, 1^-, 5\}$ soddisfa le condizioni di ottimo.

Esercizio 2

Un agricoltore desidera concimare un terreno calcareo di 3000 m^2. Per concimare un m^2 occorrono almeno 3 gr di Azoto (N), 5 gr di Fosforo (P), 6 gr di Potassio (K), 0,5 gr di Ferro (Fe) e 0,4 gr di Zolfo (S). Allo scopo può acquistare due tipi di concimi complessi A e B, disponibili sul mercato, dalle caratteristiche (gr di elemento per Kg di peso di concime) e costi (€ / Kg) indicati in tabella.

Concime	A	B
Azoto (N)	10 gr / Kg	5 gr / Kg
Fosforo (P)	20 gr / Kg	10 gr / Kg
Potassio (K)	15 gr / Kg	20 gr / Kg
Ferro (Fe)	4 gr / Kg	1 gr / Kg
Zolfo (S)	2 gr / Kg	4 gr / Kg
Costo al kg	5 € / Kg	4 € / Kg

Formulare (senza risolverlo) il problema di PL di definire il numero di Kg di concime A e B che è necessario acquistare al fine di minimizzare la spesa complessiva.
Spiegare in dettaglio (1) il significato e (2) le unità di misura delle variabili utilizzate, nonché (3) il ruolo dei vari vincoli e (4) della funzione obiettivo del problema di PL formulato.

Soluzione

Questo è un classico problema di miscelazione. Quindi avremo come variabili le quantità x_A e x_B di concime A e B acquistato (che scegliamo di misurare in tonnellate) e come vincoli le 5 caratteristiche della miscela. Per concimare 3000 m^2 occorrono almeno 9 kg di Azoto (N), 15 kg di Fosforo (P), 18 kg di Potassio (K), 1,5 kg di Ferro (Fe) e 1,2 kg di Zolfo (S). Quindi:

Acquistando x_A ton di concime A si aggiungono alla miscela $10\,x_A$ kg di N, con x_B ton di concime B si aggiungono alla miscela $5\,x_B$ kg di N. L'azoto totale (in kg) è quindi $10\,x_A + 5\,x_B \geq 9$.
Operando analogamente per le altre caratteristiche si ottiene il modello:

$$\min \quad 5000x_A + 4000x_B$$
$$\begin{cases} 10x_A + 5x_B \geq 9 \\ 20x_A + 10x_B \geq 15 \\ 15x_A + 20x_B \geq 18 \\ 4x_A + x_B \geq 1{,}5 \\ 2x_A + 4x_B \geq 1{,}2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$