A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Ricerca Operativa 1 – terzo appello

7 febbraio 2019

Nome:	○ **Orale 13/02/2019 ore 9:30 aula N14**
Cognome:	
Matricola:	○ **Orale 28/02/2019 ore 9:00 aula N14**

Esercizio 1

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di una rete di flusso composta da 10 nodi (chiamati s, 1, …, 8, t) e 15 archi. Per ogni arco è riportato un flusso iniziale e il valore della sua capacità massima. In particolare, s è il nodo sorgente e t è il nodo pozzo.

Rete	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	o	p	q
s	1	1	1									-1			
1	-1			1											
2		-1			1										
3			-1			1									
4				-1			1								
5					-1			1					1		1
6						-1			1						-1
7							-1	-1		1				1	
8									-1		1		-1	-1	
t										-1	-1	1			
Flusso	2	1	0	2	1	0	2	0	0	3	1	1	1	0	0
Capacità	6	8	6	7	4	4	8	9	5	3	30	4	3	1	1

1. Partendo dai dati in tabella, determinare se la distribuzione di flusso iniziale data è ammissibile, e in ogni caso spiegarne il motivo.
2. Se il flusso iniziale è ammissibile, determinare una soluzione ottima al problema del massimo flusso utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson a partire da quel flusso dato. Altrimenti, scaricare il flusso iniziale e risolvere il problema del massimo flusso utilizzando Ford e Fulkerson.
3. Per la soluzione ottima trovata al punto 2, mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi s e t.
4. Partendo dalla soluzione ottima trovata al punto 2, si determini il nuovo flusso massimo dopo aver apportato le seguenti modifiche ai pesi della rete:
   - l'arco p aumenta la sua capacità di 2 unità di flusso;
   - l'arco f aumenta la sua capacità di 4 unità di flusso;
   - l'arco q aumenta la sua capacità di 7 unità di flusso.

5: Per la soluzione ottima trovata al punto 4, mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi s e t.

<u>Motivare opportunamente ogni risposta data ai punti 1, 2, 3, 4, 5.</u>

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura.

1. Costruire il problema duale.
2. Portare <u>il problema duale</u> in forma standard.
3. Utilizzando una versione a scelta dell'algoritmo del simplesso (fase 1 e fase 2), trovare una soluzione ottima <u>del problema duale</u> o dimostrare che lo stesso è inammissibile o illimitato inferiormente.
4. Utilizzando le condizioni di ortogonalità, dalla soluzione ottima del duale ricavare la soluzione ottima del primale.

$$\min 3x_1 - x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \; libera \end{cases}$$

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Ricerca Operativa 1 – terzo appello

7 febbraio 2019

Nome: Cognome: Matricola:	○ **Orale 13/02/2019 ore 9:30 aula N14** ○ **Orale 28/02/2019 ore 9:00 aula N14**

Esercizio 1

In tabella è riportata la matrice di incidenza nodi/archi di un digrafo composto da 8 nodi e 15 archi. Per ogni arco è riportato un peso.

Digrafo	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n	o	p	q
1	1	1	1												
2	–1			1									–1		
3		–1			–1	1	–1								
4			–1					1						–1	
5				–1	1				1		1				
6						–1			–1	–1		1	1	1	
7							1	–1		1					–1
8											–1	–1			1
Peso	7	2	9	2	1	3	1	1	1	1	1	2	1	3	2

1. Partendo dai dati in tabella, trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo **1** verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2. Per la soluzione ottima trovata al punto 1, indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in S.
3. Trovare un'altra soluzione ottima (se ne esiste più di una) per il problema descritto al punto 1 o motivare il fatto che la soluzione ottima è unica.
4. Come varia la soluzione ottima trovata al punto 1 se l'arco f ha peso 8?
5. Per la soluzione ottima trovata al punto 4, indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in S.

<u>Motivare opportunamente ogni risposta data ai punti 1, 2, 3, 4, 5</u>.

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura.

$$\min 4x_1 - 2x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - 2x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \ libera \end{cases}$$

1. Costruire il problema duale.
2. Portare il <u>problema duale</u> in forma standard.
3. Utilizzando una versione a scelta dell'algoritmo del simplesso (fase 1 e fase 2), trovare una soluzione ottima <u>del problema duale</u> o dimostrare che lo stesso è inammissibile o illimitato inferiormente.
4. Utilizzando le condizioni di ortogonalità, dalla soluzione ottima del duale ricavare la soluzione ottima del <u>primale</u>.