

Nome:	<input type="radio"/> Orale 10 febbraio 2016, ore 16:00 aula N15
Cognome:	<input type="radio"/> Orale 16 febbraio 2016, ore 9:00 aula N14
Matricola:	

Esercizio 1

Una città deve essere rifornita, ogni giorno, con 1.000 m^3 di acqua. Si richiede che l'acqua non contenga sostanze inquinanti in quantità superiore a 100 parti per milione.

L'acqua può essere ottenuta da un fiume o da un pozzo. La quantità di acqua che può essere fornita dal fiume è illimitata, e un impianto di depurazione può depurarla con due modalità: in modalità (A) il livello di inquinamento si riduce a 150 parti per milione ad un costo di 5 €/m^3 , in modalità (B) a 75 parti per milione ad un costo di 15 €/m^3 . Il pozzo, invece, può fornire al più 400 m^3 di acqua al giorno con un livello di inquinamento pari a 60 parti per milione. L'acqua fornita dal pozzo può essere immessa nell'acquedotto così com'è (C) oppure purificata mediante un processo sperimentale che riduce le impurità a 10 parti per milione (D). Il pompaggio dell'acqua del pozzo costa 10 €/m^3 e un m^3 di acqua pompata può essere purificata mediante il processo sperimentale al costo di 6 €.

1. Formulare il problema di PL che permette di determinare il modo di soddisfare le esigenze idriche della città al costo minimo;
2. Utilizzando le condizioni di ortogonalità, dimostrare o confutare l'affermazione "all'ottimo è necessario utilizzare le modalità A, C, D e non la modalità B". In caso affermativo mostrare la soluzione ottima primale.

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di una rete di flusso composta da 8 nodi 1...8.

Per ogni arco sono dati il valore della sua capacità massima e un flusso iniziale. In particolare, 1 è il nodo sorgente e 7 è il nodo pozzo.

1. Partendo dai dati in tabella, determinare se la distribuzione di flusso iniziale data è ammissibile o meno, e spiegarne il motivo. In caso affermativo, mostrare il flusso iniziale entrante nel pozzo e trovare una soluzione ottima al problema del massimo flusso utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Altrimenti, scaricare il flusso iniziale e risolvere il problema del massimo flusso utilizzando Ford e Fulkerson.
2. Individuare un taglio di capacità minima tra i nodi 1 e 7. Evidenziare il taglio ottimo trovato.
3. Partendo dalla soluzione ottima trovata al punto 1, si determini il nuovo flusso massimo e il nuovo taglio di capacità minima se:
 - a. La nuova capacità dell'arco (6,3) è uguale a 3
 - b. La nuova capacità dell'arco (2,5) è uguale a 9
 - c. La nuova capacità dell'arco (3,4) è uguale a 4

Archi	7,1	1,2	1,3	2,5	5,3	3,7	6,3	3,4	4,6	4,8	5,7	6,7	6,8	8,7
Flussi	2	2	2	2	2	3	1	1	1	0	0	0	0	0
Capacità	2	7	8	8	5	7	2	3	2	2	3	3	1	4