



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia**  
21 aprile 2018

Nome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 270/04</b> – Laurea Ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 509/99</b> – Laurea Ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	<b>Altro</b> _____

### Esercizio 1

Una fabbrica di schede elettroniche deve allocare operai specializzati alla produzione di un nuovo tipo di scheda. Il processo di lavorazione di una scheda richiede due operazioni, montaggio e test, che possono essere effettuate da operai diversi in tempi diversi. Tuttavia è necessario che l'operazione di montaggio di una scheda venga eseguita senza interruzioni dallo stesso operaio all'interno di uno stesso turno di lavoro. Lo stesso requisito vale per l'operazione di test. L'operazione di montaggio di una scheda richiede 52 minuti, l'operazione di test richiede 45 minuti, il turno di lavoro di un operaio è di 6 ore consecutive. Formulare come problema di PL (senza risolverlo) il problema di realizzare 1500 schede con il minimo numero di turni-operaio.

### Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Ridurre il problema in forma standard.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.
4. Le soluzioni ottenute al punto 1 e 3 sono coerenti?

$$\begin{cases} \max -3x_1 - x_2 \\ -x_1 + x_2 \leq -1 \\ x_1 + x_2 \geq -2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 \text{ libera} \\ x_2 \leq 0 \end{cases}$$

### Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) poliedro, (2) vertice, (3) direzione e (4) direzione estrema di un poliedro. Partendo dal teorema di Weyl-Minkowski, dimostrare (5) le condizioni geometriche di ottimalità e (6) quelle di illimitatezza per un problema di PL.

Nome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 270/04 – Laurea Ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 509/99 – Laurea Ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	Altro _____

### Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo di Fourier-Motzkin.
2. Ridurre il problema in forma standard.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.
4. Le soluzioni ottenute al punto 1 e 3 sono coerenti?

$$\begin{aligned} \max & -2x_1 - 3x_2 \\ \begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 \geq -3 \\ x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 0 \\ x_2 \text{ libera} \end{cases} \end{aligned}$$

### Esercizio 2

Uno studio medico è condiviso da due dottori D1 e D2 con diverse specializzazioni. I due dottori utilizzano le risorse condivise dello studio in modo differente, ricavandone differenti profitti.

In particolare ciascun dottore richiede una certa quantità di lavoro dell'unico assistente disponibile, una certa disponibilità della macchina per la TAC e una certa disponibilità della sala visite per ogni sua ora di lavoro, come riportato in tabella (tutte le quantità espresse in ore).

	Assistente (ore)	TAC (ore)	Sala visite (ore)	Profitto (€)
D1	1	3	1,5	32
D2	1	2	1	25

La tabella riporta anche il profitto che ogni dottore ottiene per ogni ora di lavoro (espresso in euro). Per la prossima settimana lo studio dispone di 30 ore di lavoro dell'assistente, 80 ore di TAC e 60 ore di sala visite. Inoltre il dottore D1 lavora al più 48 ore settimanali, mentre D2 può arrivare a 60. Formulare come problema di PL (senza risolverlo) il problema di massimizzare il profitto settimanale dello studio.

Spiegare in dettaglio (1) il significato e (2) le unità di misura delle variabili utilizzate, nonché (3) il ruolo dei vari vincoli e (4) della funzione obiettivo del problema di PL formulato.

### Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) forma standard e (2) forma canonica di un problema di PL, (3) vertice di un poliedro e (4) SBA di un sistema in forma standard. Dimostrare (5) le condizioni algebriche di ottimalità e (6) quelle di illimitatezza per un problema di PL in forma standard.

Nome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 270/04 – Laurea Ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	Ordinamento 509/99 – Laurea Ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	Altro _____

### Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo di Fourier-Motzkin.
2. Ridurre il problema in forma standard.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.
4. Le soluzioni ottenute al punto 1 e 3 sono coerenti?

$$\begin{aligned} &\max -3x_1 - 2x_2 \\ &\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \geq -4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \text{ libera} \\ x_2 \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### Esercizio 2

Un centro di formazione è condiviso da due docenti D1 e D2 che lo utilizzano per corsi di formazione durante la settimana. Le risorse condivise dai due docenti comprendono la segreteria, l'aula corsi e il laboratorio. In particolare per un'ora di lavoro di ciascun docente il centro deve fornire la disponibilità di ore della segreteria, dell'aula e del laboratorio indicate in tabella (esprese in ore).

	Segreteria (ore)	Aula corsi (ore)	Laboratorio (ore)	Profitto (€)
D1	3	1,5	0	18
D2	2	1	1	25

La tabella riporta anche il profitto che il centro ottiene, al netto delle spese, per ogni ora di lavoro di ciascun docente (espresso in euro). Per la prossima settimana lo studio dispone di 30 ore di segreteria, 40 ore di aula corsi e 20 ore di laboratorio. Il docente D1 lavora al più 20 ore settimanali, mentre D2 può arrivare a 30. Formulare come problema di PL (senza risolverlo) il problema di massimizzare il profitto settimanale del centro.

Spiegare in dettaglio (1) il significato e (2) le unità di misura delle variabili utilizzate, nonché (3) il ruolo dei vari vincoli e (4) della funzione obiettivo del problema di PL formulato.

### Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) forma standard e (2) forma canonica di un problema di PL, (3) vertice di un poliedro e (4) SBA di un sistema in forma standard. Dimostrare (5) le condizioni algebriche di ottimalità e (6) quelle di illimitatezza per un problema di PL in forma standard.

# D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE  
Corso di Studi in Ingegneria Informatica  
**Ricerca Operativa 1 – Prima prova intermedia**  
21 aprile 2018

Nome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 270/04</b> – Laurea Ing. Inf.
Cognome:	<input type="radio"/>	<b>Ordinamento 509/99</b> – Laurea Ing. Inf.
Matricola:	<input type="radio"/>	<b>Altro</b> _____

## Esercizio 1

Le caratteristiche (semplificate) di composizione della benzina verde sono le seguenti: Benzene: 1% massimo, composti Aromatici: 35% massimo, Olefine: 18% massimo, Eteri: 22% massimo. Un impianto di raffinazione produce benzina distillando petroli con diverse caratteristiche ed è in grado di ottenere i sottoprodotti A, B, C con le caratteristiche ed il costo di produzione indicati in tabella.

Sottoprodotto	Benzene (%)	Aromatici (%)	Olefine (%)	Eteri (%)	Costo (€/lt)
A	1	22	12	20	0,25
B	0,6	38	18	25	0,15
C	0,3	40	25	18	0,13

Dai sottoprodotti si può ottenere benzina verde (o altri carburanti) semplicemente dosando le proporzioni dei vari sottoprodotti. Oltre ai limiti di legge, la benzina verde per applicazioni speciali ha un contenuto ideale di composti aromatici pari al 30%. Lo scostamento da questa percentuale ideale causa un deprezzamento (D) del valore di mercato della benzina prodotta, pari a 0,02 €/lt per ogni punto percentuale di scostamento (in positivo o negativo) dal valore ideale. In altre parole, se E è il contenuto di Aromatici in un litro di benzina verde, il deprezzamento di un litro di benzina è calcolabile come  $D=0,02|E-30|$ . D è quindi un costo che va sommato al costo di produzione complessivo dei sottoprodotti utilizzati. Formulare come problema di PL (senza risolverlo) il problema di realizzare un litro di benzina verde minimizzando la somma del costo dei sottoprodotti e del deprezzamento complessivo.

## Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura.

- Risolvere il problema con il metodo grafico.
- Ridurre il problema in forma standard.
- Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1 e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è impossibile o illimitato inferiormente.
- Le soluzioni ottenute al punto 1 e 3 sono coerenti?

$$\begin{aligned} \max & -x_1 - 3x_2 \\ \begin{cases} x_1 - x_2 \leq -1 \\ x_1 + x_2 \geq -2 \\ x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 0 \\ x_2 \text{ libera} \end{cases} \end{aligned}$$

## Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) base di una matrice, (2) soluzione base ammissibile di un sistema in forma standard, (3) vertice di un poliedro. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili (4) se e (5) solo se è una soluzione di base ammissibile.