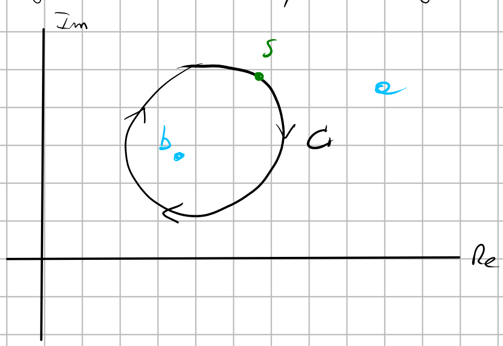
NYQUIST

Il criterio di Nyquist è uno strumento che ci permette di mettere in relazioni alcune proprietà del ciclo aperto con il ciclo chiuso. Per andare a definire questo criterio prima dobbiamo trattare il teorema dell'indicatore logaritmico.

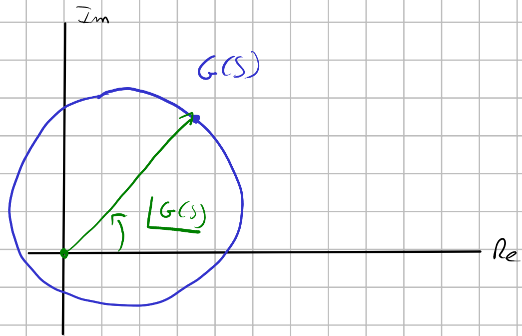
Immaginiamo di avere un piano di Gauss e tracciare una curva chiusa C. Definiamo anche un punto s che gira sulla curva e la percorre compiendo un giro in senso orario. Tutti i valori di s sono definiti da una funzione



$$G(s) = \frac{(s-a)}{(s-b)}$$

a e b sono due numeri complessi e coniugati che si trovano rispettivamente fuori e dentro alla curva

Andiamo a disegnare il grafico della G(s) che assumerà diversi valori mentre s si sposta sulla curva. Una cosa di cui siamo certi è che anche il grafico di G(s) sarà una curva chiusa



Adesso ci chiediamo se G(s) gira intorno all'origine. Ciò vuol dire che ha una variazione di fase di 360. Per determinare la variazione di fase di G(s) e quindi i giri che fa intorno al punto -1 è dato dal numero di oggetti che sono contenuti nella curva

$$R_{G,0} = \#ZERI_{IN\,C}(G(s)) - \#POLI_{IN\,C}(G(s))$$

Andremo ad utilizzare questo teorema per capire il numero di poli e zeri di un sistema e dato il sistema

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

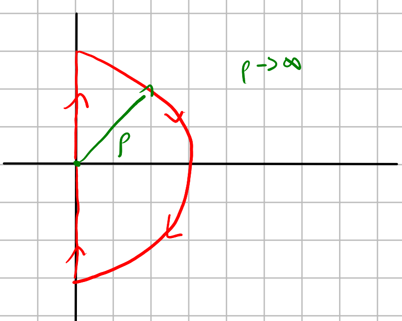
$$W(s) = \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1+\frac{N(s)}{D(s)}} = \frac{N(s)}{D(s)+N(s)}$$

$$1+F(s) = 1 + \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{D(s)+N(s)}{D(s)}$$

Facciamo due osservazioni:

- Il denominatore di W(s) è uguale al numeratore di 1+F(s)
- Il denominatore di 1+F(s) è uguale al denominatore di F(s)

Applichiamo il teorema dell'indicatore logaritmico alla funzione 1+F(s) e alla curva di Nyquist che è così definita



La curva di Nyquist racchiude tutto il semipiano reale positivo

Posso riscrivere la formula precedente come

$$R_{1+F,0} = \#zeri_{PRP}(1+F(s)) - \#POLI_{PRP}(1+F(s))$$

Dalle considerazioni di prima riscrivo

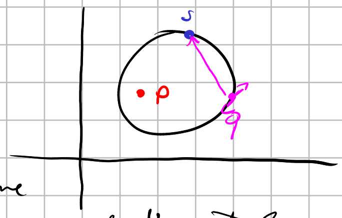
$$R_{1+F(s),0} = \underbrace{\#POLI_{PRP}(W(s))}_{\text{DOVREBBE ESSERE ZERO}} - \#POLI_{PRP}(F(s))$$

$$R_{1+F(s),0} = -\#POLI_{PRP}(F(s))$$ NYQUIST RIDOTTO

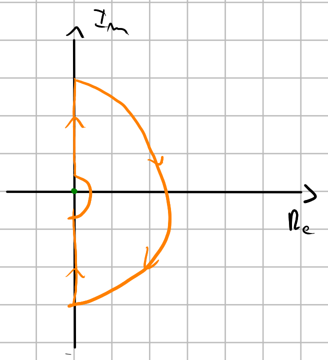
Andiamo a studiare il caso particolare in cui abbiamo un polo o uno zero nell'origine.

$$G(s) = \frac{s-p}{s-q}$$

Utilizzando il teorema dell'indicatore logaritmico



Man mano che s si sposta sullo arco l'andamento del vettore $s-q$ diventa sempre più simile alla tangente in quel punto fino poi avere una variazione di fase di 180°. Quindi noi andiamo ad apportare una piccola modifica alla curva di Nyquist lasciando fuori l'origine



ROTAZIONE ANTIORARIA DI 180 SE S AL NUMERATORE

ROTAZIONE ORARIA DI 180° SE S AL DENOMINATORE (POLO NELL'ORIGINE)
CHE AVVERRANNO ALL'INFINITO