A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

27 febbraio 2001

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○ (specificare quale: ___________________)

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad x_1 - 2x_3$$
$$\begin{cases} x_1 - x_3 \le 2 \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_3 + x_4 = 8 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima con il metodo grafico o dimostrare che il problema è illimitato o impossibile.

$$\min \quad x_1 + 2x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 \ge -5 \\ x_1 + 2x_2 \le 18 \\ 2x_1 - x_2 \le 8 \\ x_2 \ge 2 \end{cases}$$

Esercizio 3

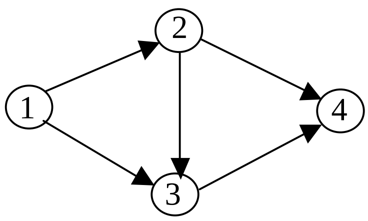
Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \ge 2 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 \le 7 \\ 5x_1 - 2x_3 - 3x_4 = 1 \\ x \ge 0 \end{cases}$$

Esercizio 4

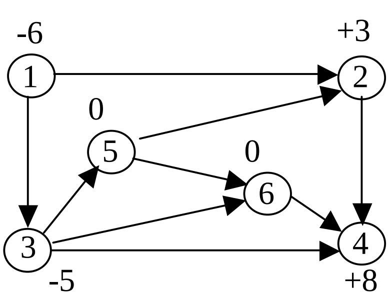
È dato il grafo in figura. In tabella è data la capacità degli archi e un flusso ammissibile. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dimostrare che il flusso dato è il massimo flusso da 1 a 4 oppure no.

Archi	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,4)
Capacità	5	2	1	3	4
Flussi	3	2	0	3	2



Esercizio 5

È dato il grafo in figura. In tabella sono dati il costo, la capacità degli archi e un flusso ammissibile. A partire dal flusso dato trovare il flusso di costo minimo con il simplesso su reti.



Archi	(1,2)	(1,3)	(2,4)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(5,2)	(5,6)	(6,4)
Capacità	2	6	6	9	6	2	6	8	7
Costi	2	6	1	5	1	3	9	1	2
Flussi	0	6	0	8	3	0	3	0	0

Domanda 6

Si discuta l'algoritmo del simplesso su reti senza vincoli di capacità, dimostrando in particolare che una base è ottima se individua un albero ricoprente sul grafo.

A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

27 febbraio 2001

Nome:
Cognome:

Esercizio 7

La società WHITENEXT produce e distribuisce detersivi per uso industriale. La società possiede tre depositi: D1, D2 e D3. Ciascun deposito contiene un diverso tipo di prodotto (P1, P2 e P3) che costa rispettivamente 40, 43 e 47 Euro per unità commerciale (pari a 100 kg).
I depositi hanno rispettivamente la disponibilità di 450, 360 e 600 tonnellate. La qualità dei tre prodotti è misurata da un indice che vale 6,4 per P1, 7,3 per P2 e 8,5 per P3. La qualità di una miscela di più prodotti è ottenibile come combinazione lineare della percentuale in peso dei suoi componenti. WHITENEXT deve soddisfare i seguenti ordini utilizzando i prodotti dei tre depositi:

Ordine	**Unità commerciali**	**Qualità della miscela**
O1	2000	Q1 almeno pari a 6,9
O2	1500	Q2 inferiore a 8
O3	2500	Q3 tra 7,2 e 8,2
O4	2500	Q4 = 7,5
O5	2000	Q5 tra 6,9 e 7,9

Formulare il problema di PL che permette di massimizzare la seguente funzione obiettivo:

$$Z = -C - M\,|Q3 - 7{,}7| - N\,|Q5 - 7{,}4|$$

Dove C indica il costo totale delle miscele usate per soddisfare gli ordini ed M e N sono due costanti positive.

Riportare il modello (con il significato delle variabili e la formulazione) su questo foglio.
ATTENZIONE!!! scrivere nome e cognome su tutti i fogli. L'esercizio di formulazione sarà considerato NON svolto se non viene riportato su questo foglio, completo di nome e cognome dello studente.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

27 febbraio 2001

Nome:
Cognome:
Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○ (specificare quale: ____________________)

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad -x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_4 - x_5 = 2 \\ -x_1 + x_2 + x_5 = 1 \\ x_1 + x_3 + 2x_5 = 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima con il metodo grafico o dimostrare che il problema è illimitato o impossibile.

$$\min \quad -x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq -2 \end{cases}$$

Esercizio 3

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 \geq 6 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 4 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 4

È dato il problema di PL in figura. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dire se la soluzione ammissibile data è ottima o meno.

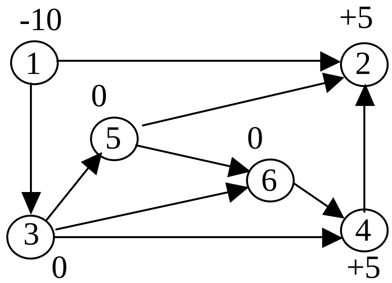
$$x^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\min \quad -9x_1 + x_2 + 3x_4$$
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \geq 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 6 \\ 7x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ x_2 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

È dato il grafo in figura con la domanda data ai vari nodi. In tabella è data la capacità degli archi. Trovare un flusso ammissibile utilizzando la fase 1del simplesso su reti.

Archi	(1,2)	(1,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(4,2)	(5,2)	(5,6)	(6,4)
Capacità	2	10	2	5	8	2	1	6	4



Domanda 6

Si discutano i problemi di programmazione convessa, dimostrando in particolare che un punto di minimo locale è anche punto di minimo globale.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d’anno

27 febbraio 2001

Nome:
Cognome:

Esercizio 7

Il ristorante Al Faro, per un imprevisto aumento della clientela, ha bisogno di disporre per i prossimi 4 giorni di tovaglioli puliti. Gli articoli possono essere acquistati nuovi oppure lavati in lavanderia. Il costo di un tovagliolo è di 2 Euro. Se un tovagliolo sporco viene mandato in lavanderia, sarà restituito pulito dopo un giorno e al costo di 0,5 Euro, oppure dopo due giorni al costo di 0,2 Euro.
All’inizio del periodo considerato il ristorante dispone soltanto di 100 tovaglioli puliti. Nei prossimi tre giorni sono necessari rispettivamente 300, 250 e 350 tovaglioli. All’inizio del quarto giorno si richiede la disponibilità di almeno 100 tovaglioli puliti.
Scrivere un modello di PL che permetta di soddisfare le richieste con il minimo costo.

Riportare il modello (con il significato delle variabili e la formulazione) su questo foglio.
ATTENZIONE!!! scrivere nome e cognome su tutti i fogli. L'esercizio di formulazione sarà considerato NON svolto se non viene riportato su questo foglio, completo di nome e cognome dello studente.

C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

27 febbraio 2001

Nome:

Cognome:

Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○ (specificare quale: ____________________)

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad 20x_1 + x_2 - x_4 + 2x_5$$
$$\begin{cases} -x_2 + x_3 + x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 = 6 \\ x_2 - 2x_5 + x_6 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima con il metodo grafico o dimostrare che il problema è illimitato o impossibile.

$$\min \quad x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \geq -1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 3

Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 3 \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 \leq 8 \\ 5x_1 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

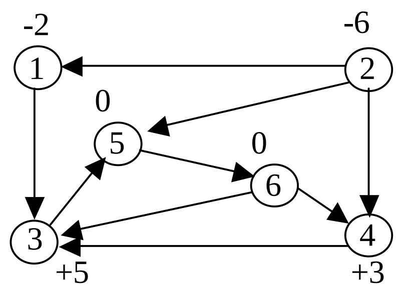
Esercizio 4

È dato il problema di PL in figura. Facendo uso delle condizioni di complementarità, dire se esiste o meno una coppia di soluzioni ottime per il primale e il duale x^*, u^* tali che $x_2^* = 3,\ u_3^* = 0$

$$\min \quad -2x_1 - 6x_2 + x_3 + x_4$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 \geq 6 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 5 \\ x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 5

È dato il grafo in figura e una domanda ai vari nodi. In tabella sono dati il costo degli archi (la capacità è +∞) e un flusso ammissibile. A partire dal flusso dato trovare il flusso di costo minimo con il simplesso su reti.



Archi	(1,3)	(2,1)	(2,4)	(2,5)	(3,5)	(4,3)	(5,6)	(6,3)	(6,4)
Costi	2	1	10	6	2	1	1	3	4
Flussi	2	0	6	0	0	3	0	0	0

Domanda 6

Si discuta la teoria della dualità, trattando in particolare le condizioni di complementarità e il loro impiego per dimostrare il teorema di Ford e Fulkerson.

C

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

27 febbraio 2001

Nome:
Cognome:

Esercizio 7

La società GROWTHLINE produce mangimi per allevamenti bovini. La qualità dei tre prodotti è misurata da un parametro che vale 6,5 per P1, 7,5 per P2 e 8,5 per P3. La qualità di una miscela di più prodotti è ottenibile come combinazione lineare della percentuale in peso dei suoi componenti.
La società possiede tre depositi: D1, D2 e D3. Ciascun deposito contiene un diverso tipo di prodotto (P1, P2 e P3) che ha un prezzo di vendita pari rispettivamente a 50, 60 e 70 $ per ogni sacco da 100 kg. I depositi hanno rispettivamente la disponibilità di 550, 460 e 500 tonnellate.
GROWTHLINE deve soddisfare i seguenti ordini utilizzando i prodotti dei tre depositi:

Ordine di acquisto	**Quantità (sacchi)**	**Qualità della miscela**
A1	2000	Q1 almeno pari a 6,9
A2	1500	Q2 inferiore a 8
A3	2500	Q3 = 8
A4	2500	Q4 = 7,5
A5	2000	Q5 = 7,2

Il contratto relativo agli ordini A3 e A4 prevede la possibilità di scostamento dall'indice di qualità pattuito al costo di una penale proporzionale allo scostamento stesso.
Formulare il problema di PL che permette di massimizzare la seguente funzione obiettivo:

$$Z = R + S\,|Q3 - 8| + T\,|Q5 – 7{,}2|$$

Dove R indica il ricavo totale delle miscele usate per soddisfare gli ordini ed S e T sono due costanti negative.

Riportare il modello (con il significato delle variabili e la formulazione) su questo foglio.
ATTENZIONE!!! scrivere nome e cognome su tutti i fogli. L'esercizio di formulazione sarà considerato NON svolto se non viene riportato su questo foglio, completo di nome e cognome dello studente.

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Ingegneria Informatica

Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno

27 febbraio 2001

Nome:
Cognome:
Barrare la casella corrispondente: Diploma ○ Laurea ○ (specificare quale: ____________________)

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.
Trovare una soluzione ottima del problema con l'algoritmo del simplesso o dimostrare che il problema è illimitato inferiormente. Evidenziare la soluzione di base di partenza e quella finale.

$$\min \quad 3x_2 + x_5$$
$$\begin{cases} x_2 + x_4 + x_5 = 3 \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 14 \\ x_1 - x_2 - 2x_4 = 10 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

È dato il problema di PL in figura. Trovare una soluzione ottima con il metodo grafico o dimostrare che il problema è illimitato o impossibile.

$$\min \quad x_1 + 3x_2$$
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 3

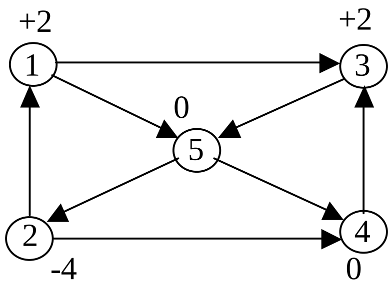
Facendo uso del metodo delle variabili artificiali (fase 1 del metodo del simplesso) determinare se il seguente insieme di disequazioni ammette o no soluzioni ammissibili (e, in questo caso, fornirne una).

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 \geq 5 \\ 2x_1 + x_3 + 3x_4 \leq 4 \\ 5x_1 + x_2 - 4x_4 = 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 4

È dato il grafo in figura. In tabella è dato il costo degli archi (la capacità è +∞ per tutti gli archi) e un flusso ammissibile. Facendo uso delle condizioni di complementarità (o di ortogonalità) dimostrare che il flusso dato è quello di costo minimo oppure no.

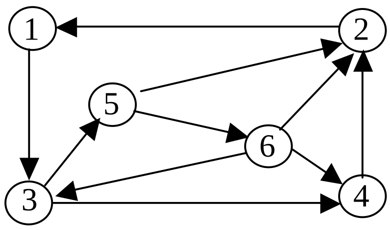
Archi	(1,3)	(1,5)	(2,1)	(2,4)	(4,3)	(3,5)	(5,2)	(5,4)
costi	6	2	1	8	2	1	7	3
flussi	0	2	4	0	2	0	0	2



Esercizio 5

È dato il grafo in figura. In tabella sono dati la capacità degli archi e un flusso ammissibile. I nodi 1 e 5 sono sorgenti, i nodi 2 e 4 sono pozzi e i nodi 3 e 6 sono di transito. A partire dal flusso dato trovare il flusso massimo dalle sorgenti ai pozzi con l'algoritmo di Ford e Fulkerson.

Archi	(1,3)	(2,1)	(3,4)	(3,5)	(4,2)	(5,2)	(5,6)	(6,2)	(6,3)	(6,4)
Capacità	10	3	7	3	1	2	5	4	3	2
Flussi	4	0	7	0	0	0	3	0	3	0



Domanda 6

Si discuta la geometria dei reali a n dimensioni, dimostrando in particolare che i vertici di un poliedro corrispondo alle Soluzioni di Base Ammissibili del corrispondente sistema in forma standard.

D

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Primo Modulo di Ricerca Operativa – Prova in corso d'anno
27 febbraio 2001

Nome:
Cognome:

Esercizio 7

Il laboratorio di analisi dell'università, ha bisogno di disporre per i prossimi 5 giorni di provette sterili. Le provette possono essere acquistate scegliendo tra il tipo A monouso e il tipo B riutilizzabile. Il tipo B richiede la sterilizzazione dopo l'uso. Il costo di una provetta di tipo A è di 2 Euro, mentre quella di tipo B costa 4,2 Euro.
La sterilizzazione di una provetta di tipo B, richiede un giorno (servizio urgente) e costa di 0,3 Euro, oppure richiede due giorni (servizio ordinari) al costo di 0,2 Euro. All'inizio del periodo considerato il laboratorio dispone soltanto di 100 provette di tipo B sterili. Nei prossimi 4 giorni sono necessarie rispettivamente 350, 200 e 450 provette.
Formulare un modello di PL che permetta di soddisfare le esigenze del laboratorio con il minimo costo.

Riportare il modello (con il significato delle variabili e la formulazione) su questo foglio.
ATTENZIONE!!! scrivere nome e cognome su tutti i fogli. L'esercizio di formulazione sarà considerato NON svolto se non viene riportato su questo foglio, completo di nome e cognome dello studente.