

Ricerca Operativa I

Dario Pacciarelli

Esercitazione del 23/4

Operazione di pivot su a_{hk}

operazione	commento
$\bar{a}_h^T = \frac{1}{a_{hk}} a_h^T$	Tutti gli elementi della riga h di A sono divisi per l'elemento di pivot, con il risultato che $\bar{a}_{hk} = 1$
Per $i=1, 2, \dots, n$, con $i \neq h$: $\bar{a}_i^T = a_i^T - \frac{a_{ik}}{a_{hk}} a_h^T$	Tutte le altre righe, tranne h, si ottengono sommando alla riga i di A la riga di pivot moltiplicata per $\frac{-a_{ik}}{a_{hk}}$ con il risultato che tutti gli elementi della colonna k di \bar{A} sono uguali a zero, tranne \bar{a}_{hk} .

Esercizio: Data la matrice A in figura, effettuare un'operazione di pivot su a_{21}

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 & 3 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \left[\right]$$

Operazione di pivot su a_{hk}

Esercizio: Data la matrice A in figura, effettuare un'operazione di pivot su a_{21}

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 & 3 & 2 & -4 \\ 2 & 4 & 0 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \left[\right]$$

Algoritmo di Fourier-Motzkin

Esercizio: Utilizzando l'algoritmo di F.M. verificare se il poliedro in figura è vuoto o meno.

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq -1 \end{cases}$$

Algoritmo di Fourier-Motzkin

Esercizio: Utilizzando l'algoritmo di F.M. trovare, se esiste, una soluzione ottima del problema di PL figura.

$$\begin{array}{l} \max x_1 + x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Basi di una matrice e SBA

Esercizio: Dato il sistema $Ax = b$, con A e b in figura, trovare tutte le basi di A e le SBA del sistema.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Basi di una matrice e SBA

Esercizio: Dato il problema di PL in figura, trovare tutte le basi di A e le SBA del sistema.

$$\begin{cases} \min x_1 + x_2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Poliedri

Esercizio: Utilizzando il metodo grafico, disegnare il poliedro in figura e trovare tutti i vertici. Ridurre il problema in Forma Standard e trovarne tutte le SBA e tutte le basi associate.

$$\begin{array}{l} \max x_1 + x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Poliedri

Esercizio: Utilizzando il metodo grafico, verificare l'esistenza o meno di una SBA degenerare.

$$\begin{array}{l} \max x_1 + x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Esercizi di formulazione

Problema: Una signora esce di casa con x euro nella borsa. Ogni volta che incontra un mendicante gli consegna metà del denaro che ha in borsa più una certa somma z non inferiore ad un euro. Se dopo il terzo mendicante la signora resta con non meno di 2 euro nella borsa, quanto aveva al minimo nella borsa quando è uscita di casa? Formulare come problema di PL.

Esercizi di formulazione

Problema: Una bilancia a due piatti è realizzata con due bracci di lunghezze diverse, uno doppio dell'altro, e con piatti di peso diverso tali da mantenere la bilancia in equilibrio quando è vuota. Tre mele sul piatto dalla parte del braccio più lungo pesano meno di otto pere poste dall'altra parte, mentre una pera posta sulla bilancia dalla parte del braccio più lungo pesa meno di sei mele poste sull'altro piatto. Supponendo che le mele siano fra loro identiche, così come le pere, e che una pera non pesi più di tre etti, sapreste dire quanto può pesare al massimo una mela? Formulare come problema di PL.

Esercizi di formulazione

Problema: Un'azienda specializzata in indagini di mercato svolge interviste telefoniche per conto di un cliente. Il campione da contattare deve contenere almeno: 120 donne laureate, 130 donne non laureate, 140 uomini laureati e 90 non laureati.

L'azienda ha costi operativi differenti in fasce orarie diverse (40 centesimi a telefonata al mattino, 75 la sera) e un diverso tasso di successo dei contatti telefonici.

Una telefonata effettuata al mattino mediamente ottiene risposta da una donna laureata nel 15% dei casi, da una donna non laureata nel 35% dei casi, da un uomo laureato nel 5% dei casi e da un uomo non laureato nel 10% dei casi, nessuna risposta nel restante 35% dei casi.

Una telefonata effettuata la sera mediamente ottiene risposta da una donna laureata nel 25% dei casi, da una donna non laureata nel 30% dei casi, da un uomo laureato nel 20% dei casi e da un uomo non laureato nel 20% dei casi, nessuna risposta nel restante 5% dei casi.

Si vuole determinare il numero di telefonate mattutine e serali da effettuare che minimizza il costo complessivo di tutte le telefonate, garantendo di raggiungere, in media, il campione richiesto.

Formulare come problema di PL.

Esercizi di formulazione

Esercizi di formulazione

Si vogliono organizzare i turni del personale di una compagnia di autobus.
 Ogni autista lavora per 5 giorni consecutivi e si riposa i due giorni successivi.
 Le esigenze di autisti in ciascun giorno della settimana sono date in tabella.
 Si vuole determinare il minimo numero di autisti necessario per coprire tutte
 le esigenze. Formulare come problema di PL.

Giorno	lunedì	martedì	mercoledì	giovedì	venerdì	sabato	domenica
n. autisti	32	27	29	34	28	24	18

Esercizi di formulazione