

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Μεταπτυχιακό Μάθημα: (Τ.10) Ρομποτική

Εργασία των Φοιτητών:

Chaysri Piyabhum A.M.: 366

Δημητριάδη Σωκράτη A.M.: 359

Θέμα Εργασίας: Μοντελοποίηση της Συνάρτησης Πλοήγησης (Navigation Function) και εφαρμογή της σε τροχοφόρο ρομπότ 2 βαθμών ελευθερίας.

1. Περιγραφή του προβλήματος-Σενάριο:

Έστω ότι έχουμε ένα τροχοφόρο ρομπότ με δυνατότητα κίνησης στο επίπεδο (2 βαθμών ελευθερίας). Υποθέτουμε ότι ο χώρος κίνησης του τροχοφόρου ρομπότ είναι κυκλικός και ότι περιέχει εμπόδια(επίσης κυκλικά). Δοθέντων των συντεταγμένων των σημείων έναρξης, του στόχου και του κέντρου των εμποδίων, επιθυμούμε να κινηθεί το τροχοφόρο ρομπότ στον χώρο κίνησης, αποφεύγοντας τα εμπόδια και να καταλήξει στον στόχο, κάνοντας χρήση της συνάρτησης πλοήγησης.

2. Συνάρτηση Πλοήγησης:

Η συνάρτηση πλοήγησης είναι το “μαθηματικό εργαλείο” που χρησιμοποιεί το ρομπότ για να κινηθεί στον χώρο διατάξεων ή εργασίας. Αποτελεί μια ειδική μορφή συνάρτησης δυναμικού με τις ακόλουθες ιδιότητες:

- Εξαρτάται από μια συνάρτηση “ελκτικού δυναμικού”, η οποία κατευθύνει/έλκει το ρομπότ προς τον στόχο και έχει τη μορφή: $\gamma(q)=\|q-q_G\|^{2k}$, όπου q είναι το διάνυσμα των συντεταγμένων της τρέχουσας θέσης του ρομπότ, q_G το αντίστοιχο διάνυσμα των συντεταγμένων του στόχου και k μία παράμετρος μεγέθους της “έλξης”.
- Εξαρτάται από μια συνάρτηση “απωστικού δυναμικού”, η οποία οδηγεί το ρομπότ μακριά από τα εμπόδια και για κάθε εμπόδιο έχει τη μορφή: $\beta_j(q)=\|q-q_j\|^2-\rho_j^2$, όπου q είναι το διάνυσμα των συντεταγμένων της τρέχουσας θέσης του ρομπότ, q_j το αντίστοιχο διάνυσμα των συντεταγμένων του κέντρου του j -οστού εμποδίου και ρ_j οι αντίστοιχες ακτίνες των.

- Εξαρτάται επιπλέον από μια συνάρτηση “απωστικού δυναμικού” (παρόμοια με αυτή των εμποδίων), η οποία καθορίζεται από το κέντρο του χώρου κίνησης, καθώς τα τοιχώματά του αποτελούν εμπόδιο από το οποίο θα πρέπει να απωθείται: $\beta_0(q) = \rho_0^2 - \|q - q_0\|^2$, όπου q είναι το διάνυσμα των συντεταγμένων της τρέχουσας θέσης του ρομπότ, q_0 το αντίστοιχο διάνυσμα των συντεταγμένων του κέντρου του χώρου κίνησης και ρ_0 η ακτίνα του.
- Συνολική συνάρτηση εμποδίων:

$$\beta(q) = \prod_{j=0}^M \beta_j(q)$$

- Τέλος, κανονικοποιώντας την έτσι ώστε να λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$, έχει τη μορφή:

$$\phi(q) = \left(\frac{\gamma(q)}{\gamma(q) + \beta(q)} \right)^{1/k}$$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι η συνάρτηση πλοήγησης εξαρτάται κάθε φορά από τις συντεταγμένες του κέντρου του χώρου κίνησης, του κέντρου των εμποδίων και της θέσης του ρομπότ. Επίσης, όταν $q = q_G$, η συνάρτηση ελαχιστοποιείται (στο 0), ενώ όταν $\beta(q) = 0$, μεγιστοποιείται (στο 1).

Εάν το ρομπότ κινηθεί με τον νόμο ελέγχου

$$\dot{q} = -\lambda \nabla \phi(q),$$

τότε αποδεικνύεται ότι το ρομπότ καταλήγει στον επιθυμητό στόχο.

Ο αλγόριθμος που υλοποιήθηκε, υπολογίζει τη μεταβολή της θέσης (δηλαδή την ταχύτητα) του ρομπότ, σύμφωνα με τη συνάρτηση πλοήγησης όπως περιγράφηκε παραπάνω, δηλαδή την σχέση:

$$\varphi_{\kappa}(q) \equiv (\rho_k \circ \sigma_1 \circ \hat{\varphi})(q) = \frac{\|q - q_d\|^2}{[\|q - q_d\|^{2\kappa} + \beta(q)]^{1/\kappa}}$$

Σημειώνεται ότι έχει γίνει ο εξής περιορισμός στις ταχυτήτες:

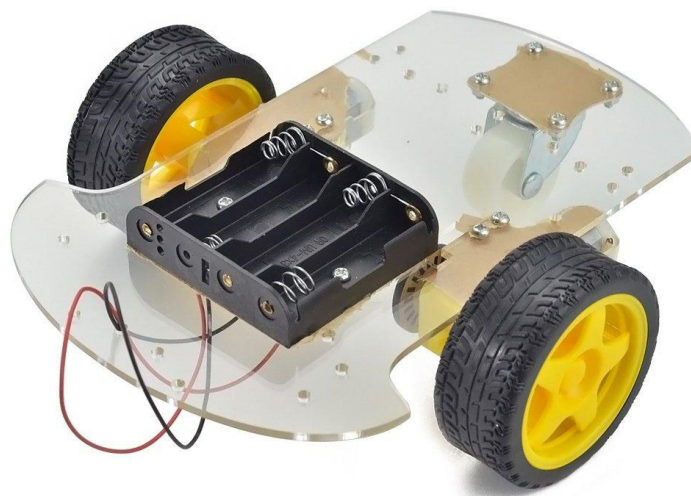
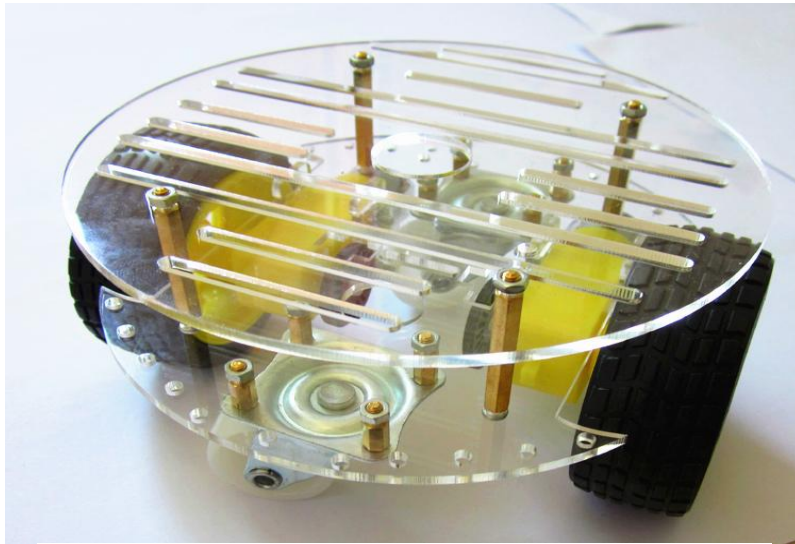
Περιστροφική: $\dot{\theta} * d > 4 * Vmax$ για την περιστροφή προς τα δεξιά

και $\dot{\theta} * d < (-1) * 4 * Vmax$ για την περιστροφή προς τα αριστερά.

Γραμμική: $\dot{x} > Vmax$ & $\dot{x} < -Vmax$ για την ταχύτητα ως προς τον x-άξονα
και $\dot{y} > Vmax$ για την ταχύτητα ως προς τον y-άξονα.

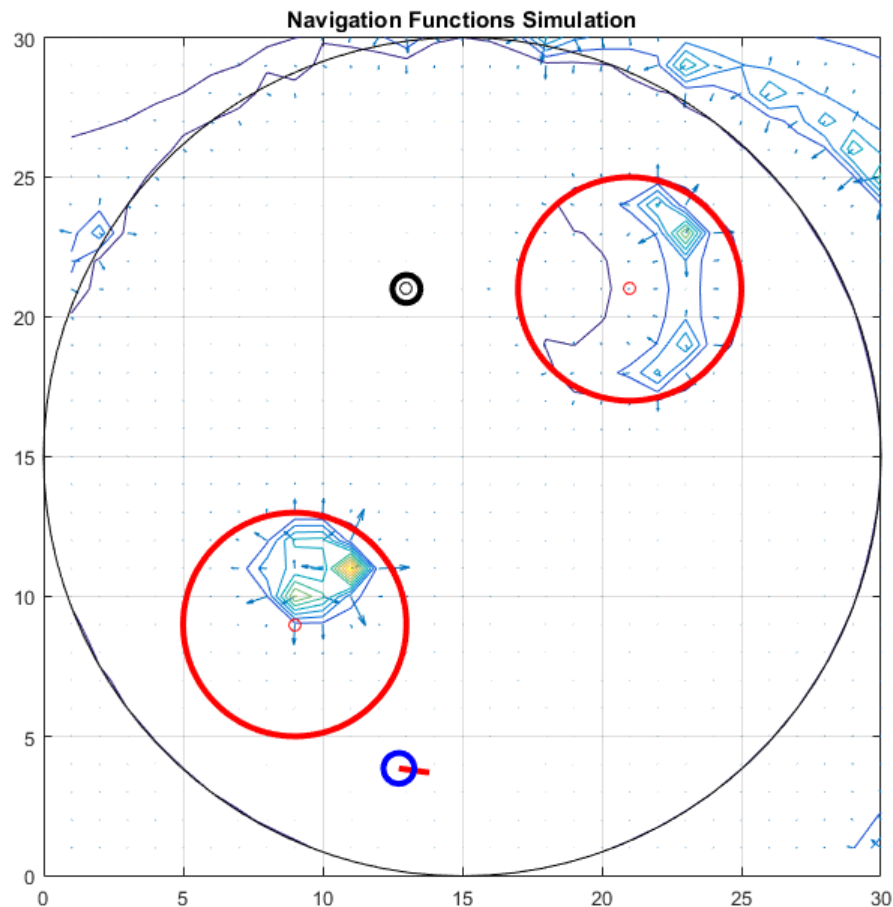
3. Πειραματικές Δοκιμές:

Το μοντέλο του ρομπότ που χρησιμοποιήθηκε για τις δοκιμές ήταν ένα Typical Mini Arduino Robot με πλάτος και ακτίνας τροχού 11 και 3.25 εκατοστόμετρων, αντίστοιχα. Ο χώρος κίνησης ήταν ένας κυκλικός δίσκος ακτίνας 1.5 μέτρων. Η μέγιστη ταχύτητα που επιτρεπόταν να αναπτύξει το ρομπότ τέθηκε στα 2 cm/s

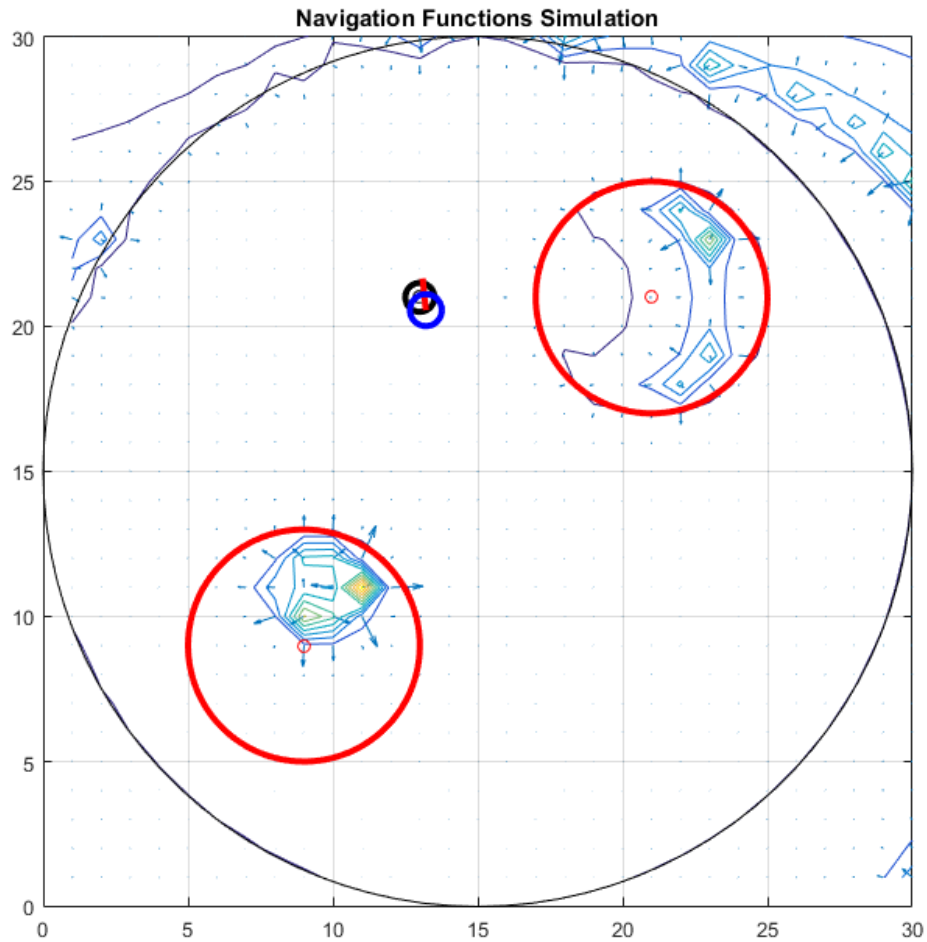


3.1 Δοκιμή με 2 εμπόδια:

Θέτοντας ως σημείο έναρξης το σημείο $(1.2\mu, 0.4\mu)$ και με προσανατολισμό $\theta=0^\circ$, το ρομπότ κινείται προς τον επιθυμητό στόχο $(1.3\mu, 2.1\mu)$, χωρίς να ενδιαφέρει ο προσανατολισμός σε εκείνο το σημείο. Η πορεία που ακολουθεί το τροχοφόρο ρομπότ καθορίζεται από τη συνάρτηση πλοήγησης, η οποία έλκει το ρομπότ προς το επιθυμητό σημείο-στόχο, απωθώντας το συγχρόνως από τα εμπόδια που τέθηκαν στα σημεία $(0.9\mu, 0.9\mu)$ και $(2.1\mu, 2.1\mu)$, ακτίνας 0.4μ και τα δύο.

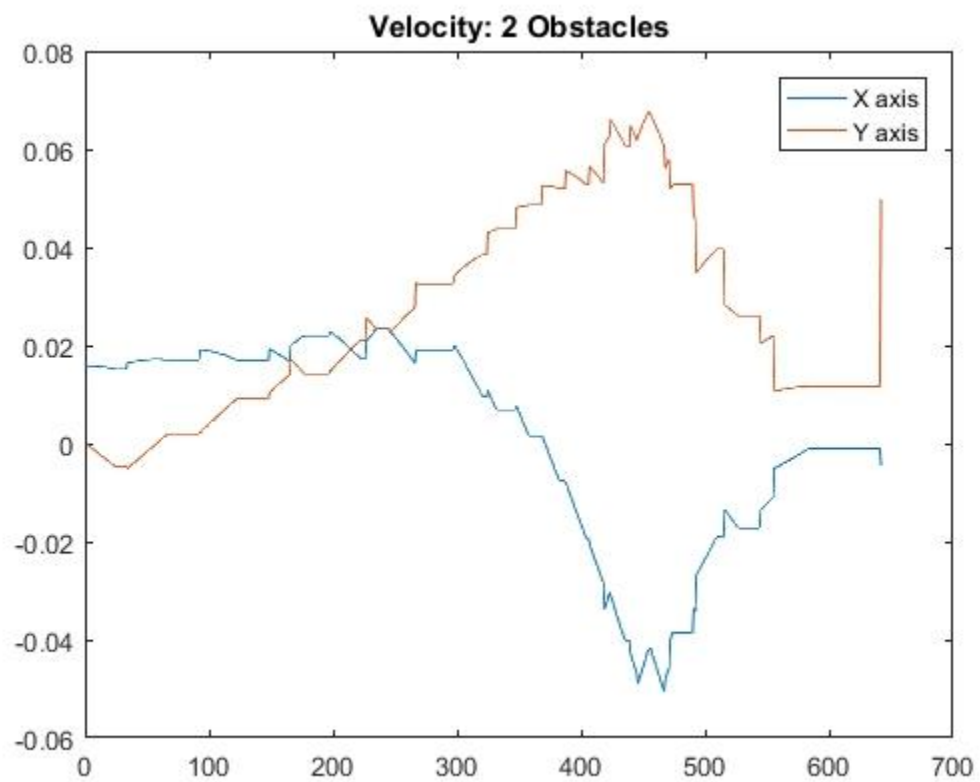
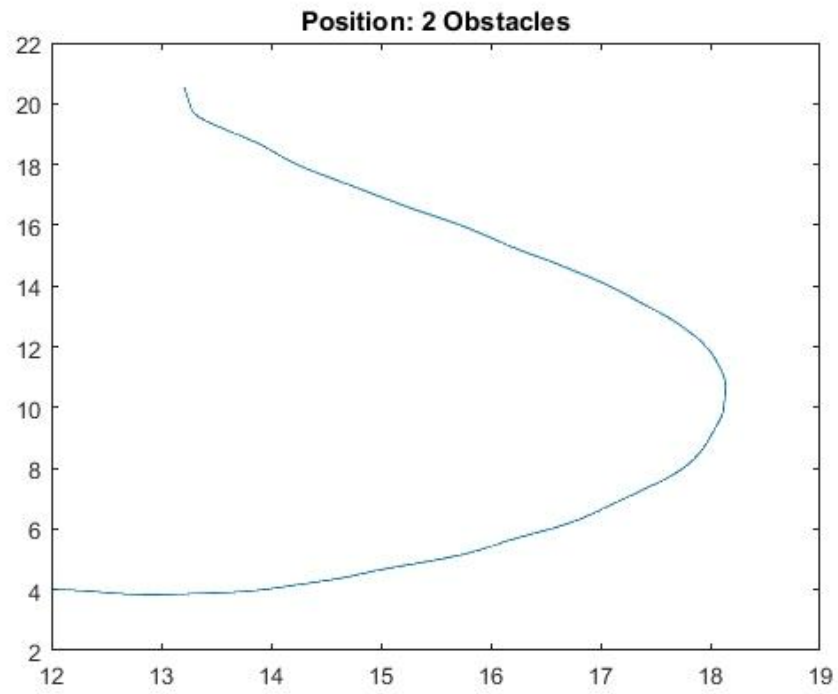


Αρχική Διάταξη του Ρομπότ



Τελική Διάταξη του Ρομπότ

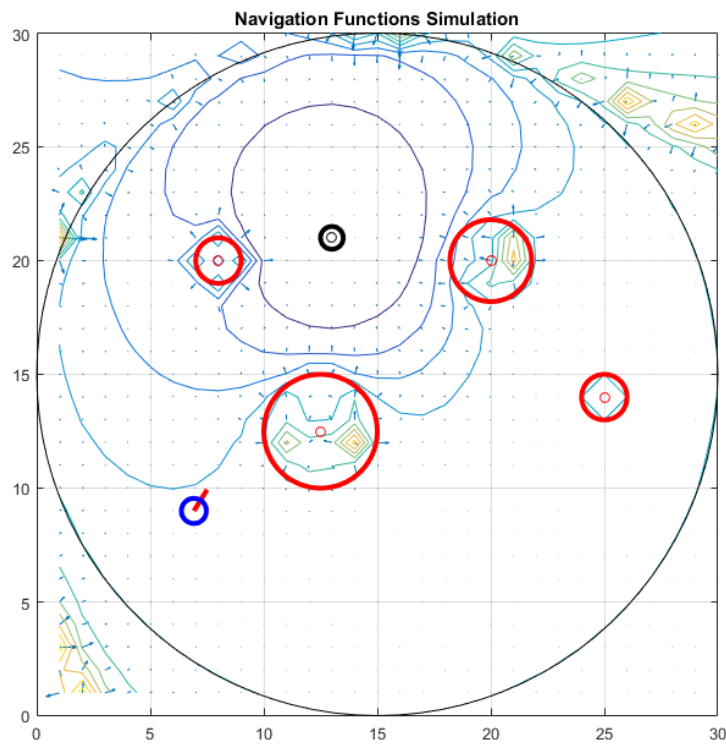
Η θέση του ρομπότ σε κάθε χρονική στιγμή καθώς επίσης και οι συνιστώσες της ταχύτητας του στους άξονες x και y περιγράφεται στα ακόλουθα γραφήματα τετμημένης-τεταγμένης και ταχύτητας-χρόνου, αντίστοιχα:

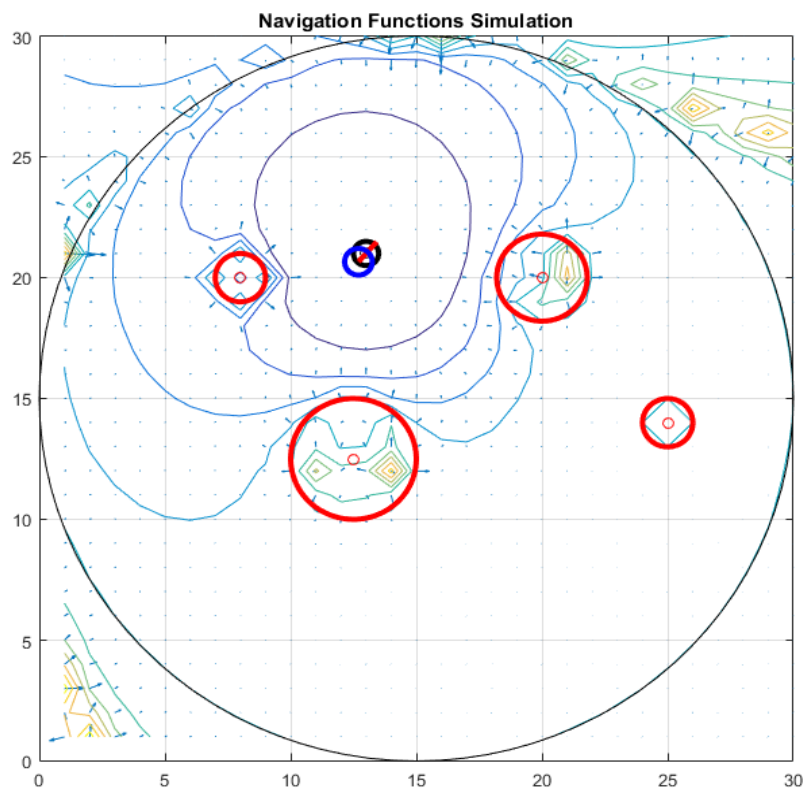
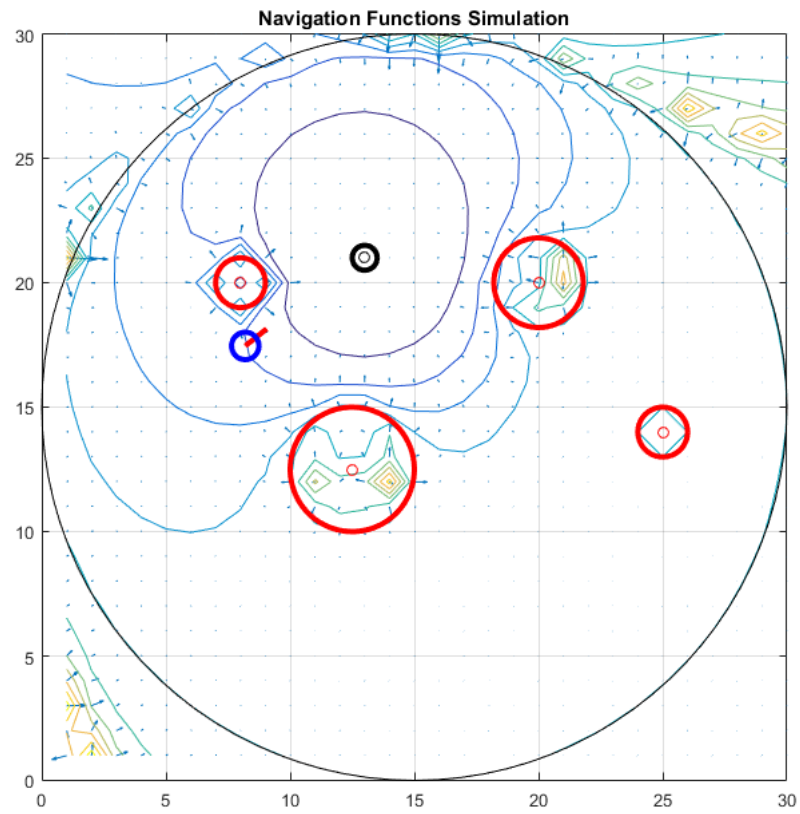


3.2 Δοκιμή με 4 εμπόδια:

Στη δεύτερη δοκιμή τέθηκε ως σημείο έναρξης το σημείο $(0.5\mu, 0.8\mu)$ με προσανατολισμό $\theta=0^\circ$. Το ρομπότ πάλι κινείται προς τον επιθυμητό στόχο $(1.3\mu, 2.1\mu)$, χωρίς να ενδιαφέρει ο προσανατολισμός σε εκείνο το σημείο. Η πορεία που ακολουθεί το τροχοφόρο ρομπότ αλλάζει, καθώς αυτή τη φορά τα εμπόδια είναι τέσσερα και έτσι αλλάζει η συνάρτηση πλοήγησης. Τα εμπόδια που τέθηκαν στα σημεία $(1.25\mu, 1.25\mu)$ με ακτίνα 0.25μ , $(2.0\mu, 2.0\mu)$ με ακτίνα 0.18μ , $(2.5\mu, 1.4\mu)$ με ακτίνα 0.1μ και $(0.8\mu, 2.0\mu)$ με ακτίνα 0.1μ , καθορίζουν την νέα συνάρτηση πλοήγησης που θα οδηγήσει το τροχοφόρο ρομπότ προς τον στόχο.

Τα ακόλουθα σχεδιαγράμματα παρουσιάζουν την αρχική, μια ενδιάμεση και την τελική διάταξη του ρομπότ:





Τέλος, όπως και πριν, τα αντίστοιχα διαγράμματα που περιγράφουν τη θέση και τις συνιστώσες της ταχύτητας είναι:

