★ الأعداد المركبة ★

① الشكل الجبري ، الشكل المثلثي وَ الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم

الشكل الأسي	الشكل المثلثي	الشكل الجبري
$z = r\,e^{i\theta}$ ☜ ترميز أولر: $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ ☜ $\cos\theta = \frac{x}{r}$ وَ $\sin\theta = \frac{y}{r}$	$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ☜ طويلة z: $r = \|z\| = \sqrt{x^2+y^2}$ ☜ عمدة z: $\arg(z) = \theta + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$.	$z = x + i\,y$ مع $i^2 = -1$ ☜ الجزء الحقيقي: $x = \mathrm{Re}(z)$ ☜ الجزء التخيلي: $y = \mathrm{Im}(z)$ ☜ مرافق z: $\overline{z} = x - i\,y$
خواصه	**خواصه**	**خواصه**
① $-e^{i\theta} = e^{i(\theta+\pi)}$ ② $z.z' = r.r'e^{i(\theta+\theta')}$ ③ $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$ ④ $\frac{1}{z} = \frac{1}{r}e^{-i\theta}$ ⑤ $\overline{z} = r\,e^{-i\theta}$ ⑥ $z^n = r^n\,e^{in\theta}$	① $\arg(z.z') = \arg(z) + \arg(z')$ ② $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$ ③ $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$ ④ $\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$ ⑤ $\arg(z^n) = n\arg(z)$ مع $n \in \mathbb{Z}$	① $z = 0$ إذا كان $x = 0$ وَ $y = 0$ ② $z = z'$ إذا كان $x = x'$ وَ $y = y'$ مع $z' = x' + i\,y'$ ③ z حقيقي إذا كان $z = \overline{z}$ ④ z تخيلي صرف إذا كان $z = -\overline{z}$ ⑤ $z \times \overline{z} = x^2 + y^2$ ⑥ $\|z\| = \|\overline{z}\|$ ، $z \times \overline{z} = \|z\|^2$

② توظيف الطويلة و العمدة في الهندسة

العبارة المركبة	التفسير الهندسي
$AB = \|z_B - z_A\|$	المسافة بين النقطتين A وَ B
$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$	الشعاع $\overrightarrow{AB}$
$z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$	I منتصف القطعة $[AB]$
$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$	G مركز ثقل المثلث ABC
$z_G = \frac{\alpha z_A + \beta z_B + \lambda z_C}{\alpha + \beta + \lambda}$	G مرجح الجملة $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\lambda)\}$
$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ عدداً حقيقياً	A ، B وَ C على استقامة ($\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{AC}$)
$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ عدداً تخيلياً صرفاً	الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ وَ $\overrightarrow{AC}$ متعامدان
$\arg(z_B - z_A)$	قيس بالرديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{AB})$
$\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$	قيس بالرديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

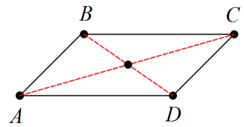
③ متوازي الأضلاع ، المعين ، المربع ، المستطيل وَ المثلثات

متوازي الأضلاع

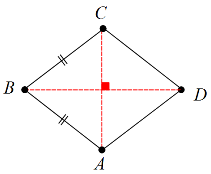
$ABCD$ متوازي أضلاع يعني أحد الشرطين :

① $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$

② القطران متناصفان أي: $\dfrac{z_A+z_C}{2}=\dfrac{z_B+z_D}{2}$



المعين



$ABCD$ معين يعني أحد الشرطين :

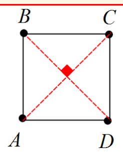
① $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$

وَ $AB = AD$ أي: $|z_B - z_A| = |z_D - z_A|$

② القطران متناصفان وَ متعامدان أي :

$\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$ وَ $\dfrac{z_A+z_C}{2}=\dfrac{z_B+z_D}{2}$

المربع



$ABCD$ مربع يعني أحد الشرطين :

① $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$

وَ $AB = AD$ أي: $|z_B - z_A| = |z_D - z_A|$

وَ $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$ أي: $\arg\left(\dfrac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$

② القطران متناصفان وَ متعامدان وَ متساويان أي:

$\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_D - z_B}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$ وَ $\dfrac{z_A+z_C}{2}=\dfrac{z_B+z_D}{2}$

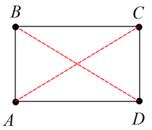
وَ $|z_A - z_C| = |z_B - z_D|$

المستطيل

$ABCD$ مستطيل يعني أحد الشرطين :

① $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي: $z_B - z_A = z_C - z_D$

وَ $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$ أي: $\arg\left(\dfrac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$



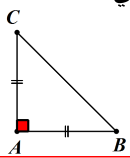
② القطران متناصفان وَ متساويان أي:

$|z_A - z_C| = |z_B - z_D|$ وَ $\dfrac{z_A+z_C}{2}=\dfrac{z_B+z_D}{2}$

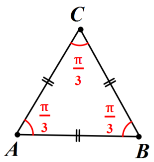
المثلث القائم و المتساوي الساقين

ABC مثلث قائم في A وَ متساوي الساقين يعني :

$\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)=\pm\dfrac{\pi}{2}$ وَ $\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right|=1$



المثلث المتقايس الأضلاع



ABC مثلث متقايس الأضلاع يعني أحد الشرطين :

① $\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)=\pm\dfrac{\pi}{3}$ وَ $\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right|=1$

② $|z_A - z_B| = |z_A - z_C| = |z_B - z_C|$

④ التحويلات النقطية في المستوي المركب

العبارة المركبة للتحويل f هي : $z' = az + b$

a عدد مركب (غير حقيقي)		a عدد حقيقي	
$\lvert a\rvert \neq 1$	$\lvert a\rvert = 1$	$a \neq 1$	$a = 1$
f تشابه مباشر نسبته $k = a$ زاويته $\theta = \arg(a)$ مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$	f دوران مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$ زاويته $\theta = \arg(a)$	f تحاكي نسبته $k = a$ مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$	f انسحاب شعاعه $\vec{u}$ ذات اللاحقة b ($b \neq 0$)
العبارة المختصر للتحويل f			
$z' - z_\omega = k\,e^{i\theta}\left(z - z_\omega\right)$	$z' - z_\omega = e^{i\theta}\left(z - z_\omega\right)$	$z' - z_\omega = k\left(z - z_\omega\right)$	$z' = z + b$