

## ★ الموافقات - الأعداد الأولية ★

### ① الموافقات في $\mathbb{Z}$

تعريف	نقول أن العددين الصحيحين $a, b$ متوافقان بترديد $n$ (طبيعي) إذا وفقط إذا كان $a - b$ من مضاعفات $n$ في $\mathbb{Z}$ ونكتب $a \equiv b [n]$ و يقرأ $a$ يوافق $b$ بترديد $n$ .
خواص	<ul style="list-style-type: none"> <li>إذا كان: <math>a \equiv b [n]</math> و <math>b \equiv c [n]</math> فإن: <math>a \equiv c [n]</math>.</li> <li>إذا كان: <math>a \equiv b [n]</math> و <math>c \equiv d [n]</math> فإن: <math>a \pm c \equiv b \pm d [n]</math> و <math>a \times c \equiv b \times d [n]</math>.</li> <li>إذا كان: <math>a \equiv b [n]</math> فإن: <math>a + k \equiv b + k [n]</math> و <math>k \times a \equiv k \times b [n]</math> حيث <math>k \in \mathbb{Z}</math>.</li> <li>إذا كان: <math>a \equiv b [n]</math> فإن: <math>a^p \equiv b^p [n]</math> حيث <math>p \in \mathbb{N}</math>.</li> <li>إذا كان: <math>a \equiv b [n]</math> فإن: <math>a + k n \equiv b + k n [n]</math> و <math>a \equiv b + k n [n]</math>.</li> <li>إذا كان: <math>a \equiv 0 [n \times m]</math> فإن: <math>a \equiv 0 [n]</math> و <math>a \equiv 0 [m]</math> حيث <math>m \in \mathbb{N}^*</math> و أولي مع <math>n</math>.</li> <li>إذا كان: <math>a \times b \equiv 0 [n]</math> فإن: <math>a \equiv 0 [n]</math> أو <math>b \equiv 0 [n]</math> مع <math>n</math> عدد أولي.</li> </ul>

### ② القاسم المشترك الأكبر $PGCD$ و المضاعف المشترك الأصغر $PPCM$

خواص	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>PGCD(a; b) = PGCD(b; r)</math> حيث <math>a \geq b</math> و <math>r</math> باقي قسمة <math>a</math> على <math>b</math>.</li> <li><math>PGCD(k a; k b) = k \times PGCD(a; b)</math> حيث: <math>k \in \mathbb{Z}^*</math>.</li> <li><math>PGCD(a; b) \times PPCM(a; b) = a \times b</math></li> <li>إذا كان: <math>PGCD(a; b) = d</math> فإن: <math>(d \mid a \text{ و } d \mid b)</math> و أيضاً: <math>\begin{cases} a = d a' \\ b = d b' \end{cases}</math> مع <math>PGCD(a'; b') = 1</math></li> <li><math>PGCD(k a; k b) =  k  PGCD(a; b)</math> مع <math>k \in \mathbb{Z}^*</math>.</li> <li>إذا كان: <math>PGCD(a; b) = 1</math> فإن: <math>PGCD(a; b^n) = 1</math> مع <math>n \in \mathbb{N}^*</math>.</li> <li>إذا كان: <math>PGCD(a; b) = 1</math> فإن: <math>PGCD(a^n; b^n) = 1</math> مع <math>n \in \mathbb{N}^*</math>.</li> <li>إذا كان: <math>PGCD(a; b) = 1</math> و <math>PGCD(a; c) = 1</math> فإن: <math>PGCD(a; b c) = 1</math>.</li> </ul>
------	--

### ③ مبرهنة بيزو

يكون العدداً الطبيعيان غير المعدومين  $a$  و  $b$  أوليين فيما بينهما إذا و فقط إذا وجد عدداً صحيحان  $x$  و  $y$  حيث:  $a x + b y = 1$

### ④ مبرهنة غوص

$a, b$  و  $c$  ثلاثة أعداد صحيحة غير معدومة، إذا كان  $a$  يقسم الجداء  $b c$  و كان  $a$  أولياً مع  $b$ ، فإن  $a$  يقسم  $c$ .

### ⑤ المبرهنة الصغيرة لفيثاغورس

إذا كان  $p$  عدداً أولياً و  $a$  عدداً طبيعياً لا يقبل القسمة على  $p$  فإن  $p$  يقسم العدد  $(a^{p-1} - 1)$