

Урок 1 (08.09.2018)

1.1 Магнитное поле

Магнитное поле порождается движущимися электрическими зарядами (током).

Индукция магнитного поля \vec{B} - векторная величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля. Определяет, с какой силой поле \vec{F} действует на заряд q , движущийся со скоростью \vec{v} .

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad \vec{B} = [\text{Тл}]$$

Пусть мы переходим из одной системы отсчёта в другую. Из преобразований Лоренца следует, что:

$$F_1 = F_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

где F_0 - сила в покое, v - скорость системы отсчета.

Пусть два заряда покоятся. По закону Кулона

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью v .
Найдем **обобщенную силу Лоренца**:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{q_1 q_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}_{F_{\text{электр.}}} - \frac{v^2}{c^2} \underbrace{\frac{q_1 q_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}_{F_{\text{магн.}}}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{F_{\text{магн.}}}{F_{\text{электр.}}} = \frac{v^2}{c^2}.$$

Перепишем формулу для силы магнитного взаимодействия:

$$F_M = \frac{uq_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2} \frac{uq_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Введём индукцию магнитного поля B

$$B = \frac{uq_2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Тогда формула силы магнитного взаимодействия запишется следующим образом:

$$F_M = q_1 v B$$

Её можно трактовать так: заряд q_2 создаёт поле и действует на заряд q_1 с силой F_M .

Для удобства введём константу μ_0 :

$$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$$

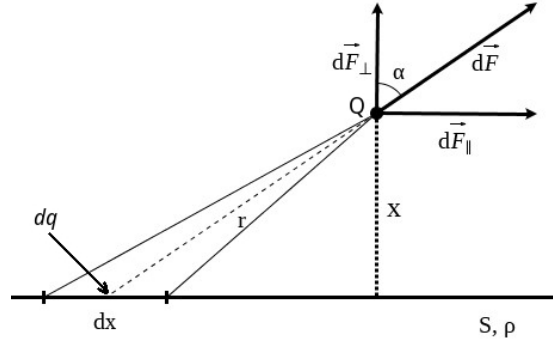
Тогда формула для магнитной индукции

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{uq}{r^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Сила Ампера — сумма сил Лоренца от нескольких зарядов

$$F_A = BIL$$

Пусть есть бесконечный заряженный провод и заряд Q на расстоянии x от провода. S — площадь сечения провода, ρ — объемная плотность заряда.



$$dF_{\parallel} = dF \sin \alpha, \quad dF_{\perp} = dF \cos \alpha, \quad dq = \rho S dx$$

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\rho S dx}{r^2}, \quad r = \frac{x}{\cos \alpha}, \quad dx = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha}$$

$$dF_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\rho S dx}{x^2} \cos^2 \alpha \cos \alpha$$

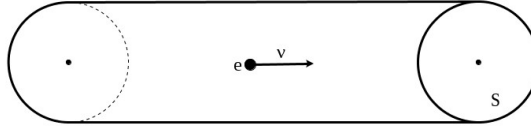
Подставим r , dx и проинтегрируем:

$$F_{\perp} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\rho S \cos \alpha}{x} d\alpha = \frac{Q\rho S}{2\pi\epsilon_0 x}$$

Перейдем в систему отсчёта, движущуюся вправо со скоростью v :

$$F' = F_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad F_M = -\frac{v^2}{c^2} \frac{Q\rho S}{2\pi\epsilon_0 x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Рассмотрим ток в проводнике с поперечным сечением S . Пусть средняя скорость электронов u , n — объемная концентрация электронов.



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{enSu\Delta t}{\Delta t} = neSu$$

Перепишем формулу F_M :

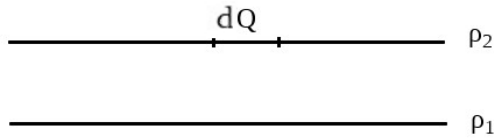
$$F_M = -uQ \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\rho S v}{x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Но так как $\rho S v = neSv = I$, имеем

$$F_M = -uQ \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Мы получили формулу **силы взаимодействия заряда и бесконечного провода.**

Рассмотрим теперь случай двух проводников



$$dF_M = -v \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IdQ}{x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad dQ = \rho_2 S dx_2, \quad dF_M = -vn_2 eS \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 dx_2}{x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Получим формулу **силы магнитного взаимодействия двух параллельных проводов:**

$$dF_M = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} dx$$

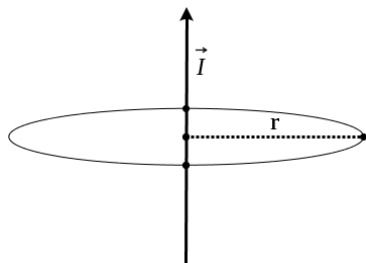
Без доказательства примем на веру следующие утверждения:

$$\oint_S B ds = 0, \quad \oint_l B dl = \mu_0 I$$

Второе равенство также называется **теоремой о циркуляции**: Пусть есть замкнутый ток I и взят некий контур. Определим **циркуляцию**, как сумму всех $\vec{B} \cdot d\vec{l}$. Тогда циркуляция в этом контуре равна $\mu_0 I$.

Магнитное поле является не потенциальным, а вихревым. Это значит, что его силовые линии замкнуты, а циркуляция отлична от нуля на контуре, который охватывает ток.

Рассчитаем магнитное поле, создаваемое бесконечным проводом во всём пространстве:



$$B 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции: $\vec{B} = \Sigma \vec{B}_i$

Список литературы:

- Калашников С.Г. Электричество
- Зильберман Г.Е. Электричество и магнетизм
- Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.3. Электричество