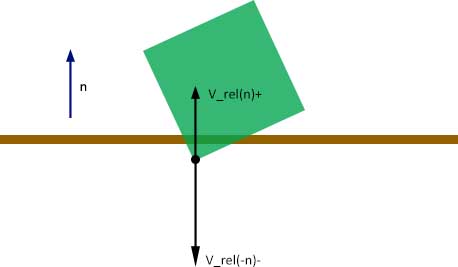
在前面几篇文章中，我们通过一个方盒下落的例子引出了刚体物理引擎的大概流程，了解了如何通过计算机来模拟方盒的下落，以及如何计算出方盒跟地面的碰撞信息。接下来，就到了碰撞约束的阶段。约束是一个比较大的课题，鉴于本篇文章的内容并不涉及太多约束的知识，所以约束将在下一篇文章静止接触中讲解。

本篇文章将着重讲解碰撞处理部分，利用中学的物理知识来模拟刚体碰撞后的运动，所以在开始正文之前，我们先来复习一下牛顿碰撞定律和库伦摩擦定律。

在现实世界中，绝对的刚体是不存在的，物体在发生碰撞的时候，都会有不同程度的挤压和拉伸，在这个过程中，物体的动能转化为弹性势能，又从弹性势能转化为动能，理想情况下，两物体相对速度大小不变，只是方向变反，这叫做完全弹性碰撞。而真实的情况往往会伴随着能量的损失，转化成热能、光能或者其他能量，物体的相对回弹速度就会变小，变小的幅度由物体的材料而定。公式是：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 1*** |

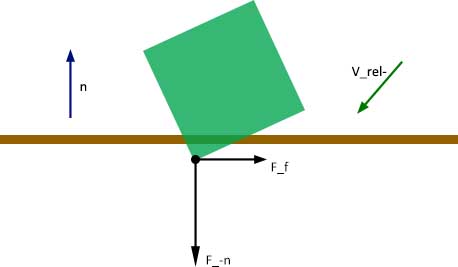
是碰撞后碰撞法线方向上相对速度，是恢复系数，由两物体的材料而定。是碰撞前碰撞法线方向上相对速度，注意这里是-n，因为碰撞前速度跟法线方向相反。



如果物体不是垂直碰撞到其他物体上，在碰撞平面方向上有速度分量，则会受到摩擦力的影响，摩擦力有(滑)动摩擦力和静摩擦力两种，动摩擦力的大小跟压力大小有正比关系，设是动摩擦力**，**是压力(方向与法线方向相反)**，**是动摩擦系数，则有：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 2*** |

静摩擦力实际上要比动摩擦力稍大些，为了方便计算，我们通常认为静摩擦力和动摩擦力相等。



搞清楚这两个定律之后，我们来模拟恢复力和摩擦力，为了方便计算，我们用一个冲量来表示这俩力的合力在当前帧内的作用。假设该冲量作用在接触点上，动量跟速度变化量的公式如下：

是质量(标量)，是惯性动量(矢量)，是接触点到重心的向量，是重心的速度变化量(矢量)**，**是接触点的角速度变化量

定义是接触点的速度，则

设的单位方向向量是，则在该方向上的分量(注意是标量)是

设，通常被称为有效质量(effective mass)，则有

在chaos引擎中，通常不会直接计算，而是计算剔除之后的量ComputeFactorMatrix3，需要用到叉乘转化公式，大家可以自行推导

因为力的相互作用，在物体1受到摩擦力和恢复力的同时，物体2也会受到压力和摩擦力，两个冲量大小相等，方向相反

将上面两式相加

求出后，再得到，就可以计算

根据

得到速度和角速度的变化量，就可以更新最新的速度，然后根据

计算出新的位置和朝向

以上利用冲量来解决碰撞问题的方法叫做impulse based method，虽然我们由冲量推导出了碰撞后的运动状态，但还有两个关键的量没有解决

一个是，另一个是

下面我们就来进一步推导

因为和分别是和方向上的投影，则

所以只要计算出就可以解决最终问题

将分拆为摩擦力和恢复力速度变化量之和

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 3*** |

恢复力的速度变化量为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 4*** |

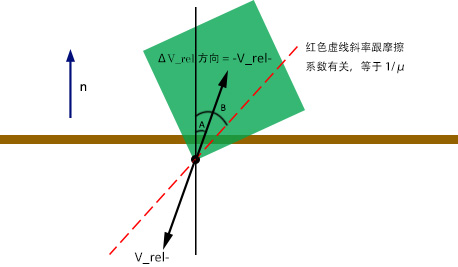
需要分情况考虑，在动摩擦力和静摩擦力下的值不同

设碰撞前速度在摩擦力方向和恢复力方向上向量分别是、

如果，则处在静摩擦力影响下，此时

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 5*** |

联立***Eq. 3、Eq. 4、Eq. 5***得到

****

上图中如果角度A小于角度B，也就是的斜率大于红色虚线的斜率，则受到静摩擦力影响，的方向与一致

如果，则处在动摩擦力影响下

根据动摩擦力定律***Eq. 2***，假设动摩擦力和压力大小方向恒定，两边乘以时间：

根据冲量等于力乘以时间得到：

根据冲量等于质量乘以速度变化量则：

消去M，得到：

根据牛顿第三定律，恢复力和压力等大反向，则设恢复力速度变化量为

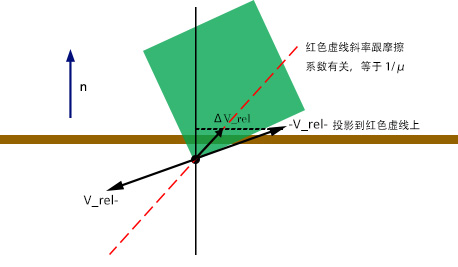
将摩擦力速度变化矢量变为单位向量乘以标量的形式

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 6*** |

摩擦力速度变化单位向量是

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ***Eq. 7*** |

联立***Eq. 3、Eq. 4、Eq. 6、Eq. 7***得到



如果的斜率小于红色虚线大的斜率，则受到动摩擦力影响，的斜率必须大于等于红色虚线斜率， 故的方向与红色虚线一致

到此为止，我们就完成了整个推导过程。只需要知道两个物体接触点的相对速度，接触法向量，恢复系数，摩擦系数，就可以模拟两个刚体在碰撞后的运动状态。

Chaos这部分的代码在PBDCollisionConstraintsContact.cpp文件中，方法名是 ApplyContact()

再整理一些没有涉及到的技术点：

1. 在静摩擦力影响下还会受到转动摩擦力的影响
2. 为了遵守能量守恒定律需要对冲量修正，可以参考(Su et al.) (3.2. Clamping Impulses)