Отчет по лабораторной работе №1.

Тема: “Численные методы решения нелинейных уравнений”

Дисциплина: “Вычислительный практикум”

Подготовил: студент группы 351

Корочков Анатолий Сергеевич

Вопрос №1. Какую математическую задачу позволяет решить ваша программа?

Программа позволяет находить решения нелинейных уравнений вида $\mathrm{f}(x) = 0$ с помощью следующих численных методов:

1. *Метод бисекции*
2. *Метод Ньютона*
3. *Модифицированный метод Ньютона*
4. *Метод секущих*

Вопрос №2. Какие численные методы вы используете для нахождения решения упомянутой математической задачи?

Метод бисекции: Из следствия теоремы Больцано – Коши => для непрерывной функции на отрезке a,b, таком что знаки функции на его концах разные, найдется точка $\mathrm{f}(x) = 0$.

Краткое описание алгоритма, реализованного в функции bisection:

С помощью функции np.linspace(a, b, n) (строка 38) создаем последовательность данных, равномерно расположенных на числовой прямой в заданном интервале. (a, b – начало и конец промежутка соответственно; n – количество данных в выборке).

Далее с помощью цикла “for” производим итерацию по парам элементов массива s и s[1:] (строка 41) (прим. s[1:] не содержит первого элемента s). В цикле “while”(строка 45) пока разность значений функции на концах отрезка больше заданной точности: находим середину отрезка (строка 46); проверяем, что значение функции в середине равно нулю или меньше заданной точности, если это выполнено, то root = mid (строки 47 – 49); иначе выбираем “новую середину”(строки 50 – 53); добавляем корень в заранее созданный пустой список roots(строки 55 – 56).

Метод Ньютона: Алгоритм для приближенного нахождения корней уравнений вида $\mathrm{f}(x) = 0$. Требования для функции f – у нее есть хотя бы один корень и она непрерывна и дифференцируема на интервале поиска.

Краткое описание алгоритма, реализованного в функции newton:

Алгоритм начинается с изначального приближения x0 и затем итеративно строит лучшее решение, строя касательную к графику в точке x = x0. Чтобы получить точку пересечения необходимо приравнять уравнение касательной к нулю:

$$0 = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0)$$

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} (1)$$

В функции начальное предположение – initial_guess, точность – eps (строчки 61 – 62). В цикле “while” реализуется формула (1) (строка 65), изменяется счетчик итераций count (строка 66), проверяется точность (строка 68).

Модифицированный метод Ньютона: Отличается от обычного метода Ньютона добавлением в формулу (1) параметра альфа, который может быть выбран так, чтобы улучшить сходимость в определенных условиях. Реализован в функции modified_newton_method (строки 74 – 85).

Метод секущих: Метод вычисления корней непрерывных функций. Пусть на отрезке $[a,b]$ существует корень непрерывной функции $f(x)$ и $x0$, $x1$ – различные точки этого отрезка. В методе секущих с помощью рекуррентной формулы

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_{k-1} - x_k)}{f(x_{k-1} - f(x_k))} (2)$$

Определяется последовательность $\{x_k\}_{k=0}^{inf}$. Если последовательность сходится, то ее пределом является корень функции $\mathrm{f}(x)$.

Метод секущих реализован в функции secant_method. Формула (2) реализована внутри цикла “while” (строка 91). Соблюдение точности проверяется в строке 93.

Вопрос №3. Каковы исходные параметры задачи? Какие параметры в вашей программе можно менять? Как осуществляется ввод параметров?

Исходные параметры для варианта №7: A = -8; B = 2; eps = 1e-05.

Доступно редактирование всех параметров: функция, границы промежутка, точность.

Ввод параметров осуществляется непосредственно при вызове функции. Вызовы функций для методов бисекции, ньютона, модифицированного метода ньютона и метода секущих находятся в строках 104, 109, 115, 121 соответственно.

Пример работы программы:

```
Функция f(x): 10 * cos(x) - 0.1 * x**2
Параметры:
Левая граница: -8
Правая граница: 2
Точность: 1e-05
Метод бисекции:
Отрезки изменения знака: [-7.3000, -7.2000], [-5.0000, -4.9000], [-1.6000, -1.5000], [1.5000, 1.6000]
Количество отрезков изменения знака: 4
Количество шагов для достижения точности epsilon: 2
Корни по методу бисекции находятся в точках:
-7.2943, -4.9595, -1.5485, 1.5470
Метод Ньютона:
Корень методом Ньютона: 1.546866
Количество итераций: 4
Модифицированный метод Ньютона:
Корень: 1.5468661
Количество итераций: 2
Метод секущих:
Корень уравнения 1.5468661:
Количество итераций: 3

Process finished with exit code 0
```